DOI: 10.7641/CTA.2015.40138

具有输入饱和的近空间飞行器鲁棒控制

杨青运†, 陈 谋

(南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 针对近空间飞行器这一类存在外部扰动, 输入饱和和参数不确定的多输入多输出线性系统, 提出了一种基于干扰观测器的抗饱和鲁棒控制方案. 将干扰观测器与抗饱和控制技术相结合, 从而消除系统存在的未知外部扰动、输入饱和和不确定性对系统控制的影响. 首先, 设计干扰观测器对线性外部系统产生的未知扰动进行估计. 然后根据干扰观测器输出, 通过超前抗饱和方法设计抗饱和补偿器, 并将其加入到鲁棒控制器的设计中, 保证闭环系统存在输入饱和、未知外部扰动和参数不确定情况下的稳定性. 为便于设计, 干扰观测器、抗饱和补偿器和控制器设计矩阵均通过求解线性矩阵不等式得到. 最后, 将提出的鲁棒抗饱和控制方法应用于近空间飞行器, 仿真结果验证了该控制方案的有效性.

关键词: 近空间飞行器; 非线性控制; 输入饱和; 干扰观测器; 鲁棒控制

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Robust control for near space vehicles with input saturation

YANG Qing-yun†, CHEN Mou

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

Abstract: An anti-windup robust control scheme is proposed for the near space vehicles (NSV) which are a class of multi-input multi-output (MIMO) linear systems with input saturation, unknown external disturbances and parametric uncertainties. The developed anti-windup control scheme is cooperated with disturbance observer to eliminate the effects of input saturation, unknown external disturbances and parametric uncertainties. A disturbance observer is presented to estimate the unknown disturbance generated by a linear exogenous system. Then, based on the output of the disturbance observer, the anticipatory anti-windup compensator is developed and considered with the robust controller design to ensure the stability of the close-loop system subject to unknown external disturbances, input saturation and parametric uncertainties. The designed gain matrices of the disturbance observer, anti-windup compensator and robust controller are determined by solving the linear matrix inequalities (LMIs). Finally, the proposed anti-windup robust control scheme is applied to the NSV, and the effectiveness of this developed control scheme is illustrated by the simulation results.

Key words: near space vehicles; nonlinear control; input saturation; disturbance observer; robust control

1 引言(Introduction)

近空间飞行器(near space vehicles, NSV)相对于传统飞行器, 由于其具有飞行高度高、超音速巡航等优点, 得到了越来越广泛的关注和研究[1–2]. 同时, 由于近空间飞行器自身的特殊性质, 如飞推一体化设计、飞行条件多变、大包线飞行、多任务和强耦合等, 从而使得近空间飞行器控制器的设计具有很大的挑战性[3–4]. 近几十年, 近空间飞行器控制系统的设计已经有了较多的研究成果, 多种先进的控制方法应用于其飞行控制器的设计, 从而得到较好的飞行控制性能[5–8]. 文献[5]提出了一种基于模糊干扰观测器的轨迹线性化控制方法并应用于近空间飞行器控制系统设计中. 文献[6]设计了一种基于二阶动态滑模的近空间飞行器姿态角跟踪控制方法. 文献[7]提出了一种结合滑模干扰观测器的非线性广义预测控制算法. 文献[8]针对可变机翼后掠角近空间飞行器的控制问题, 设计了可以平滑切换的多模型软切换保性能非脆弱控制方案. 虽然针对NSV动态系统的控制器设计问题已经进行了大量研究, 但是大部分的研究未考虑输入饱和问题. 如果该问题在控制器设计过程中未加明确

收稿日期: 2014−02−25; 录用日期: 2014−09−23.
†通信作者. E-mail: yang_980060@163.com; Tel.: +86 15195988236.
国家自然科学基金项目(61174102), 江苏省自然科学基金项目(SBK20130033, SBK2011069), 教育部博士点基金项目(20133218110013), 江苏省六大高峰人才项目(2012–XXRJ–010)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61174102), Jiangsu Natural Science Foundation of China(SBK20130033, SBK2011069), Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20133218110013) and Six Categories of Summit Talents of Jiangsu Province of China (2012–XXRJ–010).

考虑, 会降低控制器性能, 甚至破坏闭环系统的稳定性. 而对于NSV而言, 其各控制舵面和发动机推力在幅值、偏转角速率等方面都会受到一定的限制. 同时, 因为输入饱和的非线性特性, 通过传统的线性控制方法很难克服其影响. 因此, 针对一类存在输入饱和的线性系统, 设计高性能反馈控制器是一项非常有挑战且关键的任务.

近年来, 国内外学者针对解决输入饱和问题已经进行了大量的研究, 例如复合非线性反馈控制[9–10]、预测控制[11–12]、滑模控制[13]、正不变集方法[14]、低增益技术[15]等. 其中, 抗饱和控制方法作为一种有效解决输入饱和问题的手段, 得到了广泛的关注[16–22]. 抗饱和控制的主要思想为: 通过抗饱和补偿器的设计, 产生基于标称系统控制输入和饱和执行器输出差值的信号, 将其增广到标称系统控制输入中从而消除输入饱和的影响. 在传统的抗饱和设计方法中, 一旦产生输入饱和, 抗饱和机构立刻发生作用, 其结构如图1所示[17].

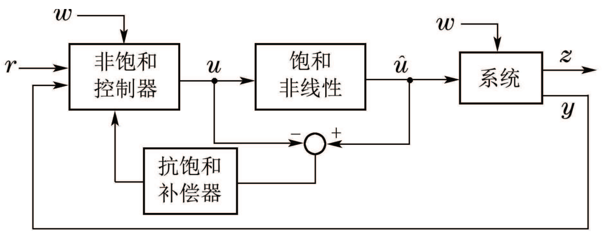

图 1 传统抗饱和控制结构图

Fig. 1 The architecture of traditional anti-windup control scheme

图1描述了抗饱和控制的基本框架, 所有的抗饱和设计方法均由其发展而来[17–23]. 如文献[17]提出了一种基于线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)的一类存在输入饱和的线性系统的抗饱和控制方法. 经过研究发展, 文献[20]提出了一种滞后抗饱和控制方法来改进控制器性能. 该方法基本结构如图2所示[20], 其中前面的饱和函数为人为设置, 饱和度高于执行器饱和度.

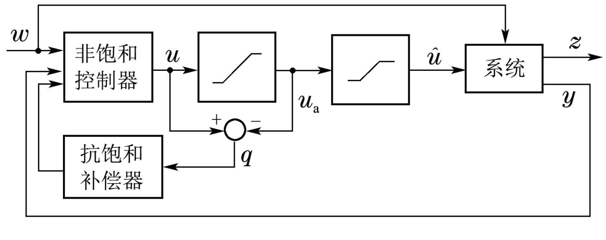

图 2 滞后抗饱和控制结构图

Fig. 2 The architecture of delayed anti-windup control scheme

该方法的基本思想为, 输入发生少量或者有限的饱和时, 抗饱和补偿器并不立刻产生作用, 而是允许标称系统控制器独自产生作用, 从而标称闭环系统的鲁棒性会克服该饱和下的影响, 该方法是基于预先设计的控制器具有较强的鲁棒性. 通过借鉴滞后抗饱和控制的思想, 文献[21–22]提出了一种超前抗饱和方法, 如图3所示[21].

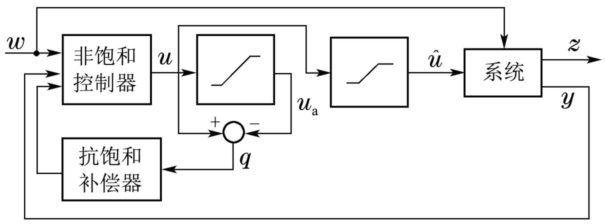

图 3 超前抗饱和控制结构图

Fig. 3 The architecture of anticipatory anti-windup control scheme

该方法主要是在系统饱和非线性前引入一个设计的饱和函数, 该饱和函数与系统饱和函数相比, 有更低的饱和度, 因此在系统的控制输入达到饱和边界之前, 抗饱和机构已经被激活从而产生抗饱和作用. 但是, 上述方法在设计抗饱和补偿器时, 其设计的补偿器多为静态补偿器, 且都是针对标称系统进行研究, 并未考虑线性系统存在的参数不确定问题, 然而线性系统通常存在未建模动态, 系统参数摄动和其他不确定性, 这些不确定会影响控制器的性能. 一般说来干扰包括外部扰动和系统不确定, 它们广泛存在于实际系统中, 如飞行器、导弹和卫星等[23], 因此, 为解决该问题, 引入干扰观测器处理系统的干扰和不确定, 提高鲁棒性.

干扰观测器作为一种能够逼近外部未知扰动的有效方法, 得到了越来越多的关注[24–30]. 文献[24]根据干扰观测器控制技术, 针对存在扰动和不确定的一类系统设计了鲁棒控制器. 文献[25]基于干扰观测器提出一类多输入多输出不确定非线性系统的鲁棒H_∞控制方法, 从而降低控制器对干扰的要求. 文献[26]针对一类多输入多输入非线性系统, 设计了一种新型干扰观测器从而抑制干扰的影响. 文献[27]提出了一种基于干扰观测器的滑模变结构控制方法. 文献[28]针对一类存在时滞和不确定的线性系统, 设计了一种基于干扰观测器的鲁棒控制方法. 然而上述方法并未考虑系统存在输入饱和的情况. 因此, 本文主要研究了一类存在输入饱和, 参数不确定和未知外部扰动的线性系统的抗饱和控制. 针对未知外部扰动, 设计了干扰观测器对其逼近; 根据其输出, 在考虑输入饱和的情况下, 设计抗饱和补偿器和鲁棒控制器, 并保证闭环系统的稳定性; 最后通过仿真证明所提出的控制方法的有效性.

本文剩余章节安排如下: 第2节描述了所研究的线性系统并给出总体设计思路; 第3节针对外部干扰设

计了干扰观测器; 第4节针对输入饱和, 设计了基于干扰观测器的抗饱和补偿器和控制器, 并严格证明系统稳定性; 第5节将所设计的控制方案应用于近空间飞行器进行仿真研究, 检验其有效性; 第6节对全文进行总结.

2 问题描述(Problem formulation)

文献[31]描述了一类近空间飞行器的纵向运动模型, 并将其表述为如下形式的一类广义多输入输出非线性系统:

$$\dot{X} = f(X) + \sum_{k=0}^{2} g_k(X)U_k \triangleq F(X,U), \tag{1}$$

其中: 状态向量$X = [V\ \ \gamma\ \ h\ \ \alpha\ \ q]^{\mathrm{T}}$分别表示飞行器的速度、航迹倾斜角、高度、攻角和俯仰角速率. 控制输入$U = [\eta\ \ \delta_{\mathrm{e}}]^{\mathrm{T}}$分别为油门和升降舵. 为控制器设计方便, 将该纵向模型在平飞状态下, 在平衡点(X_0, U_0)附近进行线性化, 从而得到如下形式的线性化模型[32]:

$$\dot{x}_{\mathrm{p}} = A_{\mathrm{p}}x_{\mathrm{p}} + B_{\mathrm{p}}u, \tag{2}$$

其中:

$$A_{\mathrm{p}} = \begin{pmatrix} 2.2961\times10^{-5} & -31.4788 & -7.2042\times10^{-6} & -47.8368 & 0 \\ 2.7842\times10^{-7} & 0 & -5.7586\times10^{-8} & 0.0040 & 0 \\ 0 & 1.5060\times10^{4} & 0 & 0 & 0 \\ -2.7842\times10^{-5} & 0 & 5.7586\times10^{-8} & -0.0440 & 1 \\ 1.7449\times10^{-7} & 0 & -5.4745\times10^{-8} & 0.5923 & -0.0682 \end{pmatrix},$$

$$B_{\mathrm{p}} = \begin{pmatrix} 27.2963 & 0 \\ 5.7113\times10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 \\ -5.7113\times10^{-5} & 0 \\ 0 & 3.3168 \end{pmatrix},$$

并且$x_{\mathrm{p}} = X - X_0,\ u = U - U_0$. 由于该线性化模型定义在平衡点附近, 因此, 线性系统状态为$x_{\mathrm{p}} = [\Delta V, \Delta\gamma, \Delta h, \Delta\alpha, \Delta q]^{\mathrm{T}}$, 控制输入为$u = [\Delta\eta, \Delta\delta_{\mathrm{e}}]^{\mathrm{T}}$.

为更好的表示近空间飞行器的纵向动态, 系统(2)中需考虑参数不确定, 同时外部扰动和输入饱和在控制设计中也需要考虑, 因此, 为了研究近空间飞行器的控制问题, 先讨论如下一般的不确定线性系统:

$$\dot{x}_{\mathrm{p}} = (A_{\mathrm{p}} + \Delta A)x_{\mathrm{p}} + B_{\mathrm{p}}(\mathrm{sat}(u) + d), \tag{3}$$

其中: $x_{\mathrm{p}} \in \mathbb{R}^{n_{\mathrm{p}}},\ u \in \mathbb{R}^m$和$d(t) \in \mathbb{R}^m$分别为系统的状态向量、输入向量和未知外部干扰. 由式(2)可知$n_{\mathrm{a}} = 5,\ m = 2$. $\mathrm{sat}(\cdot)$是标准的饱和函数, 满足

$$\mathrm{sat}(u_i) = \mathrm{sgn}\, u_i \min\{u_{\max i},\ |u_i|\},\ i = 1, 2, \tag{4}$$

其中$u_{\max i}$表示系统第i个输入的饱和度并已知. ΔA表示系统的不确定性, 满足[28]

$$\Delta A = DF(t)E_1, \tag{5}$$

其中: $D \in \mathbb{R}^{n_{\mathrm{p}}\times n_{\mathrm{e}}},\ E_1 \in \mathbb{R}^{n_{\mathrm{e}}\times n_{\mathrm{p}}}$为常值矩阵; $F(t)$为未知时变实矩阵, 满足

$$F^{\mathrm{T}}(t)F(t) \leqslant I,\ \forall t. \tag{6}$$

为控制器设计方便, 给出如下引理:

引理 1 假设U, V和W分别为适当维的矩阵或者向量, 那么对于任意的正实数α和β下面的不等式成立[28]:

$$U^{\mathrm{T}}V + V^{\mathrm{T}}U \leqslant \alpha U^{\mathrm{T}}U + \alpha^{-1}V^{\mathrm{T}}V,$$
$$2W^{\mathrm{T}}V \leqslant \beta W^{\mathrm{T}}W + \beta^{-1}V^{\mathrm{T}}V.$$

本文的目标是针对不确定线性系统(3), 引入干扰观测器来对未知外部干扰进行估计, 根据干扰观测器的估计输出, 结合抗饱和控制设计方法设计超前抗饱和补偿器和鲁棒控制器, 使闭环系统存在外界未知扰动和输入饱和的情况下状态稳定. 控制系统的整体结构如图4所示.

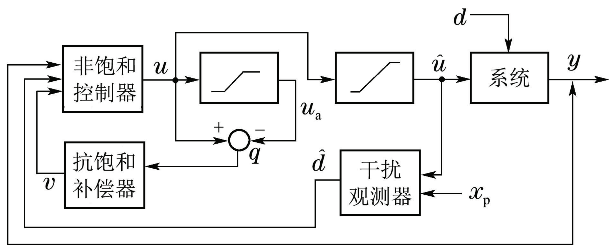

图 4 抗饱和控制整体结构设计图

Fig. 4 The integral architecture of anti-windup control scheme

首先, 设计如下形式的控制器:

$$u = Kx_{\mathrm{p}} + u_{\mathrm{a}} + v, \tag{7}$$

其中: $u_{\mathrm{a}} = -\hat{d}$, $\hat{d}$为系统外部干扰的估计值; K为控制器状态反馈矩阵; v为补偿器的输出, 主要是用来抑制输入饱和的影响. 所设计的控制器必须能够保证闭环系统的稳定性及其他性能指标.

为了避免或减小输入饱和对闭环系统性能的影响, 设计如下形式的抗饱和补偿器:

$$\sum_{\mathrm{a}} : \begin{cases} \dot{x}_{\mathrm{a}} = A_{\mathrm{a}}x_{\mathrm{a}} + B_{\mathrm{a}}\eta, \\ v = C_{\mathrm{a}}x_{\mathrm{a}} + D_{\mathrm{a}}\eta, \end{cases} \tag{8}$$

其中: $x_{\mathrm{a}} \in \mathbb{R}^{n_{\mathrm{a}}}$为补偿器状态向量, $\eta = u - \mathrm{sat}(u)$为补偿器输入, $v \in \mathbb{R}^m$为补偿器的输出, $A_{\mathrm{a}}, B_{\mathrm{a}}, C_{\mathrm{a}}, D_{\mathrm{a}}$为适当维的矩阵.

3 干扰观测器的设计(Design of the disturbance observer)

本节主要设计干扰观测器对系统外部干扰进行估计. 首先, 为了研究方便, 假设系统未知外部扰动由如下形式的外部系统产生[28]:

$$\begin{cases}\dot{\xi}=W_1\xi,\\ d=V_1\xi,\end{cases}\tag{9}$$

其中: $\xi\in\mathbb{R}^q$, $d\in\mathbb{R}^m$, W_1和V_1为适当维的矩阵. 干扰模型(9)可以产生多种形式的实际扰动, 例如常值干扰、谐波干扰等. 其中当$W_1=0$, $V_1=1$时, 干扰模型(9)可产生未知常值干扰, 当

$$W_1=\begin{bmatrix}0&\omega\\ \omega&0\end{bmatrix},\ V_1=[1\ \ 0]$$

时, 式(9)可产生频率为ω但幅值和相位未知的谐波干扰[32].

根据式(9), 干扰观测器设计为如下形式[28]:

$$\begin{cases}\dot{\varsigma}(t)=(W_1+LB_{\rm p}V_1)(\varsigma(t)-Lx_{\rm p})+\\ \qquad L(A_{\rm p}x_{\rm p}+B_{\rm p}{\rm sat}(u)),\\ \hat{\xi}(t)=\varsigma(t)-Lx_{\rm p},\\ \hat{d}(t)=V_1\hat{\xi}(t),\end{cases}\tag{10}$$

其中: ς为干扰观测器的辅助设计向量; $L\in\mathbb{R}^{q\times n_{\rm a}}$为干扰观测器设计增益矩阵, 将通过求解线性矩阵不等式(LMIs)得到.

定义干扰估计误差$\tilde{\xi}=\xi-\hat{\xi}$, 并由式(9)−(10) 可以得到观测器估计误差动态方程满足

$$\dot{\tilde{\xi}}=(W_1+LB_{\rm p}V_1)\tilde{\xi}+L\Delta Ax_{\rm p}.\tag{11}$$

由上式明显可以看出, 增益矩阵L不仅要满足所设计干扰观测器(10)的稳定性, 即${\rm Re}\,\lambda(W_1+LB_{\rm p}V_1)<0$, 同时也要保证存在不确定项$L\Delta Ax_{\rm p}$下的鲁棒性.

4 基于干扰观测器的抗饱和设计(Design of the anti-windup scheme based on observer)

在设计的干扰观测器基础上, 进行超前抗饱和补偿器和控制器设计.

由图2可知, 需人为设置一个饱和函数, 该饱和函数为如下形式[22]:

$${\rm sat}(u_i)_g:=\frac{{\rm sgn}\,u_i\min\{u_{\max i},|u_i|\}}{g},\\ g>1,\ i=1,2,\cdots,m.\tag{12}$$

根据两个饱和函数的形式, 在如下3种情况下对闭环系统进行讨论:

1) $|u_i|\leqslant u_{\max i}/g$.

该种情况下两个饱和函数均未发生作用, 因此闭环系统为线性系统, $\eta=0$, 定义$\tilde{d}=d-\hat{d}$, 从而得到控制律(7)作用下的闭环系统

$$\begin{cases}\dot{x}_{\rm p}=(A_{\rm p}+B_{\rm p}K+\Delta A)x_{\rm p}+B_{\rm p}C_{\rm a}x_{\rm a}+B_{\rm p}\tilde{d},\\ \dot{x}_{\rm a}=A_{\rm a}x_{\rm a},\\ u=Kx_{\rm p}+C_{\rm a}x_{\rm a}-d+\tilde{d}.\end{cases}\tag{13}$$

为控制器设计方便, 定义一个性能指标

$$x_{\rm p}^{\rm T}x_{\rm p}\leqslant\gamma d^{\rm T}d,\tag{14}$$

其中增益γ为正实数. 该情况下设计目标为既要保证闭环系统的稳定性, 又要使该性能指标增益γ最小.

选取Lyapunov函数

$$V_2=\tilde{\xi}^{\rm T}P_1\tilde{\xi}+x_{\rm p}^{\rm T}P_2x_{\rm p}+x_{\rm a}^{\rm T}P_3x_{\rm a},\tag{15}$$

其中P_1,P_2,P_3为正定矩阵.

根据式(11)(13)和式(15), 对Lyapunov函数求导可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_2=&\,2x_{\rm p}^{\rm T}P_2(A_{\rm p}+B_{\rm p}K+\Delta A)x_{\rm p}+\\ &2x_{\rm p}^{\rm T}P_2B_{\rm p}C_{\rm a}x_{\rm a}+2x_{\rm p}^{\rm T}P_2B_{\rm p}\tilde{d}+2x_{\rm a}^{\rm T}P_3A_{\rm a}x_{\rm a}+\\ &2\tilde{\xi}^{\rm T}P_1((W_1+LB_{\rm p}V_1)\tilde{\xi}+L\Delta Ax_{\rm p}).\end{aligned}\tag{16}$$

考虑到$u^{\rm T}u\geqslant0$, 若存在$\tau>0$使得

$$\dot{V}_2+\tau u^{\rm T}u\leqslant0\tag{17}$$

成立, 即可保证$\dot{V}_2\leqslant0$, 从而保证闭环系统稳定, 其中选择$\tau=\dfrac{1}{2}\gamma$. 同时根据式(14)及设计目标, 应保证下式成立:

$$\dot{V}_2+x_{\rm p}^{\rm T}x_{\rm p}-\gamma d^{\rm T}d+\tau u^{\rm T}u\leqslant0.\tag{18}$$

因此由式(13)(16)以及ΔA的定义, 可得

$$\begin{aligned}&\dot{V}_2+x_{\rm p}^{\rm T}x_{\rm p}-\gamma d^{\rm T}d+\tau u^{\rm T}u=\\ &x_{\rm p}^{\rm T}((A_{\rm p}+B_{\rm p}K)^{\rm T}P_2+P_2(A_{\rm p}+B_{\rm p}K)+\\ &\tau K^{\rm T}K+I)x_{\rm p}+x_{\rm p}^{\rm T}(E_1^{\rm T}F^{\rm T}D^{\rm T}P_2+\\ &P_2DFE_1)x_{\rm p}+2x_{\rm p}^{\rm T}(P_2B_{\rm p}C_{\rm a}+\tau K^{\rm T}C_{\rm a})x_{\rm a}+\\ &2x_{\rm p}^{\rm T}P_2B_{\rm p}V_1\tilde{\xi}+2\tau x_{\rm p}^{\rm T}K^{\rm T}V_1\tilde{\xi}-2x_{\rm p}^{\rm T}\tau K^{\rm T}d+\\ &x_{\rm a}^{\rm T}(P_3A_{\rm a}+A_{\rm a}^{\rm T}P_3+\tau C_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a})x_{\rm a}+\\ &2\tau x_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a}^{\rm T}V_1\tilde{\xi}-2\tau x_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a}^{\rm T}d+\\ &2\tilde{\xi}^{\rm T}P_1(W_1+LB_{\rm p}V_1)\tilde{\xi}+\tau\tilde{\xi}^{\rm T}V_1^{\rm T}V_1\tilde{\xi}+\\ &2\tilde{\xi}^{\rm T}P_1LDFE_1x_{\rm p}+(\tau-\gamma)d^{\rm T}d-2\tau d^{\rm T}V_1\tilde{\xi}.\end{aligned}\tag{19}$$

由引理1可得

$$\begin{aligned}&x_{\rm p}^{\rm T}(E_1^{\rm T}F^{\rm T}D^{\rm T}P_2+P_2DFE_1)x_{\rm p}\leqslant\\ &\alpha_1x_{\rm p}^{\rm T}P_2DD^{\rm T}P_2x_{\rm p}+\alpha_1^{-1}x_{\rm p}^{\rm T}E_1^{\rm T}E_1x_{\rm p},\end{aligned}\tag{20}$$

$$\begin{aligned}&2\tilde{\xi}^{\rm T}P_1LDFE_1x_{\rm p}\leqslant\\ &\alpha_2\tilde{\xi}^{\rm T}P_1LDD^{\rm T}L^{\rm T}P_1\tilde{\xi}+\alpha_2^{-1}x_{\rm p}^{\rm T}E_1^{\rm T}E_1x_{\rm p},\end{aligned}\tag{21}$$

其中α_1,α_2为正实数.

将式(20)−(21)代入式(19)可得

$$
\begin{aligned}
&\dot V_2+x_{\rm p}^{\rm T}x_{\rm p}-\gamma d^{\rm T}d+\tau u^{\rm T}u=\\
&x_{\rm p}^{\rm T}((A_{\rm p}+B_{\rm p}K)^{\rm T}P_2+P_2(A_{\rm p}+B_{\rm p}K)+\\
&\tau K^{\rm T}K+I)x_{\rm p}+\alpha_1x_{\rm p}^{\rm T}P_2DD^{\rm T}P_2x_{\rm p}+\\
&2x_{\rm p}^{\rm T}(P_2B_{\rm p}C_{\rm a}+\tau K^{\rm T}C_{\rm a})x_{\rm a}+\\
&2x_{\rm p}^{\rm T}P_2B_{\rm p}V_1\tilde\xi+2\tau x_{\rm p}^{\rm T}K^{\rm T}V_1\tilde\xi-2x_{\rm p}^{\rm T}\tau K^{\rm T}d+\\
&x_{\rm a}^{\rm T}(P_3A_{\rm a}+A_{\rm a}^{\rm T}P_3+\tau C_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a})x_{\rm a}+\\
&2\tau x_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a}^{\rm T}V_1\tilde\xi-2\tau x_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a}^{\rm T}d+\\
&2\tilde\xi^{\rm T}P_1(W_1+LB_{\rm p}V_1)\tilde\xi+\tau\tilde\xi^{\rm T}V_1^{\rm T}V_1\tilde\xi+\\
&\alpha_2\tilde\xi^{\rm T}P_1LDD^{\rm T}L^{\rm T}P_1\tilde\xi+(\tau-\gamma)d^{\rm T}d-\\
&2\tau d^{\rm T}V_1\tilde\xi+(\alpha_1^{-1}+\alpha_2^{-1})x_{\rm p}^{\rm T}E_1^{\rm T}E_1x_{\rm p}. \qquad (22)
\end{aligned}
$$

上式可改写为如下形式:

$$
\dot V_2+x_{\rm p}^{\rm T}x_{\rm p}-\gamma d^{\rm T}d+\tau u^{\rm T}u\leqslant\begin{pmatrix}x_{\rm p}\\x_{\rm a}\\d\\\tilde\xi\end{pmatrix}^{\rm T}\bar\varGamma\begin{pmatrix}x_{\rm p}\\x_{\rm a}\\d\\\tilde\xi\end{pmatrix}, \tag{23}
$$

其中:

$$
\bar\varGamma=\begin{bmatrix}\bar\varGamma_{11}&\bar\varGamma_{12}&\bar\varGamma_{13}&\bar\varGamma_{14}\\\bar\varGamma_{12}^{\rm T}&\bar\varGamma_{22}&\bar\varGamma_{23}&\bar\varGamma_{24}\\\bar\varGamma_{13}^{\rm T}&\bar\varGamma_{23}^{\rm T}&\bar\varGamma_{33}&\bar\varGamma_{34}\\\bar\varGamma_{14}^{\rm T}&\bar\varGamma_{24}^{\rm T}&\bar\varGamma_{34}^{\rm T}&\bar\varGamma_{44}\end{bmatrix}, \tag{24}
$$

$$
\begin{aligned}
\tilde\varGamma_{11}=&(A_{\rm p}+B_{\rm p}K)^{\rm T}P_2+P_2(A_{\rm p}+B_{\rm p}K)+\\
&\tau K^{\rm T}K+\alpha_1P_2DD^{\rm T}P_2+\\
&(\alpha_1^{-1}+\alpha_2^{-1})E_1^{\rm T}E_1+I,\\
\bar\varGamma_{12}=&P_2B_{\rm p}C_{\rm a}+\tau K^{\rm T}C_{\rm a},\\
\bar\varGamma_{13}=&-\tau K^{\rm T},\\
\bar\varGamma_{14}=&P_2B_{\rm p}V_1+\tau K^{\rm T}V_1,\\
\bar\varGamma_{22}=&P_3A_{\rm a}+A_{\rm a}^{\rm T}P_3+\tau C_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a},\\
\bar\varGamma_{23}=&-\tau C_{\rm a}^{\rm T},\\
\bar\varGamma_{24}=&\tau C_{\rm a}^{\rm T}V_1,\\
\bar\varGamma_{33}=&-\tau I,\\
\bar\varGamma_{34}=&-\tau V_1,\\
\bar\varGamma_{44}=&(W_1+LB_{\rm p}V_1)^{\rm T}P_1+P_1(W_1+LB_{\rm p}V_1)+\\
&\alpha_2P_1LDD^{\rm T}LP_1+\tau V_1^{\rm T}V_1.
\end{aligned}
$$

令$Q=P_3^{-1},\ X=P_2^{-1},\ K=YX^{-1},\ L=P_1^{-1}T,\ A_{\rm a}=ZQ^{-1}$. 式(24)两边同时乘以$\operatorname{diag}\{P_2^{-1},P_3^{-1},\tau^{-1},I\}$可得

$$
\tilde\varGamma=\begin{bmatrix}\tilde\varGamma_{11}&\tilde\varGamma_{12}&\tilde\varGamma_{13}&\tilde\varGamma_{14}\\\tilde\varGamma_{12}^{\rm T}&\tilde\varGamma_{22}&\tilde\varGamma_{23}&\tilde\varGamma_{24}\\\tilde\varGamma_{13}^{\rm T}&\tilde\varGamma_{23}^{\rm T}&\tilde\varGamma_{33}&\tilde\varGamma_{34}\\\tilde\varGamma_{14}^{\rm T}&\tilde\varGamma_{24}^{\rm T}&\tilde\varGamma_{34}^{\rm T}&\tilde\varGamma_{44}\end{bmatrix}, \tag{25}
$$

其中:

$$
\begin{aligned}
\tilde\varGamma_{11}=&A_{\rm p}X+B_{\rm p}Y+XA_{\rm p}^{\rm T}+Y^{\rm T}B_{\rm p}^{\rm T}+\tau Y^{\rm T}Y+\\
&\alpha_1DD^{\rm T}+(\alpha_1^{-1}+\alpha_2^{-1})XE_1^{\rm T}E_1X+XX,\\
\tilde\varGamma_{12}=&B_{\rm p}C_{\rm a}Q+\tau Y^{\rm T}C_{\rm a}Q,\\
\tilde\varGamma_{13}=&-Y^{\rm T},\\
\tilde\varGamma_{14}=&B_{\rm p}V_1+\tau Y^{\rm T}V_1,\\
\tilde\varGamma_{22}=&Z+Z^{\rm T}+\tau QC_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a}Q,\\
\tilde\varGamma_{23}=&-QC_{\rm a}^{\rm T},\\
\tilde\varGamma_{24}=&\tau QC_{\rm a}^{\rm T}V_1,\\
\tilde\varGamma_{33}=&-\tau^{-1}I,\\
\tilde\varGamma_{34}=&V_1,\\
\tilde\varGamma_{44}=&P_1W_1+W_1^{\rm T}P_1+TB_{\rm p}V_1+V_1^{\rm T}B_{\rm p}^{\rm T}T^{\rm T}+\\
&\alpha_2TDD^{\rm T}T^{\rm T}+\tau V_1^{\rm T}V_1.
\end{aligned}
$$

式(25)可以改写为如下形式:

$$
\tilde\varGamma=\varGamma+\hat M_1\hat\varDelta_1\hat H_1, \tag{26}
$$

其中:

$$
\varGamma=\begin{bmatrix}\varGamma_{11}&\varGamma_{12}&\varGamma_{13}&\varGamma_{14}\\\varGamma_{12}^{\rm T}&\varGamma_{22}&\varGamma_{23}&\varGamma_{24}\\\varGamma_{13}^{\rm T}&\varGamma_{23}^{\rm T}&\varGamma_{33}&\varGamma_{34}\\\varGamma_{14}^{\rm T}&\varGamma_{24}^{\rm T}&\varGamma_{34}^{\rm T}&\varGamma_{44}\end{bmatrix}, \tag{27}
$$

$$
\begin{aligned}
&\varGamma_{11}=A_{\rm p}X+B_{\rm p}Y+XA_{\rm p}^{\rm T}+Y^{\rm T}B_{\rm p}^{\rm T}+\alpha_1DD^{\rm T},\\
&\varGamma_{12}=B_{\rm p}C_{\rm a}Q,\ \varGamma_{13}=-Y^{\rm T},\ \varGamma_{14}=B_{\rm p}V_1,\\
&\varGamma_{22}=Z+Z^{\rm T},\ \varGamma_{23}=-QC_{\rm a}^{\rm T},\ \varGamma_{33}=-\tau^{-1}I,\\
&\varGamma_{34}=V_1,\\
&\varGamma_{44}=P_1W_1+W_1^{\rm T}P_1+TB_{\rm p}V_1+V_1^{\rm T}B_{\rm p}^{\rm T}T^{\rm T},\\
&\varGamma_{24}=0,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{cases}
\hat M_1=\begin{bmatrix}Y^{\rm T}&XE_1^{\rm T}&XE_1^{\rm T}&X&0\\QC_{\rm a}^{\rm T}&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\V_1^{\rm T}&0&0&0&TD\end{bmatrix},\\
\hat\varDelta_1=\begin{bmatrix}\tau I&0&0&0&0\\0&\alpha_1^{-1}I&0&0&0\\0&0&\alpha_2^{-1}I&0&0\\0&0&0&I&0\\0&0&0&0&\alpha_2I\end{bmatrix},\\
\hat H_1=\begin{bmatrix}Y&C_{\rm a}Q&0&V_1\\E_1X&0&0&0\\E_1X&0&0&0\\X&0&0&0\\0&0&0&D^{\rm T}T^{\rm T}\end{bmatrix}.
\end{cases} \tag{28}
$$

因此根据Schur补定理可知, 若如下线性矩阵不等式成立:

$$
\hat\varGamma=\begin{bmatrix}\varGamma&\hat M_1\\\hat H_1&-\hat\varDelta_1^{-1}\end{bmatrix}<0, \tag{29}
$$

则式(18)成立, 从而闭环系统(13)稳定且增益γ最小.

2) $|u_i| > u_{\max i}$.

该情况下两个饱和函数都产生作用, 因此$u_{\rm a} = {\rm sat}(u)/g$, 同时可知$\hat{u} = {\rm sat}(u) = gu_{\rm a}$. 又由$\eta = u - {\rm sat}(u)$可以得到$\hat{u} = g(\eta + u)$. 令$\Delta(u) = u - {\rm sat}(u)$, $\Delta(u)$为对角矩阵, 且每个对角线的元素均为死区函数, 即$1(\cdot) - {\rm sat}(\cdot)$, 从而可知$\|\Delta\| \leqslant 1$. 将$\Delta$看做一个不确定环节, 可以得到控制律(7)作用下的闭环系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_{\rm p} = (A_{\rm p} + gB_{\rm p}K + \Delta A)x_{\rm p} + gB_{\rm p}C_{\rm a}x_{\rm a} + \\ \qquad g(B_{\rm p}D_{\rm a} - B_{\rm p})\eta + gB_{\rm p}\tilde{d} - B_{\rm p}(g-1)d, \\ \dot{x}_{\rm a} = A_{\rm a}x_{\rm a} + B_{\rm a}\eta, \\ u = Kx_{\rm p} + C_{\rm a}x_{\rm a} + D_{\rm a}\eta - d + \tilde{d}, \\ \eta = \Delta u. \end{cases} \tag{30}$$

与情况1)类似, 为控制器设计方便, 选取如式(14)所示的性能指标.

考虑到$\|\Delta\| \leqslant 1$可得

$$\eta^{\rm T}\eta - u^{\rm T}u \leqslant 0. \tag{31}$$

选取如式(15)所示的Lyapunov函数. 根据式(11)和式(30), 对Lyapunov函数求导可得

$$\begin{aligned} &\dot{V}_2 = \\ &2x_{\rm p}^{\rm T}P_2((A_{\rm p} + gB_{\rm p}K + \Delta A)x_{\rm p} + gB_{\rm p}C_{\rm a}x_{\rm a} + \\ &g(B_{\rm p}D_{\rm a} - B_{\rm p})\eta + gB_{\rm p}\tilde{d} - B_{\rm p}(g-1)d) + \\ &2x_{\rm a}^{\rm T}P_3(A_{\rm a}x_{\rm a} + B_{\rm a}\eta) + \\ &2\tilde{\xi}^{\rm T}P_1((W_1 + LB_{\rm p}V_1)\tilde{\xi} + L\Delta Ax_{\rm p}). \end{aligned} \tag{32}$$

根据式(31)可知, 若存在$\tau > 0$使得

$$\dot{V}_2 - \tau(\eta^{\rm T}\eta - u^{\rm T}u) \leqslant 0 \tag{33}$$

成立, 即可保证$\dot{V}_2 \leqslant 0$, 从而保证闭环系统稳定, 其中选择$\tau = \dfrac{1}{2}\gamma$. 同时, 根据式(14)及设计目标, 应保证下式成立:

$$\dot{V}_2 + x_{\rm p}^{\rm T}x_{\rm p} - \gamma d^{\rm T}d - \tau(\eta^{\rm T}\eta - u^{\rm T}u) \leqslant 0. \tag{34}$$

因此由式(30)(32)以及ΔA的定义, 可得

$$\begin{aligned} &\dot{V}_2 + x_{\rm p}^{\rm T}x_{\rm p} - \gamma d^{\rm T}d - \tau(\eta^{\rm T}\eta - u^{\rm T}u) = \\ &x_{\rm p}^{\rm T}((A_{\rm p} + B_{\rm p}K)^{\rm T}P_2 + P_2(A_{\rm p} + B_{\rm p}K) + \\ &\tau K^{\rm T}K + I)x_{\rm p} + x_{\rm p}^{\rm T}(E_1^{\rm T}F^{\rm T}D^{\rm T}P_2 + \\ &P_2DFE_1)x_{\rm p} + 2x_{\rm p}^{\rm T}(gP_2B_{\rm p}C_{\rm a} + \tau K^{\rm T}C_{\rm a})x_{\rm a} + \\ &2x_{\rm p}^{\rm T}(gP_2(B_{\rm p}D_{\rm a} - B_{\rm p}) + \tau K^{\rm T}D_{\rm a})\eta + \\ &2gx_{\rm p}^{\rm T}P_2B_{\rm p}V_1\tilde{\xi} + 2\tau x_{\rm p}^{\rm T}K^{\rm T}V_1\tilde{\xi} - \\ &2x_{\rm p}^{\rm T}(\tau K^{\rm T} + P_2B_{\rm p}(g-1))d + \\ &x_{\rm a}^{\rm T}(P_3A_{\rm a} + A_{\rm a}^{\rm T}P_3 + \tau C_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a})x_{\rm a} + \\ &2x_{\rm a}^{\rm T}(P_3B_{\rm a} + \tau C_{\rm a}^{\rm T}D_{\rm a})\eta + \\ &2\tau x_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a}^{\rm T}V_1\tilde{\xi} - 2\tau x_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a}^{\rm T}d + \\ &2\tilde{\xi}^{\rm T}P_1(W_1 + LB_{\rm p}V_1)\tilde{\xi} + \tau\xi^{\rm T}V_1^{\rm T}V_1\tilde{\xi} + \\ &2\tilde{\xi}^{\rm T}P_1LDFE_1x_{\rm p} + \tau\eta^{\rm T}(D_{\rm a}^{\rm T}D_{\rm a} - I)\eta - \\ &2\tau\eta^{\rm T}D_{\rm a}^{\rm T}d + 2\tau\eta^{\rm T}D_{\rm a}^{\rm T}V_1\tilde{\xi} + \\ &(\tau - \gamma)d^{\rm T}d - 2\tau d^{\rm T}V_1\tilde{\xi}. \end{aligned} \tag{35}$$

将式(20)−(21)代入式(35)可得

$$\begin{aligned} &\dot{V}_2 + x_{\rm p}^{\rm T}x_{\rm p} - \gamma d^{\rm T}d - \tau(\eta^{\rm T}\eta - u^{\rm T}u) = \\ &x_{\rm p}^{\rm T}((A_{\rm p} + B_{\rm p}K)^{\rm T}P_2 + P_2(A_{\rm p} + B_{\rm p}K) + \\ &\tau K^{\rm T}K + I)x_{\rm p} + \alpha_1x_{\rm p}^{\rm T}P_2DD^{\rm T}P_2x_{\rm p} + \\ &2x_{\rm p}^{\rm T}(gP_2B_{\rm p}C_{\rm a} + \tau K^{\rm T}C_{\rm a})x_{\rm a} + \\ &(\alpha_1^{-1} + \alpha_2^{-1})x_{\rm p}^{\rm T}E_1^{\rm T}E_1x_{\rm p} \cdot \\ &2x_{\rm p}^{\rm T}(gP_2(B_{\rm p}D_{\rm a} - B_{\rm p}) + \tau K^{\rm T}D_{\rm a})\eta + \\ &2gx_{\rm p}^{\rm T}P_2B_{\rm p}V_1\tilde{\xi} + 2\tau x_{\rm p}^{\rm T}K^{\rm T}V_1\tilde{\xi} - \\ &2x_{\rm p}^{\rm T}(\tau K^{\rm T} + P_2B_{\rm p}(g-1))d + \\ &x_{\rm a}^{\rm T}(P_3A_{\rm a} + A_{\rm a}^{\rm T}P_3 + \tau C_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a})x_{\rm a} + \\ &2x_{\rm a}^{\rm T}(P_3B_{\rm a} + \tau C_{\rm a}^{\rm T}D_{\rm a})\eta + \\ &2\tau x_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a}^{\rm T}V_1\tilde{\xi} - 2\tau x_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a}^{\rm T}d + \\ &2\tilde{\xi}^{\rm T}P_1(W_1 + LB_{\rm p}V_1)\tilde{\xi} + \tau\xi^{\rm T}V_1^{\rm T}V_1\tilde{\xi} + \\ &\alpha_2\tilde{\xi}^{\rm T}P_1LDD^{\rm T}L^{\rm T}P_1\tilde{\xi} + \tau\eta^{\rm T}(D_{\rm a}^{\rm T}D_{\rm a} - I)\eta - \\ &2\tau\eta^{\rm T}D_{\rm a}^{\rm T}d + 2\tau\eta^{\rm T}D_{\rm a}^{\rm T}V_1\tilde{\xi} + \\ &(\tau - \gamma)d^{\rm T}d - 2\tau d^{\rm T}V_1\tilde{\xi}. \end{aligned} \tag{36}$$

上式可改写为如下形式:

$$\dot{V}_2 + x_{\rm p}^{\rm T}x_{\rm p} - \gamma d^{\rm T}d - \tau(\eta^{\rm T}\eta - u^{\rm T}u) \leqslant \begin{pmatrix} \eta \\ x_{\rm p} \\ x_{\rm a} \\ d \\ \tilde{\xi} \end{pmatrix}^{\rm T} \bar{\Pi} \begin{pmatrix} \eta \\ x_{\rm p} \\ x_{\rm a} \\ d \\ \tilde{\xi} \end{pmatrix}, \tag{37}$$

其中:

$$\bar{\Pi} = \begin{bmatrix} \bar{\Pi}_{11} & \bar{\Pi}_{12} & \bar{\Pi}_{13} & \bar{\Pi}_{14} & \bar{\Pi}_{15} \\ \bar{\Pi}_{12}^{\rm T} & \bar{\Pi}_{22} & \bar{\Pi}_{23} & \bar{\Pi}_{24} & \bar{\Pi}_{25} \\ \bar{\Pi}_{13}^{\rm T} & \bar{\Pi}_{23}^{\rm T} & \bar{\Pi}_{33} & \bar{\Pi}_{34} & \bar{\Pi}_{35} \\ \bar{\Pi}_{14}^{\rm T} & \bar{\Pi}_{24}^{\rm T} & \bar{\Pi}_{34}^{\rm T} & \bar{\Pi}_{44} & \bar{\Pi}_{45} \\ \bar{\Pi}_{15}^{\rm T} & \bar{\Pi}_{25}^{\rm T} & \bar{\Pi}_{35}^{\rm T} & \bar{\Pi}_{45}^{\rm T} & \bar{\Pi}_{55} \end{bmatrix}, \tag{38}$$

$\bar{\Pi}_{11} = \tau(D_{\rm a}^{\rm T}D_{\rm a} - I)$,

$\bar{\Pi}_{12} = g(B_{\rm p}D_{\rm a} - B_{\rm p})^{\rm T}P_2 + \tau D_{\rm a}^{\rm T}K$,

$\bar{\Pi}_{13} = B_{\rm a}^{\rm T}P_3 + \tau D_{\rm a}^{\rm T}C_{\rm a}$,

$\bar{\Pi}_{14} = -\tau D_{\rm a}^{\rm T}$,

$\bar{\Pi}_{15} = \tau D_{\rm a}^{\rm T}V_1$,

$$\begin{aligned} \bar{\Pi}_{22} = {} & (A_{\rm p} + B_{\rm p}K)^{\rm T}P_2 + P_2(A_{\rm p} + B_{\rm p}K) + \tau K^{\rm T}K + \\ & \alpha_1P_2DD^{\rm T}P_2 + (\alpha_1^{-1} + \alpha_2^{-1})E_1^{\rm T}E_1 + I, \end{aligned}$$

$\bar{\Pi}_{23} = gP_2B_{\rm p}C_{\rm a} + \tau K^{\rm T}C_{\rm a}$,

$$\bar{\Pi}_{24} = -\tau K^{\mathrm{T}} - (g-1)P_2B_{\mathrm{p}},$$
$$\bar{\Pi}_{25} = gP_2B_{\mathrm{p}}V_1 + \tau K^{\mathrm{T}}V_1,$$
$$\bar{\Pi}_{33} = P_3A_{\mathrm{a}} + A_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}P_3 + \tau C_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{a}},$$
$$\bar{\Pi}_{34} = -\tau C_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}},$$
$$\bar{\Pi}_{35} = \tau C_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}V_1,$$
$$\bar{\Pi}_{44} = -\tau I,$$
$$\bar{\Pi}_{45} = -\tau V_1,$$
$$\bar{\Pi}_{55} = (W_1 + LB_{\mathrm{p}}V_1)^{\mathrm{T}}P_1 + P_1(W_1 + LB_{\mathrm{p}}V_1) + \alpha_2P_1LDD^{\mathrm{T}}LP_1 + \tau V_1^{\mathrm{T}}.V_1$$

式(38)左右两边同时乘以$\mathrm{diag}\{I, P_2^{-1}, P_3^{-1}, \tau^{-1}, I\}$可得

$$\tilde{\Pi} = \begin{bmatrix} \tilde{\Pi}_{11} & \tilde{\Pi}_{12} & \tilde{\Pi}_{13} & \tilde{\Pi}_{14} & \tilde{\Pi}_{15} \\ \tilde{\Pi}_{12}^{\mathrm{T}} & \tilde{\Pi}_{22} & \tilde{\Pi}_{23} & \tilde{\Pi}_{24} & \tilde{\Pi}_{25} \\ \tilde{\Pi}_{13}^{\mathrm{T}} & \tilde{\Pi}_{23}^{\mathrm{T}} & \tilde{\Pi}_{33} & \tilde{\Pi}_{34} & \tilde{\Pi}_{35} \\ \tilde{\Pi}_{14}^{\mathrm{T}} & \tilde{\Pi}_{24}^{\mathrm{T}} & \tilde{\Pi}_{34}^{\mathrm{T}} & \tilde{\Pi}_{44} & \tilde{\Pi}_{45} \\ \tilde{\Pi}_{15}^{\mathrm{T}} & \tilde{\Pi}_{25}^{\mathrm{T}} & \tilde{\Pi}_{35}^{\mathrm{T}} & \tilde{\Pi}_{45}^{\mathrm{T}} & \tilde{\Pi}_{55} \end{bmatrix}, \tag{39}$$

其中:

$$\tilde{\Pi}_{11} = \tau(D_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}D_{\mathrm{a}} - I),$$
$$\tilde{\Pi}_{12} = g(B_{\mathrm{p}}D_{\mathrm{a}} - B_{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}} + \tau D_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}Y,$$
$$\tilde{\Pi}_{13} = B_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}} + \tau D_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{a}}Q,$$
$$\tilde{\Pi}_{14} = -D_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}},$$
$$\tilde{\Pi}_{15} = \tau D_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}V_1,$$
$$\tilde{\Pi}_{22} = A_{\mathrm{p}}X + B_{\mathrm{p}}Y + XA_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}} + Y^{\mathrm{T}}B_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}} + \tau Y^{\mathrm{T}}Y + \alpha_1DD^{\mathrm{T}} + (\alpha_1^{-1} + \alpha_2^{-1})XE_1^{\mathrm{T}}E_1X + XX,$$
$$\tilde{\Pi}_{23} = gB_{\mathrm{p}}C_{\mathrm{a}}Q + \tau Y^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{a}}Q,$$
$$\tilde{\Pi}_{24} = -Y^{\mathrm{T}} - (g-1)\tau^{-1}B_{\mathrm{p}},$$
$$\tilde{\Pi}_{25} = gB_{\mathrm{p}}V_1 + \tau Y^{\mathrm{T}}V_1,$$
$$\tilde{\Pi}_{33} = Z + Z^{\mathrm{T}} + \tau QC_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{a}}Q,$$
$$\tilde{\Pi}_{34} = -QC_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}},\ \tilde{\Pi}_{35} = \tau QC_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}V_1,$$
$$\tilde{\Pi}_{44} = -\tau^{-1}I,\ \tilde{\Pi}_{45} = V_1,$$
$$\tilde{\Pi}_{55} = P_1W_1 + W_1^{\mathrm{T}}P_1 + TB_{\mathrm{p}}V_1 + V_1^{\mathrm{T}}B_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}} + \alpha_2TDD^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}} + \tau V_1^{\mathrm{T}}V_1.$$

式(39)可以改写为如下形式:

$$\tilde{\Pi} = \Pi + \hat{M}_2\hat{\Delta}_1\hat{H}_2, \tag{40}$$

其中:

$$\Pi = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \Pi_{13} & \Pi_{14} & \Pi_{15} \\ \Pi_{12}^{\mathrm{T}} & \Pi_{22} & \Pi_{23} & \Pi_{24} & \Pi_{25} \\ \Pi_{13}^{\mathrm{T}} & \Pi_{23}^{\mathrm{T}} & \Pi_{33} & \Pi_{34} & \Pi_{35} \\ \Pi_{14}^{\mathrm{T}} & \Pi_{24}^{\mathrm{T}} & \Pi_{34}^{\mathrm{T}} & \Pi_{44} & \Pi_{45} \\ \Pi_{15}^{\mathrm{T}} & \Pi_{25}^{\mathrm{T}} & \Pi_{35}^{\mathrm{T}} & \Pi_{45}^{\mathrm{T}} & \Pi_{55} \end{bmatrix}, \tag{41}$$

$$\Pi_{11} = -\tau I,$$
$$\Pi_{12} = g(B_{\mathrm{p}}D_{\mathrm{a}} - B_{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}},$$
$$\Pi_{13} = B_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}},$$
$$\Pi_{14} = -D_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}},$$
$$\Pi_{22} = A_{\mathrm{p}}X + B_{\mathrm{p}}Y + XA_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}} + Y^{\mathrm{T}}B_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}} + \alpha_1DD^{\mathrm{T}},$$
$$\Pi_{23} = gB_{\mathrm{p}}C_{\mathrm{a}}Q,$$
$$\Pi_{24} = -Y^{\mathrm{T}} - (g-1)\tau^{-1}B_{\mathrm{p}},$$
$$\Pi_{25} = gB_{\mathrm{p}}V_1,$$
$$\Pi_{33} = Z + Z^{\mathrm{T}},$$
$$\Pi_{34} = -QC_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}},$$
$$\Pi_{44} = -\tau^{-1}I,$$
$$\Pi_{45} = V_1,$$
$$\Pi_{55} = P_1W_1 + W_1^{\mathrm{T}}P_1 + TB_{\mathrm{p}}V_1 + V_1^{\mathrm{T}}B_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}},$$
$$\Pi_{15} = \Pi_{35} = 0,$$

$$\hat{M}_2 = \begin{bmatrix} D_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y^{\mathrm{T}} & XE_1^{\mathrm{T}} & XE_1^{\mathrm{T}} & X & 0 \\ QC_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ V_1^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & TD \end{bmatrix},$$

$$\hat{H}_2 = \begin{bmatrix} D_{\mathrm{a}} & Y & C_{\mathrm{a}}Q & 0 & V_1 \\ 0 & E_1X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_1X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}. \tag{42}$$

因此根据Schur补定理可知, 若如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Pi & \hat{M}_2 \\ \hat{H}_2 & -\hat{\Delta}_1^{-1} \end{bmatrix} < 0, \tag{43}$$

则式(34)成立, 从而闭环系统(30)稳定且增益γ最小. 由式(43)可以看出, 当抗饱和补偿器(8)中的系统矩阵C_{a}预先设定的情况下, 即可通过求解(43)得到矩阵A_{a}, B_{a}和D_{a}的值, 从而完成补偿器的设计.

3) $u_{\max i}/g \leqslant |u_i| \leqslant u_{\max i}$.

该情况下人为设置的饱和函数产生作用, 而系统饱和函数不产生作用, 从而$u = \hat{u}$, $u_{\mathrm{a}} = u_{\max}/g$, 定义$g_{\mathrm{a}} = \hat{u}/u_{\mathrm{a}}$, 明显可知$1 < g_{\mathrm{a}} < g$, 从而将闭环系统(30)以及式(43)中的$g$替换为$g_{\mathrm{a}}$, 即可得到若满足下面的线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \Pi(g_{\mathrm{a}}) & \hat{M}_2(g_{\mathrm{a}}) \\ \hat{H}_2(g_{\mathrm{a}}) & -\hat{\Delta}_1^{-1}(g_{\mathrm{a}}) \end{bmatrix} < 0, \tag{44}$$

则闭环系统(30)稳定且增益γ最小.

可以看到上述3种情况为所有输入变量处于同一工作作态下, 而当各输入变量处于不同情况下时, 根据图3, 此时可得

$$\hat{u} = G(t)u_{\mathrm{a}}, \tag{45}$$

其中 $G(t)=\mathrm{diag}\{g_i\}$. 由上述3种情况分析可知, 当 $|u_i|\leqslant u_{\max i}/g$时, $g_i=1$. 当$|u_i|>u_{\max i}$时, $g_i=g$, 而当$u_{\max i}/g\leqslant|u_i|\leqslant u_{\max i}$时, $g_i\in[1,g]$. 因此, $g_i\in[1,g]$.

从上式可以看出, $G(t)$位于如下式所表示的顶点所确定的超立方体内[20]:

$$\begin{aligned}&\bar{G}^k\in S,\ k=1,2,\cdots,2^m,\\&S=\{G(t)|g_i=g\ \text{or}\ 1\}.\end{aligned}\tag{46}$$

从而, $G(t)$可以表示为如下形式:

$$G(t)=\sum_{k=1}^{2^m}\lambda_k\bar{G}^k,\tag{47}$$

其中: $\sum\limits_{k=1}^{2^m}\lambda_k=1,\ 0\leqslant\lambda_k\leqslant1.$

因此与不等式(44)类似, 并通过对$G(t)$顶点$\bar{G}^k$分析, 可以得到闭环系统(30)的稳定性定理如下所示.

定理 1 对于给定的正实数α_2, 矩阵$C_{\rm a}\in\mathbb{R}^{m\times n_{\rm a}}$, $\bar{G}^k\in\mathbb{R}^{m\times m}$, 若存在正实数$\alpha_1,\gamma$, 矩阵$X\in\mathbb{R}^{n_{\rm p}\times n_{\rm p}}>0$, $Y\in\mathbb{R}^{m\times n_{\rm p}}$, $P_1\in\mathbb{R}^{m\times m}$, $T\in\mathbb{R}^{m\times n_{\rm p}}$, $Z\in\mathbb{R}^{n_{\rm a}\times n_{\rm a}}$, $Q\in\mathbb{R}^{n_{\rm a}\times n_{\rm a}}$, $B_{\rm a}\in\mathbb{R}^{n_{\rm a}\times m}$和$D_{\rm a}\in\mathbb{R}^{m\times m}$使得下述不等式成立:

$$\begin{bmatrix}\varPi(\bar{G}^k) & \hat{M}_2(\bar{G}^k)\\ \hat{H}_2(\bar{G}^k) & -\hat{\varDelta}_1^{-1}(\bar{G}^k)\end{bmatrix}<0,\ k=1,2,\cdots,2^m,\tag{48}$$

则式(29)(43)和式(44)均成立, 即包含了上述多种情况, 从而闭环系统稳定且增益γ最小. 其中:

$$K=YX^{-1},\ L=P_1^{-1}T,\ A_{\rm a}=ZQ^{-1},$$
$$\hat{M}_2(\bar{G}^k)=\hat{M}_2,\ \hat{H}_2(\bar{G}^k)=\hat{H}_2,\ \hat{\varDelta}_1(\bar{G}^k)=\hat{\varDelta}_1,$$

$$\varPi(\bar{G}^k)=\begin{bmatrix}\varPi_{11}(\bar{G}^k) & \varPi_{12}(\bar{G}^k) & \varPi_{13}(\bar{G}^k) & \varPi_{14}(\bar{G}^k) & \varPi_{15}(\bar{G}^k)\\ \varPi_{12}^{\rm T}(\bar{G}^k) & \varPi_{22}(\bar{G}^k) & \varPi_{23}(\bar{G}^k) & \varPi_{24}(\bar{G}^k) & \varPi_{25}(\bar{G}^k)\\ \varPi_{13}^{\rm T}(\bar{G}^k) & \varPi_{23}^{\rm T}(\bar{G}^k) & \varPi_{33}(\bar{G}^k) & \varPi_{34}(\bar{G}^k) & \varPi_{35}(\bar{G}^k)\\ \varPi_{14}^{\rm T}(\bar{G}^k) & \varPi_{24}^{\rm T}(\bar{G}^k) & \varPi_{34}^{\rm T}(\bar{G}^k) & \varPi_{44}(\bar{G}^k) & \varPi_{45}(\bar{G}^k)\\ \varPi_{15}^{\rm T}(\bar{G}^k) & \varPi_{25}^{\rm T}(\bar{G}^k) & \varPi_{35}^{\rm T}(\bar{G}^k) & \varPi_{45}^{\rm T}(\bar{G}^k) & \varPi_{55}(\bar{G}^k)\end{bmatrix}.\tag{49}$$

矩阵(49)中的各元素表达式为

$$\begin{aligned}
&\varPi_{11}(\bar{G}^k)=-\tau I,\\
&\varPi_{12}(\bar{G}^k)=(B_{\rm p}\bar{G}^k+B_{\rm p}\bar{G}^kD_{\rm a})^{\rm T},\\
&\varPi_{13}(\bar{G}^k)=B_{\rm a}^{\rm T},\\
&\varPi_{14}(\bar{G}^k)=-D_{\rm a}^{\rm T},\\
&\varPi_{22}(\bar{G}^k)=A_{\rm p}X+B_{\rm p}Y+XA_{\rm p}^{\rm T}+Y^{\rm T}B_{\rm p}^{\rm T}+\alpha_1DD^{\rm T},\\
&\varPi_{23}(\bar{G}^k)=B_{\rm p}\bar{G}^kC_{\rm a}Q,\\
&\varPi_{24}(\bar{G}^k)=-Y^{\rm T}-\tau^{-1}B_{\rm p}(\bar{G}^k-I),\\
&\varPi_{25}(\bar{G}^k)=B_{\rm p}\bar{G}^kV_1,\\
&\varPi_{33}(\bar{G}^k)=Z+Z^{\rm T},\\
&\varPi_{34}(\bar{G}^k)=-QC_{\rm a}^{\rm T},\\
&\varPi_{44}(\bar{G}^k)=-\tau^{-1}I,\\
&\varPi_{45}(\bar{G}^k)=V_1,\\
&\varPi_{55}(\bar{G}^k)=P_1W_1+W_1^{\rm T}P_1+TB_{\rm p}V_1+V_1^{\rm T}B_{\rm p}^{\rm T}T^{\rm T},\\
&\varPi_{15}(\bar{G}^k)=\varPi_{35}(\bar{G}^k)=0
\end{aligned}$$

证 式(48)中的$\bar{G}^k$为$G(t)$的顶点, 将式(44)中的$g_{\rm a}$替换为$\bar{G}^k$即可得到式(48)各式.

当$\bar{G}^k=I$时, 系统工作于情况1, 此时式(48)可以写为如下形式:

$$\begin{bmatrix}S_1 & S_2\\ S_2^{\rm T} & \hat{\varGamma}\end{bmatrix}<0,\tag{50}$$

其中:

$$\begin{aligned}&S_1=-\tau I_{m\times n}<0,\\&S_2=[D_{\rm a}^{\rm T}\ \ 0_{m\times n^e}\ \ 0_{m\times n^e}\ \ 0_{m\times 1n^p}\ \ 0_{m\times 1n^e}].\end{aligned}$$

由Schur补定理可得

$$\hat{\varGamma}+\tau^{-1}S_2^{\rm T}S_2<0,\tag{51}$$

而由$\tau^{-1}S_2^{\rm T}S_2\geqslant0$可知: 当式(51)成立时, 式(29)成立, 从而式(48)为式(29)的充分条件.

当$\bar{G}^k=gI$时, 系统工作于情况2), 此时式(48)与式(43)相同. 同时根据式(47)可得

$$\begin{bmatrix}\varPi(G(t)) & \hat{M}_2(G(t))\\ \hat{H}_2(G(t)) & -\hat{\varDelta}_1^{-1}(G(t))\end{bmatrix}=\sum_{k=1}^{2^m}\lambda_k\begin{bmatrix}\varPi(\bar{G}^k) & \hat{M}_2(\bar{G}^k)\\ \hat{H}_2(\bar{G}^k) & -\hat{\varDelta}_1^{-1}(\bar{G}^k)\end{bmatrix},\tag{52}$$

从而由$0\leqslant\lambda_k\leqslant1$可知, 式(48)成立为式(44)成立的充分条件.

因此, 根据前面控制输入多种工作情况下的分析, 式(48)成立情况下式(29)(43)和式(44)均成立, 同时又由式(52)可知, 当各输入变量处于不同情况下时, 系统的工作状态均可由式(48)来表示, 因此, 式(48)为闭环系统稳定的充分条件. 从而得到如定理1所示的闭环系统稳定性充分条件.

5 仿真分析(Simulations)

本节将所设计的抗饱和控制方法应用于近空间飞行器, 进行仿真分析, 验证该控制算法的有效性.

近空间飞行器模型如系统(3)所示, 输入饱和度$u_{\max}=[30\ \ 3]^{\rm T}$. 系统其余相关矩阵如下所示:

$$D=E_1=\begin{pmatrix}0.1&0&0&0&0\\0&0.1&0&0&0\\0&0&0.1&0&0\\0&0&0&0.1&0\\0&0&0&0&0.1\end{pmatrix},$$

$$F=0.5\times\begin{pmatrix}\sin t & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos t & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \sin t & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \cos t & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin t\end{pmatrix}.$$

系统外部干扰由系统(9)产生, 其中:

$$W_1=\begin{pmatrix}0 & 1.5\\ -1.5 & 0\end{pmatrix},\ V_1=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}.$$

该干扰为频率已知但幅值和相位未知的二维谐波信号. 选取

$$C_{\mathrm{a}}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0\end{pmatrix},$$
$$\alpha_2=0.9322,\ g=1.002.$$

通过求解LMI可得

$$K=\begin{pmatrix}-7.0419 & -0.0012\\ -148.7809 & -0.0936\\ -0.4342 & -0.0003\\ 2.1310 & -5.1873\\ -0.0174 & -2.8862\end{pmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$L=\begin{pmatrix}-1.7782 & 0 & 0 & 0 & -0.2121\\ -0.2941 & 0 & 0 & 0 & -1.3153\end{pmatrix},$$

$$A_{\mathrm{a}}=$$
$$\begin{pmatrix}-1.6037 & 0 & -0.1481 & 0 & -0.1481\\ 0 & -1.6595 & 0 & -0.2216 & 0\\ -0.1481 & 0 & -1.6037 & 0 & -0.1481\\ 0 & -0.2216 & 0 & -1.6595 & 0\\ -0.1481 & 0 & -0.1481 & 0 & -1.6037\end{pmatrix},$$

$$B_{\mathrm{a}}=10^{-3}\times\begin{pmatrix}4.8 & 0.6 & 4.8 & 0.6 & 4.8\\ 0.2 & -0.4 & 0.2 & -0.4 & 0.2\end{pmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$D_{\mathrm{a}}=\begin{pmatrix}-0.1809 & -0.001\\ -0.001 & -0.0047\end{pmatrix},$$
$$\alpha_1=10.4282,\ \gamma=63.6501.$$

系统初始状态为$x_0=[15\ \ 0\ \ 10\ \ 0.315\ \ 0]^{\mathrm{T}}$, 外部干扰初始值为$d(0)=[d_1(0)\ \ d_2(0)]^{\mathrm{T}}=[1\ \ 1]^{\mathrm{T}}$, 干扰观测器初始值为$\hat{d}(0)=[\hat{d}_1(0)\ \ \hat{d}_2(0)]^{\mathrm{T}}=[29\ \ 4]^{\mathrm{T}}$, 控制器和补偿器的设计如式(7)–(8)所示.

仿真结果如图5–7所示. 由图5和图6可以看出, 所设计的干扰观测器(7)其输出能够快速有效的跟踪到外部时变未知扰动, 且无稳态误差. 图7表明, 在设计的抗饱和补偿器和控制器作用下, 闭环系统状态快速收敛到零, 因此闭环系统能够快速稳定. 由图7和图8可知, 控制输入在达到饱和的情况下, 能够快速调整, 最终处于饱和范围内, 从而保证闭环系统的稳定性.

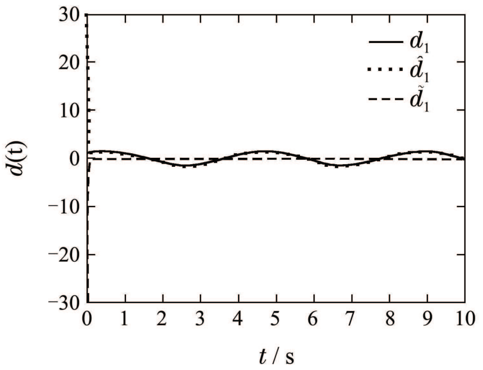

图 5 外部干扰d_1, 干扰观测器估计$\hat{d}_1$及估计误差$\tilde{d}_1$
Fig. 5 External disturbance d_1, the estimate output of the disturbance observer $\hat{d}_1$ and estimate error $\tilde{d}_1$

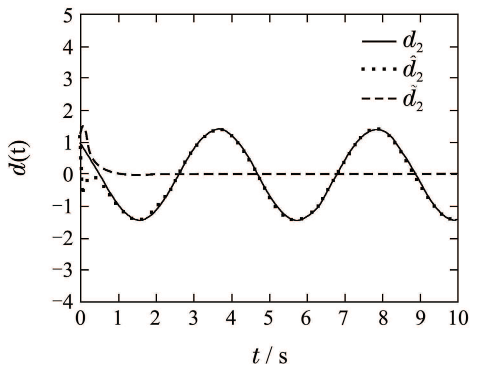

图 6 外部干扰d_2, 干扰观测器估计$\hat{d}_2$及估计误差$\tilde{d}_2$
Fig. 6 External disturbance d_2, the estimate output of the disturbance observer $\hat{d}_2$ and estimate error $\tilde{d}_2$

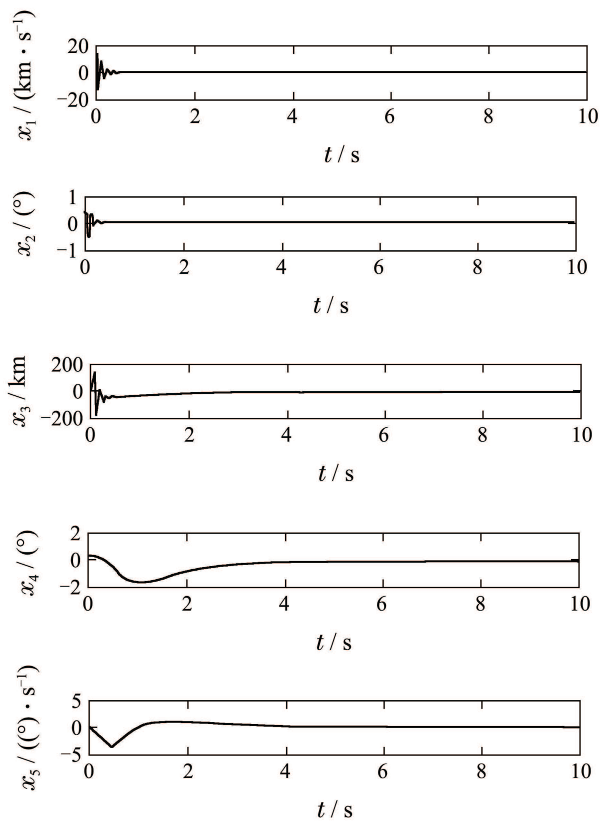

图 7 闭环系统状态响应
Fig. 7 The response of the system states

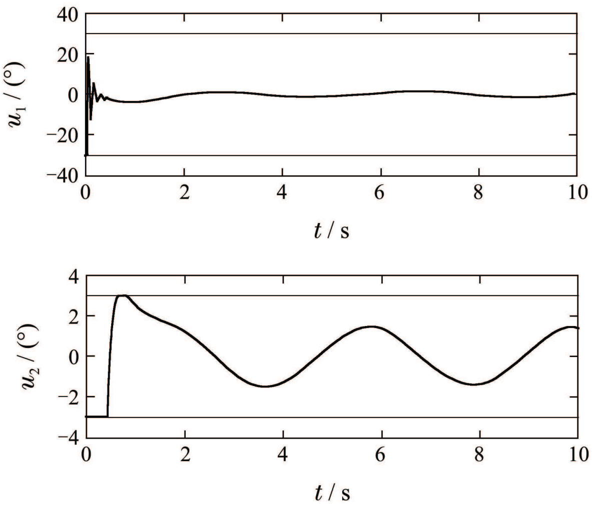

图 8 控制输入u

Fig. 8 The input of control u

因此, 从上述仿真结果可知, 干扰观测器能够有效地估计外部时变扰动, 在所设计的控制器和补偿器的作用下, 闭环系统状态稳定. 因此设计的基于干扰观测器的抗饱和控制方法是有效的.

6 结论(Conclusions)

本文针对一类存在外部干扰和输入饱和的不确定线性系统, 提出了一种基于干扰观测器的抗饱和控制方法. 为提高干扰抑制和鲁棒性能, 设计干扰观测器对系统外部扰动进行估计, 在干扰观测器输出的基础上, 考虑输入饱和的情况下, 结合抗饱和设计方法, 设计了基于干扰观测器的抗饱和补偿器和控制器, 并证明闭环系统的稳定性. 最后, 将该方法应用于近空间飞行器, 进行仿真验证, 证明了该方法的有效性.

参考文献(References):

[1] 王彦广, 李健全, 李勇, 等. 近空间飞行器的特点及其应用前景 [J]. 航天器工程, 2007, 16(1): 50 – 57.
(WANG Yanguang, LI Jianquan, LI Yong, et al. Characters and application prospects of near space flying vehicles [J]. *Spacecraft Engineering*, 2007, 16(1): 50 – 57.)

[2] 聂万胜, 罗世彬, 丰松江, 等. 近空间飞行器关键技术及其发展趋势分析 [J]. 国防科技大学学报, 2012, 34(2): 107 – 113.
(NIE Wansheng, LUO Shibin, FENG Songjiang, et al. Analysis of key technologies and development trend of near space vehicle [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2012, 34(2): 107 – 113.)

[3] 崔尔杰. 近空间飞行器研究发展现状及关键技术问题 [J]. 力学进展, 2009, 39(6): 658 – 673.
(CUI Erjie. Research statutes, development trends and key technical problems of near space flying vehicles [J]. *Advances Mechanics*, 2009, 39(6): 658 – 673.)

[4] 黄琳, 段志生, 杨剑影. 近空间高超声速飞行器对控制科学的挑战 [J]. 控制理论与应用, 2012, 28(10): 1496 – 1505.
(HUANG Lin, DUAN Zhisheng, YANG Jianying. Challenges of control science in near space hypersonic aircrafts [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(10): 1496 – 1505.)

[5] 张春雨, 姜长生, 朱亮. 基于模糊干扰观测器的空天飞行器轨迹线性化控制 [J]. 宇航学报, 2007, 28(1): 33 – 38.
(ZHANG Chunyu, JIANG Changsheng, ZHU Liang. Trajectory linearization control for an aerospace vehicle based on fuzzy disturbance observer [J]. *Journal of Astronautics*, 2007, 28(1): 33 – 38.)

[6] 蒲明, 吴庆宪, 姜长生, 等. 自适应二阶动态terminal滑模在近空间飞行器控制中的应用 [J]. 航空动力学报, 2010, 25(5): 1169 – 1176.
(PU Ming, WU Qingxian, JIANG Changsheng, et al. Application of adaptive second-order dynamic terminal sliding mode control to near space vehicle [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2010, 25(5): 1169 – 1176.)

[7] 程路, 姜长生, 都延丽, 等. 基于滑模干扰观测器的近空间飞行器非线性预测控制 [J]. 宇航学报, 2010, 31(2): 423 – 431.
(CHENG Lu, JIANG Changsheng, DU Yanli, et al. The research of SMDO based NGPC method for NSV control system [J]. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(2): 423 – 431.)

[8] 王宇飞, 吴庆宪, 姜长生. 近空间飞行器多模型软切换保性能非脆弱控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(4): 440 – 446.
(WANG Yufei, WU Qingxian, JIANG Changsheng. Multi-model soft-switching cost-guaranteed non-fragile control for near-space vehicle [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(4): 440 – 446.)

[9] LIN Z, PACHTER M, BANDA S. Toward improvement of tracking performance nonlinear feedback for linear systems [J]. *International Journal of Control*, 1998, 70(1): 1 – 11.

[10] CHEN B M, LEE T H, PENG K, et al. Composite nonlinear feedback control for linear systems with input saturation: theory and an application [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(3): 427 – 439.

[11] LEE Y I, KOUVARITAKIS B. Robust receding horizon predictive control for systems with uncertain dynamics and input saturation [J]. *Automatica*, 2000, 36(10): 1497 – 1504.

[12] LI Z J, TAN W, NIAN S C, et al. A Stabilizing model predictive control for linear systems with input saturation [C] //*International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. Dalian: IEEE, 2006: 671 – 675.

[13] RICHTER H, O'DELL B D, MISAWA E A. Robust positively invariant cylinders in constrained variable structure control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(11): 2058 – 2069.

[14] CAO Y Y, LIN Z, SHAMASH Y. Set invariance analysis and gain-scheduling control for LPV systems subject to actuator saturation [J]. *Systems & Control Letters*, 2002, 46(2): 137 – 151.

[15] TONG S, HE X, LI Y, et al. Adaptive fuzzy backstepping robust control for uncertain nonlinear systems based on small-gain approach [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2010, 161(6): 771 – 796.

[16] WU F, GRIGORIADIS K M, PACKARD A. Anti-windup controller design using linear parameter-varying control methods [J]. *International Journal of Control*, 2000, 73(12): 1104 – 1114.

[17] GRIMM G, HATFIELD J, POSTLETHWAITE I, et al. Antiwindup for stable linear systems with input saturation: an LMI-based synthesis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(9): 1509 – 1525.

[18] HU T, TEEL A R, ZACCARIAN L. Regional anti-windup compensation for linear systems with input saturation [C] //*Proceedings of the American Control Conference*. Portland: IEEE, 2005: 3397 – 3402.

[19] HU T, TEEL A R, ZACCARIAN L. Anti-windup synthesis for linear control systems with input saturation: Achieving regional, nonlinear performance [J]. *Automatica*, 2008, 44(2): 512 – 519.

[20] SAJJADI-KIA S, JABBARI F. Modified anti-windup compensators for stable plants [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(8): 1934 – 1939.

[21] WU X, LIN Z. Anti-windup in anticipation of actuator saturation [C] //*IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. Atlanta: IEEE, 2010: 5245 – 5250.

[22] WU X, LIN Z. On immediate, delayed and anticipatory activation of anti-windup mechanism: static anti-windup case [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(3): 771 – 777.

[23] LIU Y J, TONG S C, LI T S. Observer-based adaptive fuzzy tracking control for a class of uncertain nonlinear MIMO systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2011, 164(1): 25 – 44.

[24] YANG J, CHEN W H, LI S. Non-linear disturbance observer-based robust control for systems with mismatched disturbances/uncertainties [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2011, 5(18): 2053 – 2062.

[25] 陈谋, 姜长生, 吴庆宪. 基于干扰观测器的一类不确定非线性系统鲁棒H_∞控制 [J]. 控制理论与应用, 2006, 23(4): 611 – 614.
(CHEN Mou, JIANG Changsheng, WU Qingxian. Robust H-infinity control for a class of nonlinear uncertain systems with disturbance observer [J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(4): 611 – 614.)

[26] GUO L, CHEN W H. Disturbance attenuation and rejection for systems with nonlinearity via DOBC approach [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2005, 15(3): 109 – 125.

[27] CHEN M, CHEN W H. Sliding mode control for a class of uncertain nonlinear system based on disturbance observer [J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2010, 24(1): 51 – 64.

[28] CHEN M, CHEN W H. Disturbance-observer-based robust control for time delay uncertain systems [J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2010, 8(2): 445 – 453.

[29] LIU Y J, TONG S. Adaptive fuzzy control via observer design for uncertain nonlinear systems with unmodeled dynamics [J]. *IEEE Transcation on Fuzzy System*, 2013, 21(2): 275 – 288.

[30] CHEN M, JIANG B. Robust attitude control of near space vehicles with time-varying disturbances [J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2013, 11(1): 182 – 187.

[31] GAO Z, JIANG B, SHI P, et al. Passive fault-tolerant control design for near-space hypersonic vehicle dynamical system [J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2012, 31(2): 565 – 581.

[32] CHEN W H. Disturbance observer based control for nonlinear systems [J]. *IEEE Transantions on Mechatronics*, 2004, 9(4): 706 – 710.

作者简介:

杨青运 (1987–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为先进飞行控制, E-mail: yang_980060@163.com;

陈 谋 (1975–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性控制, E-mail: chenmou@nuaa.edu.cn.