DOI: 10.7641/CTA.2015.31139

# 欠驱动桥式吊车消摆跟踪控制

孙 宁, 方勇纯<sup>†</sup>, 陈 鹤

(南开大学 机器人与信息自动化研究所, 天津 300071; 南开大学 天津市智能机器人技术重点实验室, 天津 300071)

摘要:对于桥式吊车系统而言,其控制目标是将货物快速、精确、摆动尽可能小地运送到目标位置.为此,本文提出了一种新型的轨迹跟踪控制策略,可在保证负载快速平稳运送的同时,有效地抑制并消除整个过程中负载的摆动.具体而言,通过对吊车动力学模型进行一系列的变换,设计了一种新颖的跟踪控制器,并对闭环系统信号的有界性与收敛性进行了理论分析.与调节控制方法相比,本文方法可保证台车的平滑启动与运行;此外,本方法放宽了已有轨迹跟踪控制方法对参考轨迹的约束条件,更具实用性与一般性.实验结果表明,本文设计的控制器能取得优于已有方法的控制效果,并对外界干扰具有很强的鲁棒性.

关键词: 欠驱动系统; 吊车; 防摆控制; 非线性系统

中图分类号: TP273 文献标识码: A

# Antiswing tracking control for underactuated bridge cranes

SUN Ning, FANG Yong-chun<sup>†</sup>, CHEN He

(Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University, Tianjin 300071, China; Tianjin Key Laboratory of Intelligent Robotics, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract: The control objective for bridge crane systems is to transport cargos to the desired location rapidly and accurately, with the cargo swing being as small as possible. Motivated by the desire to tackle this problem, we present a new swing elimination tracking control approach in this paper to achieve smooth payload transferring while simultaneously attenuating unexpected swing. In particular, some model transformation operations are performed for the crane dynamics, and then a novel tracking controller is designed, on the basis of which some theoretical analysis is implemented to show the boundedness and convergence of the closed-loop signals. In comparison with regulation controllers, the proposed method can ensure smoother trolley motion, and moreover, it relaxes some constraints imposed on reference trajectories, which are usually required by most existing tracking strategies. Hardware experiment results are included to illustrate that the designed controller achieves improved performance than existing methods and shows strong robustness with respect to extraneous disturbances.

Key words: underactuated systems; cranes; antiswing control; nonlinear systems

## 1 引言(Introduction)

作为最为常见的重型货物搬运工具之一,桥式吊车被广泛应用于国民经济建设的各个领域,如海港、核电站、钢厂、车间、道路建设等,发挥着极为重要的作用.随着我国工业生产规模不断扩大,生产效率不断提高,其货物搬运的作用愈加凸显.对于桥式吊车系统而言,其主要控制目标为对负载的快速、准确"点对点"搬运.然而,由于吊车的欠驱动特性,加之系统易受到各种外界干扰的影响,在搬运过程中负载极易发生大幅摆动,严重影响了负载的定位精度, 在降低系统工作效率的同时,带来了诸多的不安全因 素. 在一些特殊场合, 对防摆控制有着非常高的要求, 如在钢包吊运的过程中, 大幅摆动会引起高温钢水的 侧漏, 造成安全事故. 因此, 如何保证台车的快速、准 确定位, 并充分抑制货物的摆动, 是吊车控制所面临 的首要问题.

从控制的角度出发,对于二维桥式吊车系统,其待 控变量为台车位移与负载摆角,控制量为作用在台车 上的驱动力,对于负载摆动,只能通过合理地控制台 车运动来加以抑制与消除,它与具有旋转激励的平移 振荡器(translational oscillations with a rotational actuator, TORA)<sup>[1]</sup>、欠驱动机器人<sup>[2-3]</sup>、无人机<sup>[4-5]</sup>、倒

收稿日期: 2013-10-30; 录用日期: 2014-08-03.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>通信作者. E-mail: fangyc@nankai.edu.cn; Tel.: +86 22-23505706.

<sup>&</sup>quot;十二五"国家科技支撑计划课题项目(2013BAF07B03),国家杰出青年科学基金项目(61325017),国家自然科学基金项目(11372144)资助. Supported by "Twelfth Five-Year" National Science and Technology Pillar Program of China (2013BAF07B03), National Science Fund for Dis-

tinguished Young Scholars of China (61325017) and National Natural Science Foundation of China (11372144).

立摆[6]、移动机器人[7]、欠驱动船舶[8]等同属欠驱动 机电系统,该类系统的控制问题很具挑战性,与其他 系统类似,吊车的控制方式可分为开环控制和闭环控 制两类.开环控制的代表性方法包括输入整形<sup>[9-10]</sup>、 离线轨迹规划[11-13]等,这些方法的核心思想是将台车 的加速度作为输入信号,通过分析台车运动与负载摆 动之间的耦合关系,来合理规划台车的运动,从而实 现定位、防摆双重目标,在室内无风力等干扰的情况 下,能取得良好的控制效果.然而,该类方法的控制精 度依赖于吊车的自然频率(与吊绳长度相关),且事先 规划,无法应对外界随机干扰,故鲁棒性差.为此,许 多学者又提出了一系列闭环控制方法,包括最优控 制[14]、基于切换的控制策略[15]、有限时间控制[16],部 分状态反馈控制[17]、基于能量的控制方法[18-19]、 输出反馈控制[20-21]、滑模控制[22-25]及模糊控 制[26-28]等,由于它们充分利用即时的信号反馈,能提 高系统的鲁棒性. 特别地, 文献[16]通过对吊车模型 进行坐标变换处理,设计了一种新型的有限时间调节 控制方法,有效地实现了吊车防摆与定位控制.

然而,包括上述列举的文献在内,已有的绝大多数 闭环控制方法都属于调节控制的范畴,即在应用这些 方法时,台车的目标位置为定值.对于吊车系统,台车 的初始位置默认为零,初始误差(绝对值)为目标位置 的值,因此,调节控制的一个潜在问题是其初始误差 (对应初始控制量)随目标位置的变化而变化. 那么, 当 目标位置远离初始位置时,初始控制量将变得非常大, 不仅造成启动不平稳,还会导致大的负载初始摆动. 根据机器人的控制经验知,规划一条平滑的S形轨迹 引导台车的运动,然后设计相应的跟踪控制器,不仅 会使台车运动更加平稳,还能更好地考虑一些物理约 束,如台车最大速度、加速度等.对于吊车而言,跟踪 控制器的设计较调节控制更具挑战性,目前该方面的 论文非常少. 文献[29]提出了一种吊车跟踪控制策略, 但该方法要求参考轨迹满足一系列约束条件以保证 控制器的性能,限制了可用参考轨迹的范围. Singhal 等人[30]提出了一种基于无源性的跟踪控制方法,但该 方法仅能跟踪匀速参考轨迹,即参考轨迹的导数为关 于时间的线性函数,而无法实现"点对点"运送控制.

鉴于跟踪控制能保证"软启动"与平滑运动的优 点,针对已有跟踪控制方法存在的诸多不足,本文提 出了一种新型的桥式吊车跟踪控制方法.具体而言, 首先,对桥式吊车动力学方程作了部分反馈线性化处 理及一系列的坐标变换;然后,在变换后的模型基础 上设计了一种新型的非线性控制器,并对闭环系统信 号的有界性和收敛性进行了严格的数学分析.最后, 进行了实验验证,并与已有的跟踪控制方法及线性 二次型最优调节控制方法(linear quadratic regulator, LQR)的控制效果进行了对比.结果表明本文方法能 取得更好的控制效果,对外界干扰具有很强的鲁棒性. 本文的主要内容如下: 在第2节, 详尽描述了本文 的控制问题, 并对吊车动力学系统进行了坐标变换; 第3节是本文的主要内容, 给出了控制器设计及分析 过程; 第4节通过实验验证了所提方法的实际控制效 果; 在第5节对本文工作进行了相关总结, 并对后续工 作进行了展望.

## 2 问题描述(Problem statement)

桥式吊车(如图1所示)的动力学特性描述如下:

$$(M+m)\ddot{x}+mL\theta\cos\theta-mL\theta^{2}\sin\theta=u-f_{\rm r},\quad(1)$$

$$mL^{2}\theta + mL\cos\theta\ddot{x} + mgL\sin\theta = 0.$$
 (2)

式(1)-(2)中各变量及参数的定义如表1所示.对于台 车与轨道之间的摩擦力,经过反复的实验测试,可用 如下模型来对其进行描述<sup>[11-13]</sup>:

$$f_{\rm r} = f_{\rm r0x} \tanh \frac{\dot{x}}{\epsilon} - k_{\rm rx} |\dot{x}| \dot{x}, \qquad (3)$$

其中:  $f_{r0x}$ ,  $\epsilon$ ,  $k_{rx} \in \mathbb{R}$ 为相应的摩擦参数.



图 1 桥式吊车示意图

Fig. 1 Schematic illustration of an overhead crane

表1 参数定义		
Table 1 Parameter definitions		
符号	参数/变量含义	单位
М	台车质量	kg
m	负载质量	kg
L	吊绳长度	m
x(t)	台车位移	m
$\theta(t)$	摆角	rad
u(t)	控制量	Ν
$f_{\rm r}(t)$	摩擦力	Ν
g	重力加速度	$m/s^2$

考虑到吊车系统的实际工作情况,负载不会到达 台车上方,在此作如下合理假设<sup>[9-17,19,23,26,28]</sup>:

**假设1** 负载摆角 $\theta(t)$ 始终在 $(-\pi/2, \pi/2)$ 的范围内.

首先,将对吊车动力学系统(1)进行部分反馈线性 化处理.不同于文献[17],在此选取负载摆角加速度 *θ*(*t*)作为辅助"控制量",旨在能通过坐标变换将吊 车动力学模型转换为方便控制器设计的形式(见式 (9)).为此,首先将式(2)整理为如下形式:

$$\ddot{x} = -g \tan \theta - \frac{1}{\cos \theta} L \ddot{\theta}.$$
 (4)

将式(4)代入式(1)整理, 可得

$$-\frac{(M+m\sin^2\theta)L}{\cos\theta}\ddot{\theta} - mL\dot{\theta}^2\sin\theta - (M+m)g\tan\theta = u - f_{\rm r}.$$
(5)

因此,根据式(5),设计部分反馈控制器为

$$u = -\frac{(M + m\sin^2\theta)L}{\cos\theta}\omega - mL\dot{\theta}^2\sin\theta - (M + m)\operatorname{gtan}\theta + f_{\mathrm{r}},$$
(6)

其中 ω(t) 为辅助"控制量".因此,根据式(4) 与式 (6),吊车的动力学方程可进一步整理如下:

$$\begin{cases} \theta = \omega, \\ \ddot{x} = -\operatorname{g} \tan \theta - \frac{1}{\cos \theta} L \ddot{\theta}. \end{cases}$$
(7)

进一步地, 定义如下辅助变量:

$$\begin{cases} \eta_1 = x + L \ln(\sec \theta + \tan \theta), \\ \eta_2 = \dot{x} + L \dot{\theta} \sec \theta, \\ \zeta_1 = -g \tan \theta, \ \zeta_2 = -g \dot{\theta} \sec^2 \theta. \end{cases}$$
(8)

因此,式(7)所描述的动力学模型可转换为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_{1} = \eta_{2}, \\ \dot{\eta}_{2} = \zeta_{1} - h(\zeta_{1})\zeta_{2}^{2}, \\ \dot{\zeta}_{1} = \zeta_{2}, \\ \dot{\zeta}_{2} = \mu, \end{cases}$$
(9)

式中:

$$\mu \triangleq -g\omega \sec^2 \theta - 2g\dot{\theta}^2 \sec^2 \theta \tan \theta, \qquad (10)$$

且 $h(\zeta_1)$ 满足(取g = 9.8 m/s<sup>2</sup>)

$$h(\zeta_1) \triangleq \frac{L\zeta_1}{(\mathbf{g}^2 + \zeta_1^2)^{1.5}} \Longrightarrow |h(\zeta_1)| \leqslant \frac{L}{250}.$$
 (11)

对于吊车系统而言,其控制目标是使台车快速、精确地到达目标位置pd处,同时充分抑制并消除整个过程中负载的摆动.为使得台车的运行更平滑,本文将对台车位移x(t)的调节控制转换为跟踪控制,即使台车跟踪预设的参考轨迹r<sub>x</sub>(t).考虑到驱动器的物理约束及轨迹的平滑性,参考轨迹r<sub>x</sub>(t)应满足如下条件:

1)  $\lim_{t \to T_{\rm f}} r_x(t) = p_{\rm d} \prod r_x(t) \equiv p_{\rm d}, \forall t \ge T_{\rm f}, 其$ 中 $T_{\rm f}$ 表征参考轨迹收敛到 $p_{\rm d}$ 所需的时间.

2)  $r_x(t)$ ,  $\dot{r}_x(t)$ ,  $\ddot{r}_x(t)$ 均有界.

**注** 1 对于桥式吊车系统,跟踪控制相比调节控制 (regulation control)的主要优势在于其能平滑控制量及台车的 运动(尤其是初始时刻). 就已有的桥式吊车跟踪控制方法<sup>[29]</sup> 而言,为保证控制性能与理论分析,在上述两个条件的基础之 上,还需额外假设参考轨迹的加加速度(jerk)有界,且要求参 考轨迹的一阶导数为非负,即 $r_x^{(3)}(t) \in \mathcal{L}_{\infty}, \dot{r}_x(t) \ge 0$ . 这些 约束在很大程度上限制了大多数常用轨迹的可适用性,如机 器人轨迹规划中常用的梯形速度轨迹.相比之下,本文的跟 踪控制方法则无需这些假设条件,因而更具一般性及实用性.

**注2** 桥式吊车系统与很多其他欠驱动系统,如回转 旋臂式吊车、塔式吊车、倒立摆、球杆系统、惯性轮摆系统等, 均属于Euler-Lagrange系统的范畴,它们具有非常类似的结 构.因此,本文提出的控制方法经过适当改进之后,可有望解 决这些系统的控制问题.

为实现上述控制目标,在此定义如下误差信号:

$$\begin{cases} e_1 = \eta_1 - r_x, \ e_2 = \eta_2 - \dot{r}_x, \\ e_3 = \zeta_1, \ e_4 = \zeta_2, \end{cases}$$
(12)

那么,结合式(9)与式(12)可得

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = e_3 - h(e_3)e_4^2 - \ddot{r}_x, \\ \dot{e}_3 = e_4, \\ \dot{e}_4 = \mu. \end{cases}$$
(13)

为方便后续的控制器设计,对式(13)所示的误差系统 作如下坐标变换:

$$\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{e},$$

其中:  $e \triangleq [e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4]^{\mathrm{T}}, \xi \triangleq [\xi_1 \ \xi_2 \ \xi_3 \ \xi_4]^{\mathrm{T}}$ 表示 经坐标变换后的新"误差"向量,  $\Lambda \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ 为如下变 换矩阵:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda^{6} & \lambda^{3} + \lambda^{4} + \lambda^{5} & \lambda + \lambda^{2} + \lambda^{3} & 1\\ 0 & \lambda^{3} & \lambda + \lambda^{2} & 1\\ 0 & 0 & \lambda & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
(14)

式中λ ∈ ℝ<sup>+</sup>为控制器参数. 那么, 式(13)可进一步表 示如下:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{1} = \lambda^{3}\xi_{2} + \lambda^{2}\xi_{3} + \lambda\xi_{4} - (\lambda^{3} + \lambda^{4} + \lambda^{5}) \cdot \\ [h(e_{3})\xi_{4}^{2} + \ddot{r}_{x}] + \mu, \\ \dot{\xi}_{2} = \lambda^{2}\xi_{3} + \lambda\xi_{4} - \lambda^{3}[h(e_{3})\xi_{4}^{2} + \ddot{r}_{x}] + \mu, \\ \dot{\xi}_{3} = \lambda\xi_{4} + \mu, \\ \dot{\xi}_{4} = \mu. \end{cases}$$
(15)

综合式(8)(12)-(13)及式(15),易知

### 3 主要结果(Main results)

本节将进行控制器设计,并对闭环系统信号的有 界性与收敛性进行分析.

#### 3.1 控制器设计(Controller design)

基于式(15)的形式,设计µ(t)如下:

$$\mu = -\kappa \lambda^4 \operatorname{sat}_{\gamma_1}(\xi_1) - \lambda^3 \operatorname{sat}_{\gamma_2}(\xi_2) - \lambda^2 \xi_3 - \lambda \xi_4 \triangleq \mu_1 - \lambda^2 \xi_3 - \lambda \xi_4,$$
(17)

 $\mu_1(t)$ 表示 $\mu(t)$ 的前两项,  $\kappa \in \mathbb{R}^+$ 为正的控制增益, sat<sub> $\gamma$ </sub>(·)为饱和函数, 定义如下:

$$\operatorname{sat}_{\gamma}(y) \triangleq \begin{cases} \gamma, & y > \gamma, \\ y, & |y| \leqslant \gamma, \ \forall y \in \mathbb{R}, \ \gamma \in \mathbb{R}^{+}, \\ -\gamma, \ y < -\gamma, \end{cases}$$
(18)

式中:
$$\gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{R}^+$$
为饱和函数的上界, $\gamma_1$ 的定义为

$$\gamma_1 = \frac{1}{\lambda} \left[ \alpha \left| \operatorname{sat}_{\gamma_2}(\xi_2) \right| + \gamma_2 \right], \tag{19}$$

式中 $\alpha \in \mathbb{R}^+$ 为一可调参数. 将式(17)代入式(10)可求 解得到 $\omega(t)$ , 进一步将 $\omega(t)$ 代进式(6)可得最终的控制 量u(t).

此外,由式(18)-(19)可知,式(17)中µ1(t)满足

$$|\mu_1| \leqslant \bar{\mu}_1 \triangleq \frac{1}{\lambda} \kappa \lambda^4 (\alpha \gamma_2 + \gamma_2) + \lambda^3 \gamma_2 = \lambda^3 (1 + \kappa + \alpha \kappa) \gamma_2.$$
(20)

式(17)中: 控制增益 $\kappa$ ,  $\lambda$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma_2 > 0$ 满足如下条件:

$$\lambda < 0.5, \ \kappa \alpha < 1, \tag{21}$$

$$\kappa\lambda^4(1-2\kappa\lambda) > \frac{L^2}{250^2}(1+\lambda+\lambda^2)^2, \qquad (22)$$

$$1 - 3\lambda^2 > \left(\frac{\lambda^3}{2} + \frac{4L^2}{250^2}\right) \frac{\lambda^6 (1 + \kappa + \alpha \kappa)^2 \gamma_2^2}{(\lambda + 1)^2}, \quad (23)$$

$$\frac{\kappa}{1-\alpha\kappa} + \frac{L\lambda^4(1+\kappa+\alpha\kappa)^2\gamma_2}{250(1-\alpha\kappa)(\lambda+1)^2} \leqslant 1,$$
(24)

$$(1+\lambda+\lambda^2)\frac{L\lambda^4(1+\kappa+\alpha\kappa)^2\gamma_2}{250\kappa(1+\lambda)^2} \leqslant 1.$$
 (25)

## 3.2 信号有界性分析(Boundedness analysis)

本小节将讨论闭环系统信号的有界性及收敛性. 首先,考虑信号 $\xi_3(t)$ 与 $\xi_4(t)$ .为此,将式(17)代入式 (15)的后两个公式,可得

$$\dot{\xi}_3 = \mu_1 - \lambda^2 \xi_3,$$
 (26)

$$\dot{\xi}_4 = \mu_1 - \lambda^2 \xi_3 - \lambda \xi_4.$$
 (27)

考虑如下非负函数V<sub>3</sub>(t):

$$V_3 = \frac{1}{2}\xi_3^2,$$

对其两边关于时间求导,代入式(26),并整理后得

$$\dot{V}_3 = \xi_3 (-\lambda^2 \xi_3 + \mu_1) \leqslant -\lambda^2 |\xi_3| (|\xi_3| - \frac{\mu_1}{\lambda^2}).$$

显然, 当 $|\xi_3(t)| > \bar{\mu}_1/\lambda^2$ 时,  $\dot{V}_3(t) < 0$ . 因此, 必然存 在有限时间 $T_1$ , 使得

$$|\xi_3(t)| \leqslant \frac{\mu_1}{\lambda^2}, \,\forall t \geqslant T_1.$$
(28)

类似地,选取如下正定标量函数V<sub>4</sub>(t):

$$V_4 = \frac{1}{2}(\xi_3 - \xi_4)^2 + \frac{1}{2\lambda}\xi_4^2,$$

那么, 其沿式(26)与式(27)轨线的导数可计算为

$$\dot{V}_4 = -(\lambda+1)\xi_4^2 + \frac{1}{\lambda}\xi_4\mu_1 \leqslant -(\lambda+1)|\xi_4|^2 + \frac{1}{\lambda}|\xi_4|\bar{\mu}_1.$$

经类似分析可知,存在有限的时刻 $T_2$ ,当 $t \ge T_2$ 时,

$$|\xi_4(t)| \leqslant \frac{\mu_1}{\lambda(\lambda+1)}.$$
(29)

同时,由前面分析,可知对于闭环信号 $\xi_3(t), \xi_4(t)$ 而 言,对于 $\forall t \ge 0$ ,

$$\begin{cases} |\xi_{3}(t)| \leq \bar{\xi}_{3} \triangleq \max\{\frac{\bar{\mu}_{1}}{\lambda^{2}}, |\xi_{3}(0)|\}, \\ |\xi_{4}(t)| \leq \bar{\xi}_{4} \triangleq \max\{|\xi_{4}(0)|, \frac{\bar{\mu}_{1}}{\lambda(\lambda+1)}\}, \end{cases}$$
(30)

其中:  $\xi_3(0)$ ,  $\xi_4(0)$ 分别为 $\xi_3(t)$ ,  $\xi_4(t)$ 的初值. 继而, 由 式(17)(20)及式(30)知

$$|\mu(t)| \leqslant \bar{\mu} \triangleq \lambda^3 (1 + \kappa + \alpha \kappa) \gamma_2 + \lambda^2 \bar{\xi}_3 + \lambda \bar{\xi}_4 \in \mathcal{L}_{\infty}, \, \forall t \ge 0.$$
(31)

接下来分析信号ξ<sub>2</sub>(t). 定义如下非负标量函数:

$$V_2 = \frac{1}{2}\xi_2^2.$$

对其两边关于时间求导,代入式(15)中第2个方程及式(17),利用式(19),并进行整理,可以得到

$$\dot{V}_{2} = \xi_{2} \cdot \left[ -\kappa \lambda^{4} \operatorname{sat}_{\gamma_{1}}(\xi_{1}) - \lambda^{3} \operatorname{sat}_{\gamma_{2}}(\xi_{2}) - \lambda^{3}(h(e_{3})\xi_{4}^{2} + \ddot{r}_{x}) \right] \leqslant -\lambda^{3} |\xi_{2}| \cdot \left[ (1 - \alpha \kappa) |\operatorname{sat}_{\gamma_{2}}(\xi_{2})| - \kappa \gamma_{2} - |h(e_{3})\xi_{4}^{2} + \ddot{r}_{x}| \right].$$
(32)

结合参考轨迹的约束条件( $\ddot{r}_x(t) \equiv 0, \forall t > T_f$ )、式 (11)及式(21)知,对于任意 $t > \max\{T_1, T_2, T_f\}$ , 当

$$|\operatorname{sat}_{\gamma_2}(\xi_2)| > \frac{\kappa \gamma_2}{1 - \alpha \kappa} + \frac{L\lambda^4 (1 + \kappa + \alpha \kappa)^2 \gamma_2^2}{250(1 - \alpha \kappa)(\lambda + 1)^2}$$

时,  $V_2(t) < 0$ . 因此, 再由式(24)推知, 必然存在有限 时刻 $T_3 > \max\{T_1, T_2, T_f\}$ , 满足当 $t \ge T_3$ 时,

$$|\operatorname{sat}_{\gamma_{2}}(\xi_{2})| \leq \frac{\kappa \gamma_{2}}{1 - \alpha \kappa} + \frac{L\lambda^{4}(1 + \kappa + \alpha \kappa)^{2} \gamma_{2}^{2}}{250(1 - \alpha \kappa)(\lambda + 1)^{2}} \leq \gamma_{2} \Longrightarrow |\xi_{2}(t)| \leq \gamma_{2},$$
(33)

即,此时sat<sub> $\gamma_2$ </sub>( $\xi_2$ ) =  $\xi_2$ .

类似地,继续对信号 $\xi_1(t)$ 进行分析.根据上述分析 知,在 $t \ge T_3$ 后,由式(15)中的第1个方程与式(17)所 得到的的闭环方程变为

$$\dot{\xi}_1 = -\lambda^3 (1 + \lambda + \lambda^2) \cdot h(e_3) \xi_4^2 - \kappa \lambda^4 \operatorname{sat}_{\gamma_1}(\xi_1).$$
(34)

选取 $V_1(t) = \xi_1^2/2$ , 对其求导并利用式(34), 可得  $\dot{V}_1(t) =$   $\xi_1[-\kappa\lambda^4 \operatorname{sat}_{\gamma_1}(\xi_1) - \lambda^3(1+\lambda+\lambda^2) \cdot h(e_3)\xi_4^2] \leq$  $-\lambda^3 |\xi_1| [\kappa\lambda |\operatorname{sat}_{\gamma_1}(\xi_1)| - (1+\lambda+\lambda^2) \cdot |h(e_3)\xi_4^2|].$ 

于是, 当ξ<sub>1</sub>(t)满足不等式

$$\left|\operatorname{sat}_{\gamma_1}(\xi_1)\right| > (1+\lambda+\lambda^2) \frac{L\lambda^3 (1+\kappa+\alpha\kappa)^2 \gamma_2^2}{250\kappa(1+\lambda)^2}$$

时,  $\dot{V}_1(t) < 0$ . 类似地, 根据式(25)及关系式 $\lambda \gamma_1 > \gamma_2$ (见式(19)), 经分析可知, 存在有限时间 $T_4 > T_3$ , 当 $t \ge T_4$ 时,

$$|\xi_1(t)| \leqslant \gamma_1 \Longrightarrow \operatorname{sat}_{\gamma_1}(\xi_1) = \xi_1. \tag{35}$$

最后,通过下面的定理来说明整个过程中闭环系 统信号有界.

**定理1** 对于式(15)与式(17)所组成的闭环系 统,  $\xi_i^{(r)}(t)(i = 1, 2, 3, 4; r = 0, 1), x(t), \dot{x}(t), \dot{\theta}(t)$ 及 u(t)均有界.

证 首先,将式(15)表示为如下的紧凑形式:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = A\boldsymbol{\xi} + B\boldsymbol{\mu}',\tag{36}$$

式中: A, B, µ'的定义如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \lambda^3 & \lambda^2 & \lambda \\ 0 & 0 & \lambda^2 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -(\lambda^3 + \lambda^4 + \lambda^5) \\ 1 & -\lambda^3 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$
$$\mu' = \begin{bmatrix} \mu & h(e_3)\xi_4^2 + \ddot{r}_x \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

为证明定理结论,对||**ξ**(*t*)||<sup>2</sup>关于时间求导,代入式 (36),可得如下微分方程:

$$\frac{\mathrm{d}\|\boldsymbol{\xi}\|^2}{\mathrm{d}t} = 2\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}A\boldsymbol{\xi} + 2\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}B\boldsymbol{\mu}'.$$
 (37)

根据式(21),式(30)-(31)的结论及代数-几何不等式,可得到如下结果:

$$\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A} \boldsymbol{\xi} \leqslant \lambda_{\max} \|\boldsymbol{\xi}\|^{2} \triangleq \max\{\frac{\lambda^{3} + \lambda^{2} + \lambda}{2}, \frac{2\lambda^{2} + \lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}\} \|\boldsymbol{\xi}\|^{2} = \frac{3\lambda}{2} \|\boldsymbol{\xi}\|^{2},$$
(38)

$$\|\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}B\boldsymbol{\mu}'\| \leqslant \rho \|\boldsymbol{\xi}\| \triangleq \{\bar{\boldsymbol{\mu}} + (\lambda^3 + \lambda^4 + \lambda^5)[0.004L\bar{\xi}_4^2 + a_{\max}]\}\|\boldsymbol{\xi}\|,\$$

式中 $a_{\text{max}}$  ≜ sup{ $\ddot{r}_x(t)$ }. 基于此,式(37)可放缩为如下伯努利微分方程不等式的形式:

$$\frac{\mathrm{d} \|\boldsymbol{\xi}\|^2}{\mathrm{d} t} \leqslant 2\lambda_{\max} \|\boldsymbol{\xi}\|^2 + 2\rho \|\boldsymbol{\xi}\|.$$

经求解,可得

 $\|\boldsymbol{\xi}(t)\| \leq [\|\boldsymbol{\xi}(0)\| \mathrm{e}^{\lambda_{\max}t} + \frac{\rho}{\lambda_{\max}} (\mathrm{e}^{\lambda_{\max}t} - 1)].$ (39)

因此, || ξ(t) || 不会在有限时间内发散. 由式(30)已知

 $\xi_3(t), \xi_4(t) \in \mathcal{L}_{\infty}, \forall t \ge 0.$ 由式(39)的结论可得 $\xi_1(t), \xi_2(t)$ 在 $t < T_4$ 时有界,又根据式(33)(35)知 $\xi_1(t), \xi_2(t)$ 在 $t \ge T_4$ 时有界,故在整个时间域上, $\xi_1(t), \xi_2(t) \in \mathcal{L}_{\infty}.$ 由式(8)-(9)(12)-(13)及式(15)可知 $\dot{\xi}_1(t), \dot{\xi}_2(t), \dot{\xi}_3(t), \dot{\xi}_4(t), x(t), \dot{x}(t), \dot{\theta}(t)$ 有界,进一步由式(6)(10)与式(31)得u(t)有界. 证毕.

## 3.3 信号收敛性分析(Convergence analysis)

本小节将分析闭环系统信号的收敛性. 当*t* ≥ *T*<sub>4</sub> 时,代入式(17)后的动力学系统(15)可表示为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{1} = -\kappa\lambda^{4}\xi_{1} - (\lambda^{3} + \lambda^{4} + \lambda^{5})h(e_{3})\xi_{4}^{2}, \\ \dot{\xi}_{2} = -\kappa\lambda^{4}\xi_{1} - \lambda^{3}\xi_{2} - \lambda^{3}h(e_{3})\xi_{4}^{2}, \\ \dot{\xi}_{3} = -\kappa\lambda^{4}\xi_{1} - \lambda^{3}\xi_{2} - \lambda^{2}\xi_{3}, \\ \dot{\xi}_{4} = -\kappa\lambda^{4}\xi_{1} - \lambda^{3}\xi_{2} - \lambda^{2}\xi_{3} - \lambda\xi_{4}. \end{cases}$$

$$(40)$$

$$\mathbb{E}\chi$$

$$\text{如下非负标量函数}V(t):$$

 $V - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{4} \epsilon^{2}$ 

$$V = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k} \xi_i^2.$$

其沿式(40)所决定轨线的时间导数为

$$\dot{V} = -\kappa\lambda^{4}\xi_{1}^{2} - \lambda^{3}\xi_{2}^{2} - \lambda^{2}\xi_{3}^{2} - \lambda\xi_{4}^{2} - \kappa\lambda^{4}\xi_{1}\xi_{2} - \kappa\lambda^{4}\xi_{1}\xi_{3} - \kappa\lambda^{4}\xi_{1}\xi_{4} - \lambda^{3}\xi_{2}\xi_{3} - \lambda^{3}\xi_{2}\xi_{4} - \lambda^{2}\xi_{3}\xi_{4} - \lambda^{3}(1 + \lambda + \lambda^{2})\xi_{1} \cdot h(e_{3})\xi_{4}^{2} - \lambda^{3}\xi_{2} \cdot h(e_{3})\xi_{4}^{2}.$$
(41)

利用代数--几何不等式,式(41)中的交叉项可放缩为

$$-\kappa\lambda^{4}\xi_{1}\xi_{2} - \kappa\lambda^{4}\xi_{1}\xi_{3} - \kappa\lambda^{4}\xi_{1}\xi_{4} \leqslant 2\kappa^{2}\lambda^{5}\xi_{1}^{2} + \frac{\lambda^{3}}{4}\xi_{2}^{2} + \frac{\lambda^{3}}{2}(\xi_{3}^{2} + \xi_{4}^{2}), \qquad (42)$$

$$-\lambda^{3}\xi_{2}\xi_{3} - \lambda^{3}\xi_{2}\xi_{4} - \lambda^{2}\xi_{3}\xi_{4} \leqslant \frac{1}{2}\lambda^{3}\xi_{2}^{2} + \frac{3}{2}\lambda^{3}\xi_{3}^{2} + \lambda(\lambda^{2} + \frac{1}{2})\xi_{4}^{2}.$$
 (43)

对于式(41)最后两项,利用式(29)的结论,可进行如下放缩:

$$-\lambda^{3}(1+\lambda+\lambda^{2})\xi_{1}\cdot h(e_{3})\xi_{4}^{2} \leqslant \frac{1}{4}\lambda^{6}\xi_{4}^{4} + \frac{L^{2}}{250^{2}}(1+\lambda+\lambda^{2})^{2}\xi_{1}^{2} \leqslant \frac{\lambda^{10}(1+\kappa+\alpha\kappa)^{2}\gamma_{2}^{2}}{4(\lambda+1)^{2}}\xi_{4}^{2} + \frac{L^{2}}{250^{2}}(1+\lambda+\lambda^{2})^{2}\xi_{1}^{2}, \qquad (44)$$

$$\frac{-\lambda^{3}\xi_{2} \cdot h(e_{3})\xi_{4}^{2} \leqslant}{\frac{2L^{2}\lambda^{7}(1+\kappa+\alpha\kappa)^{2}\gamma_{2}^{2}}{250^{2}(\lambda+1)^{2}}\xi_{4}^{2}+\frac{\lambda^{3}}{8}\xi_{2}^{2}}.$$
 (45)

将式(42)-(45)代入式(41)并整理可得

$$\begin{split} \dot{V} \leqslant &- [\kappa \lambda^4 (1 - 2\kappa \lambda) - \frac{L^2}{250^2} (1 + \lambda + \lambda^2)^2] \xi_1^2 - \\ &\frac{1}{8} \lambda^3 \xi_2^2 - \lambda^2 (1 - 2\lambda) \xi_3^2 - \frac{\lambda}{2} \left[ 1 - 3\lambda^2 - \right] - \end{split}$$

$$(\frac{\lambda^3}{2} + \frac{4L^2}{250^2})\frac{\lambda^6(1+\kappa+\alpha\kappa)^2\gamma_2^2}{(\lambda+1)^2}]\xi_4^2.$$

显然, 根据式(21)-(23)可得, V(t)为负定. 因此

 $\lim_{t \to \infty} [\xi_1(t) \ \xi_2(t) \ \xi_3(t) \ \xi_4(t)]^{\mathrm{T}} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^{\mathrm{T}}.$ 

由式(16)的结论可知,

 $\lim_{t \to 0} [x(t) \ \theta(t) \ \dot{x}(t) \ \dot{\theta}(t)]^{\mathrm{T}} = [p_{\mathrm{d}} \ 0 \ 0 \ 0]^{\mathrm{T}}.$ 

作为对本文主要内容的总结,有如下定理.

**定理2** 本文所提出的控制律(将式(17)代入式(6)所得的控制量*u*(*t*))既可保证台车的准确定位,同时又能有效地抑制并消除负载摆动,且在整个过程中,闭环系统的信号均有界.

### 4 实验验证(Experimental verification)

为验证本文所提方法的有效性,本节将在吊车实验平台上对其进行实验论证.实验平台的硬件配置及实时控制环境等信息参见文献[18-20].

在实验平台中,台车质量为M = 7 kg,负载质量 为m = 1 kg,吊绳长度为l = 0.8 m,台车目标位置设 为 $p_d = 0.65$  m.轨道摩擦参数的值通过离线实验标 定得到,具体而言,将台车驱动量设定为不同值,并测 得其对应台车匀速段的速度值,进而得摩擦力–速度 关系;根据得到的实验数据,基于摩擦力模型(3),借助 非线性最小二乘法进行拟合得摩擦参数为 $f_{r0x} = 4.4$ ,  $\epsilon = 0.01, k_{rx} = -0.5$ .在实验中,参考轨迹选取如 下<sup>[29]</sup>:

$$r_x(t) = \frac{p_{\rm d}}{2} + \frac{1}{2k_2} \ln(\frac{\cosh(k_1 t - \varepsilon)}{\cosh(k_1 t - \varepsilon - k_2 p_{\rm d})}),$$

式中:  $p_{\rm d} = 0.65 \,\mathrm{m}$ 为目标位置,  $k_1 = 1.2, k_2 = 0.48, \epsilon = 3.9$ 为轨迹参数.

为更好地体现本文方法的优势,在此与文献[29] 中所提的跟踪控制方法及LQR方法<sup>1</sup>进行了比较,随 后,还测试了本文方法对外界干扰的鲁棒性.接下来, 通过实验1与实验2两组实验加以说明.

**实验1** 在本组实验中,将通过实验对比本文方 法与已有方法的控制效果.为方便论文叙述,在此简 述文献[29]中的跟踪控制器及LQR控制器的形式及参 数选取.文献[29]跟踪控制器的结构如下:

 $u_{\rm at}(t) = -k_{\rm p}e_x - k_{\rm d}\dot{e}_x - Y^{\rm T}\hat{\omega},$ 

其中:  $e_x(t) \triangleq x(t) - r_x(t)$ , 增益取为 $k_p = 30, k_d = 10$ , Y及 $\hat{\omega}$ 的定义详见文献[29]. LQR控制器的形式为

 $u_{lqr}(t) = -K_1(x - p_d) - K_2 \dot{x} - K_3 \theta - K_4 \dot{\theta},$ 其中目标函数选为

$$J = \int_0^\infty \left( \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q} \boldsymbol{X} + R \boldsymbol{u}_{\mathrm{lqr}}^2 \right) \mathrm{d}t,$$

式中:  $\boldsymbol{X} = [x(t) - p_{d} \dot{x}(t) \theta(t) \dot{\theta}(t)]^{\mathrm{T}}, Q, R分别$ 

<sup>1</sup>在本文中,LQR控制方法作为调节控制器代表与本文跟踪控制方法进行对比.

取为 $Q = \text{diag} \{10, 15, 150, 0\}, R = 0.15, 经计算得$  $最优控制增益为<math>K_1 = 8.1650, K_2 = 16.1178, K_3 = -17.4897, K_4 = -5.3552.$ 根据式(21)-(23),本文方 法的控制增益选取为 $\alpha = 0.1, \kappa = 0.9, \gamma_2 = 2, \lambda = 0.49.$ 

实验结果如图2-4所示,依次为本文控制方法,已 有跟踪控制方法<sup>[29]</sup>及LQR 控制器的控制结果;在每 幅图中,从上到下依次为台车位移,负载摆角及控制 量.对比图2与图3可以看出,本文方法比文献[29]所 提方法能更好地跟踪参考轨迹,且能够更好地抑制负 载摆角,在摆幅与残余摆动方面有着更优越的控制性 能(本文方法最大摆幅为1.3°左右,几乎无残余摆角; 而文献[29]中方法最大摆幅为2.5°左右,且有明显残 余摆动).与LQR控制方法(图4)相比,在台车运行效率 相近的情况下,本文控制方法的摆动抑制作用更为优 越;此外,通过观察可发现,本文方法的控制量从零开 始逐渐增大,而LQR控制器则需要较大的初始控制量, 致使台车(初始)运动不平滑.



图 2 实验1:本文方法实验结果











图 4 实验1: LQR方法实验结果 Fig. 4 Experiment 1: results of LQR control

**实验2** 当吊车工作于室外环境(如港口)时,其可能会受到外界风力(甚至碰撞)干扰,导致负载产生意外摆动.

在本组实验中,为了模拟风力(碰撞)的影响,在系统的运行过程中用木棍敲击负载,引起额外的摆动,以测试本文控制方法的鲁棒性.具体而言,在控制目标与控制参数与实验1保持一致的情况下,当系统运行到9 s左右时,对负载摆动进行干扰,如图5中点画线框所示.可以看出,在本文控制算法的作用下,外界扰动被快速消除,表明本文方法具有很好的鲁棒性.







#### 5 总结与展望(Conclusions and future work)

为实现台车的平滑运动并更好地消除负载摆动, 本文设计了一种新型的桥式吊车非线性跟踪控制器. 与现有的吊车跟踪控制方法相比,本文方法放宽了对 参考轨迹的要求,并能取得更好的控制效果.文中对 控制器的性能进行了严格的理论分析,并通过在吊车 样机平台上进行的实验验证了所提方法的有效性与 对外界干扰的鲁棒性.在接下来的工作中,将在控制 器设计与分析时,充分考虑风力等干扰带来的影响, 在理论上确保控制方法的鲁棒性.目前,正与天津起 重设备有限公司合作搭建一台大型的自动化工业桥 式吊车(负载能力32 t,跨度11.5 m),其机械主体部分 已经完成,在接下来的工作中,将把本文方法用于该 工业吊车,以提高系统的工作效率.

#### 参考文献(References):

- GAO B, XU J, ZHAO J, et al. Stabilizing control of an underactuated 2-dimensional TORA with only rotor angle measurement [J]. *Asian Journal of Control*, 2013, 15(5): 1477 – 1488.
- [2] XIN X, LIU Y. Reduced-order stable controllers for two-link underactuated planar robots [J]. Automatica, 2013, 49(7): 2176 – 2183.
- [3] LAI X, SHE J, YANG S X, et al. Comprehensive unified control strategy for underactuated two-link manipulators [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B: Cybernetics*, 2009, 39(2): 389 – 398.
- [4] 刁琛, 鲜斌, 古训, 等. 具有参数不确定性的欠驱动四旋翼无人飞行器的非线性控制器设计 [J]. 中国科学技术大学学报, 2012, 42(8): 680-688.

(DIAO Chen, XIAN Bin, GU Xun, et al. Nonlinear control for an underactuated quadrotor unmanned aerial vehicle with parametric uncertainties [J]. *Journal of University of Science and Technology of China*, 2012, 42(8): 680 – 688.)

- [5] SONG D, HAN J, LIU G. Active model-based predictive control and experimental investigation on unmanned helicopters in full flight envelope [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(4): 1502 – 1509.
- [6] 张永立,程会锋,李洪兴. 三级倒立摆的自动摆起与稳定控制 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(1): 37 45.
  (ZHANG Yongli, CHENG Huifeng, LI Hongxing. The swing-up and stabilization of the triple inverted pendulum [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(1): 37 45.)
- [7] HOU Z G, ZOU A M, CHENG L, et al. Adaptive control of an electrically driven nonholonomic mobile robot via backstepping and fuzzy approach [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technol*ogy, 2009, 17(4): 803 – 815.

- [8] 王宏健, 陈子印, 边信黔, 等. 欠驱动水下航行器三维直线航迹跟踪 控制 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(4): 443 – 453.
  (WANG Hongjian, CHEN Ziyin, BIAN Xinqian, et al. Threedimensional straight line path-tracking control for underactuated underwater vehicle [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(4): 443 – 453.)
- [9] GARRIDO S, ABDERRAHIM M, GIMÉNEZ A, et al. Antiswinging input shaping control of an automatic construction crane [J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2008, 5(3): 549 – 557.
- [10] XIE X, HUANG J, LIANG Z. Vibration reduction for flexible systems by command smoothing [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, 39(1/2): 461 – 470.
- [11] SUN N, FANG Y, ZHANG Y, et al. A novel kinematic couplingbased trajectory planning method for overhead cranes [J]. IEEE/ ASME Transactions on Mechatronics, 2012, 17(1): 166 – 173.
- [12] SUN N, FANG Y. An efficient online trajectory generating method for underactuated crane systems [J]. *International Journal of Robust* and Nonlinear Control, 2014, 24(11): 1653 – 1663.
- [13] SUN N, FANG Y, ZHANG X, et al. Transportation task-oriented trajectory planning for underactuated overhead cranes using geometric analysis [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2012, 6(10): 1410 – 1423.
- [14] LIU R, LI S. Suboptimal integral sliding mode controller design for a class of affine systems [J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2014, 161(3): 877 – 904.
- [15] 翟军勇,费树岷. 集装箱桥吊防摆切换控制研究 [J]. 电机与控制学报, 2009, 13(6): 933 936.
  (ZHAI Junyong, FEI Shumin. Anti-swing switching control for overhead containers [J]. *Electric Machines and Control*, 2009, 13(6): 933 936.)
- [16] LIU R, LI S, DING S. Nested saturation control for overhead crane systems [J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2012, 34(7): 862 – 875.
- [17] UCHIYAMA N. Robust control for overhead cranes by partial state feedback [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2009, 223(4): 575 – 580.
- [18] SUN N, FANG Y. New energy analytical results for the regulation of underactuated overhead cranes: an end-effector motion-based approach [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(12): 4723 – 4734.
- [19] SUN N, FANG Y, ZHANG X. Energy coupling output feedback control of 4–DOF underactuated cranes with saturated inputs [J]. *Automatica*, 2013, 49(5): 1318 – 1325.
- [20] SUN N, FANG Y, SUN X, et al. An energy exchanging and droppingbased model-free output feedback crane control method [J]. *Mechatronics*, 2013, 23(6): 549 – 558.

- [21] CHEN W, SAIF M. Output feedback controller design for a class of MIMO nonlinear systems using high-order sliding-mode differentiators with application to a laboratory 3–D crane [J]. *IEEE Transactions* on Industrial Electronics, 2008, 55(11): 3985 – 3996.
- [22] WANG W, YI J, ZHAO D, et al. Design of a stable sliding mode controller for a class of second-order underactuated systems [J]. *IEE Control Theory and Applications*, 2004, 151(6): 683 – 690.
- [23] NGO Q H, HONG K S. Adaptive sliding mode control of container cranes [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2012, 6(5): 662 – 668.
- [24] 王伟,易建强,赵冬斌,等. 一类非确定欠驱动系统的串级模糊滑模 控制 [J]. 控制理论与应用, 2006, 23(1): 53 – 59.
  (WANG Wei, YI Jianqiang, ZHAO Dongbin, et al. Cascade fuzzy sliding mode control for a class of uncertain underactuated systems
  [J]. Control Theory & Applications, 2006, 23(1): 53 – 59.)
- [25] 徐攀, 徐为民, 褚建新. 双起升桥吊双吊具同步协调控制 [J]. 控制理 论与应用, 2013, 30(10): 1300 – 1308.
  (XU Pan, XU Weimin, CHU Jianxin. Synchronous control of doublecontainer in overhead crane system [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(10): 1300 – 1308.)
- [26] LIU D, YI J, ZHAO D, et al. Adaptive sliding mode fuzzy control for a two-dimensional overhead crane [J]. *Mechatronics*, 2005, 15(5): 505 – 522.
- [27] 王晓军, 邵惠鹤. 基于模糊的桥式起重机的定位和防摆控制研究 [J]. 系统仿真学报, 2005, 17(4): 936 939.
  (WANG Xiaojun, SHAO Huihe. Fuzzy logic-based anti-swing and position control for bridge cranes [J]. *Journal of System Simulation*, 2005, 17(4): 936 939.)
- [28] CHANG C Y, LIE H W. Real-time visual tracking and measurement to control fast dynamics of overhead cranes [J]. *IEEE Transactions* on *Industrial Electronics*, 2012, 59(3): 1640 – 1649.
- [29] FANG Y, MA B, WANG P, et al. A motion planning based adaptive control method for an underactuated crane system [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, 20(1): 241 – 248.
- [30] SINGHAL R, PATAYANE R, BANAVAR R N. Tracking a trajectory for a gantry crane: Comparison between IDA–PBC and direct Lyapunov approach [C] //Proceedings of IEEE International Conference on Industrial Technology. Mumbai, India: IEEE, 2008, 12: 1788 – 1793.

#### 作者简介:

**孙** 宁 (1988--), 男, 博士, 讲师, 目前研究方向为欠驱动机电系 统的先进控制、轨迹规划等, E-mail: sunn@nankai.edu.cn;

**方勇纯** (1973-), 男, 教授, 博士生导师, IEEE高级会员, 主要研 究方向为非线性控制、机器人视觉伺服、无人机及桥式吊车等欠驱动系 统控制, E-mail: fangyc@nankai.edu.cn;

**陈 鹤** (1992--), 男, 博士研究生, 目前研究方向为吊车系统与移动机器人控制, E-mail: chenh@mail.nankai.edu.cn.