第 31 卷第 8 期
2014 年 8 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 31 No. 8
Aug. 2014

DOI: 10.7641/CTA.2014.30977

一类不确定非线性系统的预定性能自适应控制

刘勇华†

(湖南科技大学 机械设备健康维护湖南省重点实验室, 湖南 湘潭 411201)

摘要: 本文研究了一类不确定严格反馈非线性系统的预定性能控制问题. 为保证系统预定性能, 引入了一个简单的障碍型Lyapunov函数. 结合反推设计法, 给出了一种新的自适应控制算法. 理论与实验结果表明, 所得控制器不仅保证了系统预定性能, 且使得闭环系统所有信号有界.

关键词: 非线性系统; 反推设计; 预定性能; 障碍型Lyapunov函数

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Adaptive control for a class of uncertain nonlinear systems with prescribed performance

LIU Yong-hua†

(Hunan Provincial Key Laboratory of Health Maintenance for Mechanical Equipment,
Hunan University of Science and Technology, Xiangtan Hunan 411201, China)

Abstract: The prescribed performance control problem is investigated for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form. To ensure the prescribed performance, a simple barrier-type Lyapunov function is introduced. By following the backstepping approach, we develop a novel adaptive control algorithm. It is shown both analytically and numerically that the proposed control scheme is effective in ensuring the prescribed performance and maintaining the boundedness of all signals in the closed-loop system.

Key words: nonlinear systems; backstepping; prescribed performance; barrier-type Lyapunov function

1　引言(Introduction)

近几十年来, 非线性系统控制研究一直是控制领域具有挑战性的难题, 备受国内外学者关注, 取得了许多令人瞩目的成果, 如精确线性化技术[1]、反推设计法[2]和自适应控制[3]等. 然而, 在绝大多数研究中, 通常都是以系统全局或半全局稳定为控制目标设计控制器, 缺少对系统性能的进一步考虑, 但在实际控制系统中, 系统稳定只是最基本的系统要求, 人们往往期望所设计控制器能够达到或满足更高的预定系统性能要求. 因此, 如何设计满足预定系统性能要求的控制器是一个值得重视的问题.

为达到预定系统性能要求, 传统非线性控制通常是采取调节控制器参数的方法, 然而, 调节控制参数很难使多个系统性能指标同时达到预定要求. 最近, 文献[4]提出了一种保预定性能自适应控制器设计方法. 该方法将预定系统性能指标(如收敛速度、超调量和收敛区域等)用性能函数来描述, 通过引入一种严格递增的输出误差转换函数, 将一个对输出误差存在性能约束的跟踪问题转化为一个无约束的镇定问题, 再用反推设计法完成控制器的设计, 从而使设计出的控制器具有预定的瞬态与稳态性能. 在文献[4]基础上, 文献[5]进一步研究了一类含未知非线性的多输入多输出非线性系统的预定性能控制问题, 给出了一种保预定性能的鲁棒自适应控制器设计方法. 按照性能约束转换思想, 文献[6]研究了一类执行器失效的不确定严格反馈非线性系统控制问题, 给出了一种满足系统性能要求的自适应控制方法, 且所得控制器可保证系统输出跟踪误差全局渐近稳定. 针对一类含动态不确定性、未知非线性、外部扰动和时变参数的级联系统, 文献[7]提出了一种基于性能约束转换的鲁棒部分状态反馈保性能控制算法. 文献[8]研究了一类具有未知饱和回滞输入的非线性时滞系统, 利用回滞补偿策略, 提出了一个满足预定系统性能的鲁棒自适应动态面控制器. 针对一类多输入多输出不确定非线性系统的保性能输出反馈问题, 文献[9]给出了一种无状态观测器的鲁棒自适应输出反馈控制器的设计方法. 文献

收稿日期: 2013−09−16; 录用日期: 2014−03−29.
†通信作者. Email: yonghua.liu@outlook.com; Tel.: +86 13560483241.
基金项目: “教育部”创新团队发展计划资助项目(IRT1242).

[10–13]分析了不同条件下机械臂力/位置的跟踪控制问题, 分别给出了满足预定系统性能的控制器设计方法. 文献[4]中方法的优点是经输出跟踪误差变换后的系统仍可按反推法进行控制器设计, 不足是引入的误差转换函数在反推设计中需不断求导, 增加了控制器的复杂程度与实现难度.

系统的预定性能控制问题实质上是系统输出误差存在性能约束的跟踪问题. 基于障碍型Lyapunov函数的反推设计法是处理系统存在约束的常用方法之一, 该方法广泛应用于输出或状态约束非线性系统控制[14–17]. 受此启发, 为满足系统输出误差性能约束, 本文通过引入一个简单的障碍型Lyapunov函数, 给出了一种新的预定性能自适应控制器算法. 所得控制器不仅可以满足预定系统性能要求, 亦可确保闭环系统所有信号有界. 最后, 一个仿真例子验证了本文算法的有效性.

2 问题描述(Problem formulations)

考虑如下一类不确定非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} f_i(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}) + g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}) x_{i+1},\ i=1,\cdots,n-1, \\ \dot{x}_n = \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} f_n(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n}}) + g_n(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n}}) u, \\ y = x_1, \end{cases} \tag{1}$$

其中: $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} = (x_1, \cdots, x_i)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^i, i = 1, \cdots, n$; $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n}} = (x_1, \cdots, x_n)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n$为系统状态向量, u和y分别为系统输入与输出; $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^r$为未知系统参数向量, $f_i(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}) \in \mathbb{R}^r$和$g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}) \in \mathbb{R}$为已知光滑函数, $i = 1, \cdots, n$.

假设 1 存在正常数g_0, 使得函数$g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}})$满足$|g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}})| \geqslant g_0 > 0, i = 1, \cdots, n$.

假设 2 光滑参考信号y_{d}及其n阶导数已知并且有界.

预定性能$\mathcal{F}$:

$$\mathcal{F} = \{(t, e) \in \mathbb{R}_{t \geqslant 0} \times \mathbb{R} | \varphi_0^-(t) < e(t) < \varphi_0^+(t)\}, \tag{2}$$

其中: $e(t) = y(t) - y_{\mathrm{d}}(t)$, $\varphi_0^-(t)$和$\varphi_0^+(t)$为预定性能光滑函数, 且满足如下要求:

1) $\varphi_0^-(t)$和$\varphi_0^+(t)$及其n阶导数有界;

2) $\lim\limits_{t\to\infty} \varphi_0^-(t) = \varphi^-$, $\lim\limits_{t\to\infty} \varphi_0^+(t) = \varphi^+$, φ^-和φ^+为预定常数, 且$\varphi^- < \varphi^+$.

注 1 选择适当的性能函数$\varphi_0^-(t)$和$\varphi_0^+(t)$, 可使输出误差$e(t)$的稳态与瞬态性能达到预定的要求. 如果取$\varphi_0^-(t) = -\delta\rho(t)$, $\varphi_0^+(t) = \rho(t)$(当$e(0) > 0$)或$\varphi_0^-(t) = -\rho(t)$, $\varphi_0^+(t) = \delta\rho(t)$(当$e(0) < 0$), 预定性能$\mathcal{F}$变为[4]:

$$-\delta\rho(t) < e(t) < \rho(t),\ e(0) > 0, \tag{3}$$

或者

$$-\rho(t) < e(t) < \delta\rho(t),\ e(0) < 0, \tag{4}$$

其中: $0 \leqslant \delta \leqslant 1$. $\rho(t)$为满足$\lim\limits_{t\to\infty} \rho(t) = \rho_\infty$的正的严格递减光滑函数, ρ_∞为正常数.

取$\rho(t) = (\rho_0 - \rho_\infty)\mathrm{e}^{-lt} + \rho_\infty$时, 其中: ρ_0, ρ_∞, l为预定正常数. ρ_∞表示预定稳态误差上限, $\rho(t)$的衰减速度为跟踪误差$e(t)$收敛速度的下界, 同时跟踪误差的最大超调量不会超过$\delta\rho_0$. 如图1所示.

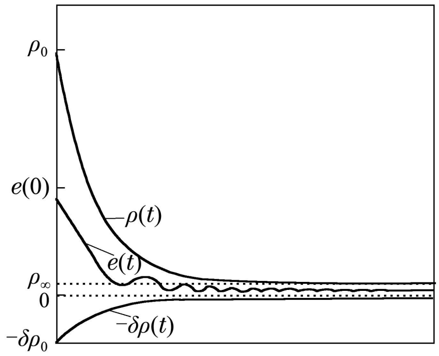

图 1 预定性能跟踪误差

Fig. 1 Prescribed performance tracking error

假设 3 系统(1)输出误差初始值$e(0)$, 满足预定性能$\mathcal{F}$, 即$\varphi_0^-(0) < e(0) < \varphi_0^+(0)$.

控制目标: 设计控制器u, 使系统(1)输出y跟踪一个给定的光滑参考轨迹y_{d}, 满足预定性能$\mathcal{F}$, 且保证闭环系统所有信号有界.

3 自适应控制器设计(Adaptive controller design)

在设计控制器之前, 给出如下引理:

引理 1[17] 记$\mathcal{Z} = \{\xi \in \mathbb{R} : |\xi| < 1\} \subset \mathbb{R}, \mathcal{N} = \mathbb{R}^l \times \mathcal{Z} \in \mathbb{R}^{l+1}$为开集. 考虑如下系统:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = h(t, \boldsymbol{\eta}),$$

其中: $\boldsymbol{\eta} = [w, \xi]^{\mathrm{T}} \in \mathcal{N}$, 函数$h : \mathbb{R}_+ \times \mathcal{N} \to \mathbb{R}^{l+1}$满足在$\mathbb{R}_+$上关于时间$t$分段连续, 且在$\mathcal{N}$内关于$\boldsymbol{\eta}$满足局部一致Lipschitz条件. 假设存在连续可微正定函数$\mathcal{U} : \mathbb{R}^l \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+, \mathcal{V}_1 : \mathcal{Z} \to \mathbb{R}_+$, 满足下列性质:

$$|\xi| \to 1, \mathcal{V}_1(\xi) \to \infty,$$

$$\gamma_1(||w||) \leqslant \mathcal{U}(w, t) \leqslant \gamma_2(||w||),$$

其中γ_1, γ_2为K_∞类函数.

令$\mathcal{V}(\boldsymbol{\eta}) = \mathcal{V}_1(\xi) + \mathcal{U}(w, t), \xi(0) \in \mathcal{Z}$. 若下列不等式成立:

$$\dot{\mathcal{V}} = \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \boldsymbol{\eta}} h \leqslant 0,\ \xi \in \mathcal{Z},$$

则对$t \geqslant 0, \xi(t) \in \mathcal{Z}$.

引理 2[18] 对任意$|a| < 1$, 不等式

$$\log \frac{1}{1 - a^2} \leqslant \frac{a^2}{1 - a^2}$$

成立.

按照反推设计法, 做如下坐标变换:

$$z_1 = x_1 - y_{\rm d}, \tag{5}$$

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1},\ i = 2, \cdots, n, \tag{6}$$

其中α_i为第i步虚拟控制.

步骤 1　输出跟踪误差$e = y - y_{\rm d} = z_1$, 构造如下障碍型Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2}\log\frac{1}{1-\xi^2} + \frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol\theta}^{\rm T}\Gamma^{-1}\tilde{\boldsymbol\theta}, \tag{7}$$

其中: $\hat{\boldsymbol\theta}$为$\boldsymbol\theta$的估计值, $\tilde{\boldsymbol\theta} = \hat{\boldsymbol\theta} - \boldsymbol\theta$; $\Gamma = \Gamma^{\rm T} > 0$为设计常数矩阵,

$$\xi = \frac{2z_1 - (\varphi_0^- + \varphi_0^+)}{\varphi_0^+ - \varphi_0^-}.$$

选取虚拟控制律α_1和调节函数τ_1为

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_1}(-\hat{\boldsymbol\theta}^{\rm T} f_1 - c_1 z_1 + \frac{1}{2}c_1(\varphi_0^- + \varphi_0^+) + v), \tag{8}$$

$$\tau_1 = \frac{2\xi\Gamma f_1}{(1-\xi^2)(\varphi_0^+ - \varphi_0^-)}, \tag{9}$$

其中c_1为正的设计常数.

从式(7)可知, 对$|\xi| < 1$, V_1是严格正定且可微的. 对V_1求导, 则有

$$\dot V_1 = -\frac{c_1\xi^2}{1-\xi^2} + \frac{2\xi g_1 z_2}{(1-\xi^2)(\varphi_0^+ - \varphi_0^-)} + \tilde{\boldsymbol\theta}^{\rm T}\Gamma^{-1}(\dot{\hat{\boldsymbol\theta}} - \tau_1), \tag{10}$$

其中

$$v = \dot y_{\rm d} + \frac{z_1(\dot\varphi_0^+ - \dot\varphi_0^-) - \varphi_0^-\dot\varphi_0^+ + \dot\varphi_0^-\varphi_0^+}{\varphi_0^+ - \varphi_0^-}.$$

步骤 $\boldsymbol{i}$ $(2 \leqslant i \leqslant n)$　按文献[2]中方法, 选取虚拟控制α_i和调节函数τ_i为

$$\alpha_2 = \frac{1}{g_2}(-\hat{\boldsymbol\theta}^{\rm T}\omega_2 - c_2 z_2 - \frac{2\xi g_1}{(1-\xi^2)(\varphi_0^+ - \varphi_0^-)} + \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}g_1 x_2 + \sum_{j=0}^{1}\frac{\partial\alpha_1}{\partial\zeta^{(j)}}\boldsymbol\zeta^{(j+1)} + \frac{\partial\alpha_1}{\partial\hat{\boldsymbol\theta}}\tau_2), \tag{11}$$

$$\alpha_i = \frac{1}{g_i}(-\hat{\boldsymbol\theta}^{\rm T}\omega_i - c_i z_i - g_{i-1}z_{i-1} + \sum_{j=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}g_j x_{j+1} + \sum_{j=0}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\zeta^{(j)}}\boldsymbol\zeta^{(j+1)} + \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\hat{\boldsymbol\theta}}\tau_i + \sum_{j=2}^{i-1}z_j\frac{\partial\alpha_{j-1}}{\partial\hat{\boldsymbol\theta}}\Gamma\omega_i),\ i = 3, \cdots, n, \tag{12}$$

$$u = \alpha_n, \tag{13}$$

$$\omega_1 = f_1,\ \omega_i = f_i - \sum_{j=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}f_j, \tag{14}$$

$$\tau_i = \tau_{i-1} + \Gamma z_i\omega_i,\ i = 2, \cdots, n, \tag{15}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol\theta}} = \tau_n, \tag{16}$$

其中: $\boldsymbol\zeta = (y_{\rm d}, \varphi_0^-, \varphi_0^+)^{\rm T}$, c_i为正的设计常数, $i = 2, \cdots, n$.

定理 1　对满足假设1–3的一类不确定非线性系统(1), 采用控制律(13)和自适应律(16), 则系统输出跟踪误差e满足预定性能$\mathcal F$, 且

$$\lim_{t\to\infty} e = \frac{\varphi^- + \varphi^+}{2},$$

同时保证闭环系统所有信号有界.

证　为了估计闭环系统的有界性, 定义如下Lyapunov函数:

$$V = V_1 + \sum_{i=2}^{n}\frac{1}{2}z_i^2. \tag{17}$$

结合式(8)(11)–(13)和(16), 对V求导, 可得

$$\dot V = -\frac{c_1\xi^2}{1-\xi^2} - \sum_{i=2}^{n}c_i z_i^2. \tag{18}$$

由假设3, $\varphi_0^-(0) < e(0) < \varphi_0^+(0)$(即$|\xi(0)| < 1$), 根据引理1可得, 对$t \geqslant 0$, $|\xi(t)| < 1$.

根据引理2, 有

$$\dot V \leqslant -c_1\log\frac{1}{1-\xi^2} - \sum_{i=2}^{n}c_i z_i^2 \tag{19}$$

从式(19)可知, V是一个非增函数, 因此, ξ, z_i有界, $i = 2, \cdots, n$. 根据LaSalle-Yoshizawa定理,

$$\lim_{t\to\infty}\log\frac{1}{1-\xi^2} = 0,$$

可得$\lim\limits_{t\to\infty}\xi = 0$, 即

$$\lim_{t\to\infty} e = \frac{\varphi^- + \varphi^+}{2}.$$

注 2　引理1在上述控制器设计中扮演了关键角色, 即对由式(1)(8)(11)–(13)(16)组成的闭环系统, 若$|\xi(0)| < 1$(见假设3), 且$|\xi| < 1$时满足$\dot V < 0$(见式(18)), 则对于$t \geqslant 0$, $|\xi| < 1$.

注 3　由定理1可知, 选取适当的预定常数$\varphi^- + \varphi^+ = 0$, 所得控制器亦可使系统跟踪误差全局渐近稳定.

注 4　文献[4]引入严格递增误差转换函数, 将性能不等式约束转化为等式约束, 提出了一种预定性能控制器, 然而, 引入的误差转换函数在控制器设计中需不断求导, 增加了控制器的复杂程度和实现难度. 与此不同, 本文通过引入障碍型Lyapunov函数, 可直接保证预定性能约束.

注 5　预定性能约束$\varphi_0^- < e < \varphi_0^+$可写为$\varphi_0^- + y_{\rm d} < y < \varphi_0^+ + y_{\rm d}$, 即系统(1)的预定性能约束问题可转化为系统(1)的时变输出约束问题. 与文献[17]相比, 本文选择了一个简单的障碍型Lyapunov函数V_1, 使得所设计的控制器更简单; 同时, 本文第一步虚拟控制设计中避免了使用不等式放缩, 从而降低了所得控制算法的保守性.

4 仿真实例(Simulation example)

考虑如下一个非线性系统:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=\theta_1 x_1 \mathrm{e}^{-0.5x_1}+x_2,\\ \dot{x}_2=\theta_2 x_1 x_2^2+[3+\cos(x_1x_2)]u,\end{cases} \tag{20}$$

其中: $y=x_1$, 系统实际参数为

$$\boldsymbol{\theta}=(\theta_1,\theta_2)^{\mathrm{T}}=(1,1)^{\mathrm{T}}.$$

系统(20)状态初始条件为$x_1(0)=0.5,\ x_2(0)=0$. 期望参考轨迹$y_{\mathrm{d}}=\sin t$, 预定性能函数$\varphi_0^-(t)=\varphi^-=-0.05,\ \varphi_0^+(t)=\mathrm{e}^{-t}+0.05$(其中$\varphi^+=0.05$). 选取设计参数:

$$c_1=1,\ c_2=1,\ \varGamma=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}.$$

自适应参数初始值

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(0)=(\hat{\theta}_1(0),\hat{\theta}_2(0))^{\mathrm{T}}=(0.2,0.3)^{\mathrm{T}}.$$

所得仿真结果如图2–5所示. 图2显示了本文控制策略下系统输出误差不仅满足预定性能$\mathcal{F}$, 且全局渐近稳定($\varphi^-+\varphi^+=0$). 图3为系统控制输入u. 图4为自适应更新参数$\hat{\theta}_1$和$\hat{\theta}_2$, 图5为状态变量x_2的响应曲线. 上述仿真结果进一步验证了本文控制方法的有效性.

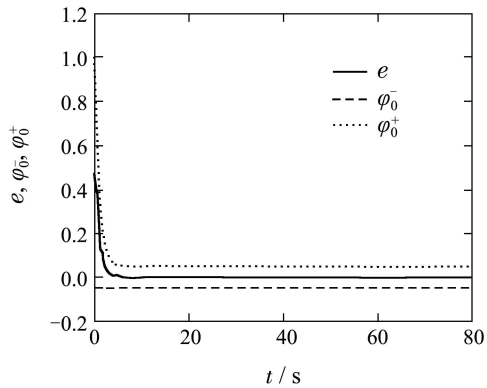

图 2 输出跟踪性能

Fig. 2 Output tracking performance

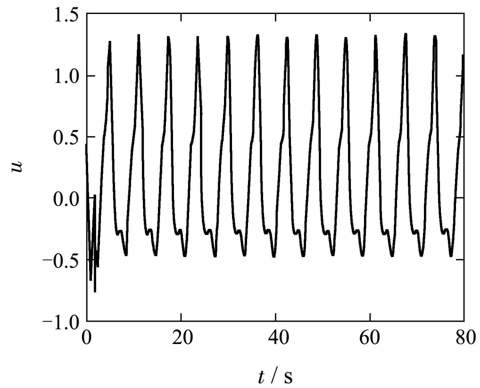

图 3 控制输入u

Fig. 3 Control input u

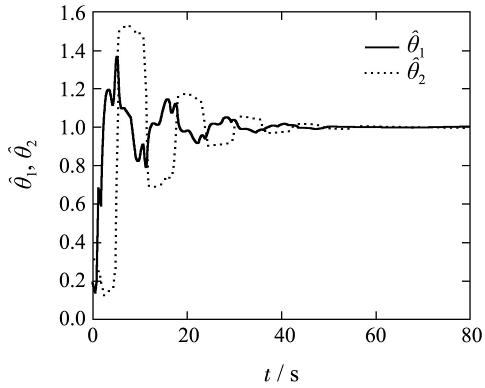

图 4 自适应参数$\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$

Fig. 4 Adaptive parameters $\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$

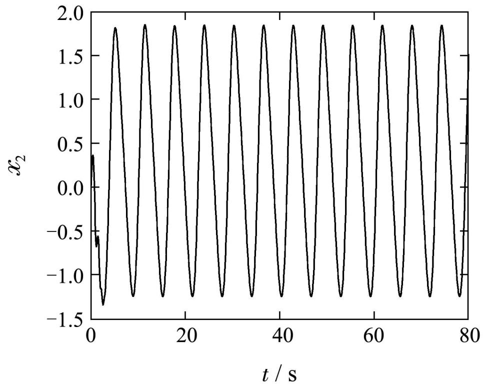

图 5 状态x_2

Fig. 5 State x_2

5 结论(Conclusions)

针对一类不确定严格反馈非线性系统, 本文提出了一种新的基于障碍型Lyapunov函数的预定性能控制算法. 与文献[4]中的方法相比, 本文引入的障碍型Lyapunov函数可直接保证系统预定性能, 避免了文献[4]中误差转换函数给控制器设计与实现带来的困难. 与文献[17]的结果比较, 本文构造了一个更简单的障碍型Lyapunov函数, 且第一步设计中避免了使用不等式放缩技术, 从而降低了所设计控制算法的复杂度与保守性. 下一步的工作是将本文方法推广到更复杂的非线性系统中, 如非仿射纯反馈非线性系统等.

参考文献(References):

[1] ISIDORI V. *Nonlinear Control Systems* [M]. New York: Springer-Verlag, 1989.

[2] KRSTIC M, KANELLAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design* [M]. New York: John Wiley & Sons, 1995.

[3] ASTOLFI A, KARAGIANNIS D, ORTEGA R. *Nonlinear and Adaptive Control with Applications* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2008.

[4] BECHLIOULIS C P, ROVITHAKIS A. Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems [J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 532 – 538.

[5] BECHLIOULIS C P, ROVITHAKIS A. Robust adaptive control of feedback linearizable MIMO nonlinear systems with prescribed per-

formance [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(9): 2090 – 2099.

[6] WANG W, WEN C. Adaptive actuator failure compensation control of uncertain nonlinear systems with guaranteed transient performance [J]. *Automatica*, 2010, 46(12): 2082 – 2091.

[7] BECHLIOULIS C P, ROVITHAKIS A. Robust partial-state feedback prescribed performance control of cascade systems with unknown nonlinearities [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(9): 2224 – 2230.

[8] ZHANG X, LIN Y. Adaptive control for a class of nonlinear time-delay systems preceded by unknown hysteresis [J]. *International Journal of Systems Science*, 2013, 44(8): 1468 – 1482.

[9] KOSTARIGKA A K, ROVITHAKIS G A. Prescribed performance output feedback/observer-free robust adaptive control of uncertain systems using neural networks [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2011, 41(6): 1483 – 1494.

[10] BECHLIOULIS C P, DOULGERI Z, ROVITHAKIS A. Neuro-adaptive force/position control with prescribed performance and guaranteed contact maintenance [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2010, 21(12): 1857 – 1868.

[11] BECHLIOULIS C P, DOULGERI Z, ROVITHAKIS A. Guaranteeing prescribed performance and contact maintenance via an approximation free robot force/position controller [J]. *Automatica*, 2012, 48(2): 360 – 365.

[12] KOSTARIGKA A K, DOULGERI Z. Model-free robot joint position regulation and tracking with prescribed performance guarantees [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2012, 60(2): 214 – 226.

[13] KOSTARIGKA A K, DOULGERI Z, ROVITHAKIS A. Prescribed performance tracking for flexible joint robots with unknown dynamics and variable elasticity [J]. *Automatica*, 2013, 49(5): 1137 – 1147.

[14] NGO K B, MAHONY R, JIANG Z P. Integrator backstepping using barrier functions for systems with multiple state constraints [C] //*The 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference. Seville: IEEE Service Center*, 2005: 8306 – 8312.

[15] TEE K P, GE S S, TAY E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems [J]. *Automatica*, 2009, 45(4): 918 – 927.

[16] TEE K P, GE S S. Control of nonlinear systems with partial state constraints using a barrier Lyapunov function [J]. *International Journal of Control*, 2011, 84(12): 2008 – 2023.

[17] TEE K P, REN B, GE S S. Control of nonlinear systems with time-varying output constraints [J]. *Automatica*, 2011, 47(11): 2511 – 2516.

[18] REN B, GE S S, TEE K P, et al. Adaptive neural control for output feedback nonlinear systems using a barrier Lyapunov function [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2010, 21(8): 1339 – 1345.

作者简介:

刘勇华　(1986–), 男, 博士, 研究方向为非线性控制及其在机电系统中的应用, E-mail: yonghua.liu@outlook.com.