

# 无级变速器车辆经济性巡航策略的伪谱法优化

徐少兵, 李升波<sup>†</sup>, 成波

(清华大学 汽车安全与节能国家重点实验室, 北京 100084)

**摘要:** 汽车行驶过程中的油耗不仅同车辆自身性能相关, 也取决于驾驶员的操作方式. 本文研究了装备无级变速器和汽油发动机的车辆的经济性巡航策略. 首先建立了车辆纵向动力学模型和发动机油耗模型, 将经济性巡航策略的辨识构建为一个最优控制问题. 该问题的性能函数呈现高阶非线性且存在凹弧段, 是一个典型的奇异最优控制问题. 因此采用Legendre伪谱法进行求解. 结果显示: 当平均巡航速度较低或较高时, 应采取匀速(CS)行驶策略; 当中速时, “加速滑行”(PnG)策略更为经济, 相对匀速策略最大节油率达13%. 最后探讨了PnG策略的节油机理、经济性与舒适性的关系.

**关键词:** 经济性驾驶; 巡航; 伪谱法; 最优控制

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Optimization for economical cruising strategy of continuously variable transmission vehicle using pseudo-spectral method

XU Shao-bing, LI Sheng-bo<sup>†</sup>, CHENG Bo

(State Key Laboratory of Automotive Safety and Energy, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** The fuel consumption of passenger cars not only associates with their fuel-saving performance, but also depends on how they are driven. This paper investigates the economical cruising strategies for vehicles equipped with continuously variable transmission (CVT) and gasoline engine. A fuel optimized control problem is formulated after building models for vehicle longitudinal dynamics and engine fuel consumption. This is a typical singular optimal control problem with a nonstrictly convex cost function, so the Legendre pseudo-spectral method is selected to obtain its optimal solutions. The results show that vehicles should cruise at a constant speed (CS) when the average speed is either low or high; while the ‘pulse-and-gliding’ (PnG) strategy becomes more economical when the average speed is medium, the maximum fuel saving of PnG is 13% higher than that of the CS strategy. For the PnG strategy, the fuel-saving mechanism and the relationship between fuel economy and driving comfort are also explained.

**Key words:** ECO-driving; cruise; pseudo-spectral method; optimal control

### 1 引言(Introduction)

汽车工业的快速发展, 使得道路交通面临巨大的节能减排压力. 汽车行驶过程中的油耗不仅与车辆自身性能相关, 而且很大程度上取决于驾驶员的驾驶操作方式. 经济性驾驶是一种以最小化行车油耗为目标的驾驶方式, 重点关注车辆的油门、档位和制动的合理操作, 使车辆运动与道路、交通、车辆性能等要素相匹配, 达到降低行车油耗的目的. 现有研究表明, 经济性驾驶的最大节油能力可达15%以上, 这几乎接近混合动力车辆的节油潜力<sup>[1-2]</sup>. 自2000年以来, 欧、美、日等主要汽车企业和政府部门开始大量注入资金开发该类技术, 如美国Intelli-Drive项目<sup>[3]</sup>, 日本Energy-saving ITS项目<sup>[4]</sup>和欧洲EcoWill项目<sup>[5]</sup>.

经济性巡航是一种典型的经济性驾驶技术. 巡航是汽车驾驶中最普遍的驾驶任务, 探索油耗最优的巡航策略具有较好的应用价值. 在巡航及其他典型工况下, 经济性驾驶策略的辨识是经济性驾驶技术的核心. 本质上说, 经济性策略辨识是一个复杂的最优控制问题<sup>[6-8]</sup>. Kuriyama等人对电动汽车在坡道工况下, 建立了能耗最优的控制问题, 通过动态规划法对车辆的行驶加速度进行求解<sup>[6]</sup>. Thomas等人建立了存在交通灯约束时车辆油耗最小的最优控制问题, 通过Dijkstra算法对车辆的行驶速度进行了优化<sup>[8]</sup>. Nouveliere等人通过最优控制的方法优化了公交车运行中的加速度曲线<sup>[9]</sup>. 其他典型工作如文献[7, 10-11]. 上述工作存在如下3个特点: 1) 发动机瞬时喷油率大多通过功率

需求模型估计. 通过车辆的速度、加速度结合道路坡度等信息计算车辆的需求功率, 间接估计瞬时油耗<sup>[12-13]</sup>, 因此发动机喷油率估计误差较大. 2) 状态方程一般基于车辆运动学方程构建, 以车速或加速度作为控制变量, 不直接优化操作量(含油门开度、挡位或制动压力), 忽略了车辆动力系对发动机工作点和油耗的影响<sup>[8, 11]</sup>. 3) 在求解方法上, 大多采用离散动态规划法和Dijkstra算法<sup>[6, 8-9]</sup>. 动态规划法是将原问题离散为多步决策, 存在“维数灾难”的问题<sup>[6]</sup>. Dijkstra算法是将连续问题离散为有限节点的网络, 进而从网络中寻找出两节点之间的最优轨迹, 但其计算精度受限于节点密度<sup>[8]</sup>.

当车辆处于动态交通流环境中, 自适应巡航系统需综合道路坡度、前车速度、跟车距离等信息进行实时反馈控制, 较为关注舒适性以及跟车误差. 当车辆处于平直道路及稀疏交通流中, 驾驶员驾驶过程中一般会维持平均车速巡航, 但由于发动机喷油特性的高阶非线性特性, 匀速行驶并非油耗最优, 因此本文主要探索该工况下的油耗最优巡航策略. 经济性策略的辨识本质上是一个最优控制问题, 即如何合理地控制油门和档位使得行车油耗最小. 由于该最优控制问题性能函数为高阶非线性, 且含有凹弧段, 哈密顿函数对控制变量的二阶微分矩阵非严格正定, 因此该问题是典型的奇异最优控制问题, 通过构造一阶必要条件等间接法求解较为繁琐困难, 因此本文采用伪谱法进行求解.

伪谱法是近年发展的一类最优控制问题高效求解方法, 相对于传统配点法具有更好的求解精度和收敛速度<sup>[14-16]</sup>. 其基本原理为在正交配点处离散化连续问题, 通过全局插值多项式逼近状态和控制变量, 从而将最优控制问题(optimal control problem, OCP)转化为非线性规划问题(nonlinear programming, NLP), 再通过求解NLP得到最优控制律. 常用的伪谱法有Gauss伪谱法、Radau伪谱法、Legendre伪谱法<sup>[17]</sup>. 3种伪谱法转化得到的NLP均可以谱精度收敛于原最优控制问题<sup>[18]</sup>. 一般来说, 对于光滑函数, 其谱精度为 $O(N^{-m})$ , 对于解析函数谱精度为 $O(c^N)$  ( $0 < c < 1$ )<sup>[19]</sup>. 3种方法在处理不同问题时各有优劣, 求解效果与具体问题的特点密切相关. 针对末端非完全自由的最优控制问题, Legendre伪谱法具有更好的收敛性, 而Gauss和Radau伪谱法可能不收敛<sup>[16]</sup>. 本文研究的最优控制问题末端状态受限, 故采用Legendre伪谱法求解.

本文主要研究装备CVT (continuously variable transmission) 车辆在平直道路上的经济性巡航策略, 重点关注: 1) 经济性巡航策略辨识的问题构建以及理论求解, 2) 经济性巡航策略的表征、性能及形成机理. 文章第2节构建了经济性巡航策略辨识的最优控制问

题; 第3节阐述了Legendre伪谱法求解该问题的原理; 第4节对经济性巡航策略进行数值求解与分析; 第5节根据发动机特性揭示经济性策略的内在节油机理.

## 2 经济性巡航最优控制问题(Optimal control problem for economical cruise)

经济性巡航策略的辨识本质上是一个最优控制问题, 通过优化油门开度和变速器速比使得行车过程中油耗最小. 状态方程为车辆纵向动力学模型, 性能指标为发动机的油耗. 下面将依次建立车辆纵向动力学模型、发动机油耗解析模型以及相应的最优控制问题.

### 2.1 车辆纵向动力学模型(Longitudinal dynamics model of the vehicle)

兼顾简洁性和准确性, 本文对车辆动力学对象进行适当简化: 1) 忽略发动机以及变速器自身的动态特性, 以及传动系的间隙和扭转; 2) 假设传动系在不同速比和传动功率下传动效率一致; 3) 假定离合器在巡航过程中无滑磨现象; 4) 车辆行驶于平直道路上, 轮胎的纵向滑移率很小, 可忽略.

平直道路上, 车辆的行驶阻力包括空气阻力和滚动阻力<sup>[20]</sup>:

$$F_R = \frac{1}{2} C_D \rho_a A_v v^2 + f M g, \quad (1)$$

其中:  $F_R$ 为整车行驶阻力,  $C_D$ 为风阻系数,  $\rho_a$ 为空气密度,  $A_v$ 为车辆迎风面积,  $v$ 为车辆速度,  $f$ 为滚动阻力系数,  $M$ 为整车质量,  $g$ 为重力加速度.

车辆的驱动力来源于发动机输出力矩, 经过传动系作用于轮胎. 考虑整车受力平衡可得

$$\frac{i_g i_0 \eta_T}{r} T_e = \delta M \dot{v} + F_R, \quad (2)$$

其中:  $i_g$ 为变速器速比,  $i_0$ 为主减速器速比,  $\eta_T$ 为传动系传动效率,  $r$ 为车辆轮胎半径,  $T_e$ 为发动机输出力矩,  $\delta$ 为旋转质量系数. 行车过程中, 若离合器没有滑磨, 则发动机转速 $w_e$ 与车速 $v$ 满足

$$w_e = 60 \times \frac{v}{2\pi r} i_g i_0, \quad (3)$$

另外, 易知车辆的行驶距离 $s$ 、车速 $v$ 、加速度 $a$ 满足

$$\begin{cases} \dot{s} = v, \\ \dot{v} = a. \end{cases} \quad (4)$$

### 2.2 发动机油耗解析模型>Analytical model of engine fuel consumption)

发动机的瞬时喷油率与油门开度直接相关, 同时根据进气压力、冷却液温度、尾气含氧量等进行修正, 喷油特性呈现为复杂的多峰不规则曲面. 本文车辆配备2.0L自然吸气式汽油发动机, 由合作单位提供了发动机实验数据. 由于最优控制问题的数值求解要求性能函数解析化, 因此本文通过最小二乘法拟合建立发动机万有特性、力矩外特性、最佳经济性曲线的解析

模型.

以发动机万有特性为例, 说明解析化建模的过程. 发动机在不同转速、力矩下共有120个测试点, 记:  $\tilde{w}_e \in \mathbb{R}^{120}$  为发动机转速(r/min),  $\tilde{T}_e \in \mathbb{R}^{120}$  为力矩(N·m),  $\tilde{F}_s \in \mathbb{R}^{120}$  为发动机瞬时喷油率(kg/h),  $\tilde{b}_e \in \mathbb{R}^{120}$  为燃油消耗率(g/(kW·h)). 相对燃油消耗率  $\tilde{b}_e$ ,  $\tilde{F}_s$  阶次更低, 所以更易拟合, 因此本文不直接拟合  $\tilde{b}_e$ , 而通过拟合  $\tilde{F}_s$  间接得到  $\tilde{b}_e$ . 拟合函数选择2维4次多项式. 为防止计算过程中数值溢出, 将转速和力矩归一化处理:

$$\bar{w} = \tilde{w}_e / 6500, \quad \bar{T} = \tilde{T}_e / 200. \quad (5)$$

对  $\tilde{F}_s$  拟合数学表达式为

$$\tilde{F}_s = \begin{bmatrix} 1 & \bar{T}_1 & \bar{w}_1 & \bar{T}_1^2 & \cdots & \bar{w}_1^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \bar{T}_m & \bar{w}_m & \bar{T}_m^2 & \cdots & \bar{w}_m^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{15} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中  $m = 120$ . 式(6)简记为

$$\tilde{F}_s = \mathbf{G}\mathbf{A} + \mathbf{E}, \quad (7)$$

由最小二乘拟合原理可知

$$\mathbf{A} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \tilde{F}_s, \quad (8)$$

由此得到瞬时喷油率的多项式表达:

$$F_s(T_e, w_e) = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^i A_{1+j+\sum_0^i} \left(\frac{T_e}{200}\right)^{i-j} \left(\frac{w_e}{6500}\right)^j. \quad (9)$$

得到  $F_s$  解析表达式后, 通过简单变换即可求出燃油消耗率  $b_e$ , 得到万有特性(BSFC)如图1所示.

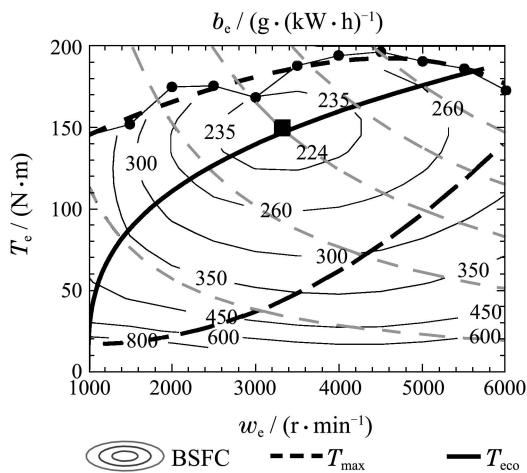


图 1 发动机万有特性图

Fig. 1 The brake specific fuel consumption map of engine

发动机的力矩外特性共有测试点12个, 其拟合原理与万有特性拟合一致. 采用四次多项式拟合:

$$T_{\max}(w_e) = \sum_{i=0}^4 k_{ci} \left(\frac{w_e}{6500}\right)^i, \quad (10)$$

其中:  $k_c$  为拟合系数,  $T_{\max}$  的拟合结果如图1所示. 发

动机输出特定功率时, 总存在一个最经济工作点使得油耗最小, 不同功率对应的最经济工作点连线即为最佳经济性曲线, 通过拟合得到的最佳经济性曲线为

$$T_{\text{eco}}(w_e) = k_{\text{eco}}(w_{\text{eco}} - 1000)^\gamma, \quad (11)$$

其中:  $k_{\text{eco}}$  为拟合系数,  $\gamma$  为拟合函数的指数, 本文取为1/3,  $T_{\text{eco}}$  拟合结果如图1所示.

在上述非线性拟合过程中, 未对被拟合变量进行变换, 拟合优度  $R$  仍可用作非线性拟合评价指标.  $R_{\text{NL}}$  为文献[21]提出的经典非线性拟合评价指标. 本文选择拟合优度  $R$  以及  $R_{\text{NL}}$  这两个典型指标来衡量拟合效果<sup>[21]</sup>, 其中  $R, R_{\text{NL}} \in [0, 1]$ , 为无量纲评价指标, 越接近1表征拟合效果越好. 瞬时喷油率、发动机外特性、经济性曲线三者的拟合优度  $R$  分别为0.996, 0.946, 0.990,  $R_{\text{NL}}$  分别为0.951, 0.971, 0.959, 均较为接近1.

### 2.3 最优控制问题(Optimal control problem)

最优控制问题主要包括性能指标、状态方程以及约束集合. 在经济性巡航策略辨识的最优控制问题中, 性能指标为行驶过程中发动机总油耗. 文献[22]所示实验显示, 3种发动机在ETC循环中利用MAP图估计总油耗误差均小于4%, 因此本文使用公式(9)估计行车油耗<sup>[9, 11]</sup>. 为避免发动机转矩的大幅度快速波动, 性能函数中引入基于发动机力矩变化率的力矩波动惩罚项. 建立性能指标  $J$  如下:

$$\min J = \int_0^{t_f} F_s + k_e \left(\frac{dT_e}{dt}\right)^2 dt. \quad (12)$$

状态方程为车辆纵向动力学模型. 以车辆的行驶距离  $s$ 、速度  $v$  为状态变量, 以发动机力矩  $T_e$ 、速比  $i_g$  为控制变量, 结合式(1)–(2)(4)构建状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \mathbf{f}, \quad (13)$$

其中

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} \frac{C_D \rho_a A_v v^2 + M g f}{\delta M v} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{i_g i_0 \eta_T}{\delta M r} \end{bmatrix} T_e.$$

对于装备CVT的车辆, 变速器速比的控制需综合考虑经济性和动力性. 本文重点研究车辆的经济性策略, 因此以经济性为目标控制CVT速比, 即发动机以任意功率输出时, 调整CVT速比使发动机总是工作在公式(11)所述的最佳经济性曲线上, 因此发动机力矩和转速之间存在约束

$$T_e - 11.1327(w_e - 1000)^{1/3} = 0. \quad (14)$$

由式(3)可知变速器速比满足

$$i_g = 60 \times \frac{i_0 v}{2\pi r w_e}. \quad (15)$$

巡航中允许速度存在小幅波动,但是需保证平均速度 $\bar{v}$ 等于驾驶员预期行驶车速 $v_p$ ,即

$$\bar{v} = v_p. \quad (16)$$

行车过程中,过大的速度波动会造成后向交通流的不稳定,容易诱发追尾等事故,因此限定速度波动不超过 $\alpha \cdot v_p$ ,即

$$(1 - \alpha) v_p \leq v \leq (1 + \alpha) v_p, \quad (17)$$

其中 $\alpha$ 是控制速度波动范围的系数.同时需满足发动机的力矩、转速、变速器速比的边界约束:

$$\begin{cases} w_{\min} \leq w_e \leq w_{\max}, \\ 0 < T \leq T_{\max}(w_e), \\ i_{g\min} < i_g \leq i_{g\max}. \end{cases} \quad (18)$$

上述最优控制问题性能指标为高阶非线性函数,而且油耗函数存在凹弧段,这导致哈密顿函数对控制变量的二阶微分矩阵非严格正定,因此该问题是一个典型的奇异最优控制问题.理论上,通过极大值原理构造一阶必要条件求解边值问题过于复杂,且难以确定奇异段的极值弧结构,因此本文采用Legendre伪谱法进行数值求解.

### 3 Legendre 伪谱法求解 (Solving by Legendre pseudo-spectral method)

Legendre伪谱法的基本特征:采用LGL(Legendre-Gauss-Lobatto)配点,通过Lagrange插值多项式参数化状态和控制变量,性能函数通过Gauss-Lobatto积分转化.对于本文提出的经济性巡航策略辨识问题,Legendre伪谱求解步骤如下:

**步骤1** 时域变换.将定义行车过程的时域 $[0, t_f]$ 转换到区间 $[-1, 1]$ ,以满足Legendre正交多项式定义区间,即

$$\tau = \frac{2t - t_f}{t_f}, \quad \tau \in [-1, 1]. \quad (19)$$

**步骤2** 配点与离散化. Legendre伪谱法配点即LGL点,为Legendre正交多项式一阶导数的根以及 $-1, 1$ 两点,即多项式 $(1 - \tau^2)\dot{P}_N(\tau)$ 的根,其中 $N$ 表示Legendre正交多项式的阶数,共有 $N + 1$ 个配点,记为 $\tau_i, i = 0, 1, 2, \dots, N$ .将状态和控制变量在配点处离散,本文中状态变量 $\mathbf{X}$ 为行车距离和速度,在LGL点离散为

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} S_0 & S_1 & \dots & S_N \\ V_0 & V_1 & \dots & V_N \end{Bmatrix}. \quad (20)$$

控制变量 $\mathbf{U}$ 为发动机力矩和变速器速比,离散为

$$\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} T_0 & T_1 & \dots & T_N \\ I_{g0} & I_{g1} & \dots & I_{gN} \end{Bmatrix}. \quad (21)$$

状态和控制变量通过以配点为基点的Lagrange插值多项式逼近:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\tau) &\approx \mathbf{X}(\tau) = \sum_{i=0}^N L_i(\tau) \mathbf{X}_i, \\ \mathbf{u}(\tau) &\approx \mathbf{U}(\tau) = \sum_{i=0}^N L_i(\tau) \mathbf{U}_i, \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $L$ 为Lagrange插值基函数:

$$L_i(\tau) = \prod_{j=0, j \neq i}^N \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j}. \quad (23)$$

**步骤3** 状态方程转化.状态变量(车速、行车距离)通过插值多项式参数化后,其微分运算可转化为对基函数的微分运算:

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau_k) \approx \dot{\mathbf{X}}(\tau_k) = \sum_{i=0}^N \dot{L}_i(\tau_k) \mathbf{X}_i = \sum_{i=0}^N D_{ki} \mathbf{X}_i, \quad (24)$$

其中: $k = 0, 1, 2, \dots, N$ ,  $\mathbf{D}^{(N+1) \times (N+1)}$ 为微分矩阵,具有明确的数学表达<sup>[16]</sup>:

$$D_{ki} = \begin{cases} \frac{P_N(\tau_k)}{P_N(\tau_i)(\tau_k - \tau_i)}, & i \neq k, \\ -\frac{N(N+1)}{4}, & i = k = 0, \\ \frac{N(N+1)}{4}, & i = k = N, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases} \quad (25)$$

由此可将车辆动力学方程的约束转化为 $N + 1$ 个LGL配点处的等式约束,即

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^N D_{ki} S_i = \frac{t_f}{2} V_k, \\ \sum_{i=0}^N D_{ki} V_i = \frac{t_f}{2} \left[ \frac{i_0 \eta_T}{\delta M r} I_{gk} T_k - \frac{F_R(V_k)}{\delta M} \right], \end{cases} \quad (26)$$

其中 $k, i = 0, 1, 2, \dots, N$ .

**步骤4** 性能函数转化.性能函数中的积分项可通过Gauss-Lobatto积分法转化,通过 $N + 1$ 个配点转化代数精度可达 $2N - 1$ .转化形式如下:

$$J = \frac{t_f}{2} \sum_{k=0}^N \omega_k [F_s(T_k, W_k) + k_e (\sum_{i=0}^N D_{ki} T_i)^2], \quad (27)$$

其中: $\mathbf{W}$ 为离散发动机转速, $\omega$ 为积分权重:

$$\omega_k = \int_{-1}^1 l_k(\tau) d\tau = \frac{2}{N(N+1)P_N^2(\tau_k)}. \quad (28)$$

**步骤5** 将OCP转为NLP.通过上述步骤,可将经济性巡航策略辨识最优控制问题转化为以配点处位移、速度、发动机力矩、变速器速比为待优化变量的非线性规划问题,即

$$\min J = \frac{t_f}{2} \sum_{k=0}^N \omega_k [F_s(T_k, W_k) + k_e (\sum_{i=0}^N D_{ki} T_i)^2],$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \left| \sum_{i=0}^N D_{ki} S_i - \frac{t_f}{2} V_k \right| \leq \varepsilon, \\ \left| \sum_{i=0}^N D_{ki} V_i - \frac{t_f}{2} \left[ \frac{i_0 \eta_T}{\delta M r} I_{gk} T_k - \frac{F_R(V_k)}{\delta M} \right] \right| \leq \varepsilon, \\ |T_k - 11.1327(W_k - 1000)^{\frac{1}{3}}| \leq \varepsilon, \\ \left| \frac{S_N}{t_f} - v_p \right| \leq \varepsilon, \\ |\mathbf{X}_0 - \mathbf{X}(\tau_0)| \leq \varepsilon, \\ |\mathbf{X}_f - \mathbf{X}(\tau_f)| \leq \varepsilon, \\ (1 - \alpha)v_p \leq V_k \leq (1 + \alpha)v_p, \\ w_{\text{emin}} \leq W_k \leq w_{\text{emax}}, \\ 0 < T_k \leq T_{\text{max}}(W_k), \\ i_{\text{gmin}} < I_g(k) \leq i_{\text{gmax}}, \end{cases} \quad (29)$$

其中:  $k, i = 0, 1, 2, \dots, N, \varepsilon$  为等式约束的松弛量. 通过上述转化, 可将 OCP 转化为一个含大量约束的高维稀疏 NLP 问题, 待优化参数个数为  $4N$ . 本文选用成熟的商用求解器 SNOPT 进行求解<sup>[23]</sup>.

#### 4 经济性巡航策略(Economical cruising strategy)

下面将求解不同工况下经济性巡航策略, 并对其基本特点和节油效果进行分析. 仿真参数均基于实际车辆设置. 除发动机模型已在 2.2 中介绍外, 其他车辆参数如表 1 所示. 研究中车辆参数设置为标称参数用以说明求解方法及结论, 在工程应用中重新设置为实际状态参数(如整车质量)进行求解即可. 最优控制问题的参数设置如表 2 所示.

表 1 车辆主要参数

Table 1 The main parameters of the vehicle

参数	数值	单位	参数	数值	单位
$C_D$	0.316	-	$\eta_T$	0.9	-
$A_v$	2.22	$\text{m}^2$	$r$	0.307	m
$\rho_a$	1.2258	$\text{N} \cdot \text{s}^2 / \text{m}^4$	$w_{\text{min}}$	1000	r/min
$M$	1470	kg	$w_{\text{max}}$	6000	r/min
$f$	0.028	-	$i_{\text{gmin}}$	0.4	-
$\delta$	1.2	-	$i_{\text{gmax}}$	2.6	-
$i_0$	3.863	-			

表 2 控制参数

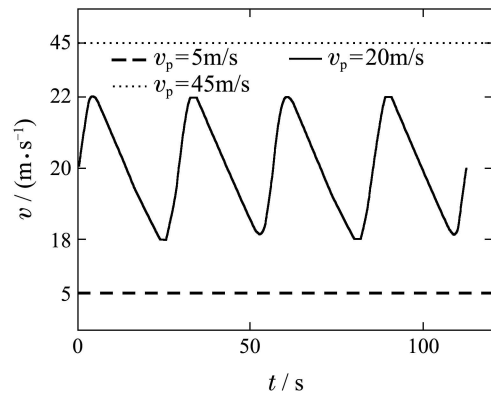
Table 2 Control parameters

参数	数值	单位
$k_e$	0.0008	$(\text{kg/h}) / (\text{N} \cdot \text{m/s})^2$
$t_f$	112	s
$\alpha$	0.1	-
$\varepsilon$	$10^{-6}$	-

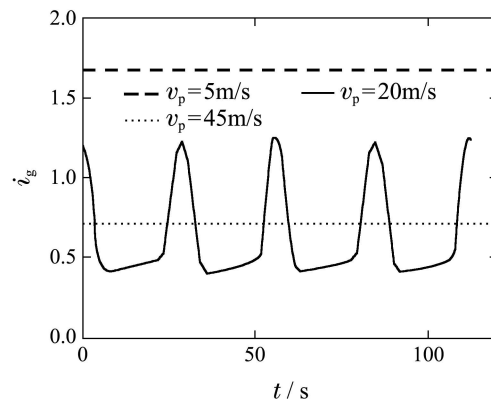
##### 4.1 PnG型策略(PnG strategy)

设置驾驶员期望的平均行车速度分别为 5 m/s, 20 m/s 和 45 m/s, 最优控制问题数值求解结果如图 2 所

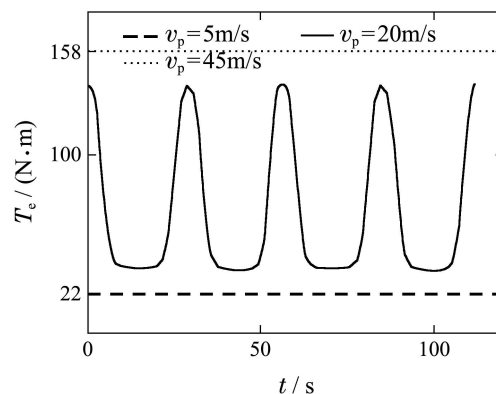
示. 由图 2 可知, 当平均速度为 5 m/s, 45 m/s 时, 最优巡航策略均为匀速行驶, 发动机输出力矩、转速以及 CVT 速比均保持恒定, 瞬时喷油量分别为 0.466 g/s 和 4.04 g/s, 发动机工作在某一固定点, 如图 3 所示. 当平均速度为 20 m/s 时, 求解得到的行车策略中, 速度呈现等周期类正弦波动, 对应的发动机力矩在 139 N·m 和 36 N·m 之间规律的周期性波动, 发动机转速和 CVT 速比也呈周期性波动. 这种波动在速度上体现为“加速-滑行”现象, 即: 发动机先以较大功率加速车辆, 对应的瞬时喷油率较大; 之后发动机以较低功率运行, 对应的瞬时喷油率较小, 发动机驱动力矩小于阻力矩, 车速逐渐降低. 发动机工作点分布如图 3 所示, 即在两点之间过渡切换.



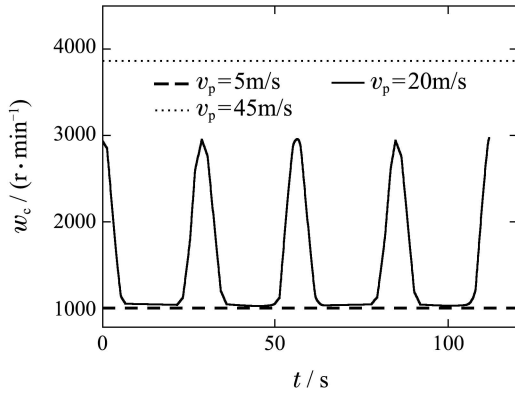
(a) 车辆速度



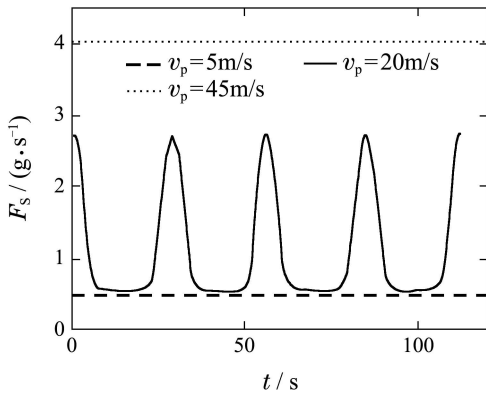
(b) 变速比



(c) 发动机力矩



(d) 发动机转速



(e) 发动机喷油率

图2 不同平均速度时经济性巡航策略求解结果

Fig. 2 Solving results of economical cruising strategies in different average speed conditions

由于车辆速度呈现类似正弦波动的“加速-滑行”，因此称该经济性策略为PnG(pulse and glide)型巡航策略。一个完整的“加速-滑行”过程称之为一个PnG过程，对应的时间为PnG周期。采用该策略行车时平均速度恒定，但是车速呈现小幅波动，为一动态巡航策略。

为进一步分析PnG型策略的特性，当平均速度为20 m/s时， $t_f$ 设置为16 s, 28 s, 42 s, 56 s，求解结果分别对应图4中LA, LB, LC, LD。这4种设置下最优速度曲线均呈现PnG型波动。对比曲线LA和LB发现，两者最优速度曲线均为类正弦波动，但由于前者 $t_f$ 过小，加速时间和滑行时间过短，因此波动幅度小于后者幅度。对于曲线LB， $t_f$ 设置为28 s，其速度波动达到约束边界，呈现出一个最大振幅的类正弦波动，因此称之为一个满幅PnG。对比曲线LD和LB，前者周期为后者2倍，速度曲线呈现为两个满幅PnG组合。对比曲线LC和LB，前者 $t_f$ 为42 s，其曲线无法由满幅PnG构成，呈现出由两个幅度较小的波动组成。上述LA, LB, LC, LD4条曲线对应的PnG策略，其相对于匀速巡航策略的百公里油耗节油率分别为10.36%, 12.94%, 9.19%, 12.96%，由此可知满幅PnG节油能力大于非满幅PnG过程。

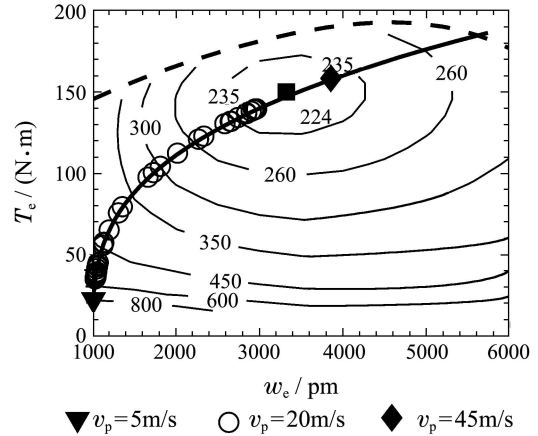


图3 发动机工作点分布

Fig. 3 The distribution of engine working points

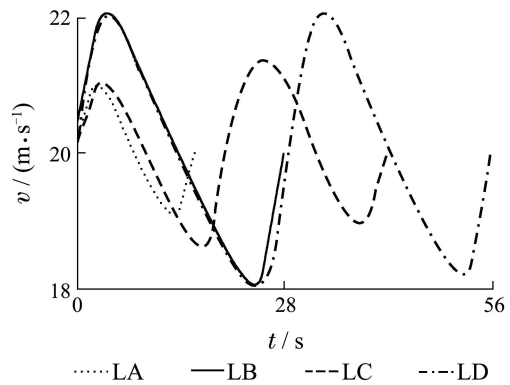


图4 不同 $t_f$ 对应求解结果

Fig. 4 Solving results to different  $t_f$

### 4.2 PnG策略节油效果 (Fuel saving of PnG strategy)

为进一步分析PnG策略的节油效果，针对2.3节中构建的问题，分别设置平均速度 $\bar{v}$ 为10, 11, ..., 35 m/s和终端时间 $t_f$ 为10, 11, ..., 65 s，利用伪谱法计算31×56种设置下的节油率，结果如图5所示，横坐标表示终端时间 $t_f$ ，纵坐标为行车平均速度 $\bar{v}$ ，等高线图表示相对匀速巡航的节油率。

由图5可知：

1) 仅当平均速度 $\bar{v} \in [12, 30]$  m/s时，存在PnG策略且相对匀速策略具有节油效果，其他速度范围应采用匀速策略。

2) 当平均速度 $\bar{v}$ 一定时(速度波动范围即确定)，存在一个最优终端时间 $t_f$ ，使得节油能力最大，此时经济性策略为满幅PnG过程， $t_f$ 即为最优周期。

不同平均速度下，满幅PnG策略和匀速策略(CS)的百公里油耗( $C_{fuel}$ )、PnG策略相对匀速策略的节油率( $\eta_{fuel}$ )如图6所示。当平均速度为20 m/s时节油率达13.22%，节油率大于10%的速度区间为[15.8, 26] m/s，即[57, 94] km/h，这一速度范围为车辆最常使用的速度区间，因此采用PnG策略对提升车辆中速工况燃油经济性具有积极的意义。

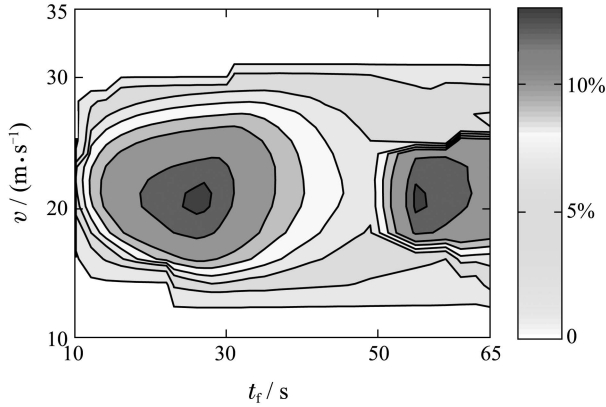


图 5 不同速度及 $t_f$ 设置下的节油率

Fig. 5 Fuel saving rate to different speeds and  $t_f$

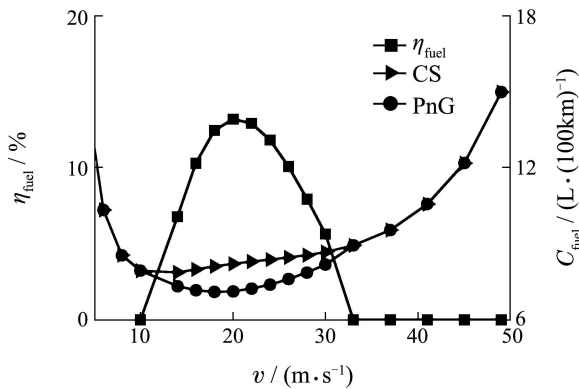


图 6 满幅PnG节油率

Fig. 6 Fuel saving rate of max-amplitude PnG

### 4.3 PnG策略的经济性与舒适性关系 (Relationship between fuel economy and rid comfort of PnG strategy)

PnG型策略相比匀速策略具有较大的节油潜力, 但是速度具有周期性波动的特点. 为研究PnG策略的经济性与舒适性的关系, 在最优控制问题的性能函数中增加基于加速度的舒适性指标:

$$\min J = \int_0^{t_f} F_s + k_e \left(\frac{dT_e}{dt}\right)^2 + k_a \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 dt, \quad (30)$$

其中 $k_a$ 为舒适性惩罚强度系数. 图7显示了平均速度为20 m/s时,  $k_a$ 取不同值对应的节油率以及最大加速度( $a_{max}$ )、平均加速度( $a_{avg}$ ).

由图7可知:

1) 随着 $k_a$ 的增大, 整车加速度降低, 舒适性提高, 经济性降低.

2) 当 $k_a = 0$ 时, 最大加速为0.078 g, 平均加速度为0.028 g, 此时节油率最高; 当 $k_a = 6.75$ 时, 即最大加速度等于人体加速度感知阈值0.02 g时, 仍然具有4.4%的节油效果. 当 $k_a \geq 10$ 时, 最大加速度为0, 即为匀速巡航. 需要说明的是: 即使 $k_a = 0$ , PnG策略的最大加速度也小于0.08 g, 实车实验中驾驶员和乘客对舒适性的主观评价显示, PnG策略并没有强烈的波动感, 对舒适性影响是比较小的.

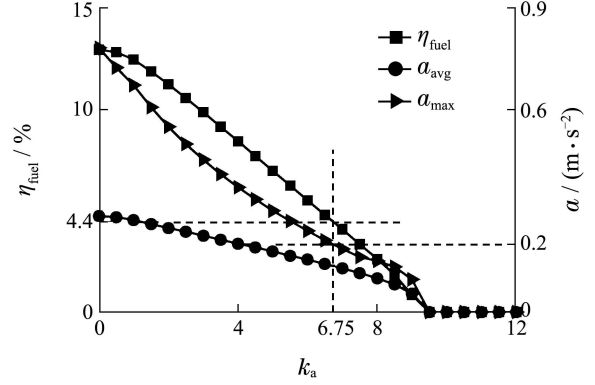


图 7 PnG策略经济性与舒适性的关系( $\bar{v} = 20$  m/s)

Fig. 7 Relationship between fuel economy and rid comfort of PnG strategy( $\bar{v} = 20$  m/s)

## 5 PnG策略的机理 (Mechanism of PnG strategy)

伪谱法从最优控制的角度求解出了巡航过程中的经济性PnG策略, 下面将对PnG的形成原因及其节油机理进行分析.

发动机最佳经济性曲线对应的油耗-功率关系如图8所示,  $L$ 和 $H$ 为其下切线的两切点, 两点之间存在一段凹弧, 其余部分则为凸弧, 曲线整体上呈现出“S”型非线性(这也是奇异的产生原因). 因此, 当以平均车速匀速行驶对应的功率 $C$ 处于凹弧段时, 此时采用PnG策略, 发动机在 $H$ 和 $L$ 点之间切换, 等效工作点为 $E$ 点, 根据凹函数的性质可知, 采用PnG策略对应的等效瞬时喷油率低于匀速策略. 从能量的角度看, 在PnG策略加速阶段, 发动机以较高效率将燃油能量转化为机械能, 用于加速车辆并将能量以动能形式存储于车身, 在滑行阶段再释放动能, 整体上能量转换效率高于发动机恒工作于 $C$ 点的效率. 从图8可以看出,  $C$ 和 $E$ 两点瞬时喷油率相差最大约14%, 当 $C$ 点越靠近 $L$ 或者 $H$ , 其节油能力将越低, 这与伪谱法的优化结果一致. 除了凹弧段外, 若平均车速对应的功率处于凸弧段, 最优控制问题都可收敛至一稳定点, 即平均速度较低或者较高时应采用匀速策略.

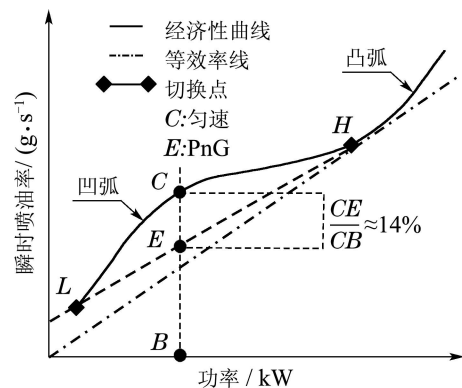


图 8 PnG策略节油机理分析示意图

Fig. 8 Analysis of the fuel saving mechanism of PnG strategy

## 6 结论(Conclusion)

本文采用Legendre伪谱法分析了CVT车辆的经济性巡航策略、节油效果以及形成机理. 首先构建了车辆纵向动力学模型, 基于发动机MAP图通过最小二乘法建立了发动机油耗解析模型, 结合巡航过程的物理模型建立了经济性策略辨识最优控制问题. 该问题为典型的非线性奇异最优控制问题, 本文通过Legendre伪谱法进行求解, 该方法相对传统间接法更为灵活有效. 求解结果表明: 当平均巡航速度小于12 m/s或者大于30 m/s时, 匀速(CS)行车策略更为经济; 当平均巡航速度处于12 m/s至30 m/s之间时, “加速-滑行”(PnG)策略更经济, 其相对于CS的最大节油潜力达13%. PnG策略形成的机理为发动机油耗特性曲线中存在一段“凹弧”, 最优解在两切点之间周期切换.

PnG型巡航策略虽然具有较好的燃油经济性, 但是它有别于传统的稳态匀速驾驶观念, 而且需要精确控制发动机的工作点, 预计未来主要的应用方向是经济性驾驶辅助、巡航控制系统, 以及未来智能化车辆的自动驾驶.

## 参考文献(References):

- [1] OLIVER H H, GALLAGHER K S, TIAN D, et al. China's fuel economy standards for passenger vehicles: rationale, policy process, and impacts [J]. *Energy Policy*, 2009, 37(11): 4720 – 4729.
- [2] BARKENBUS J N. Eco-driving: an overlooked climate change initiative [J]. *Energy Policy*, 2010, 38(2): 762 – 769.
- [3] ROW S J. Intellidrive: safer, smarter, greener [J]. *Public Roads*, 2010, 74(1): 18 – 22.
- [4] YONEZAWA M. Energy saving ITS “eco-driving support” estimation and results [C] // *IEEE Forum on Integrated and Sustainable Transportation System*. Vienna, Austria: IEEE, 2011.
- [5] BARIĆ D, ZOVAK G, PERIŠA M. Effects of eco-drive education on the reduction of fuel consumption and CO<sub>2</sub> emissions [J]. *PROMET-Traffic & Transportation*, 2013, 25(3): 265 – 272.
- [6] KURIYAMA M, YAMAMOTO S, MIYATAKE M. Theoretical study on eco-driving technique for an electric vehicle with dynamic programming [C] // *IEEE International Conference on Electrical Machines and Systems*. Korea: IEEE, 2010: 2026 – 2030.
- [7] LI S E, PENG H. Strategies to minimize the fuel consumption of passenger cars during car-following scenarios [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2012, 226(3): 419 – 429.
- [8] GALPIN T. *Fuel minimization of a moving vehicle in suburban traffic* [D]. Illinois, USA: University of Illinois at Urbana-Champaign, 2012.
- [9] NOUVELIERE L, BRACI M, MENHOUR L, et al. Fuel consumption optimization for a city bus [C] // *United Kingdom Automatic Control Council International Conference*. Manchester England: University of Manchester, 2008: 1 – 6.
- [10] MENSING F, TRIGUI R, BIDEAUX E. Vehicle trajectory optimization for application in ECO-driving [C] // *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)*. Chicago, Illinois, USA: IEEE, 2011: 1 – 6.
- [11] KAMAL M A S, MUKAI M, MURATA J, et al. On board eco-driving system for varying road-traffic environments using model predictive control [C] // *IEEE International Conference on Control Applications*. Yokohama, Japan: IEEE, 2010: 1636 – 1641.
- [12] BIGGS D C, AKCELIK R. An energy-related model of instantaneous fuel consumption [J]. *Traffic Engineering & Control*, 1986, 27(6): 320 – 325.
- [13] CAPIELLO A, CHABINI I, NAM E K, et al. A statistical model of vehicle emissions and fuel consumption [C] // *The IEEE 5th International Conference on Intelligent Transportation Systems*. Singapore: IEEE, 2002: 801 – 809.
- [14] BENSON D. *A Gauss pseudospectral transcription for optimal control* [D]. Cambridge, Massachusetts, USA: Massachusetts Institute of Technology, 2005.
- [15] ELNAGAR G, KAZEMI M A, RAZZAGHI M. The pseudospectral Legendre method for discretizing optimal control problems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(10): 1793 – 1796.
- [16] FAHROO F, ROSS I M. Advances in pseudospectral methods for optimal control [C] // *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. Honolulu, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2008: 18 – 21.
- [17] GARG D, PATTERSON M, HAGER W W, et al. A unified framework for the numerical solution of optimal control problems using pseudospectral methods [J]. *Automatica*, 2010, 46(11): 1843 – 1851.
- [18] ROSS I M, FAHROO F. Convergence of pseudospectral discretizations of optimal control problems [C] // *The IEEE 40th Conference on Decision and Control*. Orlando, Florida, USA: IEEE, 2001, 4: 3175 – 3177.
- [19] TREFETHEN L N. *Spectral Methods in MATLAB* [M]. Philadelphia, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000: 5 – 60.
- [20] RAJAMANI R. *Vehicle Dynamics and Control* [M]. New York, USA: Springer, 2011: 87 – 111.
- [21] 张世强. 曲线回归的拟合优度指标的探讨 [J]. *中国卫生统计*, 2002, 19(1): 9 – 11.  
(ZHANG Shiqiang. Approach on the fitting optimization index of curve regression [J]. *Chinese Journal of Health Statistics*, 2002, 19(1): 9 – 11.)
- [22] ERICSON C, WESTERBERG B, EGNELL R. Transient emission predictions with quasi stationary models [J]. *SAE Paper*, 200501-3852, 2005.
- [23] GILL P E, MURRAY W, SAUNDERS M A. SNOPT: An SQP algorithm for large-scale constrained optimization [J]. *SIAM Review*, 2005, 47(1): 99 – 131.

## 作者简介:

徐少兵 (1989-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为最优控制、经济性驾驶行为分析, E-mail: xsbing2008@foxmail.com;

李升波 (1982-), 男, 助理研究员, 主要研究方向为智能交通与智能化车辆、非线性理论与车辆动力学控制, E-mail: lishbo@mail.tsinghua.edu.cn;

成波 (1962-), 男, 教授, 博士生导师, 清华大学苏州汽车研究院院长, 汽车安全与节能国家重点实验室副主任, 主要研究方向为汽车智能安全、驾驶行为建模与仿真、汽车人机工程与舒适性设计, E-mail: chengbo@tsinghua.edu.cn.