

DOI: 10.7641/CTA.2014.31361

不确定非线性系统全局渐近自适应神经网络控制

罗隆^{1,2†}, 罗飞¹, 许玉格¹

(1. 华南理工大学 自动化科学与工程学院 自主系统与网络控制教育部重点实验室, 广东 广州 510640;

2. 广州铁路职业技术学院, 广东 广州 510430)

摘要: 针对一类控制增益为一般函数形式的不确定仿射非线性系统, 提出一种能够确保全局渐近稳定的自适应神经控制(adaptive neural control, ANC)方法. 为了保证神经网络逼近的适用性, 设计一种可变控制增益的比例微分(proportional differential, PD)控制器以全局镇定被控对象. 利用状态变换解决由未知控制增益函数导致的控制奇异问题. 提出一种连续的自适应鲁棒控制项实现闭环系统的渐近跟踪. 与现有的全局渐近跟踪ANC方法相比较, 本文方法不仅简化了PD增益的选择, 而且减轻了控制输入的颤振问题. 仿真结果表明了本文方法的有效性.

关键词: 自适应控制; 渐近跟踪; 神经网络; 全局稳定; 非线性系统

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Global asymptotic adaptive neural control of uncertain nonlinear systems

LUO Long^{1,2†}, LUO Fei¹, XU Yu-ge¹

(1. Key Laboratory of Autonomous Systems and Network Control, Ministry of Education, College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China;

2. Guangzhou Institute of Railway Technology, Guangzhou Guangdong 510430, China)

Abstract: We present an adaptive neural control (ANC) strategy that guarantees globally asymptotic tracking for a class of uncertain nonlinear systems with function-type control gains. A proportion differential (PD) control term with variable gain is employed to globally stabilize the plant so that neural network approximation is applicable. A state transformation is applied to solve the control singularity problem resulting from the unknown control gain function. A robust control term is developed to achieve asymptotic tracking of the closed-loop system. Compared with previous global asymptotic tracking ANC approaches, the proposed approach not only simplifies the selection of PD gain, but also relaxes chattering at the control input. Simulation results have demonstrated the effectiveness of the proposed approach.

Key words: adaptive control; asymptotic tracking; neural network; global stability; nonlinear system

1 引言(Introduction)

近年来, 不确定非线性系统的自适应逼近控制得到了广泛的关注^[1-26]. 此方法通常先是通过反馈线性化确定理想控制律, 然后利用模糊系统或神经网络(neural network, NN)逼近理想控制律中的不确定项, 最后通过Lyapunov综合法得到参数自适应律. 与全局的非线性参数化NN相比, 局部的线性参数化NN有其固有的优势, 比如结构简单、便于稳定性分析以及实施成本较低^[18]. 然而对线性参数化NN的自适应神经控制(adaptive neural control, ANC)来说, 全局稳定性和渐近跟踪仍是两大难题. 为了确保闭环系统的全局稳定性, 文献[19]提出了一种比例微分(proportional differential, PD)控制方法. 文献[20]指出只要将控制

增益设置为1/2就可以得到文献[19]的结果. 然而文献[20]的结果依赖于一个不恰当的隐含假设, 即闭环的不确定项可以通过线性参数化NN在全局区域逼近. 文献[21]提出了一种基于PD控制的非连续全局ANC方法, 以减少NN的输入数量并放松文献[19]中的边界条件. 最近, 文献[22]的一项结果表明, 全局ANC可以通过前馈NN实现. 然而在文献[22]中, 所有的被控对象动态必须事先已知, 这违反了针对不确定非线性系统设计ANC的初衷.

通常由于固有的逼近误差, ANC系统只能实现一致最终有界(uniformly ultimately bounded, UUB)稳定性^[18]. 为了获得渐近跟踪性能, 许多研究者将不连续反馈整合到ANC结构中^[23]. 然而这些不连续的控制

收稿日期: 2013-12-23; 录用日期: 2014-04-07.

†通信作者. E-mail: gtuolong@163.com; Tel.: +86 13632313897.

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项重点资助项目(2014ZZ0037); 广州市珠江科技新星项目(2011J2200084); 广州市“节能减排(水处理)自动化技术应用研究创新学术团队”项目(穗教科2009[11]号); 惠州市产学研结合项目(2011C010002004).

方法会在控制输入中引入严重的颤振. 为了解决这个问题, 文献[24]提出了一种具有部分渐近稳定性的连续ANC方法. 然而, 这种方法只适用于已知控制增益函数非线性系统的镇定问题. 最近文献[23]提出带有NN前馈以及鲁棒误差绝对值积分反馈的连续渐近跟踪ANC方法. 然而在文献[23]中, 对象不确定性及其导数的边界是预先已知的, 并且在控制设计中提高对象的阶数会导致复杂的控制律.

针对未知控制增益函数的不确定仿射非线性系统, 本文提出一种能够确保全局渐近跟踪性能的ANC方法. 控制结构包含一个线性参数化NN、一个PD控制项以及一个鲁棒控制项. 该方法设计过程如下: 首先, 推导闭环系统的误差动态方程并利用线性参数化NN逼近其中的总体不确定项; 其次, 设计一种可变控制增益的PD控制项以确保闭环系统全局稳定; 再次, 在推导控制律过程中利用状态变换解决由未知控制增益函数导致的控制奇异问题; 最后, 设计自适应律及连续的自适应鲁棒控制项以实现闭环系统的渐近跟踪. 经过证明表明, 在一定控制增益条件下该闭环系统具有全局部分渐近稳定性能.

2 问题描述(Problem formulation)

考虑一类仿射非线性系统如下^[18]:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, & i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}(t) := (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T \in \mathbb{R}^n$ 是状态向量, $u(t) \in \mathbb{R}$ 和 $y(t) \in \mathbb{R}$ 分别是控制输入和系统输出, $f(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 是未知光滑非线性函数, $g(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 是未知光滑控制增益函数. 然后, 根据文献[18]作出如下假设.

假设 1 存在未知连续函数 $\bar{f}(\mathbf{x})$ 以及未知有限常数 $g_0 \in \mathbb{R}^+$, 使得不等式 $|f(\mathbf{x})| \leq \bar{f}(\mathbf{x})$ 和 $0 < g_0 \leq g(\mathbf{x})$ 成立, $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.

假设 2 期望输出信号 $y_d(t)$ 满足 $y_d^{(i)}(t) \in L_\infty$, 其中 $i = 0, 1, \dots, n$.

令 $\mathbf{y}_d(t) := [y_{d1}(t) \ \dots \ y_{dn}(t)]^T = [y_d(t) \ \dot{y}_d(t) \ \dots \ y_d^{(n-1)}(t)]^T$ 和 $\mathbf{y}_{de}(t) := [\mathbf{y}_d(t)^T \ y_d^{(n)}(t)]^T$. 定义输出跟踪误差为 $e_1(t) := y(t) - y_d(t)$. 本文的控制目标是针对式(1)的不确定非线性系统确定基于NN的控制策略, 使得 y 能够全局渐近跟踪 y_d .

3 控制结构(Control structure)

本节根据Lyapunov综合法确定控制器的整体结构. 定义滤波跟踪误差如下^[25]:

$$\begin{cases} e_2 := \dot{e}_1 + \alpha_1 e_1, \\ e_i := \dot{e}_{i-1} + \alpha_{i-1} e_{i-1} + e_{i-2}, \\ i = 3, 4, \dots, n, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\alpha_i \in \mathbb{R}^+ (i = 1, 2, \dots, n-1)$ 是控制增益参数.

根据文献[25]可知

$$e_i = \sum_{j=0}^{i-1} a_{ij} e_1^{(j)}, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (3)$$

其中: $a_{ij} = 1$ 时 $j = i-1$, $a_{ij} \in \mathbb{R}^+$ 为将式(3)代入式(2)并比较系数获得的常数. 令 $\mathbf{e} := [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n]^T$, 根据式(1)-(3)及 e_i 的定义可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_n &= \sum_{j=0}^{n-2} a_{(n-1)j} e_1^{(j+2)} + \alpha_{n-1} \dot{e}_{n-1} + \dot{e}_{n-2} = \\ &\sum_{j=0}^{n-3} a_{(n-1)j} e_1^{(j+2)} + x^{(n)} - \\ &y_d^{(n)} + \alpha_{n-1} \dot{e}_{n-1} + \dot{e}_{n-2} = \\ &\sum_{j=0}^{n-3} a_{(n-1)j} e_1^{(j+2)} + \alpha_{n-1} \dot{e}_{n-1} + \\ &\dot{e}_{n-2} - y_d^{(n)} + f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u, \end{aligned}$$

因此, 可以得到

$$\dot{e}_n = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u - \nu, \quad (4)$$

其中 $\nu := y_d^{(n)} - \sum_{j=0}^{n-3} a_{(n-1)j} e_1^{(j+2)} - \alpha_{n-1} \dot{e}_{n-1} - \dot{e}_{n-2}$.

根据文献[21]中引理3.1, 可得到以下引理.

引理 1 对于满足假设1和2的式(1)中的系统, 如果选择以下理想控制律:

$$u^*(e_n, \mathbf{x}_e) = -\alpha_n e_n - h(\mathbf{x}_e), \quad (5)$$

其中: $\mathbf{x}_e := [\mathbf{x}^T \ \nu]^T \in \mathbb{R}^{n+1}$, $\alpha_n \in \mathbb{R}^+$ 是控制增益参数, $h(\cdot)$ 是由下式确定的总体不确定项:

$$h(\mathbf{x}, \nu) := (f(\mathbf{x}) - \nu)/g(\mathbf{x}), \quad (6)$$

那么 y 全局渐近跟踪 y_d .

然而因为式(6)中的 $h(\cdot)$ 是一个不确定项, 式(5)中的理想控制律 u^* 不能实现. 为了估计 $h(\cdot)$, 可以应用一个线性参数化NN^[18]:

$$\hat{h}(\mathbf{x}_e | \hat{W}) = \hat{W}^T \Phi(\mathbf{x}_e), \quad (7)$$

其中: $\hat{W} \in \mathbb{R}^M$ 是权重向量, $\Phi(\mathbf{x}_e) \in \mathbb{R}^M$ 是基函数向量, M 是神经元节点的数量. 因此可以设计

$$u = -e_{n-1} - \alpha_n e_n - \hat{u}(\mathbf{x}_e | \hat{W}) - u_r(e_n), \quad (8)$$

其中 $u_r(\cdot)$ 是一个鲁棒控制项.

令

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_x &:= \{\mathbf{x} \mid \|\mathbf{x}\| \leq M_x\}, \quad \Omega_{de} := \{\mathbf{y}_{de} \mid \|\mathbf{y}_{de}\| \leq M_{de}\}, \\ \Omega_{x_e} &:= \{\mathbf{x}_e \mid \mathbf{x} \in \mathcal{D}_x, \mathbf{y}_{de} \in \Omega_{de}\}, \\ \Omega_w &:= \{\hat{W} \mid \|\hat{W}\| \leq M_w\}, \end{aligned}$$

其中 $M_x, M_{de}, M_w \in \mathbb{R}^+$ 是自定义的有限常数. 定义NN逼近误差如下:

$$\varepsilon(\mathbf{x}_e) := h(\mathbf{x}_e) - \hat{h}(\mathbf{x}_e | W^*), \quad (9)$$

其中最优参数向量 W^* 给定为

$$W^* := \arg \min_{\hat{W}} (\sup_{\mathbf{x}_e \in \Omega_{x_e}} |h(\mathbf{x}_e) - \hat{h}(\mathbf{x}_e|\hat{W})|).$$

文献[25]表明, ε 的上界 $\bar{\varepsilon} \in \mathbb{R}^+$ 为有限常数. 令 $\tilde{W} := W^* - \hat{W}$, 式(4)的右边加上并减去 $g(\cdot)h(\cdot)$ 并利用式(5)–(9), 可得到闭环跟踪误差动态如下:

$$\dot{e}_n = g(\mathbf{x})(\tilde{W}^T \Phi(\mathbf{x}_e) - e_{n-1} - \alpha_n e_n + \varepsilon - u_r). \tag{10}$$

4 全局渐近控制设计(Global asymptotic control design)

利用上节得到的闭环跟踪误差动态, 本节设计全局渐近ANC. 令 $\mathcal{D}_g \subset \mathcal{D}_x$, $\bar{\mathcal{D}}_g := \mathbb{R}^n - \mathcal{D}_g$, 并且为式(10)选择候选Lyapunov函数如下:

$$V_e(e_n) = e_n^2/2. \tag{11}$$

以下定理实现闭环系统的全局镇定.

定理 1 对于式(1)中满足假设1和2的系统, 其中 $\mathbf{x}(0) \in \bar{\mathcal{D}}_g$, 选取 $u = -\alpha_n e_n$ 且

$$\alpha_n(t) = (1 + \bar{f}(\mathbf{x}) + |\nu|)/g_0 \eta \tag{12}$$

作为控制律, 其中 $\eta \in \mathbb{R}^+$ 是自定义的有限常数. 那么在式(14)给出的有限时间 T_μ 之后, $\mathbf{x}(t)$ 指数收敛于式(17)中的 D_g , 即闭环系统是全局稳定的.

证 对式(11)中的 V_e 求导并利用式(4)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= e_n(f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})\alpha_n(t)e_n - \nu) = \\ &- \alpha_n(t)g(\mathbf{x})(e_n^2 - e_n(f(\mathbf{x}) - \nu)/\alpha_n(t)g(\mathbf{x})) \leq \\ &- \alpha_n(t)g(\mathbf{x})(e_n^2 - |e_n|(\bar{f}(\mathbf{x}) + |\nu|)/\alpha_n(t)g_0). \end{aligned}$$

将式(12)代入上述表达式中可得

$$\dot{V}_e \leq -\alpha_n(t)g(\mathbf{x})(e_n^2 - \eta|e_n|),$$

因此, 容易得到

$$\dot{V}_e \leq -\alpha_n(t)g(\mathbf{x})(V_e - \eta^2/2).$$

对上面的表达式应用比较原理, 并根据 $\alpha_n g(\mathbf{x}) \geq 1/\eta$ ^[8], 可以推论

$$V_e(t) \leq V_e(0)e^{-t/\eta} + \eta^2/2,$$

这意味着 e_n 的边界范围为

$$e_n^2(t) \leq e_n^2(0)e^{-t/\eta} + \eta^2. \tag{13}$$

令 $\mu^2 := 2\eta^2$. 那么根据式(13)存在一个有限时间

$$T_\mu = \max[0, (2\eta) \ln(|e_n(0)|/\eta)] \tag{14}$$

使得 $|e_n(t)| \leq \mu = \sqrt{2}\eta, \forall t \geq T_\mu$ 成立.

另一方面, 利用式(2)可以得到

$$\dot{\mathbf{e}}_{n-1} = A_e \mathbf{e}_{n-1} + \mathbf{b} e_n, \tag{15}$$

其中:

$$\mathbf{e}_{n-1} := [e_1 \ \cdots \ e_{n-1}]^T, \mathbf{b} = [0 \ \cdots \ 0 \ 1]^T,$$

$$A_e = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & -\alpha_2 & 1 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & -1 & -\alpha_{n-2} & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix}.$$

由于存在正定矩阵 P 和 Q 使得 $A^T P + PA = -Q$, 其中 $P := I$ 和 $Q := \text{diag}\{2\alpha_1, 2\alpha_2, \dots, 2\alpha_{n-1}\}$, 因此 A 是稳定矩阵. 根据线性系统理论有

$$\mathbf{e}_{n-1}(t) = e^{A_e t} \mathbf{e}_{n-1}(0) + \int_0^t e^{A_e(t-\tau)} \mathbf{b} e_n(\tau) d\tau.$$

根据文献[18]中结果, 存在有限常数 $k_a, \lambda_a \in \mathbb{R}^+$ 使得 $e^{A_e t} \leq k_a e^{-\lambda_a t}$, 因此可以得到

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}_{n-1}(t)\| &\leq \\ k_a e^{-\lambda_a t} \|\mathbf{e}_{n-1}(0)\| &+ k_a \int_0^t e^{\lambda_a(t-\tau)} |e_n(\tau)| d\tau \leq \\ k_a e^{-\lambda_a t} \|\mathbf{e}_{n-1}(0)\| &+ k_a \|e_n(t)\|_\infty \int_0^t e^{\lambda_a(t-\tau)} d\tau \leq \\ k_a e^{-\lambda_a t} \|\mathbf{e}_{n-1}(0)\| &+ k_a \|e_n(t)\|_\infty / \lambda_a. \end{aligned}$$

结合 $|e_n(t)| \leq \sqrt{2}\eta, \forall t \geq T_\mu$, 可以推论

$$\|\mathbf{e}_{n-1}(t)\| \leq k_a e^{-\lambda_a T_\mu} \|\mathbf{e}_{n-1}(0)\| + \sqrt{2}\eta k_a / \lambda_a,$$

$\forall t \geq T_\mu$. 因此, 可以表明

$$\begin{aligned} \|e(t)\| &\leq \|\mathbf{e}_{n-1}(t)\| + |e_n(t)| \leq \\ k_a e^{-\lambda_a T_\mu} \|\mathbf{e}_{n-1}(0)\| &+ \sqrt{2}\eta(k_a/\lambda_a + 1), \forall t \geq T_\mu. \end{aligned} \tag{16}$$

这意味着 $e(t)$ 是UUB的, 且 $x(t)$ 指数收敛于

$$D_g = \{\mathbf{x} \mid \|e\| \leq M_{e1}, \|\mathbf{y}_d\| \in \Omega_d\}, \forall t \geq T_\mu, \tag{17}$$

且 $M_{e1} := k_a e^{-\lambda_a T_\mu} \|\mathbf{e}_{n-1}(0)\| + \sqrt{2}\eta(k_a/\lambda_a + 1)$.

将式(2)和(10)进行状态变换: $z_i = e_i, z_n = e_n/g$, 其中 $i = 1, 2, \dots, n-1$, 可以得到

$$\begin{cases} \dot{z}_1 := -\alpha_1 z_1 + z_2, \\ \dot{z}_{i-1} := -\alpha_{i-1} z_{i-1} - z_{i-2} + z_i, \\ i = 3, 4, \dots, n-2; \\ \dot{z}_{n-1} := -\alpha_{n-1} z_{n-1} - z_{n-2} + g z_n, \\ \dot{z}_n = -(g\alpha_n + \dot{g}/g) z_n - z_{n-1} + \\ \tilde{W}^T \Phi(\mathbf{x}_e) + \varepsilon - u_r \end{cases}$$

或表达为等价的向量形式:

$$\dot{\mathbf{z}} = A_z(t) \mathbf{z} + \mathbf{b}(\tilde{W}^T \Phi(\mathbf{x}_e) + \varepsilon - u_r), \tag{18}$$

其中: $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_n]^T, \mathbf{b} = [0 \ \cdots \ 0 \ 1]^T$ 且

$$A_z(t) = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & -\alpha_2 & 1 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & -1 & -\alpha_{n-1} & g \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & -(\alpha_n g + \dot{g}/g) \end{bmatrix}.$$

根据定理1, 式(1)中的系统具有全局稳定性, 那么根据文献[26]可以得到以下假设.

假设 3 存在一个有限常数 $g_d \in \mathbb{R}^+$ 使得 $|\dot{g}(\mathbf{x})| \leq g_d, \forall \mathbf{x} \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ 成立.

为了让 $A_z(t)$ 满足以下时变Lyapunov函数:

$$A_z(t)^T P(t) + P(t) A_z(t) + \dot{P}(t) = -Q(t), \quad (19)$$

其中 $P(t)$ 和 $Q(t)$ 是正定对称矩阵, 特别选择

$$P(t) = \begin{bmatrix} I_{n-1} & 0 \\ 0 & g(\mathbf{x}(t)) \end{bmatrix}, \quad (20)$$

而且

$$Q(t) = \begin{bmatrix} 2\alpha_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2\alpha_2 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 & 2\alpha_{n-1} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 2\alpha_n g^2 + \dot{g} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

并满足下面的约束条件:

$$\begin{cases} \alpha_i > 0, i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \alpha_n > g_d/2g_0^2. \end{cases} \quad (22)$$

在上述约束下, 式(20)中的时变线性部分指数稳定. 令 $\hat{\varepsilon}$ 为 ε 的估计量, 并且设计

$$u_r(e_n) = e_n \hat{\varepsilon}^2 / (\hat{\varepsilon} |e_n| + \delta), \quad (23)$$

其中: $\gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{R}^+, \dot{\hat{\varepsilon}} = \gamma_1 |e_n|, \dot{\delta} = -\gamma_2 \delta, \delta(0) = c_\delta \in \mathbb{R}^+$. 为式(18)选择候选Lyapunov函数如下:

$$V = \mathbf{z}^T P(t) \mathbf{z} / 2 + \tilde{W}^T \tilde{W} / 2 \gamma_3 + \hat{\varepsilon}^2 / 2 \gamma_1 + \delta / \gamma_2, \quad (24)$$

其中: $\tilde{\varepsilon} := \varepsilon - \hat{\varepsilon}, \gamma_3 \in \mathbb{R}^+$ 为学习率. 然后, 引入以下定理来获得该闭环系统的渐近稳定性.

定理 2 对于满足假设1-3的式(1)中的系统, 其中 $\mathbf{x}(T_\mu) \in \mathcal{D}_g$, 在式(22)中约束条件下选择控制增益参数 α_i , 选择式(8)结合式(7)和式(23)作为控制律, 并设计参数自适应律如下:

$$\dot{\hat{W}} = \begin{cases} \gamma_3 e_n \Phi(\mathbf{x}_e) & \text{if } \|\hat{W}\| < c_w \\ \text{or } (\|\hat{W}\| = c_w \text{ and } e_n \Phi(\mathbf{x}_e) \leq 0); \\ \gamma_3 e_n \Phi(\mathbf{x}_e) - \gamma_3 e_n \frac{\hat{W} \hat{W}^T}{\|\hat{W}\|^2} \Phi(\mathbf{x}_e) & \\ \text{if } (\|\hat{W}\| = c_w \text{ and } e_n \Phi(\mathbf{x}_e) > 0), \end{cases} \quad (25)$$

那么 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$.

证 对式(24)求导并利用式(18)-(19), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{\mathbf{z}}^T P \mathbf{z} / 2 + \mathbf{z}^T P \dot{\mathbf{z}} / 2 + \mathbf{z}^T \dot{P} \mathbf{z} / 2 - \\ & \tilde{W}^T \dot{\hat{W}} / \gamma_3 - \tilde{\varepsilon} \dot{\hat{\varepsilon}} / \gamma_1 + \dot{\delta} / \gamma_2 = \\ & - \mathbf{z}^T Q \mathbf{z} / 2 + \mathbf{z}^T P \mathbf{b} (\tilde{W}^T \Phi(\mathbf{x}_e) + \varepsilon - u_r) - \end{aligned}$$

$$\tilde{W}^T \dot{\hat{W}} / \gamma_3 - \tilde{\varepsilon} \dot{\hat{\varepsilon}} / \gamma_1 + \dot{\delta} / \gamma_2.$$

根据 $z_n = e_n/g$ 和式(20), 可以得到 $\mathbf{z}^T P \mathbf{b} = e_n$. 因此, 将式(23)和(25)代入上述表达式, 并利用文献[18]中得到的投影算子结果, 可以推断

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - \mathbf{z}^T Q \mathbf{z} / 2 + |e_n| (\tilde{\varepsilon} - \varepsilon) - \\ & e_n^2 \hat{\varepsilon}^2 / (\hat{\varepsilon} |e_n| + \delta) - \delta \leq \\ & - \mathbf{z}^T Q \mathbf{z} / 2 - \delta (1 - \hat{\varepsilon} |e_n| / (\hat{\varepsilon} |e_n| + \delta)), \end{aligned}$$

因此, 可以得到

$$\dot{V} \leq - \mathbf{z}^T Q \mathbf{z} / 2, \forall t \geq T_\mu, \quad (26)$$

这意味着该闭环系统是稳定的, 且 $V(\infty) \in L_\infty$. 因此可以直接得到 $\mathbf{z}, \tilde{W}, \tilde{\varepsilon} \in L_\infty$, 即意味着 $e, \hat{W}, \hat{\varepsilon} \in L_\infty$. 根据满足式(8)和(23), 可以立即得到 $u, u_r \in L_\infty$. 现在, 因为式(18)右边的所有项都是一致最终有界, 所以可以得到 $\dot{\mathbf{z}} \in L_\infty$. 在区间 $t = [0, \infty]$ 对式(26)进行积分, 得到

$$\int_0^\infty \|\mathbf{z}(t)\|^2 dt \leq 2(V(0) - V(\infty)) / \lambda_{\min}(Q).$$

由于 $V(0), V(\infty) \in L_\infty$, 可得 $\mathbf{z} \in L_2$. 因此 $\mathbf{z} \in L_2 \cap L_\infty$ 且 $\dot{\mathbf{z}} \in L_\infty$. 根据文献[18]中的推论2.3(Barbala引理)和 e 与 z 之间的关系, 可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$.

5 仿真研究(Simulation studies)

考虑式(1)形式的小车-倒摆模型, 其中^[17]

$$\begin{cases} f(\mathbf{x}) = \frac{g_v \sin x_1 - \frac{m_p l_p x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m_p}}{\frac{4l_p}{3} - \frac{l_p m_p \cos^2 x_1}{m_c + m_p}}, \\ g(\mathbf{x}) = \frac{\frac{\cos x_1}{m_c + m_p}}{\frac{4l_p}{3} - \frac{l_p m_p \cos^2 x_1}{m_c + m_p}}, \end{cases}$$

其中: x_1 是倒摆角位移, x_2 是相应角速度, g_v 是重力加速度, m_c 是小车质量, m_p 是倒摆质量, l_p 是倒摆半长. 设置

$$\begin{aligned} m_c = & 1 \text{ kg}, m_p = 0.1 \text{ kg}, g_v = 9.8 \text{ m/s}^2, \\ l_p = & 0.5 \text{ m}, \bar{f}(\mathbf{x}) = 15.78 + 0.0366 x_2^2, \\ g_0 = & 0.63, \mathbf{x}(0) = [\pi/4 \ \pi/4]^T, \\ y_d(t) = & (\pi/6) \sin t. \end{aligned}$$

控制律的构造步骤如下: 首先, 选择激活函数 $\mu_i^{l_i} = \exp(-(x_i + \kappa_i - (\kappa_i/2)(l_i - 1))^2 / (\kappa_i/3)^2)$, 其中: $i = 1, 2, \kappa_1 = \kappa_2 = \pi/6, l_i = 1, 2, \dots, 5$; 其次, 设置 $M_x = \sqrt{2}\pi/6, c_w = 100, \alpha_1 = 2, \eta = 5$; 最后, 令 $\hat{W}(0) = \mathbf{0}, \gamma_1 = 100, \gamma_2 = 1, \gamma_3 = 1, c_\delta = 100$.

仿真在MATLAB2012a中进行, 其中设置仿真时间为30 s, 求解器为ode3, 定步长采样时间为0.001 s, 其余参数保持默认值. 仿真轨迹如图1-4所示.

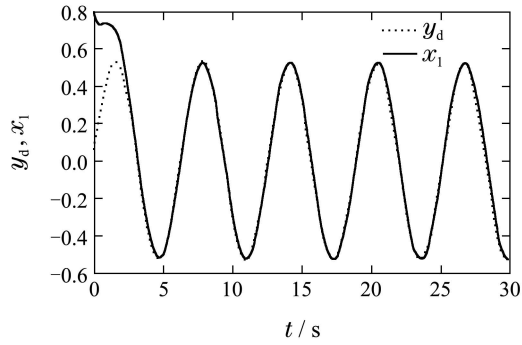


图1 角位移跟踪轨迹

Fig. 1 Angular position tracking trajectories

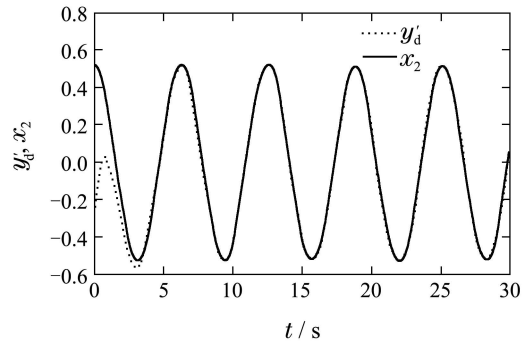


图2 角速度跟踪轨迹

Fig. 2 Angular velocity tracking trajectories

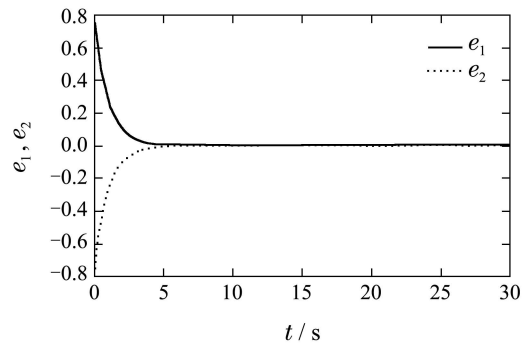


图3 跟踪误差轨迹

Fig. 3 Tracking error trajectories

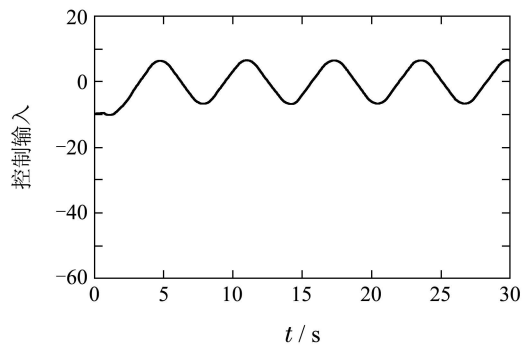


图4 控制输入轨迹

Fig. 4 Control input trajectories

从图1–2中可以看出,即便是对象的最初状态位于逼近区域之外,倒摆角位移和角速度均能够快速且

准确地跟踪相应的期望信号.图3显示位移和速度跟踪误差均快速收敛到0值.图4显示控制输入在经过一个由较大初始误差导致的脉冲响应之后,迅速回归正常范围并保持平滑几乎无颤抖.从图中还可以看出,与文献[21]中基于滑模控制的ANC方法相比,本文控制器的控制输入颤抖得到很大程度的削弱.

6 结论(Conclusions)

本文对于具有未知控制增益函数的仿射不确定非线性系统,发展了一种能够确保全局渐近跟踪性能的ANC方法.本研究的主要工作有以下几点:1)利用可变增益的PD控制实现了被控对象的全局镇定;2)利用状态变换解决了未知控制增益函数导致的控制奇异问题;3)利用可以减轻控制输入颤振的鲁棒控制实现了闭环系统的渐近跟踪.应用于倒立摆控制的仿真结果表明本文所提方法在实现期望跟踪性能的同时,能够大幅削弱控制输入的颤抖.

参考文献(References):

- [1] LIAN J M, LEE Y, ZAK S H. Variable neural direct adaptive robust control of uncertain systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(11): 2658 – 2664.
- [2] PSILLAKIS H E. Further results on the use of Nussbaum gains in adaptive neural network control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(12): 2841 – 2846.
- [3] LIU J, LU Y. Adaptive RBF neural network control of robot with actuator nonlinearities [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2010, 8(2): 249 – 256.
- [4] SUN T, PEI H, PAN Y, et al. Robust wavelet network control for a class of autonomous vehicles to track environmental contour line [J]. *Neurocomputing*, 2011, 74(17): 2886 – 2892.
- [5] PANAGI P, POLYCARPOU M M. Decentralized fault tolerant control of a class of interconnected nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(1): 178 – 184.
- [6] 潘永平, 黄道平, 孙宗海. 欠驱动船舶航迹Backstepping自适应模糊控制 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(7): 907 – 914. (PAN Yongping, HUANG Daoping, SUN Zonghai. Backstepping adaptive fuzzy control for track-keeping of underactuated surface vessels [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(7): 907 – 914.)
- [7] PAN Y, ER M J, HUANG D, et al. Adaptive fuzzy control with guaranteed convergence of optimal approximation error [J]. *IEEE Transactions Fuzzy Systems*, 2011, 19(5): 807 – 818.
- [8] YANG H, LI Z. Adaptive backstepping control for a class of semistrict feedback nonlinear systems using neural networks [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2011, 9(2): 220 – 224.
- [9] PAN Y, ER M J, SUN T. Composite adaptive fuzzy control for synchronizing generalized Lorenz systems [J]. *Chaos*, 2011, 22(2): 023144.
- [10] 余昭旭, 杜红彬. 时变时滞随机非线性系统的自适应神经网络跟踪控制 [J]. *控制理论与应用*, 2012, 28(12): 1808 – 1812. (YU Zhaoxu, DU Hongbin. Adaptive neural tracking control for stochastic nonlinear systems with time-varying delay [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 28(12): 1808 – 1812.)
- [11] YOUSEF H A, HAMDY M. Observer-based adaptive fuzzy control for a class of nonlinear time-delay systems [J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2013, 10(4): 275 – 280.
- [12] 吴玉香, 王聪. 基于确定学习的机器人任务空间自适应神经网络控制 [J]. *自动化学报*, 2013, 39(6): 806 – 815.

- (WU Yuxiang, WANG Cong. Deterministic learning based adaptive network control of robot in task space [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(6): 806 – 815.)
- [13] 吴玉香, 王聪. 不确定机器人的自适应神经网络控制与学习 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(8): 991 – 997.
(WU Yuxiang, WANG Cong. Adaptive neural network control and learning for uncertain robot [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(8): 991 – 997.)
- [14] 刘希, 孙秀霞, 刘树光, 等. 非脆弱递归滑模动态面自适应神经网络控制 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(10): 1323 – 1328.
(LIU Xi, SUN Xiuxia, LIU Shuguang, et al. Non-fragile recursive sliding mode dynamic surface control with adaptive neural network [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(10): 1323 – 1328.)
- [15] 左斌, 李静. 控制增益未知的多变量极值搜索系统神经网络自适应协同控制 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(4): 405 – 416.
(ZUO Bin, LI Jing. Neural network adaptive synergetic control for multivariable extremum seeking system with unknown control gain [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(4): 405 – 416.)
- [16] PAN Y, ER M J. Enhanced adaptive fuzzy control with optimal approximation error convergence [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2013, 21(6): 1123 – 1132.
- [17] PAN Y, ZHOU Y, SUN T, et al. Composite adaptive fuzzy H^∞ tracking control of uncertain nonlinear systems [J]. *Neurocomputing*, 2013, 99: 15 – 24.
- [18] GE S S, HANG C C, LEE T H, et al. *Stable Adaptive Neural Network Control* [M]. Boston, MA: Kluwer, 2001.
- [19] ZHANG T, GE S S, HANG C C. Stable adaptive control for a class of nonlinear systems using a modified Lyapunov function [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(1): 129 – 132.
- [20] HUANG S, TAN K K, LEE T H. Further results on adaptive control for a class of nonlinear systems using neural networks [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2003, 14(3): 719 – 722.
- [21] HUANG S, TAN K K, LEE T H. An improvement on stable adaptive control for a class of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(8): 1398 – 1403.
- [22] CHEN W, JIAO L C, WU J. Globally stable adaptive robust tracking control using RBF neural networks as feedforward compensators [J]. *Neural Computing and Applications*, 2012, 21(2): 351 – 363.
- [23] PATRE P M, MACKUNIS W, KAISER K, et al. Asymptotic tracking for uncertain dynamic systems via a multilayer neural network feedforward and RISE feedback control structure [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(9): 2180 – 2185.
- [24] HAYAKAWA T, HADDAD W M, HOVAKIMYAN N. Neural network adaptive control for a class of nonlinear uncertain dynamical systems with asymptotic stability guarantees [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2008, 19(1): 80 – 89.
- [25] XIAN B, DAWSON D M, QUEIROZ M S, et al. A continuous asymptotic tracking control strategy for uncertain nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(7): 1206 – 1211.
- [26] LIU T, WANG C, HILL D J. Learning from neural control of nonlinear systems in normal form [J]. *Systems & Control Letters*, 2009, 58(9): 633 – 638.

作者简介:

罗隆 (1976–), 男, 博士研究生, 研究方向为智能控制与优化,

E-mail: gtluolong@163.com;

罗飞 (1957–), 男, 教授, 研究方向为智能控制技术, E-mail:

aufeilluo@scut.edu.cn;

许玉格 (1978–), 女, 副教授, 研究方向为智能控制与优化, E-mail:

xuyuge@scut.edu.cn.