

# 互联多输入系统的分散自适应 $L_2$ 增益控制

谷志锋<sup>†</sup>, 朱长青, 杨润生, 邵天章

(军械工程学院 车辆与电气工程系, 河北 石家庄 050003)

**摘要:**为了实现一类非下三角结构互联多输入系统的鲁棒控制,提出一种基于状态量测的非线性自适应 $L_2$ 增益分散干扰抑制方法,并给出了规律性计算公式,克服了反复递推设计的不足,通过控制律中引入 $K$ 类函数,提高了状态变量的收敛速度。该方法应用到了多机广域电力系统分散励磁控制中,仿真结果表明:在大扰动情况下,相对于传统 $L_2$ 增益抑制方法,新方法能够有效抑制外部干扰,提高各状态变量的响应速度,对于增强电力系统的暂态稳定性具有重要意义。

**关键词:**状态量测; 互联多输入系统; 分散 $L_2$ 增益干扰抑制;  $K$ 类函数; 分散励磁控制; 电力系统

中图分类号: TM273 文献标识码: A

## Decentralized adaptive $L_2$ -gain control for interconnected multi-input system

GU Zhi-feng<sup>†</sup>, ZHU Chang-qing, YANG Run-sheng, SHAO Tian-zhang

(Vehicles and Electrical Department, Ordance Engineering College, Shijiazhuang Hebei 050003, China)

**Abstract:** In order to realize the robust control for a class of non-lower-triangular interconnected multi-input system, we propose the decentralized nonlinear adaptive  $L_2$  attenuation control method based on the state measurement. The universal calculation formulas are summarized. Because the  $K$ -Class functions are applied in the control law, the convergence rate of the state parameters is improved. This new  $L_2$  attenuation control method is applied to the excitation control for the multi-machine power system; the simulation results show that when serious disturbances appear in the power system, comparing with the traditional  $L_2$  attenuation control, this new method can attenuate disturbances effectively, accelerate the response of the state variables, and improve the transient stability of the power system.

**Key words:** state measurement; interconnected multi-input system; decentralized  $L_2$ -gain attenuation control;  $K$ -class function; decentralized excitation control; power system

## 1 引言(Introduction)

在实际生活中,存在许多由多个单输入系统构成的互联多输入系统,例如:多机广域电力系统;由励磁控制<sup>[1]</sup>、速度控制和电驱动等子系统构成的综合控制系统;励磁控制、水轮机控制或汽轮机控制构成的大型发电机组综合控制系统<sup>[2]</sup>; SVC与励磁协调控制系统<sup>[3]</sup>; STATCOM与励磁综合控制系统等。当各子系统距离较远或需要采集和传输的系统状态变量较多时,实现多输入系统的综合控制比较困难。事实上,系统通常还具有较强的非线性特性、外部干扰和不确定性,因此,如何实现互联多输入系统的分散 $L_2$ 增益干扰抑制控制就显得尤为重要。

对于互联多输入系统的分散 $L_2$ 增益控制,许多学者进行了深入的研究,并给出了相应的控制方法。文献[4-5]对线性互联多输入系统的分散控制和 $L_2$ 增益

抑制控制进行了研究;文献[6-7]对非线性互联多输入系统的分散 $L_2$ 增益控制进行了研究,但是互联项需要满足匹配条件或范数小于某个多项式的条件;文献[8]对带有扰动的一类含非匹配互联项的互联多输入系统的 $L_2$ 增益控制进行了研究,但系统模型除互联项为非线性外,其他子系统项为线性;文献[9]对输出互联的多输入系统的分散 $L_2$ 增益控制进行了分析,但系统的输出具有特定的要求;文献[10]采用Backstepping构造能量函数的方法,解决了互联电力系统的分散 $L_2$ 增益控制问题,但是在设计过程的每一步都需要进行 $L_2$ 增益抑制设计;文献[11-12]提出了一种新的互联系统分散 $L_2$ 增益抑制设计方法,并应用于到了互联电力系统的分散励磁控制中,避免了求解HJI不等式的难题,但是在控制律设计过程中没有考虑阻尼系数的不确定性;文献[13]采用神经网络智能控制

收稿日期: 2013-10-27; 录用日期: 2014-01-09。

<sup>†</sup>通信作者。E-mail: gu\_79\_11@163.com; Tel.: +86 13323216571。

基金项目: 军械工程学院重点基金资助项目(YJJ10031); 军械工程学院基金资助项目(YJJXM12046)。

对互联多输入系统的 $L_2$ 增益控制进行了分析,但是该方法具有求解过程与样本量相关;文献[14]结合直接反馈线性和线性系统非线性鲁棒控制实现了电力系统的分散控制,但是在分析过程中需要不确定系数矩阵需要满足一定的条件;文献[15~16]采用鲁棒自适应的方法对电力系统的鲁棒控制进行了研究。

结合上述文献的研究成果,本文结合一类非下三角结构的互联多输入非线性系统中部分非线性函数可以作为状态变量直接测量的结构,提出一种基于状态量测的非线性自适应 $L_2$ 增益分散干扰抑制控制(nonlinear adaptive  $L_2$  gain decentralized disturbance attenuation control based on state measurement, SM- $L_2$ -DDAC)方法,并将该方法应用到了广域电力系统的分散 $L_2$ 增益干扰抑制控制中,仿真结果证明对于传统的反演自适应控制,该方法能够有效提高系统的暂态稳定性。

## 2 状态量测 $L_2$ 增益分散干扰抑制控制原理(Principle of SM- $L_2$ -DDAC)

### 2.1 互联多输入系统描述(Description of the interconnected multi-input system)

由 $m$ 个单输入系统构成的一类非下三角结构互联多输入系统的第 $i$ 个子系统可表示为下式(1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_{i,1} = f_{i,1}(x_{i,1}) + \phi_{i,1}(\mathbf{X})\theta_{i,1} + \phi_{i,1}(\mathbf{X}) + \varepsilon_{i,1}, \\ \dot{x}_{i,2} = f_{i,2}(x_{i,1}, x_{i,2}) + \phi_{i,2}(\mathbf{X})\theta_{i,2} + \phi_{i,2}(\mathbf{X}) + \varepsilon_{i,2}, \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,j} = f_{i,j}(x_{i,1}, \dots, x_{i,j}) + \phi_{i,j}(\mathbf{X})\theta_{i,j} + \phi_{i,j}(\mathbf{X}) + \varepsilon_{i,j}, \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,n_i} = f_{i,n_i}(x_{i,1}, \dots, x_{i,n_i}) + g_{i,n_i}(x_{i,1}, \dots, x_{i,n_i})u_i + \phi_{i,n_i}(\mathbf{X})\theta_{i,n_i} + \phi_{i,n_i}(\mathbf{X}) + \varepsilon_{i,n_i}, \\ \mathbf{y} = [y_1^T \cdots y_m^T]^T = [(q_1 \bar{\mathbf{x}}_{1,n_1})^T \cdots (q_m \bar{\mathbf{x}}_{m,n_m})^T]^T, \end{array} \right. \quad (1)$$

其中:  $x_{i,j}$ ,  $1 \leq j \leq n_i$ , 是第 $i$ 个子系统的状态变量;  $\mathbf{X} = [\bar{\mathbf{x}}_{1,n_1}^T \cdots \bar{\mathbf{x}}_{m,n_m}^T]^T \in \mathbb{R}^N$ , 表示整个系统的状态变量,  $N = n_1 + \cdots + n_m$ ,  $\bar{\mathbf{x}}_{j,n_j}^T = [x_{j,1} \cdots x_{j,n_j}]^T \in \mathbb{R}^{n_j}$ ,  $j = 1, \dots, m$ ;  $u \in \mathbb{R}$  为输入变量;  $\phi_{i,j}^T(\mathbf{X})\theta_{i,j}$  为不确定项, 满足  $\phi_{i,j}(0) = 0$ , 其中  $\phi_{i,j}^T(\mathbf{X})$  包含第 $i$ 个子系统与其他子系统间的交叉项;  $f_{i,j}$ ,  $g_{i,j}$ ,  $\phi_{i,j}$ ,  $j=1, 2, \dots, n_i$  是光滑函数, 且满足  $f_{i,j}(0) = 0$ ,  $g_{i,j}(x_{i,1}, \dots, x_{i,j}) \neq 0$ ;  $\phi_{i,j}(\mathbf{X})$  包含第 $i$ 个子系统与其他子系统间的交叉项, 满足  $\phi_{i,j}(0) = 0$ ;  $\varepsilon_{i,j}$  为随

机扰动量, 且满足  $\varepsilon_{i,j} \in L_2 = \{\varepsilon_{i,j}(t) | \int_0^t \varepsilon_{i,j}^2(t) dt < \infty\}$ ,  $L_2$  指有限能量信号集合;  $\mathbf{y}$  为评价信号;  $\mathbf{q}_j$ ,  $1 \leq j \leq m$ , 为加权对角矩阵。

**定义1**<sup>[14]</sup> 令  $\gamma \geq 0$ , 对所有  $T \geq 0$  和  $\mathbf{w} \in L_2$ , 系统(1)在控制律  $u = [u_1 \cdots u_m]^T$  作用下的闭环系统满足:

$$\int_0^T \|\mathbf{y}\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|\mathbf{w}\|^2 dt + V(x_0).$$

其中  $\mathbf{w} = [\varepsilon_1^T \cdots \varepsilon_m^T]^T$  表示整个系统的干扰变量, 且  $\varepsilon_j^T = [\varepsilon_{j,1} \cdots \varepsilon_{j,n_j}]^T$ ,  $V(\cdot)$  为系统(1)的存储函数,  $x_0$  为系统初始状态, 则称系统(1)具有  $L_2$  增益且小于  $\gamma$ 。

**定义2** 在一些互联多输入非线性系统中, 有些状态变量实际上是一种复杂的非线性函数, 但却是可以直接测量的。这些状态变量称作量测值。

**假设1**  $\varphi_{i,j}(\mathbf{X})$  和  $\phi_{i,j}(\mathbf{X})$  中第  $i$  个子系统与其他子系统间的交叉项为量测值。

量测值使用得当可以简化控制系统设计, 因此在控制系统设计中要尽可能利用这些量测值。

例如电力系统的电磁功率  $P_{ei}$  可表示为

$$P_{ei} = E'_{qi} \sum_{j=1}^n E'_{qj} [B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)].$$

其中:  $E'_{qi}(t)$  为第  $i$  台发电机组的  $q$  轴暂态电势;  $G_{ij}$  为电网中第  $i$  节点与第  $j$  节点间的互电导;  $B_{ij}$  为第  $i$  节点与第  $j$  节点间的互电纳;  $\delta_i$  为第  $i$  台发电机组的功角瞬时值。

### 2.2 分散 $L_2$ 增益干扰抑制分析(Analysis of the decentralized $L_2$ -gain attenuation control)

若子系统(1)存在存储函数  $V_i(x)$ , 且在控制律  $u_i$  和参数自适应律  $\theta_i$  作用下的闭环系统满足:

$$\int_0^T \|\mathbf{y}_i\|^2 dt \leq \gamma_i^2 \int_0^T \|\varepsilon_i\|^2 dt + V_i(x_{i0}),$$

则  $u_i$  和  $\theta_i$  可实现第  $i$  个子系统的  $L_2$  增益干扰抑制控制。

参数自适应律  $\theta_i$  的求解是以子系统的鲁棒自律稳定为前提, 并不以  $\theta_i$  的准确估计为目标。

由于

$$\mathbf{y} = [y_1^T \cdots y_m^T]^T, \|\mathbf{y}_i\| = \sum_{j=1}^{n_i} (q_{ij} x_{i,j})^2,$$

$$\mathbf{w} = [\varepsilon_1^T \cdots \varepsilon_m^T]^T, \varepsilon_j^T = [\varepsilon_{j,1} \cdots \varepsilon_{j,n_j}]^T,$$

所以  $m$  个子系统均实现  $L_2$  增益干扰抑制后, 取系统(1)的总存储函数为  $V(x) = \sum_{j=1}^m V_j(x_j)$  时, 可得

$$\begin{aligned} \int_0^T \|\mathbf{y}\|^2 dt &= \int_0^T \sum_{j=1}^m \|\mathbf{y}_j\|^2 dt \leq \\ &\leq \gamma^2 \int_0^T \sum_{j=1}^m \|\varepsilon_j\|^2 dt + \sum_{j=1}^m V_j(x_{j0}) \leq \end{aligned}$$

$$\gamma^2 \int_0^T \|w\|^2 dt + V(x_0).$$

综上所述, 子系统(1)的 $L_2$ 增益干扰抑制控制是实现非线性互联多输入系统分散控制的关键.

### 2.3 SM- $L_2$ -DDAC设计方法介绍(Introduction of the SM- $L_2$ -DDAC design method)

**第1步** 对于系统(1), 定义误差变量 $e_{i,1} = x_{i,1}$ , 得

$$\dot{e}_{i,1} = f_{i,1} + \varphi_{i,1}\theta_{i,1} + \phi_{i,1} + \varepsilon_{i,1}.$$

取 $V_{i,1} = \frac{e_{i,1}^2}{2}$ ,  $H_{i,1} = \dot{V}_{i,1} + \frac{1}{2}(\sum_{j=1}^{n_i} q_{i,j}^2 x_{i,j}^2 - \gamma_i^2 \varepsilon_{i,1}^2)$ , 得

$$\begin{aligned} H_{i,1} = & -\left(\frac{\gamma_i \varepsilon_{i,1}}{2} - \frac{e_{i,1}}{\gamma_i}\right)^2 - \frac{\gamma_i^2 \varepsilon_{i,1}^2}{4} + \\ & e_{i,1}(\varphi_{i,1}\theta_{i,j} + \phi_{i,1}) + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{n_i} q_{i,j}^2 x_{i,j}^2 + \\ & \left(\frac{e_{i,1}^2}{\gamma_i^2} + e_{i,1}f_{i,1} + \frac{q_{i,1}^2 x_{i,1}^2}{2}\right). \end{aligned} \quad (2)$$

选择虚拟控制 $x_{i,2}^*$ 为

$$x_{i,2}^* = -m_{i1}e_{i,1}. \quad (3)$$

其中:  $m_{i1} = f_{i1}(|e_{i,1}|) + c_{i1}$ ,  $f_{i1}(|e_{i,1}|)$ 为有关 $e_{i,1}$ 的**K**类函数,  $c_{i1} > 0$ .

定义误差变量 $e_{i,2} = x_{i,2} - x_{i,2}^*$ , 得

$$\begin{aligned} \dot{e}_{i,2} = & \dot{x}_{i,2} - \dot{x}_{i,2}^* = \\ & f_{i,2} + \varphi_{i,2}^\top \theta_{i,j} + \phi_{i,2} + \varepsilon_{i,2} - \frac{\partial x_{i,2}^*}{\partial e_{i,1}} \dot{x}_{i,1}. \end{aligned} \quad (4)$$

**第2步** 取 $H_{i,2} = \dot{V}_{i,2} + \frac{1}{2}(\sum_{j=1}^{n_i} q_{i,j}^2 x_{i,j}^2 - \gamma_i^2 \sum_{k=1}^2 \varepsilon_{i,k}^2)$ ,

$V_{i,2} = \frac{e_{i,1}^2 + e_{i,2}^2}{2}$ , 得

$$H_{i,2} = H_{i,1} + e_{i,2}\dot{e}_{i,2} - \frac{1}{2}\gamma_i^2 \varepsilon_{i,2}^2, \quad (5)$$

由式(2)(5)得

$$\begin{aligned} H_{i,2} \leqslant & -\frac{\gamma_i^2 \varepsilon_{i,1}^2}{4} + e_{i,1}(\varphi_{i,1}\theta_{i,j} + \phi_{i,1}) + e_{i,2}\dot{e}_{i,2} + \\ & \left(\frac{e_{i,1}^2}{\gamma_i^2} + e_{i,1}f_{i,1} + \frac{q_{i,1}^2 x_{i,1}^2}{2}\right) + \\ & \frac{1}{2}(\sum_{j=2}^{n_i} q_{i,j}^2 x_{i,j}^2 - \gamma_i^2 \varepsilon_{i,2}^2), \end{aligned} \quad (6)$$

将式(4)代入式(6)得:

$$\begin{aligned} H_{i,2} \leqslant & -\frac{3\gamma_i^2 \varepsilon_{i,1}^2}{16} - \frac{\gamma_i^2 \varepsilon_{i,2}^2}{4} + \sum_{k=1}^2 \left(\frac{e_{i,k}^2}{\gamma_i^2} + e_{i,k}f_{i,k} + \frac{q_{i,k}^2 x_{i,k}^2}{2}\right) + \sum_{k=3}^{n_i} \left(\frac{q_{i,k}^2 x_{i,k}^2}{2}\right) + (e_{i,1} + e_{i,2}\zeta_{i,1}^{(2)}) \\ & (\varphi_{i,1}\theta_{i,1} + \phi_{i,1}) + \left(\frac{2e_{i,2}\zeta_{i,1}^{(2)}}{\gamma_i}\right)^2 + \end{aligned}$$

$$\text{其中 } \zeta_{i,1}^{(2)} = -\frac{\partial x_{i,2}^*}{\partial e_{i,1}}.$$

选择虚拟控制 $x_{i,3}^*$ 为

$$x_{i,3}^* = -m_{i2}e_{i,2}, \quad (8)$$

其中:  $m_{i2} = f_{i2}(|e_{i,2}|) + c_{i2}$ ,  $f_{i2}(|e_{i,2}|)$ 为有关 $e_{i,2}$ 的**K**类函数,  $c_{i2} > 0$ .

由式(8)得

$$\begin{aligned} x_{i,3}^* = & \frac{\partial x_{i,3}}{\partial e_{i,2}} \dot{x}_{i,2} - \frac{\partial x_{i,3}}{\partial e_{i,2}} \frac{\partial x_{i,2}}{\partial e_{i,1}} \dot{x}_{i,1} = \\ & -\zeta_{i,1}^{(3)} \dot{x}_{i,1} - \zeta_{i,2}^{(3)} \dot{x}_{i,2}. \end{aligned} \quad (9)$$

**第3步** 取 $H_{i,3} = H_{i,2} + e_{i,3}\dot{e}_{i,3} - \frac{1}{2}\gamma_i^2 \varepsilon_{i,3}^2$ , 由式(7)得下式(10):

$$\begin{aligned} H_{i,3} \leqslant & -\frac{3\gamma_i^2 \varepsilon_{i,1}^2}{16} - \frac{\gamma_i^2 \varepsilon_{i,2}^2}{4} + \\ & \sum_{k=1}^2 \left(\frac{e_{i,k}^2}{\gamma_i^2} + e_{i,k}f_{i,k} + \frac{q_{i,k}^2 x_{i,k}^2}{2}\right) + \\ & (e_{i,1} + e_{i,2}\zeta_{i,1}^{(2)}) (\varphi_{i,1}\theta_{i,1} + \phi_{i,1}) + \\ & e_{i,2} (\varphi_{i,2}\theta_{i,2} + \phi_{i,2}) + \\ & e_{i,3} (\dot{x}_{i,3} - \dot{x}_{i,3}^*) - \frac{1}{2}\gamma_i^2 \varepsilon_{i,3}^2 + \\ & \sum_{k=3}^{n_i} \left(\frac{q_{i,k}^2 x_{i,k}^2}{2}\right) + \left(\frac{2e_{i,2}\zeta_{i,1}^{(2)}}{\gamma_i}\right)^2. \end{aligned} \quad (10)$$

将式(9)代入式(10)得:

$$\begin{aligned} H_{i,3} \leqslant & -\frac{47\gamma_i^2 \varepsilon_{i,1}^2}{256} - \frac{3\gamma_i^2 \varepsilon_{i,2}^2}{16} - \frac{\gamma_i^2 \varepsilon_{i,3}^2}{4} + \\ & \left(\frac{2e_{i,2}\zeta_{i,1}^{(2)}}{\gamma_i}\right)^2 + \frac{(8e_{i,3}\zeta_{i,1}^{(3)})^2}{\gamma_i^2} + \left(\frac{2e_{i,3}\zeta_{i,2}^{(3)}}{\gamma_i}\right)^2 + \\ & \sum_{k=1}^3 \left(\frac{e_{i,k}^2}{\gamma_i^2} + e_{i,k}f_{i,k} + \frac{q_{i,k}^2 x_{i,k}^2}{2}\right) + \\ & (\varphi_{i,1}\theta_{i,1} + \phi_{i,1}) \sum_{k=1}^3 (e_{i,k}\zeta_{i,1}^{(k)}) + \sum_{k=4}^{n_i} \left(\frac{q_{i,k}^2 x_{i,k}^2}{2}\right) + \\ & (\varphi_{i,2}\theta_{i,2} + \phi_{i,2}) \sum_{k=2}^3 (e_{i,k}\zeta_{i,2}^{(k)}) + \\ & e_{i,3} (\varphi_{i,3}\theta_{i,3} + \phi_{i,3}) + \sum_{j=2}^3 \sum_{k=1}^{j-1} (e_{i,j}\zeta_{i,k}^{(j)} f_{i,k}). \end{aligned}$$

其中 $\zeta_{i,1}^{(1)} = \zeta_{i,2}^{(2)} = \zeta_{i,3}^{(3)} = 1$ . 取

$$x_{i,4}^* = -m_{i3}e_{i,3}, \quad (11)$$

其中:  $m_{i3} = f_{i3}(|e_{i,3}|) + c_{i3}$ ,  $f_{i3}(|e_{i,3}|)$ 为有关 $e_{i,3}$ 的**K**类函数,  $c_{i3} > 0$ .

**第m步** 取

$$\lambda_m = 2^m,$$

$$\begin{aligned}V_{i,m} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m e_{i,k}^2, \\ \tau_{i,m} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{16} - \frac{1}{256} - \cdots - \frac{1}{2^{\lambda_m}}, \\ H_{i,m} &= \dot{V}_{i,m} + \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^m q_{i,k}^2 x_{i,k}^2 - \gamma_i^2 \sum_{k=1}^m \varepsilon_{i,k}^2 \right),\end{aligned}$$

由  $H_{i,m} = H_{i,(m-1)} + e_{i,m} \dot{e}_{i,m} - \frac{1}{2} \gamma_i^2 \varepsilon_{i,m}^2$  得下式(12):

$$\begin{aligned}H_{i,m} &\leq -\gamma_i^2 \sum_{k=1}^m \tau_{i,(m-k+1)} \varepsilon_k^2 + \\ &\quad \sum_{k=1}^m \left( \frac{e_{i,k}^2}{\gamma_i^2} + e_{i,k} f_{i,k} + \frac{q_{i,k}^2 x_{i,k}^2}{2} \right) + \\ &\quad \sum_{j=1}^m [(\varphi_{i,j} \theta_{i,j} + \phi_{i,j}) \sum_{k=j}^m (e_{i,k} \varsigma_{i,j}^{(k)})] + \\ &\quad \sum_{k=m+1}^{n_i} \left( \frac{q_{i,k}^2 x_{i,k}^2}{2} \right) + \\ &\quad \frac{1}{\gamma_i^2} \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m \left[ \frac{2^{\lambda_{k-j}}}{2} e_{i,k} \varsigma_{i,j}^{(k)} \right]^2 + \\ &\quad \sum_{j=2}^m \sum_{k=1}^{j-1} (e_{i,j} \varsigma_{i,k}^{(j)} f_{i,k}).\end{aligned}\quad (12)$$

其中  $\varsigma_{i,k}^{(k)} = 1, k = 1, 2, \dots, n$ .

选择虚拟控制  $x_{i,m+1}^*$  为

$$x_{i,m+1}^* = -m_{im} e_{i,m}, \quad (13)$$

其中:  $m_{im} = f_{im}(|e_{i,m}|) + c_{im}$ ,  $f_{im}(|e_{i,m}|)$  为有关  $e_{i,m}$  的  $K$  类函数,  $c_{im} > 0$ .

由于  $\dot{x}_{i,m+1}^*$  满足以下递推公式

$$\dot{x}_{i,m+1}^* = \frac{\partial \dot{x}_{i,m+1}}{\partial e_{i,m}} (\dot{x}_{i,m} - \dot{x}_{i,m}^*), \quad (14)$$

由式(14)可得

$$\dot{x}_{i,m+1}^* = -\varsigma_{i,1}^{(m)} \dot{x}_{i,1} - \varsigma_{i,2}^{(m)} \dot{x}_{i,2} - \cdots - \varsigma_{i,m}^{(m)} \dot{x}_{i,m}. \quad (15)$$

第  $n$  步 ( $n = n_i$ ) 取系统的Lyapunov函数为

$$V_{i,n} = V_{i,n-1} + \frac{1}{2} f^2(e_{i,n}) + \sum_{j=1}^n \frac{\tilde{\theta}_{i,j}^2}{2\rho_{i,j}},$$

其中  $f(e_{i,n})|_{e_{i,n}=0} \neq 0$ ,  $\frac{df(e_{i,n})}{de_{i,n}}|_{e_{i,n}=0} \neq 0$ .

取

$$H_{i,n} = \dot{V}_{i,n} + \sum_{k=1}^n \frac{\tilde{\theta}_k^2}{\rho_k} + \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^n q_{i,k}^2 x_{i,k}^2 - \gamma_i^2 \sum_{k=1}^n \varepsilon_{i,k}^2 \right),$$

由

$$H_{i,n-1} = \dot{V}_{i,n-1} + \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^{n_i} q_{i,k}^2 x_{i,k}^2 - \gamma_i^2 \sum_{k=1}^{n-1} \varepsilon_{i,k}^2 \right),$$

$$V_{i,n-1} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} e_{i,k}^2,$$

得

$$H_{i,n} = H_{i,(n-1)} + \sum_{j=1}^n \frac{\tilde{\theta}_{i,j} \dot{\tilde{\theta}}_{i,j}}{\rho_{i,j}} + L_i \dot{e}_{i,n} - \frac{1}{2} \gamma_i^2 \varepsilon_{i,n}^2, \quad (16)$$

其中  $L_i = f(e_{i,n}) \frac{df(e_{i,n})}{de_{i,n}}$ .

将通用公式(12)代入式(16)得下式:

$$\begin{aligned}H_{i,n} &\leq -\gamma_i^2 \sum_{k=1}^{n-1} \tau_{i,(n-k+1)} \varepsilon_k^2 + \\ &\quad \sum_{j=1}^n \frac{\tilde{\theta}_{i,j} \dot{\tilde{\theta}}_{i,j}}{\rho_{i,j}} + \frac{q_{i,n}^2 x_{i,n}^2}{2} + \\ &\quad \sum_{k=1}^{n-1} \left( \frac{e_{i,k}^2}{\gamma_i^2} + e_{i,k} f_{i,k} + \frac{q_{i,k}^2 x_{i,k}^2}{2} \right) + \\ &\quad \sum_{j=2}^{n-1} \sum_{k=1}^{j-1} (e_{i,j} \varsigma_{i,k}^{(j)} f_{i,k}) + \\ &\quad \sum_{j=1}^{n-1} [(\varphi_{i,j} \theta_{i,j} + \phi_{i,j}) \sum_{k=j}^{n-1} (e_{i,k} \varsigma_{i,j}^{(k)})] + L_i \dot{e}_{i,n} - \\ &\quad \frac{1}{2} \gamma_i^2 \varepsilon_{i,n}^2 + \frac{1}{\gamma_i^2} \sum_{j=1}^{n-2} \sum_{k=j+1}^{n-1} \left[ \frac{2^{\lambda_{k-j}}}{2} e_{i,k} \varsigma_{i,j}^{(k)} \right]^2,\end{aligned}\quad (17)$$

式(17)存在以下关系:

$$\dot{e}_{i,n} = \dot{x}_{i,n} - \dot{x}_{i,n}^*, \quad (18)$$

$$\dot{x}_{i,n}^* = -\varsigma_{i,1}^{(n)} \dot{x}_{i,1} - \varsigma_{i,2}^{(n)} \dot{x}_{i,2} - \cdots - \varsigma_{i,n-1}^{(n)} \dot{x}_{i,n-1}, \quad (19)$$

将式(18)(19)代入式(17)得下式(20):

$$\begin{aligned}H_{i,n} &\leq -\gamma_i^2 \sum_{k=1}^n \tau_{i,(n-k+1)} \varepsilon_k^2 + \\ &\quad \sum_{k=1}^{n-1} \left( \frac{e_{i,k}^2}{\gamma_i^2} + e_{i,k} f_{i,k} + \frac{q_{i,k}^2 x_{i,k}^2}{2} \right) + \frac{L_i^2}{\gamma_i^2} + \\ &\quad \sum_{j=1}^{n-1} [(\varphi_{i,j} (\hat{\theta}_{i,j} + \tilde{\theta}_{i,j}) + \phi_{i,j}) \sum_{k=j}^{n-1} (e_{i,k} \varsigma_{i,j}^{(k)})] + \\ &\quad \frac{q_{i,n}^2 x_{i,n}^2}{2} + L_i g_{i,n} u_i + \sum_{j=1}^n \frac{\tilde{\theta}_{i,j} \dot{\tilde{\theta}}_{i,j}}{\rho_{i,j}} + \\ &\quad \sum_{j=2}^{n-1} \sum_{k=j}^{j-1} (e_{i,j} \varsigma_{i,k}^{(j)} f_{i,k}) + L_i (f_{i,n} + \varphi_{i,n} \theta_{i,n} + \\ &\quad \phi_{i,n}) + \sum_{j=1}^{n-1} [L_i \varsigma_{i,j}^{(n)} (\varphi_{i,j} \theta_{i,j} + \phi_{i,j})] + \\ &\quad \frac{1}{\gamma_i^2} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \left[ \frac{2^{\lambda_{k-j}}}{2} e_{i,k} \varsigma_{i,j}^{(k)} \right]^2,\end{aligned}\quad (20)$$

当式(20)满足:

$$\begin{aligned}&\sum_{j=1}^{n-1} \{ \varphi_{i,j} [\sum_{k=j}^{n-1} (e_{i,k} \varsigma_{i,j}^{(k)}) + L_i \varsigma_{i,j}^{(n)}] \} + \\ &\sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{\rho_{i,j}} \dot{\tilde{\theta}}_{i,j} = 0,\end{aligned}\quad (21a)$$

$$L_i \varphi_{i,n} + \frac{1}{\rho_{i,n}} \dot{\theta}_{i,n} = 0, \quad (21b)$$

$$\begin{aligned} -L_i g_{i,n} u_i = & -\gamma_i^2 \sum_{k=1}^n \tau_{i,(n-k+1)} \varepsilon_k^2 + \\ & \sum_{k=1}^{n-1} \left( \frac{e_{i,k}^2}{\gamma_i^2} + e_{i,k} f_{i,k} + \frac{q_{i,k}^2 x_{i,k}^2}{2} \right) + \frac{L_i^2}{\gamma_i^2} + \\ & \sum_{j=1}^{n-1} \{ (\phi_{i,j} \hat{\theta}_{i,j} + \phi_{i,j}) [L_i \varsigma_{i,j}^{(n)} + \sum_{k=j}^{n-1} (e_{i,k} \varsigma_{i,j}^{(k)})] \} + \\ & \sum_{j=2}^{n-1} \sum_{k=j}^{j-1} (e_{i,j} \varsigma_{i,k}^{(j)} f_{i,k}) + L_i (f_{i,n} + \varphi_{i,n} \hat{\theta}_{i,n} + \phi_{i,n}) + \\ & \frac{1}{\gamma_i^2} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \left[ \frac{2^{\lambda_{k-j}}}{2} e_{i,k} \varsigma_{i,j}^{(k)} \right]^2 + \frac{q_{i,n}^2 x_{i,n}^2}{2}. \end{aligned} \quad (22)$$

由式(21)–(22)得参数自适应律和控制律为:

$$\dot{\theta}_{i,j} = \rho_{i,j} \{ \varphi_{i,j} \left[ \sum_{k=j}^{n-1} (e_{i,k} \varsigma_{i,j}^{(k)}) + L_i \varsigma_{i,j}^{(n)} \right] \}, \quad (23)$$

$$j = 1, \dots, n-1,$$

$$\dot{\theta}_{i,n} = \rho_{i,n} \varphi_{i,n}, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} u_i = & -L_i^{-1} g_{i,n}^{-1} \{ -\gamma_i^2 \sum_{k=1}^n \tau_{i,(n-k+1)} \varepsilon_k^2 + \\ & \sum_{k=1}^{n-1} \left( \frac{e_{i,k}^2}{\gamma_i^2} + e_{i,k} f_{i,k} + \frac{q_{i,k}^2 x_{i,k}^2}{2} \right) + \frac{L_i^2}{\gamma_i^2} + \\ & \sum_{j=1}^{n-1} \{ (\varphi_{i,j} \hat{\theta}_{i,j} + \phi_{i,j}) [L_i \varsigma_{i,j}^{(n)} + \sum_{k=j}^{n-1} (e_{i,k} \varsigma_{i,j}^{(k)})] \} + \\ & \sum_{j=2}^{n-1} \sum_{k=j}^{j-1} (e_{i,j} \varsigma_{i,k}^{(j)} f_{i,k}) + L_i (f_{i,n} + \varphi_{i,n} \hat{\theta}_{i,n} + \\ & \phi_{i,n}) + \frac{1}{\gamma_i^2} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \left[ \frac{2^{\lambda_{k-j}}}{2} e_{i,k} \varsigma_{i,j}^{(k)} \right]^2 + \\ & \frac{q_{i,n}^2 x_{i,n}^2}{2} \}, \end{aligned} \quad (25)$$

将式(23)–(25)代入式(2)得

$$H_{i,n} \leq -\gamma_i^2 \sum_{k=1}^n \tau_{i,(m-k+1)} \varepsilon_k^2 \leq 0.$$

由于

$$H_{i,n} = \dot{V}_{i,n} + \sum_{k=1}^n \frac{\dot{\theta}_k^2}{\rho_k} + \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^n q_{i,k}^2 x_{i,k}^2 - \gamma_i^2 \sum_{k=1}^n \varepsilon_{i,k}^2 \right) \leq 0,$$

所以  $2\dot{V}_{i,n} \leq \gamma_i^2 \|\varepsilon_i(t)\|^2 - \|\mathbf{y}_i(t)\|^2$ . 令存储函数为  $V_i(x) = 2V_{i,n} = \sum_{j=1}^n e_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^n \rho_{i,j}^{-1} \tilde{\theta}_{i,j}^2$ , 则有

$$V_i(\mathbf{x}) - V_i(0) + \int_0^T \|\mathbf{y}_i\|^2 dt \leq \gamma_i^2 \int_0^T \|\mathbf{w}_i\|^2 dt.$$

由于  $V_i = \sum_{j=1}^n e_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^n \rho_{i,j}^{-1} \tilde{\theta}_{i,j}^2 \geq 0$ , 则有

$$\int_0^T \|\mathbf{y}_i\|^2 dt \leq \gamma_i^2 \int_0^T \|\mathbf{w}_i\|^2 dt + V_i(0).$$

**定理1** 式(24)(25)可实现系统(1)各子系统的分散 $L_2$ 增益干扰抑制控制.

证 定义系统(1)的存储函数为  $V_i(x) = 2V_{i,n} = \sum_{j=1}^n e_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^n \rho_{i,j}^{-1} \tilde{\theta}_{i,j}^2$ . 求存储函数沿系统(1)的导数, 则在式(24)(25)作用下, 满足:  $2\dot{V}_{i,n} \leq \gamma_i^2 \|\varepsilon_i(t)\|^2 - \|\mathbf{y}_i(t)\|^2$ , 并求积分可得  $\int_0^T \|\mathbf{y}_i\|^2 dt \leq \gamma_i^2 \int_0^T \|\mathbf{w}_i\|^2 dt + V_i(0)$ . 因此, 式(24)(25)可实现系统(1)的 $L_2$ 增益干扰抑制控制.

**评价1** 在SM- $L_2$ -DDA设计过程中, 参数自适应律  $\theta_{i,j}$  的求解是以子系统鲁棒稳定为前提, 并非以  $\theta_{i,j}$  的准确估计为根本目的.

**评价2** SM- $L_2$ -DDA方法在实现各子系统 $L_2$ 增益干扰抑制控制的基础上, 保证了互联多输入系统的整体干扰抑制, 因此, 具有分散控制的特性. 求解过程中, 需要满足假设条件1. 互联多输入系统的存储函数为  $V(x) = \sum_{j=1}^m V_j(x_j)$ .

**评价3** 在SM- $L_2$ -DDA设计过程中, 给出了分散 $L_2$ 增益抑制计算的规律性公式. 克服了传统 $L_2$ 增益抑制设计过程中反复递推计算的不足.

**评价4** 本文提出的SM- $L_2$ -DDA设计方法给出了一类非下三角结构的多输入系统的分散 $L_2$ 增益干扰抑制设计新方法. 该方法特别适合诸如电力系统等子系统间交叉项为量测值的情形.

**评价5**  $f_{ij}(|e_{i,j}|)$  是关于  $e_{i,j}$  的  $k$  类函数, 例如  $f(e_{ij}) = |k_{ij}| e_{ij}^2$ . 当  $e_{ij}$  增加时,  $f_{ij}(|e_{i,j}|)$  和  $m_{ij}$  值增加,  $L_2$  增益抑制控制速度加快. 传统的 $L_2$ 增益抑制控制中,  $m_{ij}$  为常数, 因此, SM- $L_2$ -DDAC 可提高 $L_2$ 增益抑制控制速度.

### 3 多机电力系统的SM- $L_2$ -DDAC分析 (Analysis of the computational example and SM- $L_2$ -DDAC for power system)

具有外部干扰输入和不确定参数, 包含  $n$  台发电机电力系统的第  $i$  台发电机可表示为:

$$\dot{\delta}_i = \omega_i - \omega_0, \quad (26a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_i(t) = & \frac{\omega_0}{M_i} P_{i,m} - \frac{D_i}{M_i} (\omega_i(t) - \omega_0) - \\ & \frac{\omega_0}{M_i} P_{i,e} + \frac{\omega_0}{M_i} \varepsilon_{i,1}, \end{aligned} \quad (26b)$$

$$\dot{E}'_{qi}(t) = \frac{E_{fi} - E_{qi}(t)}{T'_{d0i}} + \frac{1}{T'_{d0i}} \varepsilon_{i,2}, \quad (26c)$$

$$z_i = \begin{bmatrix} q_{i,1}(\delta_i(t) - \delta_{0i}) \\ q_{i,2}(\omega_i(t) - \omega_{0i}) \end{bmatrix}, \quad (26d)$$

式中:

$$P_{i,e} = E'_{qi} \sum_{j=1}^n E'_{qj} [B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)]$$

为有功功率;  $E_{qi}(t) = E'_{qi}(t) + I_{di}(x_{di} - x'_{di})$  为  $q$  轴空载电势;  $E'_{qi}(t)$  为  $q$  轴空载暂态电势;  $I_{di}$  为直轴电流;  $\mathbf{z}_i$  为调节输出向量;  $\varepsilon_{i,1}$  为转矩干扰;  $\varepsilon_{i,2}$  为电磁干扰;  $D_i$  为阻尼系数, 由于难以测量确定, 可看作不确定参数;  $M_i$  为转动惯量;  $\delta_i$  为功角瞬时值;  $\omega_i$  为转速瞬时值;  $T'_{d0i}$  为暂态励磁绕组时间常数;  $x_{di}$  为同步电抗;  $x'_{di}$  为直轴暂态电抗;  $B_{ij}$  为第  $i$  节点与第  $j$  节点间的互电纳;  $G_{ij}$  第  $i$  节点与第  $j$  节点间的互电导;  $\delta_0, \omega_0$  分别为稳定运行点的功角和角速度.

定义如下坐标变换:

$$\mathbf{x}_i = [\delta_i(t) - \delta_{0i} \ \omega_i(t) - \omega_{0i} \ E'_{qi}(t)]^T.$$

在新的坐标系下, 式(26)可以转化为以下形式:

$$\dot{x}_{i,1} = x_{i,2}, \quad (27a)$$

$$\dot{x}_{i,2}(t) = \frac{\omega_0}{M_i}(P_{i,m} - P_{i,e}) + \theta_i x_{i,2} + d_{i,1}, \quad (27b)$$

$$\dot{x}_{i,3} = v_i + d_{i,2}, \quad (27c)$$

$$z_i = [q_{1i}x_{1i} \ q_{2i}x_{2i}]^T, \quad (27d)$$

式中:  $d_{i,1} = \frac{\omega_0}{M_i}\varepsilon_{i,1}$ ,  $d_{i,2} = \frac{1}{T'_{d0i}}\varepsilon_{i,2}$  为干扰量;  $\theta_i = -\frac{D_i}{M_i}$  为不确定参数;  $v_i = (E_{fi} - E'_{qi}(t) - I_{di}(x_{di} - x'_{di})) / T'_{d0i}$  为新的系统输入变量, 由于  $v_i$  只与本地状态参量  $E'_{qi}(t), I_{di}$  有关, 所以只要求得  $v_i$  的值, 便可确定励磁控制输入  $E_{fi}$  的大小.

模型分析:

1) 虽然  $P_{ei}$  与多机电力系统中其他机组的功角和空载暂态电动势  $E'_{qi}(t)$  相关, 但是  $P_{ei}$  可以在本地机组中直接测量得到, 属于系统中的量测值, 因此, 式(24)为式(1)的一种形式.

2) 式(27)不具备严参数反馈的结构.

采用本文SM-L<sub>2</sub>-DDAC的励磁控制推导如下:

**第1步** 取  $e_{i,1} = x_{i,1}$ , 得:  $\dot{e}_{i,1} = x_{i,2}$ . 取  $V_{i,1} = \frac{e_{i,1}^2}{2}$ ,  $H_{i,1} = \dot{V}_{i,1} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 q_{i,j}^2 x_{i,j}^2$ , 得

$$H_{i,1} = e_{i,1}x_{i,2} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 q_{i,j}^2 x_{i,j}^2, \quad (28)$$

其中  $x_{i,2}$  可以看作模型1中的  $\phi_{i,1}(\mathbf{X})$ .

选择虚拟控制  $x_{i,2}^*$  为

$$x_{i,2}^* = -m_{i1}e_{i,1}, \quad (29)$$

定义误差变量为  $e_{i,2} = x_{i,2} - x_{i,2}^*$ , 得

$$\dot{e}_{i,2} = \dot{x}_{i,2} - \dot{x}_{i,2}^* = \frac{\omega_0}{M_i}\bar{P}_{i,e} + \theta_i x_{i,2} + d_{i,1} - \frac{\partial x_{i,2}^*}{\partial e_{i,1}}\dot{e}_{i,1}, \quad (30)$$

其中  $\bar{P}_{i,e} = P_{i,e0} - P_{i,e}$ ,  $P_{i,m} = P_{i,e0}$ , 即稳态时机械功率等于电磁功率.

由式(30)得

$$\dot{e}_{i,2} = \frac{\omega_0}{M_i}\bar{P}_{i,e} + \theta_i x_{i,2} + d_{i,1} + \varsigma_{i,1}^{(2)}x_{i,2}, \quad (31)$$

$$\text{其中 } \varsigma_{i,1}^{(2)} = -\frac{\partial x_{i,2}^*}{\partial e_{i,1}}.$$

**第2步** 取  $H_{i,2} = \dot{V}_{i,2} + \frac{1}{2}(\sum_{j=1}^2 q_{i,j}^2 x_{i,j}^2 - \gamma_i^2 d_{i,1}^2)$ ,  $V_{i,2} = \frac{e_{i,1}^2 + e_{i,2}^2}{2}$  得

$$H_{i,2} = H_{i,1} + e_{i,2}\dot{e}_{i,2} - \frac{1}{2}\gamma_i^2 d_{i,1}^2, \quad (32)$$

由式(28)(32)得

$$H_{i,2} = e_{i,1}x_{i,2} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 q_{i,j}^2 x_{i,j}^2 + e_{i,2}\dot{e}_{i,2} - \frac{1}{2}\gamma_i^2 d_{i,1}^2, \quad (33)$$

将式(31)代入(33)得

$$H_{i,2} = -\left(\frac{1}{2}\gamma_i d_{i,1} - \frac{e_{i,2}}{\gamma_i}\right)^2 - \frac{\gamma_i^2 d_{i,1}^2}{4} + \frac{e_{i,2}^2}{\gamma_i^2} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 q_{i,j}^2 x_{i,j}^2 + (e_{i,1} + e_{i,2}\varsigma_{i,1}^{(2)})x_{i,2} + e_{i,2}\left(\frac{\omega_0}{M_i}\bar{P}_{i,e} + \theta_i x_{i,2}\right), \quad (34)$$

选择虚拟控制  $x_{i,3}^*$  为

$$x_{i,3}^* = -m_{i3}e_{i,3}, \quad (35)$$

由式(35)得

$$\dot{x}_{i,3}^* = -\varsigma_{i,1}^{(3)}\dot{x}_{i,1} - \varsigma_{i,2}^{(3)}\dot{x}_{i,2}. \quad (36)$$

**第3步** 取

$$H_{i,3} = \dot{V}_{i,3} + \frac{1}{2}(\sum_{k=1}^2 q_{i,k}^2 x_{i,k}^2 - \gamma_i^2 \sum_{k=1}^2 d_{i,k}^2), \\ V_{i,3} = V_{i,2} + \frac{f^2(e_{i,3})}{2} + \frac{\tilde{\theta}_i^2}{2\rho_i},$$

得

$$H_{i,3} = H_{i,2} + f(e_{i,3}) \frac{df(e_{i,3})}{de_{i,3}} \dot{e}_{i,3} + \frac{\tilde{\theta}_i \dot{\tilde{\theta}}_i}{\rho_i} - \frac{1}{2}\gamma_i^2 d_{i,2}^2, \quad (37)$$

由式(34)得下式(38):

$$H_{i,2} \leq -\frac{\gamma_i^2 d_{i,1}^2}{4} + \frac{e_{i,2}^2}{\gamma_i^2} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 q_{i,j}^2 x_{i,j}^2 + (e_{i,1} + e_{i,2}\varsigma_{i,1}^{(2)})x_{i,2} + e_{i,2}\left(\frac{\omega_0}{M_i}\bar{P}_{i,e} + \theta_i x_{i,2}\right) + L_i \dot{e}_{i,3} - \frac{1}{2}\gamma_i^2 d_{i,2}^2 + \frac{\tilde{\theta}_i \dot{\tilde{\theta}}_i}{\rho_i}, \quad (38)$$

$$\text{其中 } L_i = f(e_{i,3}) \frac{df(e_{i,3})}{de_{i,3}}.$$

将式(36)代入式(38)得下式(39):

$$\begin{aligned} H_{i,2} \leq & -\frac{\gamma_i^2 d_{i,1}^2}{4} + \frac{e_{i,2}^2}{\gamma_i^2} + (e_{i,1} + e_{i,2}\zeta_{i,1}^{(2)} + \\ & L_i\zeta_{i,1}^{(3)})x_{i,2} + (e_{i,2} + L_i\zeta_{i,2}^{(3)})(\frac{\omega_0}{M_i}\bar{P}_{i,e} + \\ & \theta_i x_{i,2}) + L_i\zeta_{i,1}^{(3)}d_{i,1} + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^2 q_{i,j}^2 x_{i,j}^2 - \\ & \frac{1}{2}\gamma_i^2 d_{i,2}^2 + L_i d_{i,2} + L_i v_i + \frac{\tilde{\theta}_i \dot{\theta}_i}{\rho_i}. \end{aligned} \quad (39)$$

式(39)进一步化简得下式(40):

$$\begin{aligned} H_{i,2} \leq & -\frac{3\gamma_i^2 d_{i,1}^2}{16} - \frac{\gamma_i^2 d_{i,2}^2}{4} + (\frac{2L_i\zeta_{i,1}^{(3)}}{\gamma_i})^2 + \\ & (\frac{L_i}{\gamma_i})^2 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^2 q_{i,j}^2 x_{i,j}^2 + \frac{\tilde{\theta}_i \dot{\theta}_i}{\rho_i} + (e_{i,1} + \\ & e_{i,2}\zeta_{i,1}^{(2)} + L_i\zeta_{i,1}^{(3)})x_{i,2} + (e_{i,2} + L_i\zeta_{i,2}^{(3)}) \\ & (\frac{\omega_0}{M_i}\bar{P}_{i,e} + \theta_i x_{i,2}) + L_i v_i. \end{aligned} \quad (40)$$

式(40)中取

$$\frac{\tilde{\theta}_i \dot{\theta}_i}{\rho_i} + (e_{i,2} + L_i\zeta_{i,2}^{(3)})\tilde{\theta}_i x_{i,2} = 0, \quad (41)$$

$$\begin{aligned} -L_i v_i = & (\frac{2L_i\zeta_{i,1}^{(3)}}{\gamma_i})^2 + (\frac{L_i}{\gamma_i})^2 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^2 q_{i,j}^2 x_{i,j}^2 + \\ & (e_{i,1} + e_{i,2}\zeta_{i,1}^{(2)} + L_i\zeta_{i,1}^{(3)})x_{i,2} + (e_{i,2} + \\ & L_i\zeta_{i,2}^{(3)})(\frac{\omega_0}{M_i}\bar{P}_{i,e} + \hat{\theta}_i x_{i,2}), \end{aligned} \quad (42)$$

由式(40)(41)得

$$H_{i,2} \leq -\frac{3\gamma_i^2 d_{i,1}^2}{16} - \frac{\gamma_i^2 d_{i,2}^2}{4}, \quad (43)$$

由式(41)(42)得控制律和参数自适应律为

$$\begin{aligned} v_i = & -L_i^{-1}\{(\frac{2e_{i,3}\zeta_{i,1}^{(3)}}{\gamma_i})^2 + (\frac{L_i}{\gamma_i})^2 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^2 q_{i,j}^2 x_{i,j}^2 + \\ & e_{i,1}x_{i,2}(e_{i,2}\zeta_{i,1}^{(2)} + L_i\zeta_{i,1}^{(3)})x_{i,2} + (e_{i,2} + \\ & L_i\zeta_{i,2}^{(3)})(\frac{\omega_0}{M_i}\bar{P}_{i,e} + \hat{\theta}_i x_{i,2})\}, \end{aligned} \quad (44)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \rho_i(e_{i,2} + L_i\zeta_{i,2}^{(3)})x_{i,2}. \quad (45)$$

**评价6** 通过采用式(44)(45)可实现多机电力系统的分散励磁控制。分析如下:

式(44)与变量 $e_{i,2}, e_{3i}, x_{i,1}, x_{2i}, x_{3i}, \bar{P}_{ei}$ 相关, 且

$$\begin{aligned} e_{i,2} &= x_{i,2} - x_{i,2}^*, x_{i,2}^* = \frac{q_{i,1}^2 x_{i,1}^2}{2}, \\ e_{3i} &= x_{3i} - x_{3i}^*, x_{3i}^* = f(x_{1i}, x_{2i}), \end{aligned}$$

因此, 式(44)其实是关于本地变量 $x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, \bar{P}_{ei}$ 的函数。由于式(45)与变量 $e_{2i}, e_{3i}, x_{2i}$ 相关, 所以同样式(45)只与本地变量 $x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}$ 相关。

**评价7** 在本文提出的SM- $L_2$ -DDAC设计方法

中, 给出了规律性计算公式(24)–(25), 简化了 $L_2$ 增益干扰抑制计算的难度。

#### 4 多机电力系统 SM- $L_2$ -DDAC 仿真与分析

(Simulation results and analysis of the SM- $L_2$ -DDAC for the multi-machine power system)

采用图1所示的4机系统动态仿真来验证本文提出的SM- $L_2$ -DDAC的控制效果, 并与传统的 $L_2$ 增益控制进行对比。

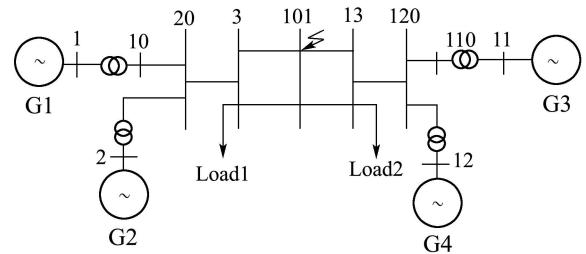


图1 4机电力系统结构图

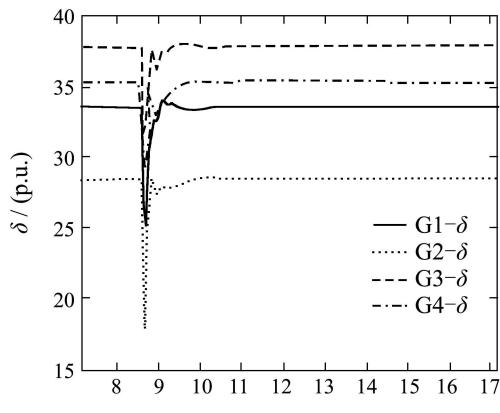
Fig. 1 Diagram of the 4-machine power system

图1的3节点和13节点的负载Load1, Load2用线性阻感负载表示。

图1中, 负载Load1功率为:  $P = 367 \text{ MW}$ ,  $Q = -337 \text{ Mvar}$ , 负载Load2功率为:  $P = 17667 \text{ MW}$ ,  $Q = -437 \text{ Mvar}$ 。在8.5 s时, 发生三相接地短路故障扰动, 并在8.6 s时, 故障取消。4机系统中, 发电机、变压器、传输线的参数详见文献[18]。

仿照常规 $L_2$ 增益干扰抑制控制方法, 当 $m_{i,1}, m_{i,2}, m_{i,3}$ 非 $K$ 类函数, 而是常数时, 取 $\rho_i = 1$ ,  $m_{i,1} = m_{i,2} = m_{i,3} = 4$ ,  $\gamma_i = 0.4$ 。各状态参量的动态变化曲线如图2所示。

采用SM- $L_2$ -DDAC控制方式时, 取 $\rho_i = 1$ ,  $\gamma_i = 0.4$ ,  $c_{i1} = c_{i2} = c_{i3} = 6$ ,  $f_{i1}(|x_{i1}|) = 2|x_{i1}|$ ,  $f_{i2}(|e_{i,2}|) = e_{i,2}^2$ ,  $f_{i3}(|e_{i,3}|) = 3|e_{i,3}|$ , 各状态参量的动态变化曲线如图3所示。



(a) 功角变化曲线

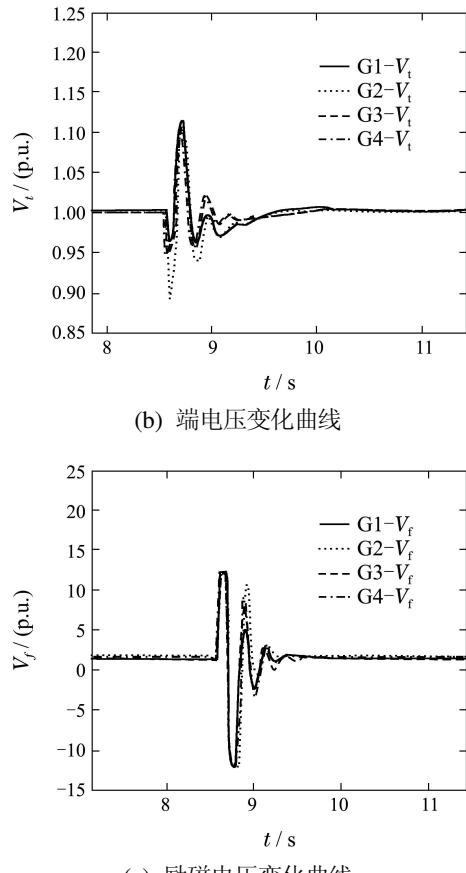
图2 常规 $L_2$ 增益干扰抑制控制时的动态响应曲线

Fig. 2 Dynamic response of the state parameters by traditional  $L_2$ -gain attenuation control

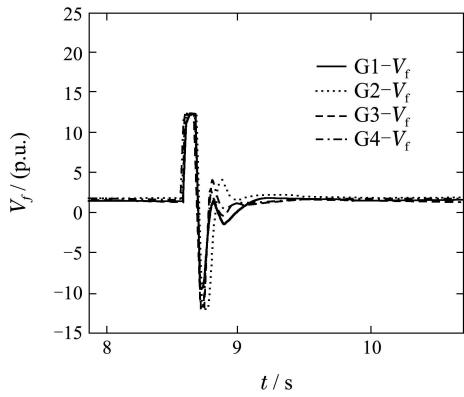
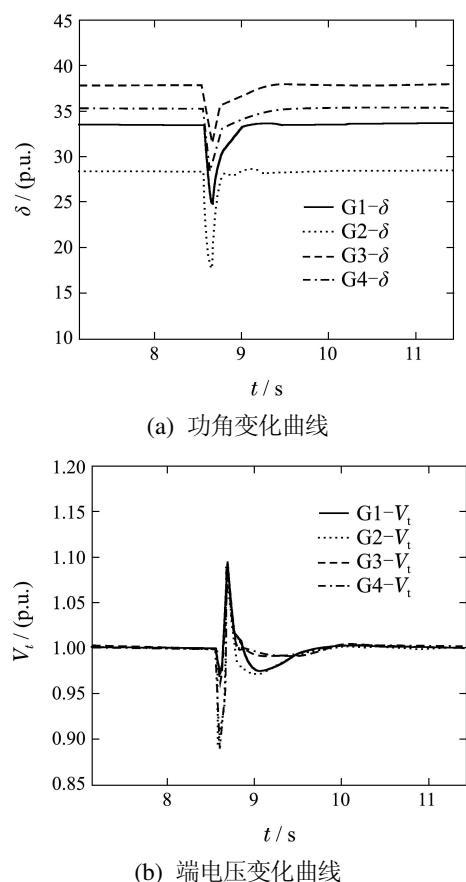
图3 SM- $L_2$ -DDAC控制时的动态响应曲线

Fig. 3 Dynamic response of the state parameters by SM- $L_2$ -DDAC

由图2-3比较可知: 1) 端电压的收敛速度加快。由于在SM- $L_2$ -DDAC中, 引入了 $K$ 类函数, 依据式(32)-(34), 当 $e_{i,j}$ 增加时,  $m_{ij}$ 值增加, 因此, SM- $L_2$ -DDAC可以提高各状态变量的收敛速度; 2) 功角的震荡幅值和频率降低, SM- $L_2$ -DDAC对提高电力系统的暂态稳定性有利。一方面SM- $L_2$ -DDAC在设计过程中完全保留了系统的非线性特性, 没有进行任何线性化处理; 另一方面, 由于SM- $L_2$ -DDAC引入了 $K$ 类函数增加了暂态电势的收敛速度; 3) 励磁控制电压的震荡频率减小, 收敛速度加快。相对于传统的 $L_2$ 增益控制, SM- $L_2$ -DDAC提高了励磁控制响应速度。

## 5 结语(Conclusion)

本文针对一类由多个子系统交叉构成的多输入系统 $L_2$ 增益干扰抑制控制问题, 提出了一种新的SM- $L_2$ -DDAC设计方法。基于含有量测值的交叉互联多输入系统结构, 采用新的反演设计方法, 给出了一类多输入系统SM- $L_2$ -DDAC的通用设计公式。由于在设计过程中, 引入了虚拟控制变量和 $K$ 类函数, 所以相对于传统的 $L_2$ 增益设计方法, SM- $L_2$ -DDAC计算方法具有规律性强、公式通用的优势, 同时可以提高系统状态的收敛速度。在算例分析和仿真结果验证了所提方法的正确性, 并以实际4机电力系统为例, 进行了SM- $L_2$ -DDAC仿真分析, 仿真结果证明了该方法相对于传统的 $L_2$ 增益干扰抑制控制方法, 能够提高状态变量的收敛速度, 对提高电力系统的暂态稳定性有利, 为广域电力系统的分散 $L_2$ 干扰抑制控制提供了一种新的方法。

## 参考文献(References):

- [1] 谷志峰, 朱长青, 邵天章, 等. 基于气隙磁场定向的无传感器交流跟踪励磁控制研究 [J]. 电力自动化设备, 2011, 10(31): 52–56.  
(GU Zhifeng, ZHU Changqing, SHAO Tianzhang, et al. Study on the AC tracking excitation based on the sensorless air-gap field oriented technology [J]. Electric Power Automatic Equipment, 2011, 10(31): 52–56.)

- [2] 王冰, 季海波, 陈欢, 等. 基于Hamilton能量理论的水轮发电机水门与励磁非线性 $L_2$ 控制 [J]. 电机与控制学报, 2006, 1(1): 9–13.  
(WANG Bin, JI Haibo, CHEN Huan, et al. Nonlinear  $L_2$  design for the water-gate and excitation control of hydro-turbine generator based on hamilton energy theory [J]. *Electric Machines and Control*, 2006, 1(1): 9–13.)
- [3] 阮映琴, 王杰. SVC与发电机励磁无源协调Backstepping控制 [J]. 电工技术学报, 2004, 24(5): 14–18.  
(RUAN Yingqin, WANG Jie. Coordinated control for SVC and generator excitation based on passivity and back-stepping technique [J]. *Transactions of China Electro-technical Society*, 2004, 24(5): 14–18.)
- [4] 刘慧明, 井元伟, 张嗣瀛. 一类组合系统的模型参考自适应分散控制 [J]. 控制与决策, 2005, 20(2): 191–194.  
(LIU Huiming, JING Yuanwei, ZHANG Siying. Model reference adaptive decentralized control for a class of large-scale composite systems [J]. *Control and Decision*, 2005, 20(2): 191–194.)
- [5] 蒋朝辉, 桂卫华, 谢永芳. 不确定性关联奇异大系统时滞相关分散鲁棒镇定 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(11): 1303–1308.  
(JIANG Chaohui, GUI Weihua, XIE Yongfang. Delay-dependent decentralized robust stabilization for interconnected singular large-scale system with uncertainties [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(11): 1303–1308.)
- [6] 马跃超, 张庆灵. 具有输入饱和的非线性关联大系统的分散控制 [J]. 控制理论与应用, 2007, 24(4): 683–686.  
(MA Yuechao, ZHANG Qingling. Decentralized control for nonlinear large-scale interconnected systems with input saturation [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(4): 683–686.)
- [7] 傅勤, 杨成梧. 带有扰动的一类大型互联非线性系统的鲁棒分散控制 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(3): 321–328.  
(FU Qin, YANG Chengwu. Robust decentralized control for a class of large-Scale interconnected nonlinear systems with bounded disturbances [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(3): 321–328.)
- [8] 傅勤, 杨成梧. 含非匹配互联项的一类大型互联非线性系统的鲁棒分散控制 [J]. 自动化学报, 2008, 34(4): 488–492.  
(FU Qin, YANG Chengwu. Robust decentralized control for a class of large-Scale interconnected nonlinear systems with mismatched interconnections [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(4): 488–492.)
- [9] JIANG Z P, REPPERGER D W, DAVID J H. Decentralized nonlinear output-feedback stabilization with disturbance attenuation [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(10): 1623–1629.
- [10] LU Q, MEI S W, HU W, et al. Nonlinear decentralized disturbance attenuation excitation control via new recursive design for multi-machine power systems [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2001, 16(4): 729–736.
- [11] 兰海, 李殿璞, 杨丽华. 多机系统励磁的非线性 $L_2$ 增益干扰抑制控制 [J]. 电机与控制学报, 2005, 9(2): 151–155.  
(LAN Hai, LI Dianpu, YANG Lihua. Nonlinear  $L_2$  gain disturbance attenuation control for multi-machine power system excitation [J]. *Electrical Machines and Control*, 2005, 9(2): 151–155.)
- [12] 兰海, 李殿璞, 原新, 等. 一类MIMO非线性系统的 $L_2$ 增益干扰抑制方法 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2004, 25(6): 751–755.  
(LAN Hai, LI Dianpu, YUAN Xin, et al.  $L_2$  gain disturbance attenuation for a class of MIMO nonlinear systems [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2004, 25(6): 751–755.)
- [13] 田思庆, 于志刚, 宋申民. 不确定性的非线性系统神经网络 $L_2$ 增益控制 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2009, 30(7): 829–833.  
(TIAN Siqing, YU Zhigang, SONG Shenmin. Neural network  $L_2$  gain controller for a nonlinear system with uncertainty [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2009, 30(7): 829–833.)
- [14] WANG Y Y, GUO G X, HILL D J. Robust decentralized nonlinear controller design for multimachine power systems [J]. *Automatica*, 1997, 33(9): 1725–1733.
- [15] WANG K, XIN H, GAN D, et al. Nonlinear robust adaptive excitation controller design in power systems based on a new back-stepping method [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2010, 4(12): 2947–2957.
- [16] CAI Z, de QUEIROZ M S, DAWSON D M. Robust adaptive asymptotic tracking of nonlinear systems with additive disturbance [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 524–529.
- [17] 梅生伟, 申铁龙, 刘康志. 现代鲁棒控制理论与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2008: 296–297.  
(MEI Shengwei, SHEN Tielong, LIU Kangzhi. *Modern Robust Control Theory and Application* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008: 296–297.)
- [18] KUNDUR. *Power System Stability and Control* [M]. Beijing: China Electric Power Press, 1994.

### 作者简介:

- 谷志锋 (1979–), 男, 博士研究生, 讲师, 主要研究方向为装备电网络鲁棒控制技术, E-mail: gu\_79\_11@163.com;
- 朱长青 (1963–), 男, 教授, 主要研究方向为装备电网络支持技术研究, E-mail: Zhunqi@163.com;
- 杨润生 (1963–), 男, 副教授, 主要研究方向为装备电网络非线性控制技术研究, E-mail: Yang\_rs\_63@163.com;
- 邵天章 (1967–), 男, 副教授, 主要研究方向为装备电网络仿真技术研究, E-mail: STZ\_67@163.com.