

# 自抗扰控制在微机电换能器中的应用

董莉莉<sup>†</sup>

(克里夫兰州立大学, 俄亥俄州 克里夫兰市 44115, 美国)

**摘要:** 自抗扰技术, 作为一门新兴的鲁棒控制技术, 能够成功补偿微机电制造上的缺陷以及周围环境的扰动, 从而提高微机电传感器和执行器的性能, 增加它们的测量及移动精度. 本文介绍了自抗扰技术在微机电陀螺仪和静电执行器两大微机电换能器上的应用. 通过使用此项控制技术, 微机电陀螺仪可精确测量并输出匀速及时变角速度. 此外, 一种模型辅助自抗扰控制器被首次应用到微执行器上. 此模型辅助自抗扰控制器建立在部分模型已知的基础上. 它能够在外干扰存在的情况下, 把静电执行器的位移范围提高到电容间距的99%. 模型辅助自抗扰控制器的抗噪声能力也优于传统的自抗扰控制器. 作者用仿真和实验结果向读者展示了自抗扰技术在微机电领域的鲁棒性, 有效性和实用性.

**关键词:** 微机电系统; 微机电陀螺仪; 静电执行器; 自抗扰控制; 鲁棒性

**中图分类号:** TP202+.1      **文献标识码:**

## Application of active disturbance rejection control to micro-electro-mechanism system transducers

DONG Li-li<sup>†</sup>

(Cleveland State University, Cleveland, OH 44115, USA)

**Abstract:** Active disturbance rejection control (ADRC) is an emerging robust control technology. It improves the performance of micro-electro-mechanism system (MEMS) sensors and actuators and increases their measurement and displacement accuracies through effectively compensating the imperfections in micro-fabrications and environmental variations. The applications of an ADRC to MEMS gyroscopes and electrostatic actuators are introduced in this paper. The ADRC facilitates accurate sensing of both constant and time-varying rotation rates for MEMS gyroscopes. In addition, an alternative ADRC is initially applied to an electro-static actuator. The alternative ADRC is constructed based on partially known model information. It drives and stabilizes the displacement output of an electrostatic actuator to 99% of full capacitor gap despite of the presence of disturbance. The alternative ADRC also has better noise rejection capability than traditional ADRC. Simulation and experimental results demonstrate the robustness, effectiveness and feasibility of the ADRC in MEMS area.

**Key words:** micro-electro-mechanism system (MEMS); MEMS gyroscope; electro-static actuator; active disturbance rejection control; robustness

### 1 引言(Introduction)

微机电陀螺仪和静电执行器同属于微机电(micro-electro-mechanical system, MEMS)换能器. 微机电陀螺仪是角速度和角位移传感器. 静电执行器负责将静电信号转换成机械移动. 随着微机电制造技术的日新月异, MEMS换能器在近20年来得到了飞速的发展. 它们体积小(只有微米或者毫米量级)、重量轻、成本低、耗能少、便于携带, 已经被广泛应用到航天系统、军事制导、家用电器和汽车工业中<sup>[1]</sup>.

微机电陀螺仪的测量精度主要取决于硅片的机械振动. 然而微机电制造技术的缺陷会造成微陀螺仪内部驱动机构的错位, 驱动和感应部位的非对称, 以及

质量与中心轴的偏离<sup>[2]</sup>. 这些机械系统的缺陷将引起微陀螺系统参数的不确定性, 再加上周围环境变化所带来的外扰动, 最终会导致测量误差的产生. 传统的机械补偿能够减少一部分由于制造缺陷所带来的误差. 然而机械补偿不但耗时、成本高, 而且很难在一个小如硬币的微陀螺仪上实行. 因此, 需要一个能够成功消除(或大大减少)机械误差, 提高微陀螺测量精度和稳定性的鲁棒控制器进行电补偿.

一个自由度的平板静电执行器(又称作微执行器)由固定和移动电板组成. 两个平行电板在电场中充电后会形成电容. 当改变电容器的控制电压时, 移动电板可离开原始位置, 上下移动. 然而由于系统本

身的不稳定性, pull-in(拉紧)现象就会发生. 此时移动电板将被强拉到固定电板上, 导致微执行器的操作失败. 因此, 在能够克服pull-in限制的基础上, 提高微执行器的操作范围, 增加移动电板的位移量, 是微执行器控制系统的首要任务. 在机械领域, 人们通常把电容间距设计的足够大, 以增加移动电板的位移空间<sup>[3]</sup>. 另一种方法是用弹簧或者杠杆来平衡静电场力, 以防止移动电板触及固定电板<sup>[4]</sup>. 然而, 如同微陀螺仪的机械补偿一样, 以上两种方法耗时, 成本高, 不易实现, 而且一旦投入生产变为成品, 就无法再进行改进和提高, 远不如电补偿机动灵活.

在过去的20年内, 工程技术人员和研究学者们一直在寻找一种简便、有效的鲁棒控制器来提高微传感器的性能, 弥补机械制造上的误差及缺陷. 由于此控制器将被应用在MEMS上, 它必须结构简单, 不占空间, 并可以成功补偿系统内部的不确定性及外扰动.

在文献[5-7]中, 基于锁相环的振荡控制器被用来驱动微陀螺仪. 陀螺仪的振荡频率取决于锁相环的输出频率. 可是, 一旦存在外扰动, 或者机械装置本身参数有变, 锁相环的输出频率也会改变. 这就直接影响到微陀螺仪的振动, 降低了它的测量精度. 另外,  $H_\infty$ (H无穷)控制、滑模控制和自适应控制作为先进的鲁棒控制器也分别被应用到微陀螺中<sup>[8-11]</sup>. 这3种控制器可有效消除系统参数变化所带来的测量误差. 然而它们结构复杂, 调节参数众多, 难于在实际的陀螺仪系统中实现. 值得一提的是, 文献中的大多数控制器<sup>[5-10]</sup>都建立在匀速转动的物体上, 而在实际中, 转动物体的角速度会随着时间而改变. 文献[12]中的控制器可估计时变角速度, 但此控制器忽略了制造缺陷引起的正交误差, 所以并不实用. 另外, 无论是自适应控制, 还是 $H_\infty$ 和滑模控制都基于数学模型已知的假设上, 属于模型范式的控制器<sup>[13]</sup>. 如果数学模型本身的结构不确定, 这3种控制器的控制效果也会降低.

对于微执行器, 闭环电压比闭环电荷控制更为有效也更为普及<sup>[14-17]</sup>. 在各种电压控制系统中, 基于李雅普诺夫的非线性自适应控制器可把微执行器的位移范围提高到电容间距的百分之百<sup>[16-17]</sup>, 是目前文献中所报道的最有效的模型范式的控制器. 然而, 此控制算法<sup>[16-17]</sup>的调节参数达到5个之多, 其复杂的数学运算使它的实际应用也受到了局限. 另外, 这种非线性控制器并未解决微执行器对外扰动敏感的问题.

自抗扰控制器(active disturbance rejection control, ADRC)是一种新型高效的鲁棒控制器. 它最早由韩京清教授提出, 并以非线性算法的形式出现在学术杂志上<sup>[18-19]</sup>. 后来此控制算法被高志强教授线性化、简单化, 使它更适合应用在工业中<sup>[12, 20-21]</sup>. 改进后的ADRC, 只有两个调节参数, 结构简单, 很容易实现<sup>[21]</sup>. 做为一种抗扰范式<sup>[13]</sup>, ADRC不依赖于被控对

象的数学模型, 因此可以成功补偿系统内部的不确定因素以及外扰动. 迄今为止, ADRC已被用于伺服系统的运动控制、网状材料的张力控制、空间电力电子学, 以及汽车上的电动辅助转向控制等工业系统中<sup>[22-25]</sup>, 并取得了满意的控制效果. ADRC的实用性、鲁棒性和有效性开辟了解决MEMS问题的新途径. 本文作者首次将ADRC运用到了两大MEMS换能器上<sup>[26-30]</sup>. 此论文的主题就是向读者概括介绍ADRC在微陀螺仪和微执行器上的成功应用. 笔者的控制目的就是使微陀螺仪精确估计并测量旋转物体的时变转速, 并在噪声及外扰动存在的情况下, 增强微执行器的稳定性, 扩展微执行器的位移范围.

本文的组织如下, 第2节介绍ADRC的设计方法. 第3节介绍ADRC在微陀螺仪上的应用. 第4节介绍ADRC在微执行器上的应用. 最后是结论部分.

## 2 线性自抗扰控制器的设计方法(Design of linear active disturbance rejection controller)

以一个 $n$ 阶单输入单输出系统为例:

$$y_1^{(n)} = f(y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(n-1)}, w, t) + bu, \quad (1)$$

其中:  $y_1$ 和 $u$ 分别是输出和控制信号,  $w$ 是外部扰动,  $f(y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(n-1)}, w, t)$ (或简称为 $f$ )是系统函数,  $b$ 为控制增益. 这里 $f$ 和 $b$ 均未知,  $f$ 也可以看作系统的总扰动(或广义扰动), 因为它包括了系统内部的不确定因素和外扰动 $w$ . 但假设对 $b$ 有一些认识, 即 $b_0 \approx b$ . 式(1)即可另写为

$$y_1^{(n)} = f + b_0 u. \quad (2)$$

笔者的控制想法是用一个状态观测器去估计 $f$ . 假设 $f$ 的状态估计是 $\hat{f}$ . 如果选择控制器 $u$ 为 $u = \frac{1}{b_0}(-\hat{f} + u_0)$ , 就可以把原系统模型简化为 $n$ 阶积分器.

定义向量 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1})^T = (y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(n-1)}, f)$ . 假设 $f$ 是可微分的, 而且 $\dot{h} = \dot{f}$ . 系统模型(1)的状态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n, \\ \dot{x}_n = x_{n+1} + b_0 u, \\ \dot{x}_{n+1} = h. \end{cases} \quad (3)$$

设计一个扩展状态观测器(4)来实时估计系统状态及 $f$ .

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 + l_1(y_1 - z_1), \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} = z_n + l_{n-1}(y_1 - z_1), \\ \dot{z}_n = z_{n+1} + l_n(y_1 - z_1) + b_0 u, \\ \dot{z}_{n+1} = l_{n+1}(y_1 - z_1). \end{cases} \quad (4)$$

在式(4)中, 状态观测向量

$$Z = (z_1, z_2, \dots, z_{n+1})^T,$$

$l_1, l_2, \dots, l_{n+1}$  是观测器增益. 状态观测器的矩阵形式是

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= AZ + Bu + L(y_1 - \hat{y}_1), \\ \hat{y}_1 &= CZ, \end{aligned} \quad (5)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \\ l_{n+1} \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0].$$

以上矩阵和向量的大小分别为:  $A$  是  $(n+1) \times (n+1)$  矩阵,  $B$  是  $(n+1) \times 1$  向量,  $L$  是  $(n+1) \times 1$  向量,  $C$  是  $1 \times (n+1)$  向量. 用极点配置法设计增益值. 定义观测器带宽为  $\omega_0$ . 观测器增益值计算方法如下:

$$l_i = \frac{(n+1)!}{i!(n+1-i)!} \omega_0^i, \quad i=1, 2, 3, \dots, n+1. \quad (6)$$

利用式(6)设计增益, 可以把观测器的极点配置在  $-\omega_0$ . 在式(5)中,  $z_{n+1}$  可用来估计  $f$ . 基于被观测变量, 可设计控制器为

$$u = \frac{-z_{n+1} + u_0}{b_0}, \quad (7)$$

其中  $u_0$  为虚拟控制信号. 如果忽略观测误差, 那么  $z_{n+1} \approx f$ . 把式(7)代入式(2), 原系统模型就被简化成一个  $n$  阶积分器:

$$y_1^{(n)} = (f - z_{n+1}) + u_0 \approx u_0. \quad (8)$$

采用一个简单的 PD 控制器(9)就可以控制输出  $y_1$ .

$$u_0 = k_0(r - z_1) - k_1 z_2 - \dots - k_{n-1} z_n. \quad (9)$$

式(9)中:  $r$  是给定参考输入,  $k_i (i=0, 1, 2, \dots, n-1)$  是 PD 控制器增益, 其设计如下:

$$k_i = \frac{n!}{i!(n-i)!} \omega_c^{n-i}. \quad (10)$$

采用式(9)设计增益, 可以把控制系统的极点配置在  $-\omega_c$ . 根据文献[21], 一般选  $\omega_0 \approx 3 \sim 5\omega_c$ .

上述控制器(7)和(9), 以及扩展状态观测器(5)构成了自抗扰控制器(ADRC). 如上分析, 系统内部的动力学和外扰动都被归于广义扰动  $f$  中. 利用扩展状态观测器的额外状态  $z_{n+1}$ , 可以成功估计  $f$ , 并在控制算法中抵消掉此项. 因此, ADRC 的设计不依赖于数学模型, 它只需要参数  $b$  的估计值和系统模型的阶数, 就可以实时补偿系统内外部的扰动<sup>[20]</sup>. 另外, ADRC 只有两个调节参数  $b_0$  和  $\omega_c$ , 所以它结构简单, 易与实现.

### 3 ADRC在微陀螺仪上的应用(Application of ADRC to MEMS gyroscopes)

#### 3.1 微陀螺仪的系统模型及控制方法(The modeling and control of MEMS gyroscopes)

微陀螺仪又称振动式陀螺仪. 它的机械结构(如图1所示)可以看作是一块检测质量(Mass)通过弹簧和阻尼器连接在一个钢架上. 这块质量可同时沿着  $x$  和  $y$  轴振动. 当此钢架随转动物体以  $\Omega$  的角速度围绕  $z$  轴(垂直于纸面)旋转时, 如果能够让质量沿  $x$  轴(驱动轴)达到谐振, 一个 Coriolis 加速度就会在  $y$  轴(感应轴)上产生. 此加速度与转速  $\Omega$  成正比. 因此可以通过感应  $y$  轴上的振动来估计转动角速度  $\Omega$ . 这就是微陀螺仪的工作原理. 假设转速  $\Omega$  是时变的. 忽略  $x$  和  $y$  轴之间的阻尼耦合, 微陀螺仪的数学模型可表示如下:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + 2\xi_x\omega_x m\dot{x} + m\omega_x^2 x + m\omega_{xy}y - \\ 2m\Omega\dot{y} - m\dot{\Omega}y = k_x u_x, \\ m\ddot{y} + 2\xi_y\omega_y m\dot{y} + m\omega_y^2 y + m\omega_{xy}x + \\ 2m\Omega\dot{x} + m\dot{\Omega}x = k_y u_y. \end{cases} \quad (11)$$

在式(11)中:  $x$  和  $y$  分别是驱动轴和感应轴的位移输出,  $\omega_x$  和  $\omega_y$  是两轴的自然频率,  $2m\Omega\dot{x}$  和  $2m\Omega\dot{y}$  是用来估计角速度的 Coriolis 力,  $u_x$  和  $u_y$  分别是驱动和感应轴的控制输入,  $m\omega_{xy}y$  和  $m\omega_{xy}x$  代表弹簧耦合力(又称正交误差),  $\xi_x$  和  $\xi_y$  分别是两轴的阻尼系数,  $m$  是质量,  $k_x$  和  $k_y$  是控制器增益.

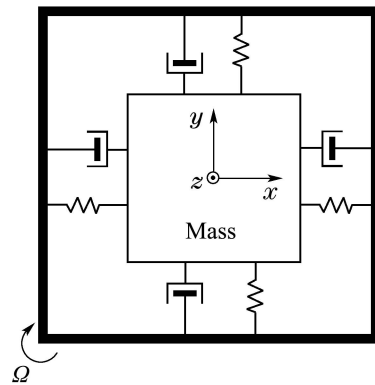


图 1 微陀螺仪的机械原理图

Fig. 1 Mechanical diagram of a MEMS gyroscope

在感应轴上, 可应用强制平衡的方法把  $y$  位移的振幅控制到零. 这样  $y$  轴的模型就变为

$$2m\Omega\dot{x} + m\dot{\Omega}x = k u_y - m\omega_{xy}x. \quad (12)$$

从式(12)可以看出, 如果能够把正交误差  $m\omega_{xy}x$  矫正为零, 那么通过控制输入  $u_y$  的大小就可以计算角速度值  $\Omega$ .

综上所述, 本文的控制目的是使驱动轴达到谐振(即让驱动轴的输出达到理想的振动频率和振幅), 使感应轴的位移输出为零, 补偿由制造缺陷引起的正交误差, 并实时估计输入角速度  $\Omega$ .

驱动和感应轴都可以看作是轻阻尼的二阶系统. 原系统模型(11)可以写成

$$\begin{cases} \ddot{x} = (-2\xi_x\omega_x\dot{x} - \omega_x^2x - \omega_{xy}y + 2\Omega\dot{y} + \dot{\Omega}y) + b_xu_x, \\ \ddot{y} = (-2\xi_y\omega_y\dot{y} - \omega_y^2y - \omega_{xy}x - 2\Omega\dot{x} - \dot{\Omega}x) + b_yu_y, \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $b_x = k_x/m$ ,  $b_y = k_y/m$ . 定义

$$\begin{aligned} f_x &= -2\xi_x\omega_x\dot{x} - \omega_x^2x - \omega_{xy}y + 2\Omega\dot{y} + \dot{\Omega}y, \\ f_y &= -2\xi_y\omega_y\dot{y} - \omega_y^2y - \omega_{xy}x - 2\Omega\dot{x} - \dot{\Omega}x, \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $f_x$  和  $f_y$  代表除控制力之外的系统所有的受力和, 包括正交误差. 所以也把  $f_x$  和  $f_y$  当作广义扰动. 把式(14)代入式(13)可得到

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= f_x + b_xu_x, \\ \ddot{y} &= f_y + b_yu_y. \end{aligned} \quad (15)$$

这样微陀螺仪的数学模型就简化成类似于式(2)的标准模型( $n = 2$ ). 根据第2部分关于自抗扰技术的介绍, 可以分别使用两个三阶的扩展状态观测器去估计驱动和感应轴的状态及其广义扰动, 并利用扩展状态估计值  $\hat{f}_x$  和  $\hat{f}_y$  在控制器中抵消掉  $f_x$  和  $f_y$ , 这样正交误差对系统的影响就会被去除. 假设驱动轴位移输出的理想振幅是  $D$ , 理想输出谐振频率是  $\omega$ . 那么  $x$  的参考信号可选为  $r = D \sin(\omega t)$ . 而  $y$  的参考输入是零, 所以  $x$  轴的控制器的设计为

$$u_x = \frac{1}{b_x}(-\hat{f}_x + u_0), \quad (16)$$

其中

$$u_0 = k_p e + k_d \dot{e}. \quad (17)$$

在式(17)中, 跟踪误差  $e = r - x$ . 在  $y$  轴上的控制器  $u_y$  与  $u_x$  类似, 只不过跟踪误差为  $-y$ . 得到控制输入量  $u_y$  之后, 就可利用调制和解调的方法估算转动角速度  $\Omega$ . 关于微陀螺仪上状态观测器的设计和角速度的计算, 请参考文献[26-28].

### 3.2 仿真结果(Simulation results)

在MATLAB/Simulink中对ADRC进行仿真. 笔者选了一个基于压电陶瓷驱动的悬臂梁振动陀螺仪为数学模型. 此陀螺仪的照片如图2所示. 它有20 mm长, 4个压电条分别附着在悬臂梁的4个侧面. 其中两个压电条具有感应功能, 另外两个起着驱动的作用. 压电条的变形会引起输出电压的变化. 陀螺仪的最大输出振幅为100 mV. 在仿真中, 选用  $D = 0.1$  V. 驱动轴的谐振频率为10.17 kHz. 假设正交误差的幅度是谐振频率的0.1%<sup>[8]</sup>, 仿真结果如图3-6所示. 从仿真结果可以看出, 驱动轴被控制到谐振(如图3所示), 感应轴输出( $y$ )为零(如图4), ADRC可以精确估计匀速

(如图5)和时变角速度(如图6). 正交误差对系统的影响被抵消, 所有的控制目标都通过ADRC得以成功实现.

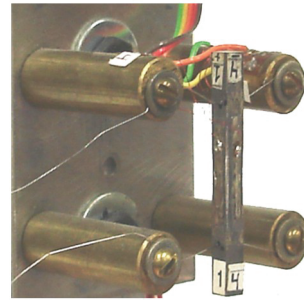
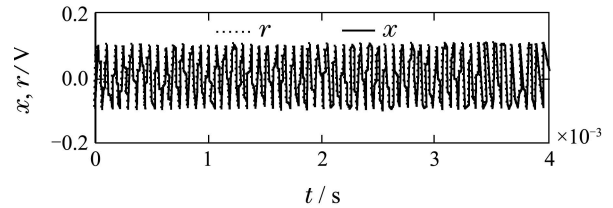
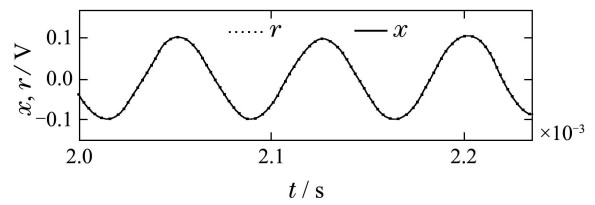


图2 悬臂梁振动陀螺仪的照片

Fig. 2 Photo of a vibrational beam gyroscope



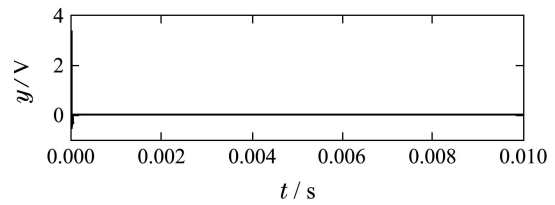
(a)



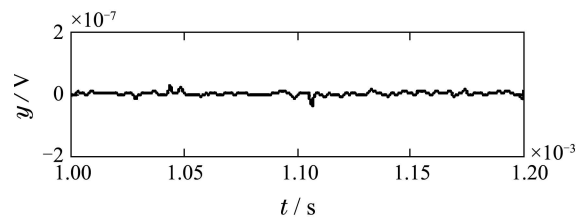
(b)

图3 驱动轴的参考信号( $r$ )及位移输出( $x$ )

Fig. 3 The set point and output of drive axis



(a)



(b)

图4 感应轴输出

Fig. 4 The output of sense axis

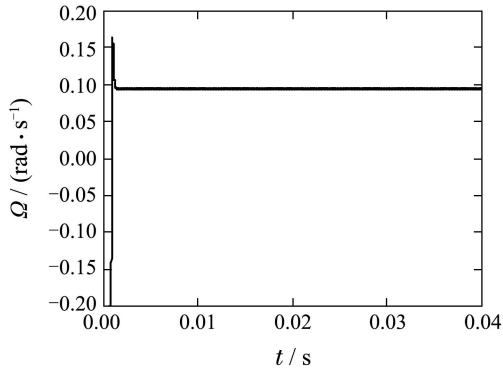
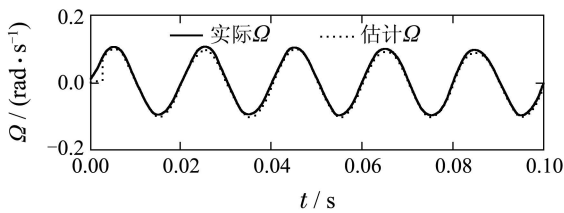
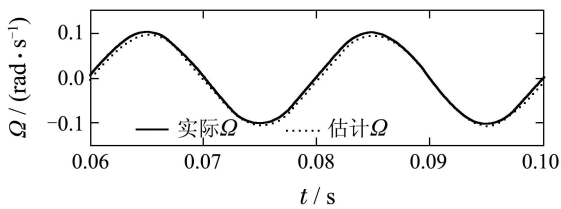


图 5 当  $\Omega = 0.1 \text{ rad/s}$  时角速度的估计值

Fig. 5 The estimate of rotation rate as  $\Omega = 0.1 \text{ rad/s}$



(a)



(a)

图 6 当  $\Omega = 0.1 \sin(2\pi \cdot 50t) \text{ rad/s}$  时角速度的估计

Fig. 6 The estimate of rotation rate as

$$\Omega = 0.1 \sin(2\pi \cdot 50t) \text{ rad/s}$$

### 3.3 实验结果(Experimental results)

ADRC在微陀螺仪上的实现方法有两种,即模拟实现和数字实现<sup>[26-28]</sup>.数字实现可采用现场可编程门阵列(field programmable gate array, FPGA)<sup>[28]</sup>.利用FPGA实现的ADRC灵活性强,可以随意改动调节参数,但程序运行时间较长.模拟实现可以采用现场可编程模拟阵列(field programmable analog array, FPAA)<sup>[27]</sup>或者简单的印刷电路板<sup>[26]</sup>.模拟实现速度快,成本低,在这里只介绍模拟实现.把图2中的悬臂梁振动陀螺仪安装在一个匀速转动的转盘上,实验装置照片如图7所示.使用FPAA来实现ADRC. FPAA电路板型号为N221E04,如图8所示.悬臂梁陀螺仪与FPAA电路板通过悬浮线相连.陀螺仪实时给FPAA电路板发送位移信号. FPAA电路板输出控制信号,再送回到陀螺仪.图9显示驱动轴的实际位移输出和参考信号.图10表明感应轴的位移输出( $Y_{out}$ ).

图11显示对匀速转盘不同转速的估计.其中,角速度单位r/min代表每分钟转数.

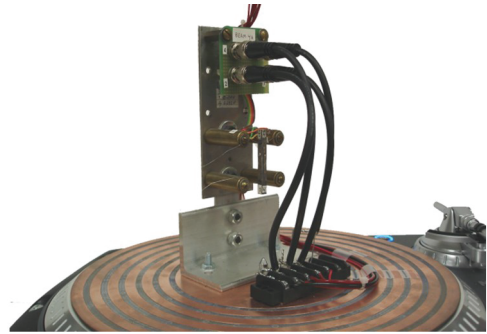


图 7 实验装置照片

Fig. 7 Experimental setup photo

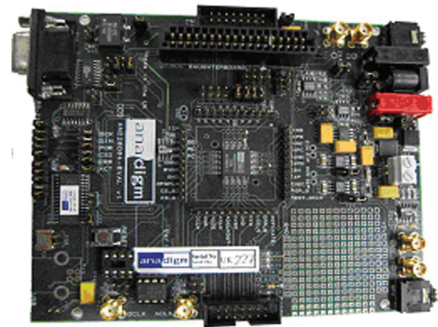


图 8 FPAA电路板

Fig. 8 FPAA circuit board

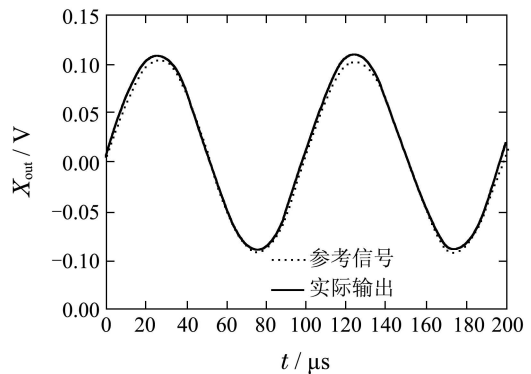


图 9 驱动轴实际位移输出及其参考信号

Fig. 9 The set point and output of drive axis

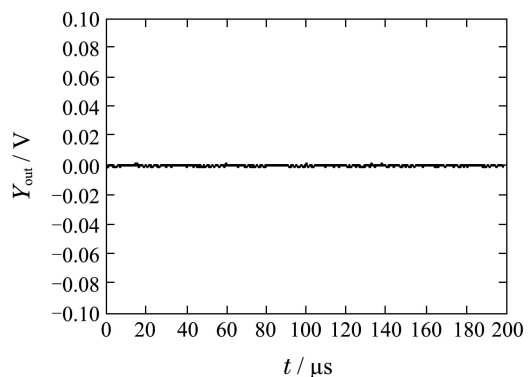


图 10 感应轴位移输出

Fig. 10 The real output of sense axis

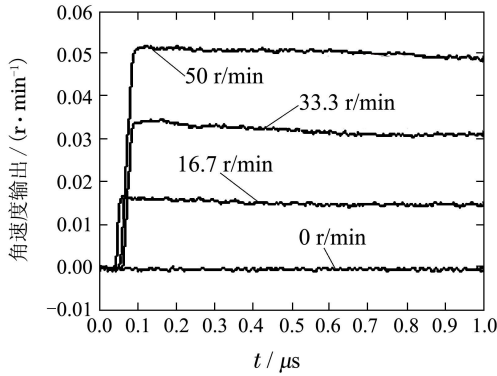


图 11 匀速角速度的估计

Fig. 11 Constant rotation rate estimation

### 4 ADRC在微执行器上的应用(Application of ADRC to electrostatic actuators)

#### 4.1 微执行器的系统模型及控制方法(Modeling and control of electro-static actuators)

一个自由度的微执行器如图12所示. 从图中, 可以看到此执行器系统由一个平板电容器、电压源( $V_s$ )、电阻(电阻值为 $R$ )、弹簧(弹簧常数为 $k$ )和阻尼器(阻尼系数为 $b_e$ )组成. 电容间距由 $g$ 表示. 当电容器未被充电时, 起始间距是 $g_0$ . 当电容器被充电后, 移动电板(顶板)产生位移 $x_e$ , 移动电板的质量是 $m$ .

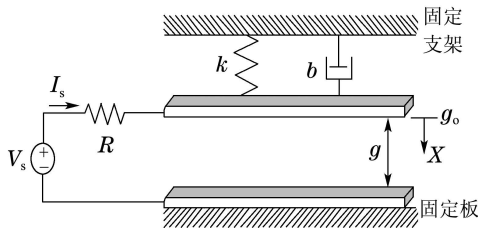


图 12 微执行器的机电模型

Fig. 12 Electro-mechanical model of electro-static actuators

$$\frac{x_1(s)}{V_s(s)} = \frac{4X_3}{9(rs^3 + (1 - X_1 + 2\zeta r)s^2 + (2\zeta(1 - X_1) + r)s + (1 - 3X_1))}. \quad (21)$$

由式(21)可以看出, 当 $X_1 = 1/3$ 时, 将会有有一个极点在原点. 所以当平衡位移值大于 $1/3$ 时, 系统就会产生一个正极点. 正极点会造成系统不稳定, pull-in现象就是这样发生的. 所以本文的控制任务就是在增大位移范围的前提下, 保证系统的稳定性. 图12显示位移 $x$ 的最大值就是平衡板的间距 $g$ .

既然线性化的微执行器是一个三阶系统(如式(21)所示), 系统模型可重写成

$$y_1^{(3)} = f(y_1, \dot{y}_1, \ddot{y}_1, d, t) + b_0 u, \quad (22)$$

其中:  $y_1 = x_1$ ,  $d$ 是外扰动,  $b_0$ 是控制器增益,  $f$ 代表了除控制力以外系统所有的受力和, 又称广义扰动. 这样微执行器的数学模型就变成了类似于式(2)

根据牛顿第二定律和Kirchhoff电路定律, 可得到系统模型如下:

$$m\ddot{x}_e = \frac{Q^2}{2\epsilon A_{\text{plate}}} - b_e \dot{x}_e - kx_e, \quad (18)$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{R}(V_s - \frac{Q(g_0 - x_e)}{\epsilon A_{\text{plate}}}), \quad (19)$$

其中:  $Q$ 是电荷,  $\epsilon$ 是介电常数,  $A_{\text{plate}}$ 是平行电板的面积. 式(18)和(19)显示系统模型是非线性的. 把系统模型正规化, 并线性化后得到状态方程(20). 系统建模的细节请参考文献[29-30].

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2\zeta & \frac{2}{3}X_3 \\ \frac{1}{r}X_3 & 0 & \frac{1}{r}(X_1-1) \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2}{3r} \end{bmatrix}}_B V_s, \\ y_e = \underbrace{[1 \ 0 \ 0]}_C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (20)$$

式中:  $x_1$ 是线性化的位移状态,  $x_2$ 是线性化的速度,  $x_3$ 是线性化的电荷,  $X_1$ 是平衡位移量,  $X_3$ 是平衡电荷量,  $y_e$ 是线性化的位移输出. 当移动电板的位移发生变化,  $X_1$ 和 $X_3$ 的大小也会随之改变. 另外,  $\zeta = \frac{b}{2m\omega_0}$ ,  $r = \omega_e RC_0$ , 其中 $\omega_e = \sqrt{\frac{k}{m}}$ . 由式(20), 可得到系统的传递函数:

标准型( $n = 3$ ). 可以用一个四阶扩展状态观测器来估计系统状态和广义扰动. 如果设定位移 $y_1$ 的理想值为间距 $g$ 的某个百分比值, ADRC就会驱动微执行器达到这个理想的位移值. 关于ADRC在微执行器上的设计步骤和具体公式推导, 请参考文献[29-30].

#### 4.2 模型辅助ADRC(Alternative ADRC)

在文献[29]中, 一种模型辅助ADRC(alternative ADRC)被首次应用在微执行器上. 此模型辅助ADRC的设计思路如下. 假设系统模型(21)的部分参数已知, 部分未知, 并仅仅把未知参数项包括在广义扰动 $f$ 中. 然后仍然用一个四阶的扩展状态观测器去估计这个广义扰动, 并在控制器中补偿掉它.

由于已知参数值可以抵消掉一部分控制器增益 $k_i$ , 模型辅助ADRC的控制输出大小, 相比于传统的ADRC, 就会大大降低, 控制器带宽也会相应减小. 这种借助于部分已知数学模型来设计ADRC的算法最早曾被韩京清教授提出过<sup>[31]</sup>, 但是没有应用在某个具体的系统中. 在这里对其做简要介绍.

模型(21)又可写成

$$P_{\%}(s) = \frac{b_0}{(s + a_0)(s + a_1)(s + a_2)}, \quad (23)$$

其中:  $-a_0, -a_1$ 和 $-a_2$ 是极点( $a_0, a_1$ 和 $a_2$ 为正实数),  $P_{\%}(s)$ 代表当位移是电容总间距的某个百分比时的传递函数. 比较式(21)和(23), 对应不同的 $X_1$ 和 $X_3$ ,  $a_0, a_1$ 和 $a_2$ 的值也不同. 通过计算, 发现无论 $X_1$ 和 $X_3$ 怎样变化,  $a_0$ 和 $a_1$ 的值基本不变. 因此可以假设 $a_0$ 和 $a_1$ 的参数值已知, 而 $b_0$ 和 $a_2$ 的参数值未知. 式(23)可写成

$$x_e^{(3)} = -(a_0 + a_1 + a_2)\ddot{x}_e - (a_0a_1 + a_0a_2 + a_2a_1)\dot{x}_e - (a_0a_1a_2)x_e + b_0u. \quad (24)$$

仅把未知项包括在广义扰动 $f(\cdot)$ 中:

$$f(\cdot) = -a_2\ddot{x}_e - a_2(a_0 + a_1)\dot{x}_e - a_0a_1a_2x_e + (b_0 - \hat{b}_0)u. \quad (25)$$

把式(25)代入式(24)中得到

$$x_e^{(3)} = -(a_0 + a_1)\ddot{x}_e - (a_0a_1)\dot{x}_e + f(\ddot{x}_e, \dot{x}_e, x_e, (b_0 - \hat{b}_0)u) + \hat{b}_0u. \quad (26)$$

在模型(26)的基础上, 可以采用一个四阶扩展状态观测器去估计系统状态及 $f(\cdot)$ . 假设 $f(\cdot)$ 的观测值是 $\hat{f}(\cdot)$ . 那么控制器可设计为

$$u = \frac{1}{\hat{b}_0} [K_1(r - x_e) - K_2\dot{x}_e - K_3\ddot{x}_e - \hat{f}(\cdot)]. \quad (27)$$

把式(27)代入式(26)得到

$$x_e^{(3)} = -(a_0 + a_1 + K_3)\ddot{x}_e - (a_0a_1 + K_2)\dot{x}_e - K_1x_e + K_1r, \quad (28)$$

其中 $r$ 是微执行器的理想位移值. 选择控制增益 $K_i$ 为

$$\begin{cases} K_1 = \omega_c^3, \\ K_2 = 3\omega_c^2 - a_0a_1, \\ K_3 = 3\omega_c - (a_0 + a_1). \end{cases} \quad (29)$$

对于一个三阶系统, 传统ADRC的控制增益为 $K_1 = \omega_c^3$ ,  $K_2 = 3\omega_c^2$ ,  $K_3 = 3\omega_c$ (如式(10)所示). 相比之下, 模型辅助ADRC控制增益(如式(29)所示)降低了. 关于模型辅助ADRC设计的细节, 请参考文献[29].

### 4.3 稳定性和鲁棒性分析(Stability and robustness analyses)

由于噪声和外扰动是降低微执行器性能的主要

因素. 所以在这里将介绍ADRC对噪声和外扰动的补偿. 另外, 如式(21)所示, 微执行器本身是一个条件性稳定的系统. 所以确保系统在其整个操作范围内的稳定也是ADRC的一个首要任务. 图13显示闭环ADRC控制系统的框图. 其中前项滤波器 $H_r(s)$ 与反馈控制器 $C(s)$ 组合构成了ADRC,  $P(s)$ 代表微执行器的传递函数,  $D(s)$ 是外扰动,  $N(s)$ 是输入噪声. 框图细节请参考文献[29].

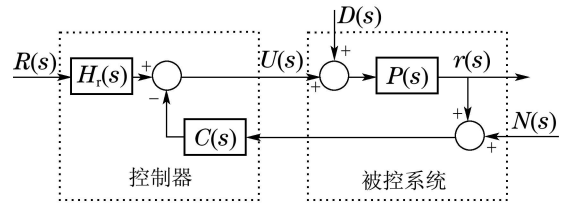


图 13 ADRC闭环控制系统

Fig. 13 Block diagram of closed-loop ADRC control system

分别把传统的ADRC和模型辅助ADRC应用在微执行器上. 图14显示了两控制系统的回路增益波特图. 其中:  $p$ 代表微执行器开环系统,  $L(\text{ADRC})$ 和 $L(\text{Alt})$ 分别代表传统ADRC和模型辅助ADRC回路增益. 表1列出了两控制系统的稳定裕度和带宽. 图14和表1显示无论是传统的ADRC还是模型辅助ADRC都可确保系统的稳定性. 其中模型辅助ADRC的带宽较低, 可以减小噪声对系统的影响. 噪声灵敏度传递函数的波特图如图15所示. 两个控制系统都显示了高频减噪的功能. 相比传统的ADRC, 模型辅助ADRC(ADRC Alt)提供了额外5分贝的噪声衰减. 图16给出了从外扰动输入到位移输出的传递函数的波形图. 传统的ADRC和模型辅助ADRC都显示出了优良的抗扰能力.

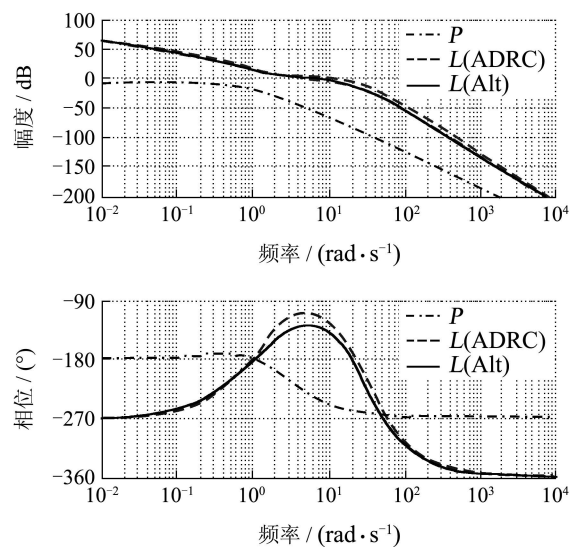


图 14 回路增益波特图

Fig. 14 Bode diagrams of loop gain

表1 两控制系统稳定裕度

Table 1 Stability margins of traditional and alternative ADRC control systems

控制器	增益裕度/dB	相位裕度/(°)	带宽/(rad·s <sup>-1</sup> )
传统ADRC	9.13	59.6	13.0
模型辅助ADRC	12.8	51.3	8.18

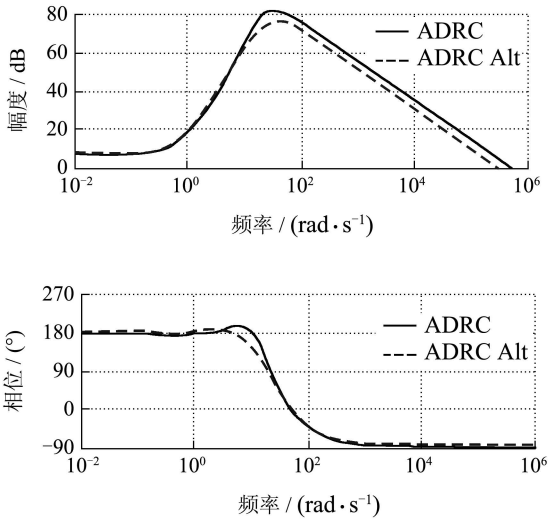


图15 噪声灵敏度传递函数的波特图

Fig. 15 Bode diagrams of noise sensitivity transfer function

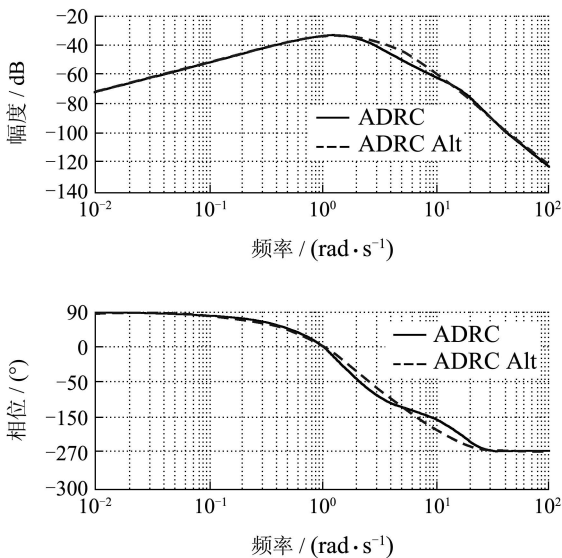


图16 从外扰动输入到位移输出传递函数的波特图  
Fig. 16 Bode diagrams of disturbance rejection transfer function

4.4 仿真结果(Simulation results)

在仿真过程中,把如图17所示的噪声加入系统中以检测ADRC的抗噪能力.传统ADRC和模型辅助ADRC(ADRC Alt)被分别应用到微执行器上.把理想位移量设置在整个电容间距的10%,30%,50%,

70%和90%.两控制系统的位移输出如图18所示,图中“Ref”表明参考信号.一个幅值为0.5的阶跃扰动在 $t = 15$  s的时候被添加到系统中.同时把理想的位移值设置到电容间距的99%.此时两控制系统的位移输出如图19所示.可以看出,相比于传统ADRC,模型辅助ADRC控制的微执行器位移输出超调量小很多.

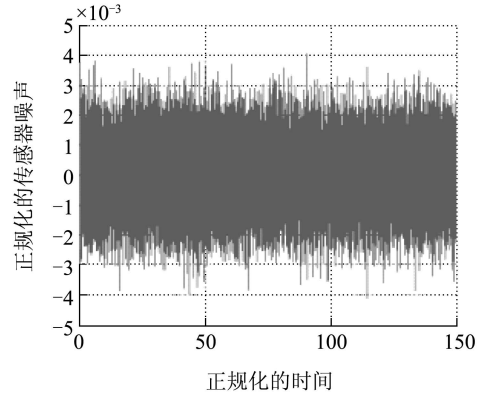


图17 感应噪声输入

Fig. 17 Input sensor noise

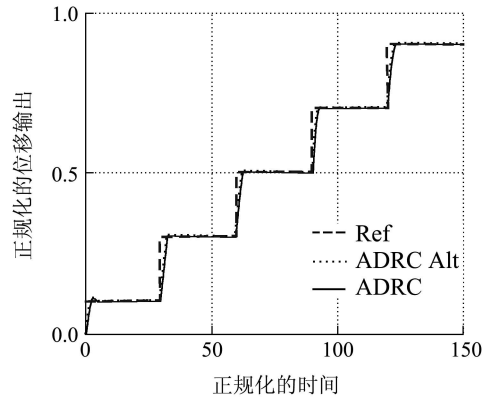


图18 ADRC控制下的微执行器的位移输出

Fig. 18 The displacement outputs of ADRC controlled electro-static actuator

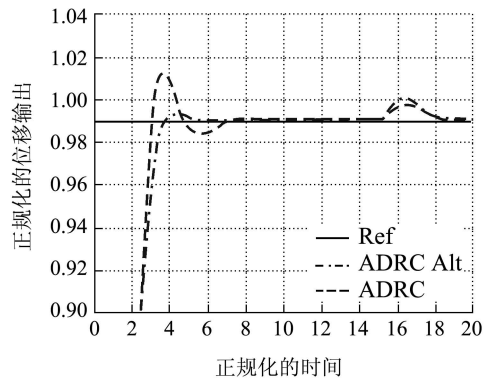


图19 理想位移为99%电容间距的位移输出

Fig. 19 The displacement output as a reference signal is 99% of full gap



在图17–19中, 由于噪声、时间和位移输出都是正规化的, 所以没有物理单位(关于正规化变量的细节请参考文献[29–30])。以上波特图和仿真结果表明, ADRC具有卓越的抗扰动和抗噪声能力, 其中, 模型辅助ADRC的抗噪能力要优于传统的ADRC(如图15所示)。传统的ADRC可以控制微执行器的位移输出达到电容间距的90%。然而, 采用模型辅助ADRC, 可以在噪声和外扰动存在的情况下, 控制位移输出到电容间距值的99%(如图19所示)。针对微执行器模型的特殊性(即部分模型已知), 模型辅助ADRC是其最佳选择。

## 5 结论(Conclusions)

本文介绍了一个低成本、高性能的自抗扰控制器(ADRC)在微陀螺仪和微执行器上的应用。通过了解这两大MEMS换能器的工作原理和控制问题, 发现ADRC是解决这些问题的理想方法。针对制造误差和环境变化给MEMS系统带来的不确定性和外扰动, ADRC通过一个扩展状态观测器对它们进行了精确估计, 并在控制器中实行了有效补偿。另外, ADRC只有两个调节参数, 结构精练, 实现方便, 恰恰满足了MEMS对控制系统简单化的要求。

在ADRC的有效控制下, 微陀螺仪可成功估计旋转物体的匀速及时变角速度, 估测范围在0~117 r/min之间。相比于美国Analog Device公司生产的ADXRS300型MEMS陀螺仪, 测角范围提高了两倍。此外, 实验结果还表明, 微陀螺仪的响应时间只有10  $\mu$ s, 比ADXRS300的响应时间(35 ms)缩短了一个数量级。因此, ADRC不仅仅提高了微陀螺仪的鲁棒性, 也大大改善了系统性能。

针对微执行器的数学模型部分已知这一特征, 专门采用了模型辅助的ADRC来控制其位移输出, 增强其稳定性, 提高其抗噪和抗干扰能力。在模型辅助ADRC的控制下, 微执行器的最大位移输出达到电容间距的99%。虽然文献[16–17]中所提到的非线性自适应控制器可使微执行器的位移输出到电容间距的100%, 但是此控制器没有考虑外扰动和噪声的影响, 其鲁棒性有逊于ADRC。

在未来工作中, 笔者将继续拓展ADRC在MEMS传感器中的应用, 把它用在MEMS加速度计和MEMS压力传感器等器件中。同时也计划用硬件实现模型辅助式ADRC, 并在实验中检测它在微执行器上的控制效果。既然MEMS换能器都具有制造误差引起精度降低这一共性问题, 相信ADRC会在这一领域大有用武之地。

## 参考文献(References):

- [1] BARBOUR N, SCHEMIDT G. Inertial sensor technology trends [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2001, 1(4): 332 – 339.
- [2] YAZDI Y, AYAZI F, NAJAFI K. Micromachined inertial sensors [J]. *Proceedings of IEEE*, 1998, 86(8): 1640 – 1659.
- [3] SEEGER J. Charge control of parallel-plate, electrostatic actuators and the tip-in instability [J]. *Journal of MEMS*, 2003, 2(5): 656 – 671.
- [4] NEMIROVSKY Y. A methodology and model for the pull-in parameters of electrostatic actuators [J]. *Journal of MEMS*, 2001, 10(4): 601 – 615.
- [5] ACAR C, SHKEL A M. An approach for increasing drive-mode bandwidth of MEMS vibratory gyroscopes [J]. *Journal of MEMS*, 2005, 14(3): 520 – 528.
- [6] M'CLOSKEY R T, VAKAKIS A. Analysis of a micromsensor automatic gain control loop [C] // *Proceedings of the 1999 American Control Conference*. San Diego, CA: IEEE, 1999: 3307 – 3311.
- [7] LELAND R P, LIPKIN Y, HIGHSMITH A. Adaptive oscillator control for a vibrational gyroscope [C] // *Proceedings of the 2003 American Control Conference*. Denver, CO: IEEE, 2003: 3347 – 3352.
- [8] 石静, 缪玲娟, 倪茂林. 新的鲁棒滤波算法及在微机电系统—惯性导航系统/全球定位系统中应用 [J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(3): 305 – 309.  
(SHI Jing, MIAO Lingjuan, NI Maolin. New robust filtering algorithm and its application to micro-electro-mechanical system—based inertial navigation system/global positioning system [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(3): 305 – 309.)
- [9] LI W, LIU P X. Adaptive tracking control of an MEMS gyroscope with H-infinity performance [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2011, 9(2): 237 – 243.
- [10] BATUR C, SREERAMREDDY T, KHASAWNEH Q. Sliding mode control of a simulated MEMS gyroscope [J]. *ISA Transactions*, 2006, 45(1): 99 – 108.
- [11] DONG L, ELAND R P L. The adaptive control system of a MEMS gyroscope with time-varying rotation rate [C] // *Proceedings of the 2005 American Control Conference*. Portland, OR: IEEE, 2005: 3592 – 3597.
- [12] SALAH M, MCINTYRE M, DAWSON D, et al. Time-varying angular rate sensing for a MEMS Z-axis gyroscope [C] // *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego, CA: IEEE, 2006: 2165 – 2170.
- [13] GAO Z. On disturbance rejection paradigm in control engineering [C] // *Proceedings of the 2010 Chinese Control Conference*. Beijing: IEEE, 2010: 6071 – 6076.
- [14] CHAN E, DUTTON R. Electrostatic micromechanical actuator with extended range of travel [J]. *Journal of MEMS*, 2000, 9(3): 321 – 328.
- [15] LU M, HIRANO M, FEDDER G. Position control of parallel-plate microactuators for probe-based data storage [J]. *Journal of MEMS*, 2004, 13(5): 759 – 769.
- [16] ZHU G, LÉVINE J, PRALY L, et al. Flatness-based control of electrostatically actuated MEMS with application to adaptive optics: a simulation study [J]. *Journal of MEMS*, 2006, 15(5): 1165 – 1174.
- [17] ZHU G, SAYDY L. Robust output feedback control of an electrostatic micro-actuator [C] // *Proceedings of the 2007 American Control Conference*. New York: IEEE, 2007: 3192 – 3197.
- [18] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用 [J]. *控制与决策*, 1998, 13(1): 19 – 23.  
(HAN Jingqing. Auto-disturbance rejection control and its applications [J]. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 19 – 23.)

- [19] HAN J. Nonlinear design methods for control systems [C] // *Proceedings of the 14th IFAC World Congress*. Beijing: Pergamon Press, 1999: 521 – 526.
- [20] GAO Z. Active disturbance rejection control: a paradigm shift in feedback control system design [C] // *Proceedings of the 2006 American Control Conference*. Minneapolis, MN: IEEE, 2006: 2309 – 2405.
- [21] GAO Z. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning [C] // *Proceedings of the 2003 American Control Conference*. Denver, CO: IEEE, 2003: 4989 – 4996.
- [22] GOFORTH F, ZELLER J, GAO Z. On motion control design and tuning techniques [C] // *Proceedings of the 2004 American Control Conference*. Boston, MA: IEEE, 2004: 716 – 721.
- [23] HOU Y, GAO Z, JIANG F, et al. Active disturbance rejection control for web tension regulation [C] // *Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*. Orlando, FL: IEEE, 2001: 4974 – 4979.
- [24] DONG L, ZHANG Y, GAO Z. A robust decentralized load frequency controller for interconnected power systems [J]. *ISA Transactions*, 2012, 51(3): 410 – 419.
- [25] DONG L, KANDULA P, GAO Z, et al. A novel controller design for electric power assist steering systems [J]. *Journal of Intelligent Control and Systems*, 2010, 15(1): 18 – 24.
- [26] DONG L, ZHENG Q, GAO Z. On control system design for the conventional mode of operation of vibrational gyroscopes [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2008, 8(11): 1871 – 1878.
- [27] DONG L, AVANESIAN D. Drive-mode control for vibrational MEMS gyroscopes [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(4): 956 – 963.
- [28] ZHENG Q, DONG L, LEE D H, et al. Active disturbance rejection control for MEMS gyroscopes [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, 17(6): 1432 – 1438.
- [29] DONG L, EDWARDS J. Active disturbance rejection control for an electrostatically actuated MEMS device [J]. *Journal of Intelligent Control and Systems*, 2011, 16(3): 160 – 169.
- [30] DONG L, EDWARDS J. Closed-loop voltage control of a parallel-plate MEMS electrostatic actuator [C] // *Proceedings of the 2010 American Control Conference*. Baltimore, MD: IEEE, 2010: 3409 – 3414.
- [31] 韩京清. 自抗扰控制技术: 估计补偿不确定因素的控制技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.  
(HAN Jingqing. *Active Disturbance Rejection Control: a Technique for Estimating and Compensating Uncertainties* [M]. Beijing: Defense Industry Press, 2008.)

### 作者简介:

**董莉莉** 2000年毕业于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 获电子专业硕士学位. 之后她出国留学深造, 并在2005年获得美国阿拉巴马大学电子工程专业博士学位. 从2005年至今, 她一直在美国俄亥俄州的克利夫兰州立大学任教, 现为电子工程及计算机工程系副教授. 她的研究领域包括MEMS建模及控制、自适应控制、自抗扰控制系统设计及应用、工程教育. 她目前担任克利夫兰市IEEE控制协会主席, 美国控制会议学报的编辑, 和美国ISA学报的特约编辑, 并兼任中国控制会议组织委员会委员, E-mail: L.Dong34@csuohio.edu.