

六自由度机械臂约束预测控制系统的设计

张晓颖¹, 李德伟^{1†}, 席裕庚¹, 陈卫东²

(1. 上海交通大学 自动化系 系统控制与信息处理教育部重点实验室, 上海 200240;

2. 上海交通大学 自动化系 自动化研究所, 上海 200240)

摘要: 本文提出了一种基于约束预测控制的机械臂实时运动控制方法. 该控制方法分为两层, 分别设计了约束预测控制器和跟踪控制器. 其中, 约束预测控制器在考虑系统物理约束的条件下, 在线为跟踪控制器生成参考轨迹; 跟踪控制器采用最优反馈控制律, 使机械臂沿参考轨迹运动. 为了简化控制器的设计和在线求解, 本文采用输入输出线性化的方式简化机械臂动力学模型. 同时, 为了克服扰动, 在约束预测控制器中引入前馈策略, 提出了带前馈-反馈控制结构的预测控制设计. 因此, 本文设计的控制器可以使机械臂在满足物理约束的条件下快速稳定地跟踪到目标位置. 通过在PUMA560机理模型上进行仿真实验, 验证了预测控制算法的可行性和有效性.

关键词: 模型预测控制; 机械臂; 运动控制; 前馈控制; 动力学约束

中图分类号: TP241.2 **文献标识码:** A

Design of constrained predictive control system for 6 degrees-of-freedom manipulators

ZHANG Xiao-ying¹, LI De-wei^{1†}, XI Yu-geng¹, CHEN Wei-dong²

(1. Key Laboratory for System Control and Information Processing under Ministry of Education, Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;

2. Institute of Automation, Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: Based on constrained predictive control, this paper proposes a real-time motion control scheme for manipulators. The control scheme is composed of two layers, with constrained predictive controller in the higher layer and trajectory tracking controller in the lower one respectively. The constrained predictive controller creates a trajectory with consideration of the system constraints for the lower layer controller. While the trajectory tracking controller adopts an optimal state feedback law to minimize the predicted tracking error. Input-output linearization is used to simplify the dynamic model used in the model predictive control (MPC) controller design in both layers. Furthermore, a feedforward-feedback control structure is proposed where feedforward is introduced to the constrained predictive controller to reject disturbance. In this way, fast and stable tracking as well as satisfaction of input constraints can be achieved. The proposed control scheme is tested for a industrial manipulator PUMA560 in MATLAB platform, and the simulation results show the feasibility and effectiveness of the proposed predictive control method.

Key words: model predictive control; manipulators; motion control; feedforward control; dynamic constraints

1 引言(Introduction)

近年来, 机械臂已经广泛应用于工业装配、安全防护等领域. 为了适应不同的任务要求, 需要对机械臂在关节空间的运动轨迹进行规划, 并实施快速精准的控制. 机械臂轨迹规划是机械臂运动控制系统中的重要组成部分, 其任务是在机械臂运动过程中, 通过规划关节位移、速度和加速度, 使得机械臂高速平稳地运动到目标位置, 减少冲击振动, 提高可靠性和工作

效率.

在研究工业机械臂运动控制的方法中, 通常把关节驱动力矩作为约束条件, 在运动控制的过程中考虑机械臂的动力学方程, 合理地规划出一条满足约束条件的运动轨迹. 机械臂系统是一个多变量、高度非线性、强耦合的复杂系统, 并且存在参数摄动、外界干扰及未建模动态等不确定性, 系统的复杂性给控制方法的设计带来了极大困难, 因此机械臂运动控制的问题

收稿日期: 2014-01-16; 录用日期: 2014-06-23.

[†]通信作者. E-mail: dwli@sjtu.edu.cn; Tel.: +86 13917551024.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61333009, 61374110, 61221003); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20120073110017); 流程工业综合自动化国家重点实验室开放课题基金资助项目.

成为了近年来研究的重点。

传统的PID控制方法简单灵活、不依赖于系统模型, 已被广泛地应用于工业机器人的控制系统中。但随着制造业要求的不断提高, 仅仅依靠PID控制器很难同时达到快速、精确和稳定的统一。针对这个问题, 国内外很多学者基于PID控制思想提出了一些新的控制方法。文[1]提出了一种自适应PID控制方法, 该方法由反馈环节的自适应PID和前馈部分的输入学习策略组成, 能够很好地克服PID控制的缺点。文[2-4]给出了计算力矩法(computed-torque control, CTC)在机械臂模型上的应用, CTC是一种基于模型的非线性控制方法, 利用系统动力学方程对系统进行线性化和解耦。但是, 以上控制方法的设计过程中未能考虑动力学约束和系统的不确定性, 所以很难达到快速性和稳定性的统一。

从原则上讲机械臂的每个自由度都单独转动, 但从控制角度来看, 机械臂系统则是一个冗余的、多变量的非线性系统, 是个复杂的动力学耦合系统。模型预测控制^[5](model predictive control, MPC)是一种对模型精度要求不高、控制综合质量好、在线计算方便的新型的控制算法。它利用反馈控制对被控对象实施滚动的最优控制策略, 可以很好地克服模型误差和环境干扰。因此, MPC是对机械臂这种复杂系统的一种实时有效的控制策略。近年来, MPC被广泛地应用于机械臂控制领域, 并表现出良好的控制效果, 文[6-7]将模型预测控制应用于移动机器人轨迹跟踪过程中, 在线计算使预测时域内跟踪误差最小的控制律。上述研究虽然能够保证系统的稳定性, 且控制效果较好, 但是它们大多集中在机械臂跟踪给定轨迹的控制问题, 而在机械臂的实际应用中通常选用固定的伺服电机作为执行元件, 给定的轨迹往往未能考虑系统输入约束, 对底层伺服电机的适应性不同, 因此在轨迹跟踪控制方法确定的情况下, 如何规划出一条适应系统要求的最优轨迹成为工业应用中的重要问题。

针对机械臂动力学约束, 本文提出了一种基于状态空间模型的约束预测控制方法, 为了抑制输出端扰动, 进一步提出了前馈结合反馈的控制^[8]结构。在实验中, 预测控制算法表现出良好的控制性能和抗扰动能力。

2 六自由度机械臂动力学模型(Dynamic model of 6 degrees-of-freedom manipulators)

本文选取六自由度机械臂作为研究对象。该机械臂包含6个刚性连杆和6个关节。研究机械臂操作的动力学问题, 通常利用拉格朗日方程, 尤其是2阶拉格朗日方程建立机械臂的动力学方程。

简化拉格朗日方程可以推导出机械臂的动力学方程^[9]具有如下形式:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q), \quad (1)$$

机械臂输入约束可以写成下述矢量形式:

$$\tau_{\min} \leq \tau \leq \tau_{\max}, \quad (2)$$

在动力学方程中使用了以下符号, 其中省略了时间参数:

q : 关节位置向量, $q \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$;

$\dot{q}$: 关节速度向量, $\dot{q} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$;

$\ddot{q}$: 关节加速度向量, $\ddot{q} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$;

τ : 关节驱动力矩向量, $\tau \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$;

$M(q)$: 惯性矩阵, $M = M^T$, $M \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$;

$C(q, \dot{q})\dot{q}$: 向心力、哥氏力和摩擦力引起的力矩向量, $C \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$;

$G(q)$: 重力引起的力矩向量, $G \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ 。

3 双层控制器设计(Two-layer controller design)

为了使机械臂在满足约束的条件下快速稳定地运行到目标点, 本文提出一种双层控制结构分别处理准确跟踪和轨迹优化问题, 下层跟踪控制器根据机械臂简化模型, 设计最优反馈控制律实现准确跟踪参考轨迹; 上层约束预测控制器结合机械臂简化模型和物理约束, 为跟踪控制器设计出在动力学约束条件下可行的最优轨迹。两部分的控制器分别设计, 并互相影响, 在线规划运动轨迹使机械臂在满足约束的条件下快速稳定地运行到目标点。

在机械臂的实际应用中, 往往会受到扰动的影响, 对于有变化规律可循的扰动量, 由于其对输出的影响有一定的预见性, 可以引入前馈策略加以抑制。本文以正弦波扰动为例, 提出了一种带前馈-反馈控制结构(feedforward-feedback control, FFC)的预测控制算法, 控制算法框图如图1所示。通过对扰动的幅值、相位和频率进行参数辨识, 预估扰动对预测模型的影响, 在预测控制器的设计中加以补偿, 以达到抑制扰动的效果。

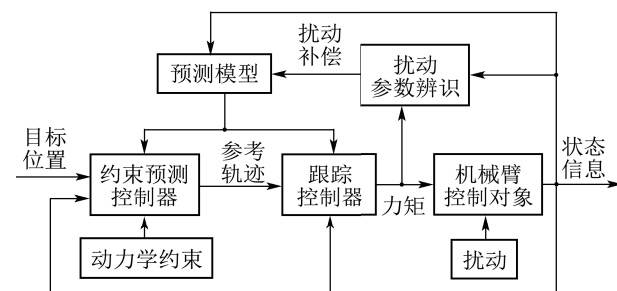


图 1 带前馈-反馈控制结构的双层预测控制器

Fig. 1 Two-layer controller with feedforward-feedback structure

3.1 模型线性化处理(Model linearization)

机械臂动力学方程(1)是时变的强非线性方程, 如

果直接以式(1)建立动力学模型,不可避免地产生大量计算,为MPC的优化计算带来困难,难以保证实时性,因此本文采用经典的泰勒展开法进行输入输出线性化^[10-11],来提高计算效率.在模型线性化的过程中,往往只能保证较短时间内模型的准确性,为了克服模型失配的影响,增强系统的鲁棒性,本文在控制器设计时引入滚动策略,根据实时的系统状态信息滚动优化机械臂状态空间模型,以保证线性化模型的准确性.

定义机械臂的状态变量为 $\mathbf{x}=[\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2]=[\mathbf{q} \ \dot{\mathbf{q}}]^T$.根据式(1)可以得到机械臂在 t 时刻的连续状态空间方程

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2, \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \mathbf{P}(\mathbf{x}_1)\boldsymbol{\tau}(t), \\ \mathbf{y} = \mathbf{x}_1, \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = -\mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}(\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}))$, $\mathbf{P}(\mathbf{x}_1) = \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}$.记采样周期为 T ,将状态变量的各个分量利用泰勒展开式进行离散化,可以写出系统的离散化状态空间模型

$$\begin{cases} \mathbf{x}(i+1) = \mathbf{x}(t+(i+1)T) = \mathbf{A}\mathbf{x}(i) + \mathbf{B}\boldsymbol{\tau}(i) + \mathbf{G}_p, \\ \mathbf{y}(i) = \mathbf{C}\mathbf{x}(i), \quad i = 0, \dots, N-1, \end{cases} \quad (4)$$

其中:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_6 & T\mathbf{I}_6 \\ \mathbf{O}_{6 \times 6} & \mathbf{I}_6 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2}\mathbf{P}(\mathbf{x}_1) \\ T\mathbf{P}(\mathbf{x}_1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_p = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2}\mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \\ T\mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [\mathbf{I}_6 \ \mathbf{O}_{6 \times 6}],$$

$\mathbf{x}(0) = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2]^T$, N 为预测时域, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ 表示机械臂在 t 时刻的位置和速度, $\mathbf{x}(i)$ 表示机械臂在预测时域内第 i 个采样时刻的预测输出.式(4)即为机械臂在 t 时刻的预测模型,该模型的控制变量为关节驱动力矩 $\boldsymbol{\tau}(i)$.

3.2 跟踪控制器(Tracking controller)

本节提出了一种轨迹跟踪预测控制器的设计方法,以式(4)作为系统预测模型.在设计轨迹跟踪控制器时,要使系统的预测输出与期望轨迹之间的偏差最小,由此来计算最优控制律.最优控制律由所选用的性能指标来确定,定义如下的性能指标:

$$J = \min \|\mathbf{x}(t+T) - \mathbf{x}_{\text{ref}}\|_{\mathbf{Q}_t}^2 + \|\boldsymbol{\tau}(t)\|_{\mathbf{R}_t}^2, \quad (5)$$

式中: $\mathbf{x}_{\text{ref}}$ 是期望轨迹下一时刻的状态值, $\mathbf{Q}_t, \mathbf{R}_t$ 分别是误差加权矩阵和力矩加权矩阵.为了减小在线计算量、提高实时性,式(5)中优化的时间长度只取1.由于在轨迹跟踪中暂不考虑对控制力矩的约束,故取 $\mathbf{R}_t = \mathbf{0}$, $\mathbf{Q}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & \\ & T^2\mathbf{Q}_2 \end{bmatrix}$.令 $\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\tau}(t)} = 0$,并结合

式(2), (4)可以得到最优控制力矩

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{K}\mathbf{x}_{\text{ref}} + \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}, \quad (6)$$

其中 $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2]$ 为当前时刻系统状态.

$$\mathbf{K} = \mathbf{M}(\mathbf{x}_1)(\frac{1}{4}\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2)^{-1}[\frac{1}{2T^2}\mathbf{Q}_1 \ \frac{1}{T}\mathbf{Q}_2],$$

$$\mathbf{F} = -\mathbf{M}(\mathbf{x}_1)(\frac{1}{4}\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2)^{-1}[\frac{1}{2T^2}\mathbf{Q}_1 \ \frac{1}{2T}\mathbf{Q}_1 + \frac{1}{T}\mathbf{Q}_2],$$

$$\mathbf{D} = -\mathbf{M}(\mathbf{x}_1)\mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2).$$

对于上述跟踪控制器的稳定性,可以参照文[10]中的结果进行分析.

3.3 约束预测控制器(Constrained predictive controller)

对于实际机械臂而言,其关节驱动力矩总是存在约束,且这些约束均为硬约束.设计本节约束预测控制器的目的是在固定反馈控制律的基础上为跟踪控制器规划参考轨迹,使得机械臂快速地接近目标状态,在优化计算的过程中,输入力矩满足约束条件(2).

基于预测模型(4)可以求解出在预测时域 N 内,使得性能指标最优的轨迹 $\mathbf{x}_{\text{opt}}(i)$, $i = 1, 2, \dots, N$.为了尽可能地满足约束条件,选取 $\mathbf{x}_{\text{opt}}(1)$ 作为机械臂下一时刻要跟踪的轨迹,即跟踪控制器参考值.

根据文[8]和文[12]中的分析,约束预测控制器可以采用延长预测时域以及终端加权的方式提高系统稳定性.对于机械臂的线性化预测模型,设定如下性能指标:

$$J = \sum_{i=1}^{N-1} \|\mathbf{x}_{\text{opt}1}(i) - \mathbf{q}_f\|_{\mathbf{Q}_p}^2 + \|\mathbf{x}_{\text{opt}1}(N) - \mathbf{q}_f\|_{\mathbf{Q}_t}^2 + \sum_{i=0}^{M-1} \|\Delta\boldsymbol{\tau}(i)\|_{\mathbf{R}_p}^2, \quad (7)$$

其中: N 为预测时域, M 为控制时域, $\mathbf{Q}_p, \mathbf{R}_p$ 分别为正定矩阵,用于在预测输出与目标值的偏差和力矩变化幅度之间进行平衡, $\mathbf{Q}_t$ 为终端加权矩阵. $\mathbf{x}_{\text{opt}1}(i)$ 为第 i 个采样时刻的机械臂6个关节的预测输出位置.

假定 $\mathbf{x}_s$ 为系统在当前时刻的状态,即机械臂当前时刻6个关节的位置和角速度.同时,记录系统在上一时刻的力矩输入量 $\boldsymbol{\tau}_{\text{old}}$,根据公式(4)可得系统增量控制的预测模型

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{\text{opt}}(i+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}_{\text{opt}}(i) + \mathbf{B}\boldsymbol{\tau}(i) + \mathbf{G}_p, \\ \boldsymbol{\tau}(i) = \boldsymbol{\tau}(i-1) + \Delta\boldsymbol{\tau}(i), \\ \mathbf{x}_{\text{opt}}(0) = \mathbf{x}_s, \boldsymbol{\tau}(0) = \boldsymbol{\tau}_{\text{old}}. \end{cases} \quad (8)$$

记

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\text{opt}1}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{\text{opt}1}(N) \end{bmatrix}, \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}(0) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}(N-1) \end{bmatrix},$$

则

$$\mathbf{X} = \mathbf{S}\mathbf{x}_s + \mathbf{G}\mathbf{U} + \mathbf{C}_p, \mathbf{U} = \mathbf{U}_{old} + \tilde{\mathbf{L}}\Delta\mathbf{U},$$

其中:

$$\Delta\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \Delta\tau(0) \\ \vdots \\ \Delta\tau(M-1) \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{CB} & & \\ & \ddots & \\ \mathbf{CA}^{N-1}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{CB} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{G}_p \\ \mathbf{C}(\mathbf{A}\mathbf{G}_p + \mathbf{G}_p) \\ \vdots \\ \mathbf{C}(\mathbf{A}^{N-1}\mathbf{G}_p + \cdots + \mathbf{G}_p) \end{bmatrix}, \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{CA} \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^N \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_6 & & \\ \vdots & \ddots & \\ \mathbf{I}_6 & \cdots & \mathbf{I}_6 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{I}_6 & \cdots & \mathbf{I}_6 \end{bmatrix}_{6N \times 6M}, \mathbf{X}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_f \\ \vdots \\ \mathbf{q}_f \end{bmatrix}, \mathbf{U}_{old} = \begin{bmatrix} \tau_{old} \\ \vdots \\ \tau_{old} \end{bmatrix}.$$

因此约束预测控制器可以设计成

$$\min_{\Delta\mathbf{U}} J, \quad (9)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{X} = \mathbf{S}\mathbf{x}_s + \mathbf{G}(\mathbf{U}_{old} + \tilde{\mathbf{L}}\Delta\mathbf{U}) + \mathbf{C}_p, \quad (10)$$

$$\tau_{\min} \leq \tau_{old} + \sum_{i=0}^{j-1} \Delta\tau(i) \leq \tau_{\max},$$

$$j = 1, \dots, M, \quad (11)$$

$$\tau_{\min} \leq \mathbf{K}\mathbf{x}_{opt}(1) + \mathbf{F}\mathbf{x}_s + \mathbf{D} \leq \tau_{\max}, \quad (12)$$

$$\tau_{\min} \leq \mathbf{K}\mathbf{x}_{opt}(i+1) + \mathbf{F}\mathbf{x}_{opt}(i) + \mathbf{D} \leq \tau_{\max}, \quad (13)$$

其中: $J = (\mathbf{X} - \mathbf{X}_d)^T \mathbf{Q} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_d) + \Delta\mathbf{U}^T \mathbf{R} \Delta\mathbf{U}$, $\mathbf{K}$, $\mathbf{F}$, $\mathbf{D}$ 的计算公式如式(6). 式(11)保证了在整个预测时域内, 机械臂的预测输出是在关节力矩约束条件下可以到达的; 式(12)保证了实际施加在机械臂上的力矩满足约束条件; 式(13)保证了在整个优化的过程中满足关节的驱动力矩约束. 根据以上二次规划问题, 可以求解出控制时域内保证系统输出最优的控制增量, 由此可以计算出机械臂下一时刻要跟踪的期望轨迹 $\mathbf{x}_{opt}(1)$. 考虑到机械臂实际应用中关节运动范围也存在约束, 记为 $\mathbf{q}_{\max}$ 和 $\mathbf{q}_{\min}$, 可加入如下约束:

$$\mathbf{q}_{\min} \leq \mathbf{x}_{opt1}(i) \leq \mathbf{q}_{\max}, i = 1, \dots, N.$$

综上所述, 机械臂轨迹规划的在线预测控制算法为:

步骤 1 检查机械臂的当前状态 $\mathbf{x}_s$.

步骤 2 根据 $\mathbf{x}_s$, 建立预测模型, 求出 $\mathbf{K}$, $\mathbf{F}$, $\mathbf{D}$.

步骤 3 以 $\mathbf{x}_s$ 为初始状态, 充分考虑系统输入约束, 预测时域为 N , 控制时域为 M , 给定机械臂目标位置为 $\mathbf{q}_f$, 针对性能指标(9), 求得可行的最优轨迹.

步骤 4 实际施加的反馈律为 $\tau = \mathbf{K}\mathbf{x}_{opt}(1) + \mathbf{F}\mathbf{x}_s + \mathbf{D}$.

步骤 5 返回步骤1, 继续检测机械臂的当前状态, 进行下一时刻的流程.

对于上面设计的预测控制器, 闭环系统的性能将取决于其设计参数(N , M , $\mathbf{Q}_p$, $\mathbf{R}_p$), 这些参数对系统性能的定性影响如下^[8].

对于上述预测控制器的设计, 其控制参数决定了控制系统的控制性能. 根据机械臂的控制特点, 给出以下参数的选择原则和它们对系统性能的定性影响.

1) 为了保证约束预测控制器的稳定性, 需要选取比较大的 N 值, 但过大的 N 会导致机械臂动态响应缓慢.

2) 在 N 值确定的情况下, M 越小, 越难保证输出在各采样点紧密跟踪期望值, 所得到的性能指标也越差. M 值越大, 控制的机动性越强, 可以改善动态响应, 但会造成在线计算的困难.

3) 权矩阵 $\mathbf{Q}_p$ 与 $\mathbf{R}_p$ 的取值是相对的, 在调节 $\mathbf{R}_p$ 时, 先固定 $\mathbf{Q}_p$, 并置 $\mathbf{R}_p$ 为零, 根据控制系统的控制量变化情况略微加大 $\mathbf{R}_p$, 同时, 过大的 $\mathbf{R}_p$ 会导致机械臂运动速度过慢.

根据机械臂的控制特点, 可通过仿真结合上述规则进行设计参数的整定, 得到兼顾精确性和稳定性的控制.

3.4 前馈-反馈控制结构(Feedforward-feedback control structure)

针对无扰动、无模型失配的系统, 上一节的预测控制算法可以使机械臂稳定快速地到达目标位置. 但在实际应用中, 往往会存在扰动的影响, 本节提出一种前馈结合反馈的控制结构来进行扰动抑制.

机械臂的输出端存在正弦波扰动, 记录系统的输入力矩, 根据式(1)可求解机械臂未加扰动时的输出, 估算扰动值. 以扰动值作为参数辨识的依据. 在考虑扰动作用的情况下, 对预测模型进行扰动补偿, 调整约束预测控制起生成的最优轨迹, 具体的实现方法如下:

假定整个预测时域内, 扰动的预测值由上一步参数辨识所得到的幅值 $\mathbf{K}_{dis}$, 频率 f_{dis} , 相位 $\mathbf{P}_{dis}$ 来计算, 其中 $\mathbf{K}_{dis} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $f_{dis} \in \mathbb{R}$, $\mathbf{P}_{dis} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$. 设 t 时刻预测时域内第 i 个采样点的扰动预估值为 $\mathbf{n}(i)$, 扰动的速度为 $\dot{\mathbf{n}}(i)$, $i = 1, \dots, N$,

$$\begin{cases} \mathbf{n}(i) = \mathbf{K}_{dis} \sin(f_{dis}(t+iT) + \mathbf{P}_{dis}), \\ \dot{\mathbf{n}}(i) = f_{dis} \mathbf{K}_{dis} \cos(f_{dis}(t+iT) + \mathbf{P}_{dis}). \end{cases} \quad (14)$$

不考虑扰动的存在, 当前时刻的系统实际状态应该为 $\mathbf{x}_s = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2]^T = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_n(t)$, 其中 $\mathbf{x}(t)$ 为系统输出的测量值, $\mathbf{x}_n(t) = [\mathbf{n}(t) \ \dot{\mathbf{n}}(t)]^T$ 为计算所得

当前时刻扰动的状态值. 利用 $x(0) = x_s$ 建立预测模型

$$\begin{cases} x(i+1) = Ax(i) + B\tau(i) + G_p + x_n(i+1), \\ y(i) = Cx(i), i = 0, \dots, N-1. \end{cases}$$

在跟踪控制器和约束预测控制的设计中, 采用修正后的预测模型, 控制算法不变, 通过生成新的参考轨迹, 达到抑制扰动的效果.

4 仿真结果(Simulation result)

仿真系统采用MATLAB下的Robotics Toolbox^[13]. 本文选取PUMA560作为控制对象, 如图2. 本文将CTC方法和在线预测控制方法施加到六自由度机械臂PUMA560上, 将这两种控制方法的控制效果进行对比.

PUMA560机械臂各杆件的结构参数、运动参数和关节运动范围约束参见文[14]. 机械臂起始位置和目标位置

$$q_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \\ q_f = \left[\frac{\pi}{4} \ \frac{\pi}{2} \ -\frac{\pi}{2} \ \frac{\pi}{12} \ \frac{\pi}{8} \ \frac{\pi}{5} \right]^T.$$

本文选用PID-CTC控制器做对比, 控制器设计方法参照文[15]. 参数整定时综合考虑系统快速性和稳定性. 算法参数如下:

1) PID-CTC控制器:

$$k_P = 100, k_D = 20, k_I = 500.$$

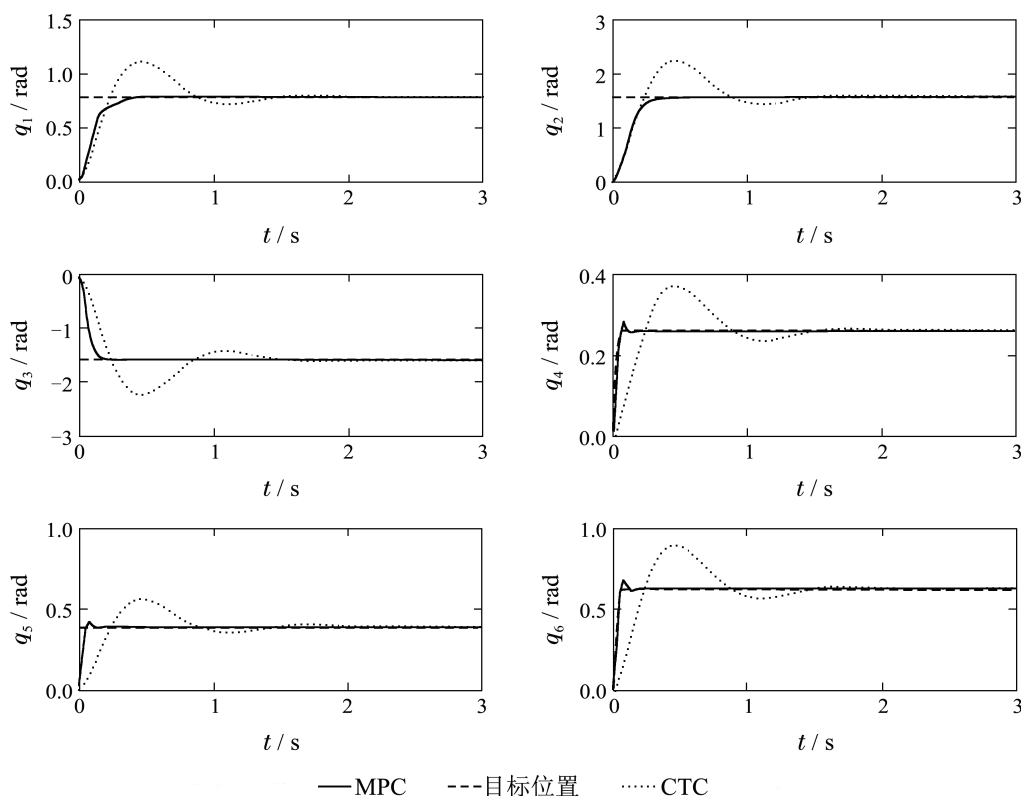


图3 PUMA560关节位置

Fig. 3 Joint positions of PUMA560

2) 预测控制器参数:

$$Q_1 = 5 \times 10^4 I_6, Q_2 = 8 \times 10^6 I_6, Q_p = 500 I_6, R = 0.001 I_{6M}, Q_t = 5000 I_6, T = 0.03 \text{ s}, M = 3, N = 15.$$

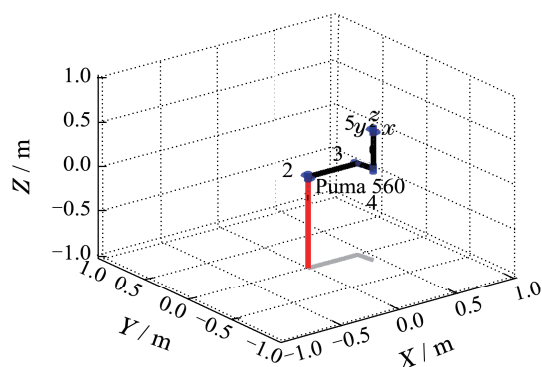


图2 PUMA560机械臂的三维模型

Fig. 2 Three-dimensional model of PUMA560

4.1 约束预测控制器(Constrained predictive controller)

为了验证约束预测控制器的效果, 必须要选好合适的力矩约束值. 首先选取较大值作为力矩约束, 以6个关节驱动力矩的绝对值均不超过500 N·m作为约束条件. 对PUMA560的运动状态进行仿真, 并将预测控制方法和CTC方法阶跃响应的输出曲线进行了比较. 控制效果如图3—4.

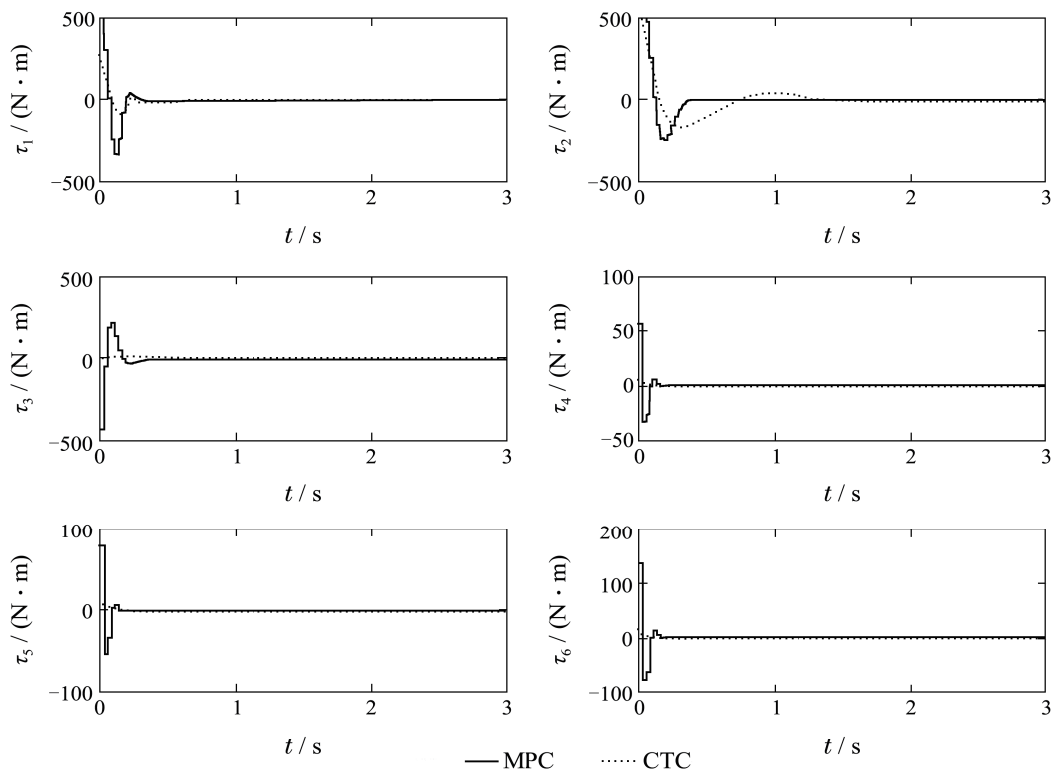


图 4 关节控制力矩

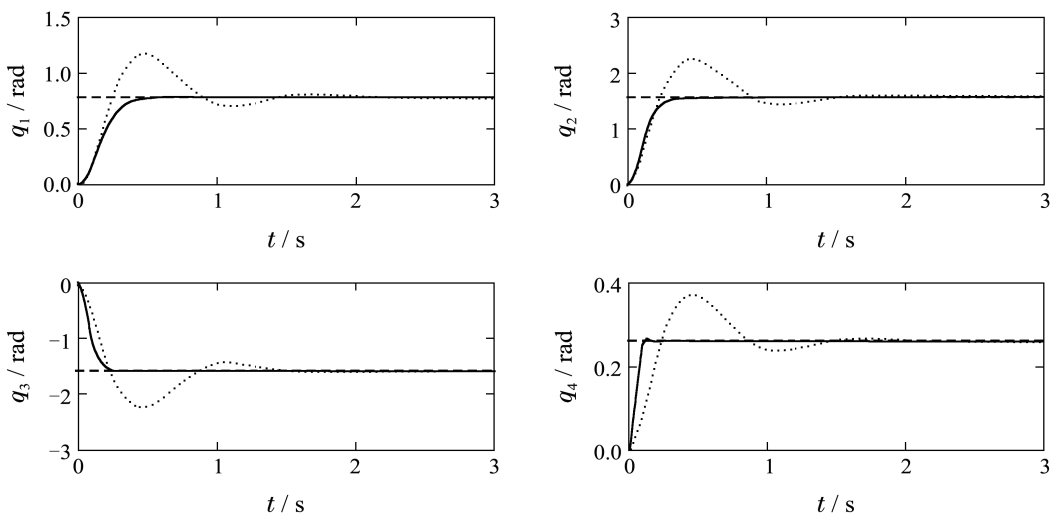
Fig. 4 Joint torques

通过对比预测控制方法与CTC方法的控制效果可以看出,采用预测控制方法所得到的PUMA 560的运动曲线快速性和稳定性都比CTC方法要好.由图3可知,在0.6 s之后,预测控制下PUMA560已经准确地稳定在了目标点,而CTC下的输出曲线存在较大的超调,2 s之后才能准确稳定在目标位置.

由图4可以看出,系统控制输入量绝对值的最大值分别为169 N·m, 500 N·m, 493 N·m, 43 N·m, 61 N·m和106 N·m.为了更好地验证约束预测控制器的效果,在下面的仿真实验中将加强力矩约束.限

定6个关节的驱动力矩的绝对值分别不超过100 N·m, 500 N·m, 200 N·m, 20 N·m, 30 N·m和50 N·m,可以得到图5和图6的实验结果.

分析图5,图6可得,PUMA560可以在满足力矩约束的条件下快速稳定地到达目标位置,且控制量稳定变化,符合实际工作中的驱动要求.对比不同约束条件下的输出结果,可以看出当系统力矩约束加强后,约束预测控制系统的控制能力相对减弱,造成PUMA560的运动速度减缓,稳定在目标位置的时间变长.同时实验表明,预测控制的方法在快速性和稳定性方面都有很好的效果,优于CTC方法.



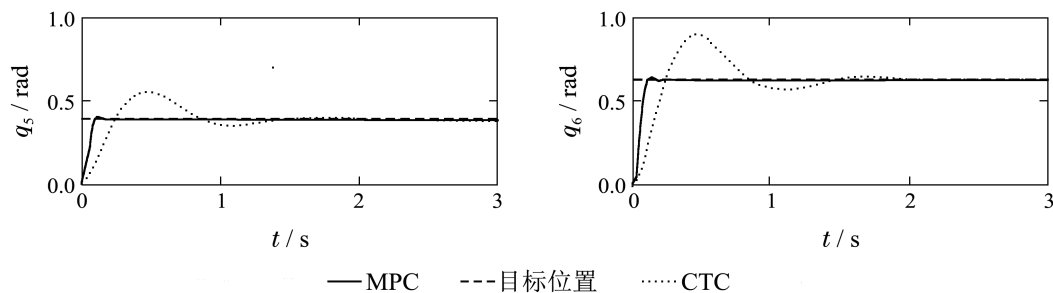


图5 PUMA560关节位置

Fig. 5 Joint positions of PUMA560

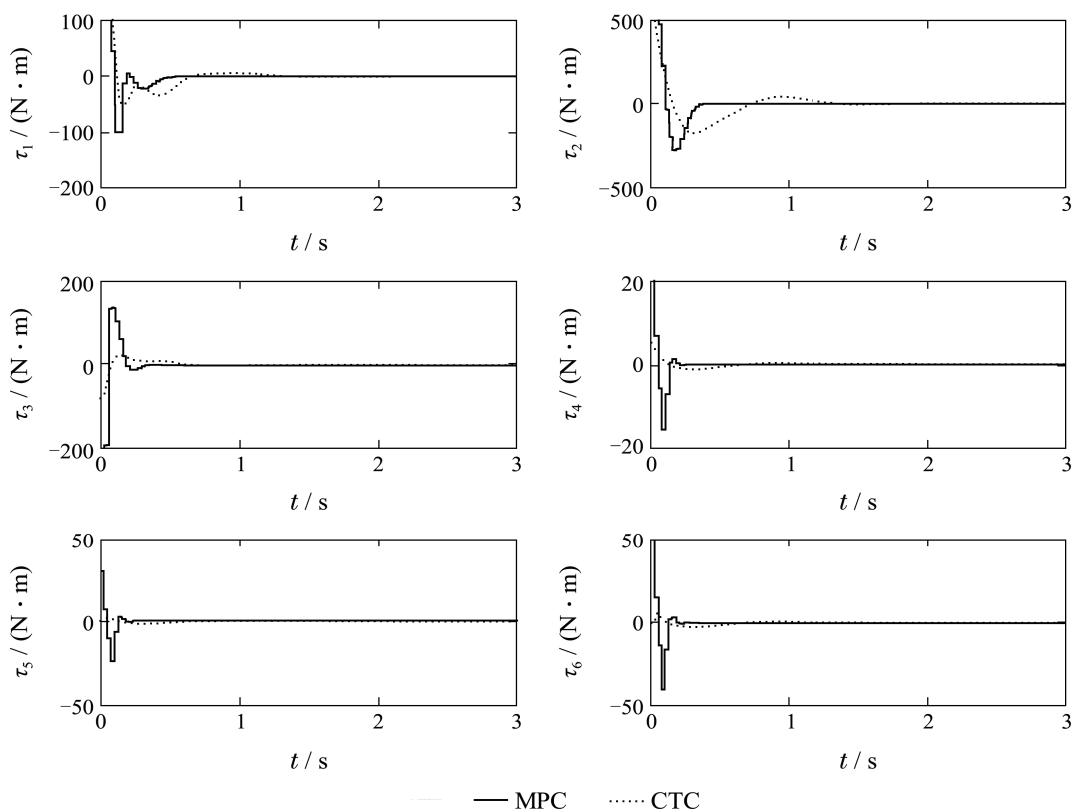


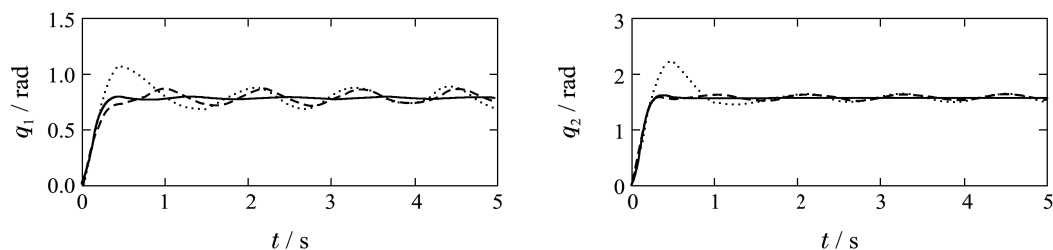
图6 关节控制力矩

Fig. 6 Joint torques

4.2 前馈-反馈控制结构(Feedforward-feedback control structure)

在本节的仿真中, 控制频率为 $f_c = 33$ Hz. 约束条件为力矩绝对值不超过 $500 \text{ N}\cdot\text{m}$. 在PUMA560的输出端直接加入幅值较大的扰动, 扰动的幅值分别为 0.3 rad , 0.2 rad , 0.4 rad , 0.5 rad , 0.1 rad , 0.6 rad . 当扰动频率 $f_d = 0.85 \text{ Hz}$ 时, 系统输出曲线如图7.

通过对比3种情况下的输出曲线, 可以看到预测控制方法对扰动抑制的效果要优于CTC方法, 对于预测控制方法来说, 前馈控制可以大幅抑制加于输出端的扰动. 由于扰动一直存在, 并且幅值较大, 系统输出不能完全跟踪目标值, 但系统可以维持在目标值附近小幅震荡, 基本可以达到很好的控制效果.



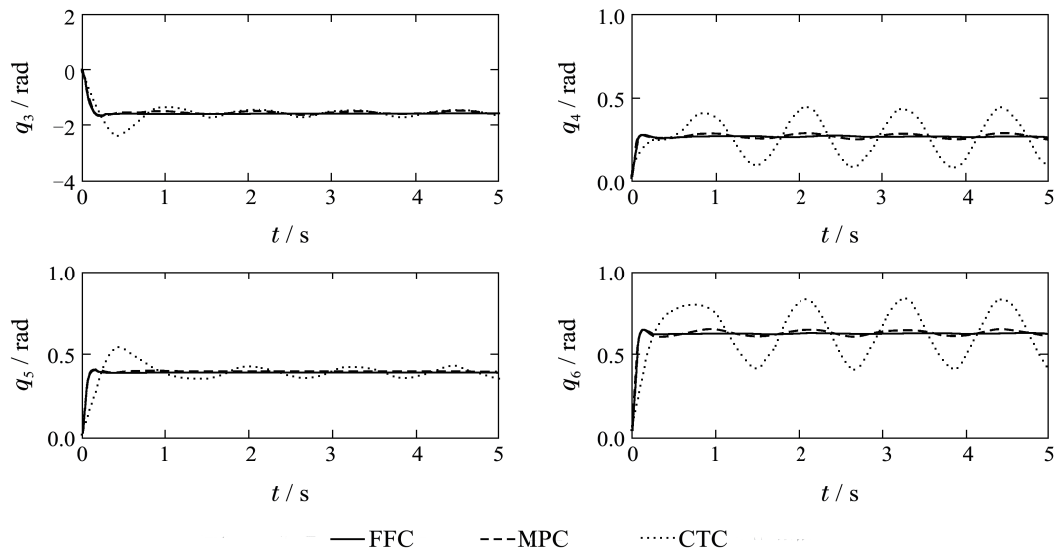


图 7 PUMA560 关节位置

Fig. 7 Joint positions of PUMA560

系统对于扰动的抑制效果取决于很多方面,下面针对不同的扰动频率做实验,观察在不同的扰动频率下加入前馈控制和不加前馈控制输出曲线的不同,效果对比表如表1。

表 1 前馈-反馈控制结构与模型预测控制抗扰动效果对比表

Table 1 The contrast table of the disturbance rejection ability between feedforward-feedback control system and MPC

输出偏差幅值/rad	扰动频率/Hz		
	3.3	1.7	0.85
关节1加前馈	0.20	0.07	0.008
关节1不加前馈	0.29	0.21	0.07
关节2加前馈	0.18	0.04	0.003
关节2不加前馈	0.25	0.15	0.05
关节3加前馈	0.17	0.025	0.002
关节3不加前馈	0.30	0.13	0.04
关节4加前馈	0.05	0.02	0.003
关节4不加前馈	0.20	0.06	0.01
关节5加前馈	0.01	0.003	0.001
关节5不加前馈	0.04	0.01	0.003
关节6加前馈	0.07	0.025	0.003
关节6不加前馈	0.26	0.07	0.02

表1说明,随着扰动频率的降低,预测控制方法对扰动的抑制效果越好,当扰动频率高时,扰动值变化较快,在固定的控制频率下,控制器的输出很难跟上扰动的变化,所以对扰动的抑制效果会变差。当采样频率与扰动频率的比值为10时,前馈控制和不加前馈的控制难以抑制大幅扰动。但随着这个比

值的增加,尤其是当比值升为40时,前馈控制几乎可以完全抑制扰动。并且通过对比以上两种方法控制作用下输出的偏差值,可以看出前馈加反馈的控制结构对于扰动的抑制有着很好的效果。

5 结论(Conclusions)

本文在对六自由度机械臂进行动力学分析的基础上,重点研究了在关节空间对机械臂进行运动轨迹规划的预测控制方法。通过设计跟踪控制器和约束预测控制器对机械臂进行运动控制,使机械臂可以快速稳定在目标位置。为了克服机械臂输出端的扰动,采用了一种前馈结合反馈的控制结构,通过在预测模型建立时加入扰动补偿,达到抑制扰动的效果。最后,在PUMA560上对预测控制的方法进行了仿真,并且与CTC方法的阶跃响应进行了对比,通过仿真结果可以看出在控制性能和抗扰动方面预测控制方法的效果都好于CTC方法。

参考文献(References):

- [1] KUC T Y, HAN W. An adaptive PID learning control of robot manipulators [J]. *Automatica*, 2000, 36(5): 717 – 725.
- [2] SONG Z, YI J, ZHAO D, et al. A computed torque controller for uncertain robotic manipulator systems: Fuzzy approach [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, 154(2): 208 – 226.
- [3] LE T D, KANG H J, SUH Y S, et al. An online self gain tuning method using neural networks for nonlinear PD computed torque controller of a 2-dof parallel manipulator [J]. *Neurocomputing*, 2013, 116(20): 53 – 61.
- [4] NGUYEN D, SEEGER M, PETERS J. Computed torque control with nonparametric regression models [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Seattle, WA: IEEE, 2008: 212 – 217.
- [5] CAMACHO E F, BORDONS C, CAMACHO E F, et al. *Model Predictive Control* [M]. London: Springer, 2004.

- [6] KLANČAR G, ŠKRJANC I. Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2007, 55(6): 460 – 469.
- [7] WROBLEWSKI W. Implementation of a model predictive control algorithm for a 6 dof manipulator-simulation results [C] // *Fourth International Workshop on Robot Motion and Control*. Poland: IEEE, 2004: 209 – 212.
- [8] 席裕庚. 预测控制 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1993.
(XI Yugeng. *Predictive Control* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1993.)
- [9] SCIAVICCO L. *Robotics: Modelling, Planning and Control* [M]. London: Springer, 2009.
- [10] HEDJAR R, TOUMI R, BOUCHER P, et al. Feedback nonlinear predictive control of rigid link robot manipulators [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Anchorage, AK: IEEE, 2002, 5: 3594 – 3599.
- [11] 孔小兵, 刘向杰. 基于输入输出线性化的连续系统非线性模型预测控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(2): 217 – 224.
(KONG Xiaobing, LIU Xiangjie. Continuous-time nonlinear model predictive control with input/output linearization [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(2): 217 – 224.)
- [12] MAYNE D Q, RAWLINGS J B, RAO C V, et al. Constrained model predictive control: Stability and optimality [J]. *Automatica*, 2000, 36(6): 789 – 814.
- [13] CORKE P I. A robotics toolbox for MATLAB [J]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 1996, 3(1): 24 – 32.
- [14] 刘极峰, 丁继斌. 机器人技术基础 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
(LIU Jifeng, DING Jibin. *Fundamentals of Robot Techniques* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.)
- [15] BECERRA V M, CAGE C N J, HARWIN W S, et al. Hardware retrofit and computed torque control of a Puma 560 Robot updating an industrial manipulator [J]. *IEEE Control Systems*, 2004, 24(5): 78 – 82.

作者简介:

张晓颖 (1990–), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为约束预测控制在机械臂控制方面的应用, E-mail: xiaoyingzhang@sjtu.edu.cn;

李德伟 (1971–), 男, 副研究员, 目前研究方向为预测控制理论及方法, E-mail: dwli@sjtu.edu.cn;

席裕庚 (1946–), 男, 教授, 目前研究方向为预测控制理论与应用和智能机器人, E-mail: ygxi@sjtu.edu.cn;

陈卫东 (1968–), 男, 教授, 目前研究方向为智能机器人、多机器人学和微操作, E-mail: wdchen@sjtu.edu.cn.