

一类纯反馈非线性系统的动态面控制

刘勇华[†]

(湖南科技大学 机械设备健康维护湖南省重点实验室, 湖南 湘潭 411201)

摘要: 针对一类非仿射输入纯反馈非线性系统, 提出了一种动态面控制算法. 不同于运用中值定理, 该算法通过引入一个辅助系统, 将原系统转化为输入仿射系统, 结合动态面控制与反推设计法, 消除了反推法中“计算膨胀”问题. 所设计控制器保证了闭环系统所有信号半全局一致最终有界, 且通过选择合适的设计参数可使跟踪误差收敛到原点的一个小邻域内. 一个仿真实例进一步验证了所提控制算法的有效性.

关键词: 纯反馈非线性系统; 非线性系统; 动态面控制; 反推设计

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Dynamic surface control for pure-feedback nonlinear systems

LIU Yong-hua[†]

(Hunan Provincial Key Laboratory of Health Maintenance for Mechanical Equipment, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan Hunan 411201, China)

Abstract: We propose a dynamic surface control scheme for nonaffine-in-control pure-feedback nonlinear systems. Instead of using the mean value theorem, the original system can be transformed into an affine-in-control system by introducing an auxiliary system. By incorporating the dynamic surface control technique and backstepping approach in the proposed algorithm, we can eliminate the “explosion of complexity” problem inherent in the backstepping design. The proposed controller ensures the semi-global uniformly ultimately boundedness for all the closed loop signals, with the tracking error converging to a small neighborhood of the origin by appropriately choosing design parameters. A numerical example is further presented to demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: pure-feedback nonlinear systems; nonlinear systems; dynamic surface control; backstepping

1 引言(Introduction)

近几十年来, 非线性系统控制研究受到了国内外学者的广泛关注, 取得了许多卓有成效的成果, 如精确线性化技术^[1]、反推控制技术^[2]和智能控制技术^[3]等. 然而, 在大多数研究中, 通常假定被控系统为仿射系统(如严格反馈非线性系统), 但在工程实践中, 很多系统都具有非仿射特性, 如机械系统^[4]、化学系统^[5]和飞行器系统^[6]等. 作为一类典型的非仿射非线性系统, 近年来, 纯反馈系统控制受到了越来越多的关注.

纯反馈系统是一类较严格反馈系统更一般的下三角型非线性系统. 由于系统的非仿射结构, 传统适合于严格反馈系统的控制器设计方法很难直接用于纯反馈系统控制. 文献[7]较早研究了一类仿射输入纯反馈系统的控制问题, 根据反推设计思想, 给出了严格反馈条件下系统全局调节和全局跟踪的自适应控制器设计方法. 然而, 在非仿射条件下, 该方法仅能保证

闭环系统局部稳定. 在此基础上, 文献[8]直接从仿射输入纯反馈系统本身出发, 在无须进行坐标变换情况下, 给出了一种保证系统全局调节或全局跟踪的控制器设计方法. 文献[9]讨论了一类特殊的非仿射输入高阶非线性系统全局镇定问题, 通过引入增加幂次积分器技术, 提出了一个光滑状态反馈控制器. 针对一类仿射输入纯反馈系统, 文献[10]提出了一种新的反推控制设计方法, 与标准反推法将状态 x_i 视为第 i 个子系统的虚拟控制不同, 为克服纯反馈系统中非仿射结构给控制器设计带来的困难, 该方法将第 i 个子系统的非仿射光滑函数视为该子系统虚拟控制. 对模型完全未知的纯反馈非线性系统控制问题, 通常采用的方法是基于智能通用逼近器的反推设计法, 如文献[11–14].

上述基于反推法的控制方法都存在一种缺陷, 即在每一步反推设计中都需要对虚拟控制律进行重复求导, 使得所设计控制器的计算复杂度随着系统阶数的增加爆炸性膨胀. 为克服反推法中的“计算膨胀”问

题,文献[15]首先提出了一种动态面控制技术,通过在每一步设计中引入一阶低通滤波器,从而避免了对虚拟控制律的反复求导.然而,由于纯反馈系统结构的非仿射性,使得动态面控制很难直接用于纯反馈系统.目前常用的方法是利用中值定理将纯反馈系统转化为严格反馈系统,然后结合隐函数定理和动态面控制技术给出控制器设计,如文献[16-20].

不同于运用中值定理的动态面控制,本文尝试直接从纯反馈系统本身来设计控制器.按文献[10]中的反推设计法,在每一步设计中引入一阶低通滤波器,给出了一个控制输入初始状态可以任意选择的动态面控制器.该控制器可保证闭环系统所有信号半全局一致最终有界,且通过适当调整设计参数可使跟踪误差收敛到原点的一个小邻域内.最后,仿真结果进一步验证了本文所提控制算法的有效性.

2 问题描述(Problem formulations)

考虑如下—类纯反馈非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}), i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n, u), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\bar{x}_i = (x_1, \dots, x_i)^T \in \mathbb{R}^i, i = 1, \dots, n; \bar{x}_n = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态向量; u 和 y 分别为系统的输入和输出; $f_i(\cdot)$ 为已知光滑函数, $i = 1, \dots, n$.

控制目标: 设计控制器 u , 使系统输出 y 跟踪一个给定的参考轨迹 y_d , 且保证闭环系统的所有信号一致最终有界.

为了达到控制目标,对上述系统作如下假设:

假设 1 光滑函数 $f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})$ 满足

$$0 < h_i^- \leq \left| \frac{\partial f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}} \right| \leq h_i^+, i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

其中: h_i^-, h_i^+ 为已知正常数, $x_{n+1} = u$.

注 1 假设1是系统(1)全局可控的一个充分条件^[21]. h_i^-, h_i^+ 仅为约束正常数,不出现在后面设计的控制器中.

假设 2 参考轨迹 y_d 连续有界,且存在二阶有界导数.即 $[y_d \ \dot{y}_d \ \ddot{y}_d]^T \in \Omega_d$, 其中: 紧集 $\Omega_d = \{[y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d] : y_d^2 + \dot{y}_d^2 + \ddot{y}_d^2 \leq B_0\}$, B_0 为已知正常数.

引理 1 若光滑函数 $f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})$ 满足假设1且有界,则 x_{i+1} 亦有界, $i = 1, \dots, n$.

证 $f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})$ 为光滑函数,由中值定理,至少存在一点 $\zeta (\zeta \in (\min(0, x_{i+1}), \max(0, x_{i+1})))$, 使得

$$f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) - f_i(\bar{x}_i, 0) = \frac{\partial f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}} \Big|_{x_{i+1}=\zeta} (x_{i+1} - 0). \quad (3)$$

由假设1可知,存在 $h_i^- > 0$, 使得

$$\left| \frac{\partial f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}} \Big|_{x_{i+1}=\zeta} \right| \geq h_i^- > 0. \quad (4)$$

由于 $f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})$ 为有界光滑函数,则等式(3)左边亦有界.故 x_{i+1} 有界.

3 控制器设计(Controller design)

为解决系统(1)控制器设计中的非仿射输入问题,引入辅助子系统 $\dot{u} = v$, 则增广系统可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}), i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n, u), \end{cases} \quad (5)$$

$$\dot{u} = v, \quad (6)$$

其中 v 为辅助控制输入.

不同于标准反推法设计^[2], 本文采用如下坐标变换^[10]:

$$z_1 = x_1 - y_d, \quad (7)$$

$$z_i = f_{i-1} - s_{i-1}, i = 2, \dots, n+1, \quad (8)$$

其中 s_{i-1} 为第 $i-1$ 个子系统的虚拟控制律.

结合动态面控制技术,引入如下—阶低通滤波器:

$$\tau_i \dot{s}_i + s_i = \alpha_i, s_i(0) = \alpha_i(0), \quad (9)$$

且定义边界层误差为

$$e_i = s_i - \alpha_i, \quad (10)$$

其中: α_i 为第 i 个子系统实际需设计的虚拟控制律, τ_i 为滤波时间常数, $i = 1, \dots, n$.

步骤 1 由式(5)(7)-(8)和式(10), 可得

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{y}_d = z_2 + \alpha_1 + e_1 - \dot{y}_d. \quad (11)$$

选择实际虚拟控制律 α_1 为

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 + \dot{y}_d, \quad (12)$$

其中 c_1 为正的设计常数.

由式(11)-(12), 可得

$$z_1 \dot{z}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_1 e_1, \quad (13)$$

其中 c_1 为正的设计常数.

步骤 2 对 $z_2 = f_1 - s_1$ 沿时间 t 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \dot{x}_2 - \dot{s}_1 = \\ & \frac{\partial f_1}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} (z_3 + \alpha_2 + e_2) + \frac{e_1}{\tau_1}. \end{aligned} \quad (14)$$

选择实际虚拟控制律 α_2 为

$$\alpha_2 = \frac{-c_2 z_2 - z_1 - \frac{\partial f_1}{\partial x_1} f_1 - \frac{e_1}{\tau_1}}{\frac{\partial f_1}{\partial x_2}}, \quad (15)$$

其中 c_2 为正的设计常数.

根据式(14)-(15)可得

$$z_2 \dot{z}_2 = -c_2 z_2^2 - z_1 z_2 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} z_2 z_3 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} z_2 e_2. \quad (16)$$

步骤*i* ($3 \leq i \leq n$) 对 $z_i = f_{i-1} - s_{i-1}$ 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial f_{i-1}}{\partial x_j} \dot{x}_j + \frac{\partial f_{i-1}}{\partial x_i} \dot{x}_i - \dot{s}_{i-1} = \\ & \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial f_{i-1}}{\partial x_j} f_j + \frac{\partial f_{i-1}}{\partial x_i} f_i - \dot{s}_{i-1} = \\ & \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial f_{i-1}}{\partial x_j} f_j + \frac{\partial f_{i-1}}{\partial x_i} (z_{i+1} + \alpha_i) + \\ & \frac{\partial f_{i-1}}{\partial x_i} e_i + \frac{e_{i-1}}{\tau_{i-1}}. \end{aligned} \tag{17}$$

选择实际虚拟控制律 α_i 为

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \\ & \frac{-c_i z_i - \frac{\partial f_{i-2}}{\partial x_{i-1}} z_{i-1} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial f_{i-1}}{\partial x_j} f_j - \frac{e_{i-1}}{\tau_{i-1}}}{\frac{\partial f_{i-1}}{\partial x_i}}, \end{aligned} \tag{18}$$

其中 c_i 为正的设计常数.

根据式(17)–(18)可得

$$\begin{aligned} z_i \dot{z}_i &= -c_i z_i^2 - \frac{\partial f_{i-2}}{\partial x_{i-1}} z_i z_{i-1} + \frac{\partial f_{i-1}}{\partial x_i} z_i z_{i+1} + \\ & \frac{\partial f_{i-1}}{\partial x_i} z_i e_i. \end{aligned} \tag{19}$$

步骤 $n+1$ 这一步将得到实际控制输入 u . 对 $z_{n+1} = f_n - \alpha_n$ 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{z}_{n+1} &= \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_n}{\partial x_j} \dot{x}_j + \frac{\partial f_n}{\partial u} v - \dot{s}_n = \\ & \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_n}{\partial x_j} f_j + \frac{\partial f_n}{\partial u} v + \frac{e_n}{\tau_n}. \end{aligned} \tag{20}$$

选择辅助控制律 v 为

$$\begin{aligned} v &= \\ & \frac{-c_{n+1} z_{n+1} - \frac{\partial f_{n-1}}{\partial x_n} z_n - \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_n}{\partial x_j} f_j - \frac{e_n}{\tau_n}}{\frac{\partial f_n}{\partial u}}, \end{aligned} \tag{21}$$

其中 c_{n+1} 为正的设计常数.

选择任意初始控制输入 $u(0)$, 将式(21)代入式(6), 可得到实际控制律 u .

注 2 初始控制输入 $u(0)$ 可以任意给出或按要求选定, 这可视为本文所提控制算法的一个优势.

根据式(20)–(21)可得

$$z_{n+1} \dot{z}_{n+1} = -c_{n+1} z_{n+1}^2 - \frac{\partial f_{n-1}}{\partial x_n} z_{n+1} z_n. \tag{22}$$

4 稳定性分析(Stability analysis)

根据式(9)–(10)和式(12), 可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{s}_1 - \dot{\alpha}_1 = -\frac{e_1}{\tau_1} + c_1 \dot{z}_1 - \ddot{y}_d = \\ & -\frac{e_1}{\tau_1} + B_1(z_1, e_1, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d), \end{aligned} \tag{23}$$

其中 $B_1(z_1, e_1, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d) = c_1 \dot{z}_1 - \ddot{y}_d$ 是一个连续函数.

类似地, 可得

$$\dot{e}_i = -\frac{e_i}{\tau_i} + B_i(z_1, \dots, z_i, e_1, \dots, e_i, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d), \tag{24}$$

其中 $B_i(\cdot) = -\dot{\alpha}_i, i = 2, \dots, n$ 是连续函数.

为估计闭环系统的稳定性, 选择如下 Lyapunov 函数:

$$V = \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{2} z_i^2 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} e_i^2. \tag{25}$$

定理 1 在假设1和2条件下, 考虑由非线性系统(1), 一阶低通滤波器(9)、控制律(6)和(21)组成的闭环系统, 对任意给定的正常数 p , 如果 $V(0) \leq p$, 则存在正的设计参数 $c_1, \dots, c_{n+1}, \tau_1, \dots, \tau_n$, 使得闭环系统的所有信号半全局一致最终有界, 且通过适当调整设计参数, 可以使系统跟踪误差收敛到原点附近的一个小邻域内.

证 对 V 沿时间 t 求导, 可得

$$\dot{V} = -\sum_{i=1}^{n+1} c_i z_i^2 + z_1 e_1 + \sum_{i=2}^n \frac{\partial f_{i-1}}{\partial x_i} z_i e_i + \sum_{i=1}^n e_i \dot{e}_i. \tag{26}$$

定义集合

$$\begin{aligned} \Omega_i &= \{(z_1, \dots, z_{i+1}, e_1, \dots, e_i) : \\ & \sum_{j=1}^{i+1} \frac{1}{2} z_j^2 + \sum_{j=1}^i \frac{1}{2} e_j^2 \leq p\} \in \mathbb{R}^{2i+1}. \end{aligned}$$

由假设2和定理1条件知, 对任意 $B_0 > 0$ 和 $p > 0$, 集合 Ω_d 和 Ω_i 分别是 \mathbb{R}^3 和 \mathbb{R}^{2i+1} 内的紧集, 则 $\Omega_d \times \Omega_i$ 亦是 \mathbb{R}^{2i+4} 内的紧集, 故连续函数 $B_i(\cdot)$ 在集合 $\Omega_d \times \Omega_i$ 内存在一个最大值 M_i , 则由式(24)可得

$$\begin{aligned} e_i \dot{e}_i &\leq -\frac{e_i^2}{\tau_i} + |e_i B_i(\cdot)| \leq \\ & -\frac{e_i^2}{\tau_i} + \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2} M_i^2. \end{aligned} \tag{27}$$

根据 Young 不等式, 可得

$$z_1 e_1 \leq \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} e_1^2, \tag{28}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{i-1}}{\partial x_i} z_i e_i &\leq h_{i-1}^+ |z_i e_i| \leq \frac{h_{i-1}^+}{2} z_i^2 + \frac{h_{i-1}^+}{2} e_i^2, \\ & i = 2, \dots, n, \end{aligned} \tag{29}$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -(c_1 - \frac{1}{2})z_1^2 - \sum_{i=2}^n (c_i - \frac{h_{i-1}^+}{2})z_i^2 - \\ & c_{n+1}z_{n+1}^2 - (\frac{1}{\tau_1} - 1)e_1^2 - \\ & \sum_{i=2}^n (\frac{1}{\tau_i} - \frac{1}{2} - \frac{h_{i-1}^+}{2})e_i^2 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2}M_i^2 \leq \\ & -\alpha_0 V + \Delta, \end{aligned} \quad (30)$$

其中: α_0 为可任意选取的正常数, $\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2}M_i^2$. 设计参数满足

$$\begin{cases} c_1 \geq \frac{1 + \alpha_0}{2}, \\ c_i \geq \frac{h_{i-1}^+ + \alpha_0}{2}, \quad i = 2, \dots, n, \\ c_{n+1} \geq \frac{\alpha_0}{2}, \\ \frac{1}{\tau_1} \geq 1 + \frac{\alpha_0}{2}, \\ \frac{1}{\tau_i} \geq \frac{h_{i-1}^+ + \alpha_0 + 1}{2}, \quad i = 2, \dots, n. \end{cases} \quad (31)$$

当 $V(t) = p$ 时, 若 $\alpha_0 > \Delta/p$, 则有 $\dot{V}(t) \leq 0$, 因此, $V(t) \leq p$ 为一个不变集, 即当初始条件 $V(0) \leq p$ 时, $V(t) \leq p, \forall t \geq 0$. 将式(30)两边同时乘以 $e^{\alpha_0 t}$, 可得

$$\frac{d}{dt}(Ve^{\alpha_0 t}) \leq e^{\alpha_0 t} \Delta. \quad (32)$$

式(32)两边沿 $[0, t]$ 积分可得

$$0 \leq V \leq \frac{\Delta}{\alpha_0} + [V(0) - \frac{\Delta}{\alpha_0}]e^{-\alpha_0 t}, \quad (33)$$

则有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V = \frac{\Delta}{\alpha_0}. \quad (34)$$

因此, $z_1, \dots, z_{n+1}, e_1, \dots, e_n$ 都是半全局一致最终有界的. 同时, 由式(7)–(8)和式(10), z_1, e_1 有界可得 x_1, s_1, α_1, f_1 有界, 由引理1可得 x_2 亦有界, 随之 f_1 的各个偏导数亦有界; 结合 z_2, e_2 有界可得到 s_2, α_2 有界, 从而 f_2 亦有界, 由引理1可推得 x_3 有界, 进而 f_2 的各个偏导数亦有界. 以此类推, 可得 $x_1, \dots, x_n, \alpha_1, \dots, \alpha_n, v, u, s_1, \dots, s_n$ 均是半全局一致最终有界的. 另外, 由 $|y - y_d|^2 = z_1^2 \leq 2V$ 可知, 通过适当调整设计参数(增大 α_0), 可使系统跟踪误差收敛到原点附近的一个小邻域内.

注 3 上述控制器设计中要求设计参数满足式(31). 显然, 假设1中正常数 h_i^+ 仅起到了约束设计参数的作用.

注 4 与文献[10]中反推设计法相比, 本文采用动态面控制技术, 无须每一步对所得到的虚拟控制进行求导, 使得控制算法的计算量大为减少, 易于在工程中实现. 缺点是进一步要求 $h_i^- \leq |\frac{\partial f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}}| \leq h_i^+$ (文献[10]中仅需 $h_i^- \leq$

$|\frac{\partial f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}}|$), 且仅能保证闭环系统半全局稳定.

注 5 本文所提控制算法同样适合于严格反馈非线性系统控制器设计, 相较于文献[15]中的动态面控制, 其优点是任意选择控制输入初始值 $u(0)$.

注 6 与文献[20]中方法相比, 本文第 i 步 \dot{V}_i 中剩余项 $z_i z_{i-1}$ 均由第 $i+1$ 步进行补偿, 减小了设计参数 c_i 的取值, 从而降低了所需的控制代价. 此外, 文献[20]中控制器设计参数含有正常数 h_i^-, h_i^+, M_i , 而本文所得控制器设计参数仅受限于正常数 h_i^+ .

注 7 文献[20]中控制器要求 M_i 为已知常数, 然而, 由于 M_i 为连续函数 $B_i(\cdot)$ 在紧集 $\Omega_d \times \Omega_i$ 内的一个最大值, 在实际中很难取得. 本文通过合理的不等式放缩, 避免了这一问题.

5 仿真实例(Simulation example)

考虑如下二阶SISO非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 e^{-0.5x_1} + x_2 + 0.5 \sin x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1^2 + \frac{1 - e^{-x_2}}{1 + e^{-x_2}} + u + 0.1 \sin u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (35)$$

其中: 系统初始条件

$$x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = -2;$$

期望参考轨迹

$$\begin{aligned} y_d &= \sin(2t) - \cos t; \\ \frac{\partial f_1(\bar{x}_1, x_2)}{\partial x_2} &= 1 + 0.5 \cos x_2 \leq h_1^+ = 1.5, \\ \frac{\partial f_2(\bar{x}_2, u)}{\partial u} &= 1 + 0.1 \cos x_2 \leq h_2^+ = 1.1. \end{aligned}$$

选择设计参数 $c_1 = 3, c_2 = 2, c_3 = 4$, 初始控制输入 $u(0) = 2$, 滤波时间参数 $\tau_1 = \tau_2 = 0.01$. 所得仿真结果如图1–2, 图1为系统输出跟踪误差, 图2为系统输入 u ; 图3–4分别为不同滤波时间条件下系统输出跟踪误差与输入; 图5–6分别为不同初始控制输入 $u(0)$ 条件下系统输出跟踪误差与输入.

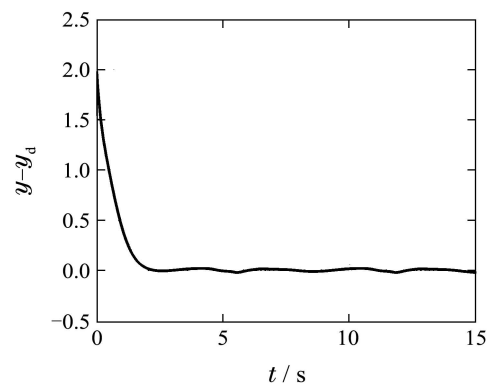


图 1 输出跟踪性能

Fig. 1 Output tracking performance

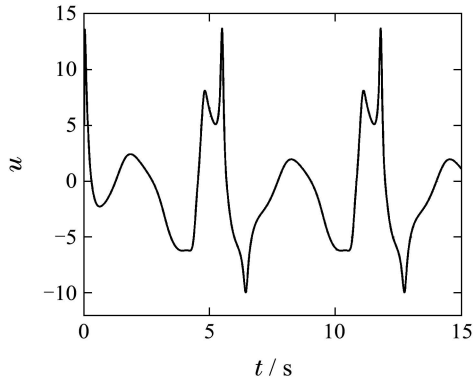


图2 控制输入 u
Fig. 2 Control input u

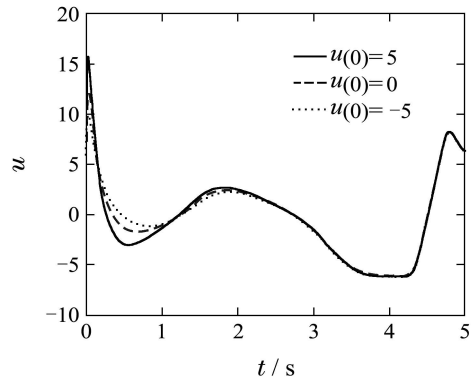


图6 不同初始控制输入条件下控制输入 u
Fig. 6 Control input u with various $u(0)$

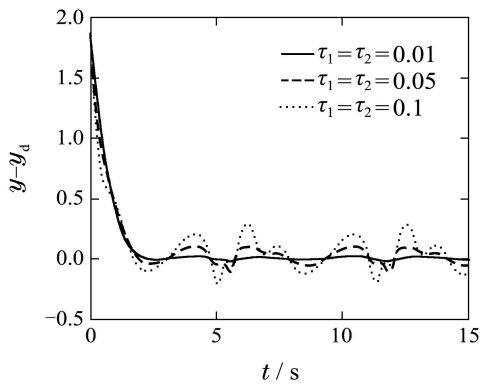


图3 不同滤波时间条件下系统跟踪误差
Fig. 3 Tracking error with various filter constants

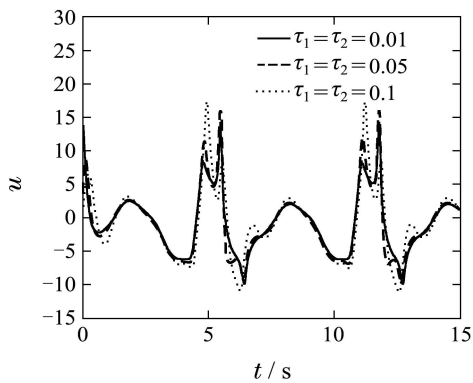


图4 不同滤波时间条件下控制输入 u
Fig. 4 Control input u with various filter constants

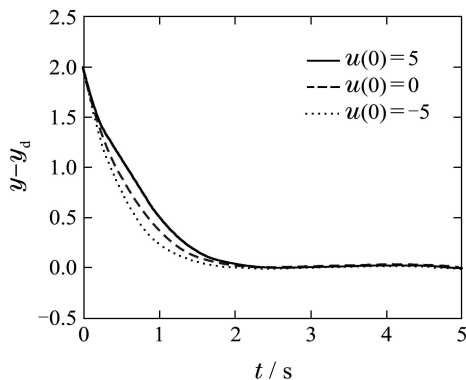


图5 不同初始控制输入条件下系统跟踪误差
Fig. 5 Tracking error with various $u(0)$

6 结论(Conclusions)

本文解决了一类非仿射输入纯反馈系统的动态面控制问题. 通过引入一个积分辅助系统, 将原系统转化为 $n + 1$ 维的仿射输入增广系统, 结合动态面控制技术和文献[10]中的反推设计法, 克服了反推法中所固有的“计算膨胀”问题. 理论分析与仿真结果表明, 该控制器保证了闭环系统所有信号半全局一致最终有界, 通过选择合适的设计参数, 可使系统跟踪误差收敛到原点的一个小邻域内.

参考文献(References):

- [1] ISIDORI V. *Nonlinear Control Systems* [M]. New York: Springer-Verlag, 1989.
- [2] KRSTIC M, KANELAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design* [M]. New York: John Wiley & Sons, 1995.
- [3] FARRELL J A, POLYCARPOU M M. *Adaptive Approximation Based Control: Unifying Neural, Fuzzy, and Traditional Adaptive Approximation Approaches* [M]. New Jersey: Wiley, 2006.
- [4] FERRARA A, GIACOMINI L. Control of a class of mechanical systems with uncertainties via a constructive adaptive/second order VSC approach [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2000, 122(1): 33 – 39.
- [5] GE S S, HANG C C, ZHANG T. Nonlinear adaptive control using neural networks and its application to CSTR systems [J]. *Journal of Process Control*, 1998, 9(4): 313 – 323.
- [6] HUNT L R, MEYER G. Stable inversion for nonlinear systems [J]. *Automatica*, 1997, 33(8): 1549 – 1554.
- [7] KANELAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V, MORSE A S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(11): 1241 – 1253.
- [8] SETO D, ANNASWAMY A M, BAILLIEUL J. Adaptive control of nonlinear systems with a triangular structure [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(7): 1411 – 1428.
- [9] LIN W, QIAN C. Adding one power integrator: a tool for global stabilization of high-order lower-triangular systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 39(5): 339 – 351.

- [10] 刘勇华. 一类纯反馈非线性系统的反推控制 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(6): 801 – 804.
(LIU Yonghua. Backstepping control for a class of pure-feedback nonlinear systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(6): 801 – 804.)
- [11] WANG D, HUANG J. Adaptive neural network control for a class of uncertain nonlinear systems in pure-feedback form [J]. *Automatica*, 2002, 38(8): 1365 – 1372.
- [12] WANG C, HILL D J, CHEN G. An ISS-modular approach for adaptive neural control of pure-feedback systems [J]. *Automatica*, 2006, 42(5): 723 – 731.
- [13] DU H, SHAO H, YAO P. Adaptive neural network control for a class of low-triangular-structured nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, 17(2): 509 – 514.
- [14] REN B, GE S S, SU C Y, et al. Adaptive neural control for a class of uncertain nonlinear systems in pure-feedback form with hysteresis input [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2009, 39(2): 431 – 443.
- [15] SWAROOP D, HEDRICK J K, YIP P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(10): 1893 – 1899.
- [16] ZHANG T P, GE S S. Adaptive dynamic surface control of nonlinear systems with unknown dead zone in pure feedback form [J]. *Automatica*, 2008, 44(7): 1895 – 1903.
- [17] WANG M, LIU X, SHI P. Adaptive neural control of pure-feedback nonlinear time-delay systems via dynamic surface technique [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2011, 41(6): 1681 – 1692.
- [18] ZHANG X Y, LIN Y. Adaptive tracking control for a class of pure-feedback non-linear systems including actuator hysteresis and dynamic uncertainties [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2011, 5(16): 1868 – 1880.
- [19] ZHANG T P, ZHU Q, YANG Y Q. Adaptive neural control of non-affine pure-feedback non-linear systems with input nonlinearity and perturbed uncertainties [J]. *International Journal of Systems Science*, 2012, 43(4): 691 – 706.
- [20] GAO D X, SUN Z Q, LIU J H. Dynamic inversion control for a class of pure-feedback systems [J]. *Asian Journal of Control*, 2012, 14(2): 605 – 611.
- [21] KOROBOV V I. Controllability and stability of certain nonlinear systems [J]. *Differentsial'nye Uravneniya*, 1973, 4(4): 614 – 619.

作者简介:

刘勇华 (1986–), 男, 博士, 研究方向为非线性控制及其在机电系统中的应用, E-mail: yonghua.liu@outlook.com.