

基于Volterra模型的预测控制及应用

贺静, 赵众[†], 董叶伟

(北京化工大学 信息科学与技术学院, 北京 100029)

摘要: 由于工业实践的需要, 非线性预测控制近年来受到广泛地关注. Volterra模型是一类特殊的非线性模型, 非常适合描述工业过程中的无记忆非线性对象. 传统的基于Volterra模型的控制器合成法及迭代计算预测控制器法计算量大, 且不利于处理控制约束. 非线性模型预测控制求解是典型的非线性规划问题, 序列二次规划(sequential quadratic program, SQP)算法是求解非线性规划问题常用方法之一. 针对Volterra非线性模型预测控制求解问题, 本文将滤子法与一种信赖域SQP算法相结合, 提出一种改进SQP算法用于基于非线性Volterra模型的带控制约束的多步预测控制求解, 并分析了所提方法的收敛性. 工业实例仿真结果证实了所提方法的可行性与有效性.

关键词: Volterra模型; 滤子法; 序列二次规划(SQP); 非线性; 模型预测控制

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Volterra model-based model predictive control and its application

HE Jing, ZHAO Zhong[†], DONG Ye-wei

(College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: Because of the need of industrial application, nonlinear model predictive control has been concerned widely. Volterra models are a class of special nonlinear dynamic models and are suitable for describing the memoryless nonlinear dynamic process. Volterra model-based nonlinear predictive controller design is a typical nonlinear programming problem. But the traditional iterative computation method for solving the Volterra model-based nonlinear predictive controller needs a large amount of calculation to deal with the constraints. Sequential-quadratic-programming (SQP) is one of the adequate classical methods for solving the nonlinear programming problem. Combining filter technique and the trust region SQP, we propose an improved SQP algorithm to solve the constrained nonlinear predictive control problem based on Volterra model. The convergence property of the proposed method is also proved. The proposed method has been applied to control the melt index of the polyethylene process. The application results validate the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words: Volterra model; filter technique; sequential-quadratic-programming; nonlinear; model predictive control

1 引言(Introduction)

模型预测控制(model predictive control, MPC)特别是基于线性模型的预测控制技术自20世纪70年代提出以来, 在工业过程中得到了广泛的应用并取得了显著的效果. 然而, 针对实际过程中具有强非线性的被控对象, 线性模型预测控制很难取得理想的效果. 因此非线性模型预测控制(nonlinear model predictive control, NMPC)受到学者越来越多的关注^[1].

本文主要研究非线性Volterra模型预测控制. 在以往的Volterra模型预测控制研究中, 多是运用控制器合成法或牛顿法求解. Francis J. Doyle III在文献[2]中针对Volterra模型预测控制系统, 运用控制器合成法给

出了非线性控制器求解算法. 这种算法不仅需要知道被控对象的状态空间模型, 而且会用到多维拉普拉斯变换, 推导过程相对复杂. 之后在文献[3]中, Doyle等又提出了Volterra模型的迭代计算形式, 基于牛顿法实现了多变量聚合反应器的控制仿真. 在文献[4-5]中都继续沿用了这种迭代格式用于Volterra模型预测控制. 不过这种迭代格式不便于考虑控制约束, 且计算量大, 不利于实现多步预测控制.

为了克服上述缺点, 本文将序列二次规划(sequential-quadratic-programming, SQP)算法引入到Volterra模型预测控制中. 因为NMPC需要求解一个非线性规划问题^[6-10], 而在非线性规划的数值求解中, SQP是

收稿日期: 2014-04-01; 录用日期: 2014-12-01.

[†]通信作者. E-mail: zhaozhong@mail.buct.edu.cn.

国家自然科学基金项目(60974065), 国家“863”计划项目(2009AA04Z135), 中央高校基本科研业务费项目(YS1404)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (60974065), National High Technology Research and Development Program of China (“863” Program) (2009AA04Z135) and Fundamental Research Funds for the Central Universities (YS1404).

常用有效的方法之一^[11]. 该算法不仅思路简明, 而且不需要再额外给出被控对象的状态空间模型.

SQP算法的主要思想是: 利用原来非线性约束优化问题相关信息来构造某一简单的近似优化问题, 通过求解它来给出对当前迭代点的修正, 主要用一系列的线性规划或二次规划来逐次逼近原非线性规划问题^[12]. 大多SQP类算法采用线搜索保证全局收敛性, 但求解效率并不高; 而信赖域方法能在确定方向的同时确定步长, 具有强收敛性、强适应性和稳定性等优点^[13]. 文献[14]研究了信赖域初始半径的选取对算法有效性的影响, 通过近似模型和目标函数沿负梯度方向的近似程度调节信赖域半径; 文献[15]则提出了一种自适应信赖域方法, 每次迭代自动调整信赖域半径. 文献[16]提出了一种基于信赖域二次规划的非线性模型预测控制优化算法. 另外传统的SQP算法都是利用价值罚函数来判断迭代点的好坏. 在2000年, 随着Fletcher和Leyrfer等提出了求解非线性优化问题的滤子法^[17], 从另一层面上发展了SQP算法, 由于滤子法免去了价值罚函数的使用, 从而也克服了选择罚函数参数难的问题.

本文将文献[16]中的信赖域SQP算法与滤子法相结合, 提出了一种改进的SQP算法. 文中将基于这种改进的SQP算法用于求解Volterra模型预测控制. 考虑到以往Volterra模型的迭代格式不便于实施多步预测控制, 本文提出了一种模型预测输出表达形式, 该形式简单明了, 不需要迭代, 从而免去了以往迭代格式计算的繁复. 然后基于这种新的模型输出计算格式, 首先给出带控制约束条件下的Volterra模型多步预测控制的SQP子问题形式, 然后运用所提的改进的SQP算法进行求解. 工业实例仿真结果证实了所提方法的可行性与有效性.

2 信赖域方法与滤子法(Trust region method and filter technique)

2.1 信赖域方法(Trust region method)

考虑带不等式约束的非线性优化问题

$$\begin{cases} \min_x f(x), \\ \text{s.t. } C_i \leq 0, i \in \Theta, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $f(x)$, $C_i(x)$ 是二次连续可微函数. 在当前迭代点 x_k 求解下面的非线性规划子问题获得试探步 d_k ,

$$\begin{cases} \min_{d_k} q(d_k) = \nabla f^T(x_k)d_k + \frac{1}{2}d_k^T H_k d_k, \\ \text{s.t. } C_i(x_k) + \nabla C_i^T(x_k)d_k \leq 0, i \in \Theta, \\ \|d_k\| \leq r_k, \end{cases} \quad (2)$$

其中: H_k 是正定对称矩阵, r_k 是信赖域半径, $\|\cdot\|$ 是欧式范数. 目标函数 $f(x)$ 在点 $x_k + d_k$ 处相对于点 x_k 的真实下降量为 $f(x_k + d_k) - f(x_k)$, 预测的下降量为 $q(d_k)$, 定义真实下降量与预测下降量之比为

$$\rho_k = \frac{f(x_k) - f(x_k + d_k)}{-q(d_k)}. \quad (3)$$

通常要根据 ρ_k 大小来调节信赖域半径的大小.

2.2 滤子法(Filter technique)

为了判断所求 d_k 是否对当前迭代点 x_k 有改善作用, 引入滤子方法进行评价. 滤子方法的基本思想是将约束优化问题看成是双目标优化问题. 一个是最小化目标函数 $f(x)$, 另一个是最小化约束违反度函数 $V(x)$ (当 x 是不可行点时, 有 $V(x) > 0$; 当 x 是可行点时, 有 $V(x) = 0$). 约束违反度函数 $V(x)$ 一般定义如下:

$$V(x) = \max\{0, C_i(x) : i \in \Theta\}. \quad (4)$$

为便于描述, 将滤子的相关概念做具体叙述.

定义1 称点 x_1 支配点 x_2 , 当且仅当

$$V(x_1) \leq V(x_2) \text{ 和 } f(x_1) \leq f(x_2). \quad (5)$$

定义2 滤子为 \mathbb{R}^n 中的点集 F , F 中的点满足任意点不被其他点支配.

根据Fletcher和Leyrfer等所提滤子法^[17]思想, 点 x_k 被滤子 F 接受, 当且仅当对任意 $x_j \in F$ 有

$$V_k \leq \beta V_j \text{ 或 } f_k \leq f_j - \gamma V_j, \quad (6)$$

其中: $\beta, \gamma \in [0, 1]$, 且 $\beta \rightarrow 1, \gamma \rightarrow 0, V_k := V(x_k), V_j := V(x_j), f_k := f(x_k), f_j := f(x_j)$.

事实上, 运用式(6)中所示的条件会使算法不可避免的出现Maratos效应^[18]. 为了克服该效应, 把条件(6)更改为如下条件:

$$V_k \leq \beta V_j \text{ 或 } W_k \leq W_j - \gamma V_j, \quad (7)$$

其中: $W_k := W(x_k), W_j := W(x_j), W(x) := f(x) + \sigma V(x)$.

图1中所示是基本滤子条件(6)的效果图, A1区域是条件(6)下进入滤子集合的点集.

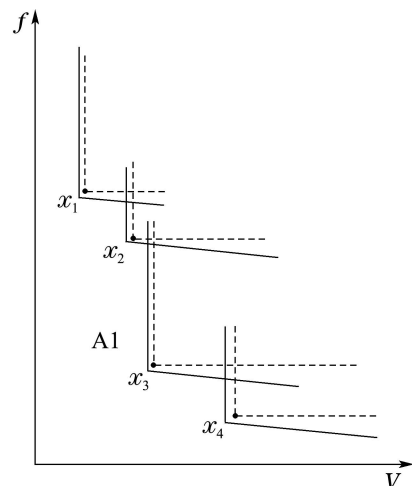


图1 基本滤子技巧效果图

Fig. 1 Basic filter skills

图2中所示是改进的滤子条件(7)在 $\sigma < 0$ 情况下的效果图, A2区域是条件(7)下进入滤子集合的点集. 对比图1与图2可知, A1区域小于A2区域, 这说明条件(7)在 $\sigma < 0$ 时, 放松了迭代点的限制条件. 如果 $\sigma > 0$, 相对于基本滤子条件, 条件(7)将会使迭代点选择条件变严格. 在算法进行时, 可以依据需要选择 σ 的大小.

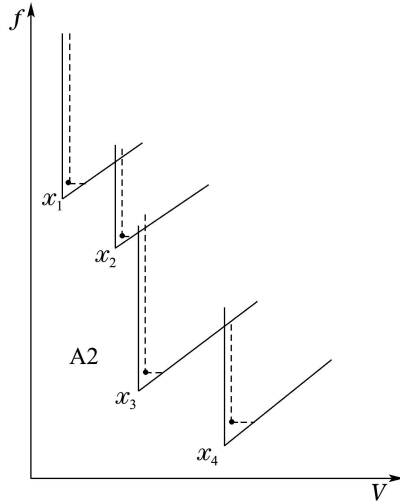


图2 改进的滤子技巧($\sigma < 0$)
Fig. 2 Advanced filter skills ($\sigma < 0$)

当迭代点 x_k 被滤子 F 接受时, 需要将点 x_k 添加到滤子 F 中, 并且要去除满足如下条件的点:

$$V_j \geq V_k \text{ 和 } W_j - \gamma V_j \geq W_k - \gamma V_k. \quad (8)$$

滤子更新规则如下:

$$F = F \cup \{x_k\} \setminus D, \quad (9)$$

其中 $D = \{x_j | V_j \geq V_k \text{ 和 } W_j - \gamma V_j \geq W_k - \gamma V_k, \forall j \in F\}$.

为了提高算法效率, 本文借鉴文献[19]中的思想, 通过求解一个辅助问题, 得到当前 d_k 的相对修正量 d_k^1 , 即令 $d_k = d_k + d_k^1$. 辅助问题如下:

$$\begin{cases} \min_{d_k} \|d_k^1\|_2^2, \\ \text{s.t. } C_i(x_k) + \nabla C_i^T(x_k)d_k^1 = -\|d_k\|_2^v, i \in \Theta, \end{cases} \quad (10)$$

其中 $1 < v < 2$. 在合理的条件下, 辅助问题(10)是相容的, $x_k + d_k$ 在信赖域半径充分小时, 就会被滤子接受.

2.3 算法流程图(Program flow chart)

在图3所示的算法流程图中, 需要说明的是恢复算法可以采用如文献 [17, 20] 以及文献 [21]的方法. 记图3中算法为算法1.

2.4 收敛特性(Convergence property)

引理 1 考虑 $\{x_k\}$ 是进入滤子集的无穷序列, 与其对应的 $V_k > 0$ 且 $\{f_k\}$ 下有界则 $V_k \rightarrow 0$ [17].

引理 2 每一个新的迭代点 $x_{k+1} \neq x_k$ 都将被滤子集接受.

从算法1的流程图中, 易证每一个新的迭代点都被滤子集接受.

引理 3 当 x_k 是问题(1)的可行点, 但不是Kuhn-Tucker点时, $\forall x \in N^0$ (N^0 是 x_k 的邻域), 对任意满足 $\xi_1 V(x) \leq \gamma_k \leq \xi_2$ ($\xi_1, \xi_2 > 0$)的 γ_k , 必然存在可行解满足下面的式子[21]:

$$-q(d_k) \geq \xi_3 \gamma_k, \xi_3 > 0. \quad (11)$$

定理 1 如果 $\{x_k\}$ 是算法1产生的迭代点序列, 那么序列 $\{x_k\}$ 存在聚点 x^* , 并且 x^* 是问题(1)的Kuhn-Tucker点.

证 如果算法1在有限步 k^* 步内结束, 那么显然 $d_{k^*} = 0, x_{k^*} = x^*, x^*$ 是问题(1)的Kuhn-Tucker点. 下面用反证法证明算法1一定会在有限步数内迭代结束.

假设算法1会迭代无限步, 那么根据引理1可知, 存在一个足够大的 k_0 , 当 $k > k_0$ 时, $V_k \rightarrow 0$. 由引理2可知, 每一个新的迭代点都需要接受滤子集的检验, 那么显然存在 $\rho_k > \eta$, 由式(3)代入可得

$$f(x_k) - f(x_k + d_k) > -\eta q(d_k). \quad (12)$$

根据引理3得

$$f(x_k) - f(x_k + d_k) > \xi_3 \gamma_k > \xi_3 \xi_1 V_k. \quad (13)$$

由此可见, 当 $d_k \rightarrow 0$ 时, $\gamma_k \rightarrow 0$. 对式(13)的两端做如下变换:

$$\begin{aligned} f(x_k) + \sigma V(x_k) - f(x_k + d_k) - \sigma V(x_k + d_k) > \\ \xi_3 \xi_1 V_k + \sigma V(x_k) - \sigma V(x_k + d_k) \Leftrightarrow \\ W(x_k) - W(x_k + d_k) > \\ \xi_3 \xi_1 V_k + \sigma(V(x_k) - V(x_k + d_k)). \end{aligned} \quad (14)$$

因为当 $k > k_0$ 时, $V_k \rightarrow 0$, 式(14)等价于 $W(x_k) - W(x_k + d_k) > \xi_3 \xi_1 V_k$, 这意味着 $x_k + d_k$ 将被滤子集接受. 从算法1的流程可知, 此时 γ_k 将不会减小, 这与 $\gamma_k \rightarrow 0$ 相矛盾, 因此假设不成立, 原命题成立.

3 基于Volterra模型预测控制(Predictive control based on Volterra model)

3.1 Volterra预测模型(Volterra prediction model)

对于工业过程的大多数对象而言, 具备二阶核的Volterra级数已足以描述其主要动态特性. 对于单输入单输出的离散非线性系统, 二阶Volterra模型可以描述为

$$\begin{aligned} y(k) = \sum_{i=1}^M h_1(i)u(k-i) + \\ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M h_2(i,j)u(k-i)u(k-j), \end{aligned} \quad (15)$$

其中: y_k 和 u_k 分别是系统的预测输出和系统输入, $h_1(i)$ 和 $h_2(i,j)$ 分别是系统的一阶、二阶Volterra时域

核, M 系统脉冲响应函数的记忆长度(系统记忆长度).
写成矩阵的形式

$$y(k) = \mathbf{A}U(k) + U^T(k)\mathbf{B}U(k), \quad (16)$$

其中:

$$\mathbf{A} = (h_1(1), h_1(2), \dots, h_1(M)),$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} h_2(1,1) & h_2(1,2) & \cdots & h_2(1,M) \\ h_2(2,1) & h_2(2,2) & \cdots & h_2(2,M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_2(M,1) & h_2(M,2) & \cdots & h_2(M,M) \end{pmatrix},$$

$$U(k) = (u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-M))^T.$$

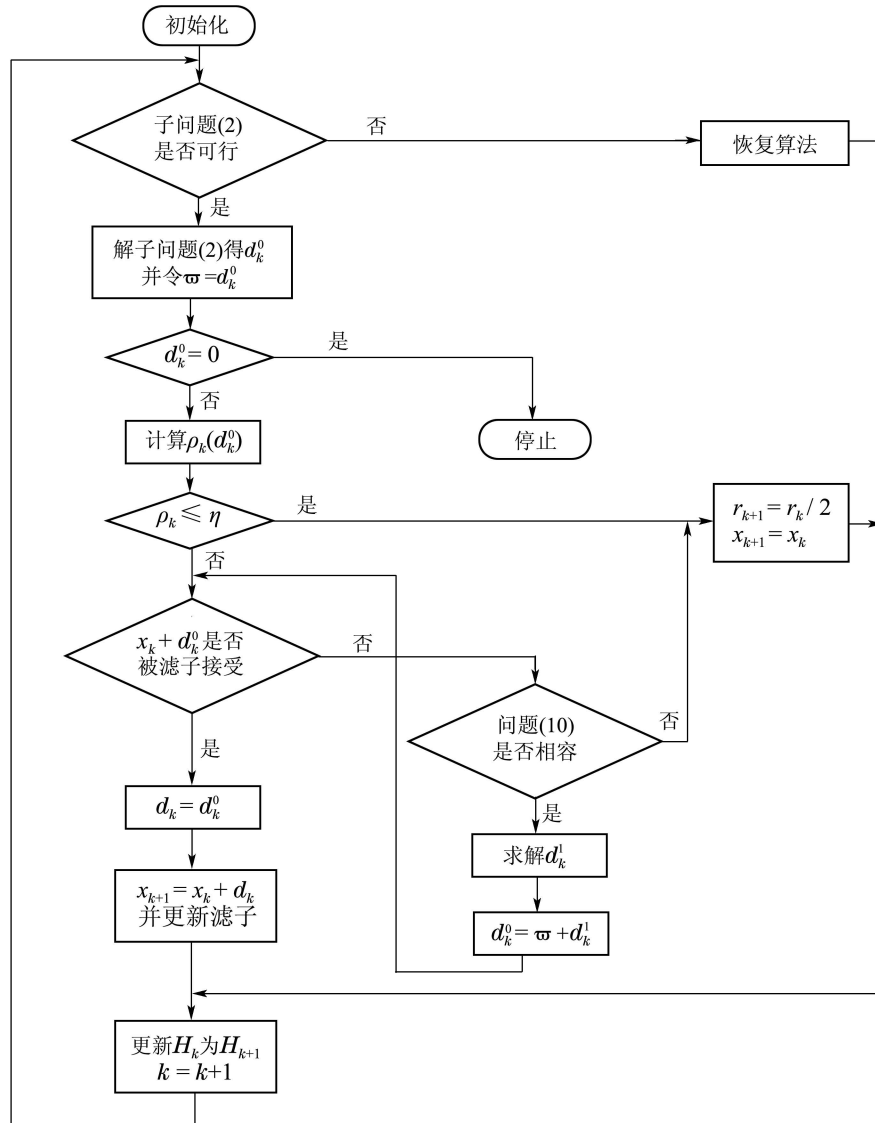


图3 算法1流程图

Fig. 3 Flowchart of the proposed method

在时刻 k , 预测第 $k+i$ 时刻的输出

$$y(k+i|k) = \mathbf{A}U(k+i) + U^T(k+i)\mathbf{B}U(k+i), \quad (17)$$

其中

$$U(k+i) = (u(k+i-1), u(k+i-2), \dots, u(k+i-M))^T.$$

为了将预测输出中未知的控制序列与已知的控制序列分开, 定义

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{u}}(k+i) = (u(k+i-1|k), u(k+i-2|k), \dots, \\ \quad u(k|k), 0, 0, \dots, 0)^T, \\ \tilde{\mathbf{u}}_1(k+i) = (0, 0, \dots, 0, u(k-1), \\ \quad u(k-2), \dots, u(k+i-M))^T, \\ \mathbf{u} = (u(k+N_u-1|k), u(k+N_u-2|k), \dots, \\ \quad u(k|k))^T, \\ \mathbf{u}_1 = (u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-N_t))^T, \end{cases} \quad (18)$$

其中: $\tilde{\mathbf{u}}(k+i)$, $\tilde{\mathbf{u}}_1(k+i)$ 均是 M 维列向量, \mathbf{u} 代表未知控制序列, \mathbf{u}_1 代表已知的控制序列, N_u 和 N_t 分别是 \mathbf{u} 与 \mathbf{u}_1 的时域长度, 且 $N_u + N_t = M$, 那么

$$\mathbf{U}(k+i) = \tilde{\mathbf{u}}(k+i) + \tilde{\mathbf{u}}_1(k+i). \quad (19)$$

根据式(18)中定义知, $\tilde{\mathbf{u}}(k+i)$ 和 $\tilde{\mathbf{u}}_1(k+i)$ 可以分别通过 \mathbf{u} 与 \mathbf{u}_1 进行适当行变换得到, 从而有

$$\mathbf{U}(k+i) = \mathbf{R}_i \mathbf{u} + \mathbf{S}_i \mathbf{u}_1, \quad (20)$$

其中:

$$\mathbf{R}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{N_u \times N_u} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}_{M \times N_u}, \quad \mathbf{S}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{N_t \times N_t} \end{pmatrix}_{M \times N_t},$$

\mathbf{I} 是适量维数的单位矩阵. 将式(20)代入如式(17), 得到在 k 时刻第 $k+i$ 时刻的预测输出值

$$\begin{aligned} y(k+i|k) = & \mathbf{A} \mathbf{R}_i \mathbf{u} + \mathbf{A} \mathbf{S}_i \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}^T \mathbf{R}_i^T \mathbf{B} \mathbf{R}_i \mathbf{u} + \\ & \mathbf{u}^T \mathbf{R}_i^T \mathbf{B} \mathbf{S}_i \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_1^T \mathbf{S}_i^T \mathbf{B} \mathbf{R}_i \mathbf{u} + \\ & \mathbf{u}_1^T \mathbf{S}_i^T \mathbf{B} \mathbf{S}_i \mathbf{u}_1. \end{aligned} \quad (21)$$

3.2 基于Volterra模型预测控制问题描述(Description of predictive control problem based on woltterra model)

在每个采样时刻基于Volterra模型的MPC求解如下优化问题获得控制率:

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{u}} J(\mathbf{u}), \\ \text{s.t. } \mathbf{u} \in C, \end{cases} \quad (22)$$

其中优化目标函数为

$$J(\mathbf{u}) = \sum_{i=1}^P (y_p(k+i|k) - y_r(k+i))^2, \quad (23)$$

P 是预测时域长度, $y_p(k+i|k)$ 是考虑了闭环反馈校正作用的预测输出, $y_r(k+i)$ 是参考轨迹, 且

$$y_p(k+i|k) := y(k+i|k) + e, \quad (24)$$

其中: $y(k+i|k)$ 指式(21)中所示的模型预测输出, e 指在 k 时刻的实际输出测量值与预测模型输出之间的误差. 针对控制作用的约束有控制作用有最大值最小值的约束和控制变化率约束

$$u_{\min} \leq \|\mathbf{u}\|_{\infty} \leq u_{\max}, \quad (25)$$

$$\Delta_{\min} \leq \|\Delta \mathbf{u}\|_{\infty} \leq \Delta_{\max}, \quad (26)$$

其中: $\Delta \mathbf{u} = (\Delta u(k+N_u-1|k), \Delta u(k+N_u-2|k), \dots, \Delta u(k|k))^T$,

$$\Delta u(k+i|k) = \begin{cases} u(k|k) - u(k-1), \\ u(k+i|k) - u(k+i-1|k), \end{cases}$$

其中 $i = 1, \dots, N_u - 1$. 因为

$$\Delta \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \mathbf{u} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \mathbf{u}_1 = \mathbf{L} \mathbf{u} + \mathbf{L}_1 \mathbf{u}_1, \quad (27)$$

把式(27)代入式(26)得

$$\Delta_{\min} \leq \|\mathbf{L} \mathbf{u} + \mathbf{L}_1 \mathbf{u}_1\|_{\infty} \leq \Delta_{\max}. \quad (28)$$

这样, 考虑式(25)和式(28)中两种约束, 基于Volterra模型的非线性MPC需要求解的优化问题描述如下:

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{u}} J(\mathbf{u}) = \sum_{i=1}^P (y_p(k+i|k) - y_r(k+i))^2, \\ \text{s.t. } u_{\min} \leq \|\mathbf{u}\|_{\infty} \leq u_{\max}, \\ \Delta_{\min} \leq \|\mathbf{L} \mathbf{u} + \mathbf{L}_1 \mathbf{u}_1\|_{\infty} \leq \Delta_{\max}. \end{cases} \quad (29)$$

3.3 问题求解(Problem solving)

采用改进SQP-滤子方法求解非线性规划问题(29), 首先给出其非线性规划子问题

$$\begin{cases} \min_{d_k} q(d_k) = \nabla J^T(\mathbf{u}_k) d_k + \frac{1}{2} d_k^T H_k d_k, \\ \text{s.t. } C_i(\mathbf{u}_k) + \nabla C_i^T(\mathbf{u}_k) d_k \leq 0, \\ \|d_k\| \leq r_k. \end{cases} \quad (30)$$

方便起见, 将目标函数写成矩阵形式

$$J(\mathbf{u}) = (\mathbf{y}_p - \mathbf{y}_r)^T (\mathbf{y}_p - \mathbf{y}_r), \quad (31)$$

其中

$$\mathbf{y}_p := (y_p(k+1|k), y_p(k+2|k), \dots, y_p(k+P|k))^T,$$

那么

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{u}} = 2 \frac{\partial \mathbf{y}_p^T}{\partial \mathbf{u}} (\mathbf{y}_p - \mathbf{y}_r), \quad (32)$$

其中

$$\frac{\partial \mathbf{y}_p^T}{\partial \mathbf{u}} = \begin{bmatrix} ((\mathbf{A} \mathbf{R}_1 + \mathbf{u}_1^T \mathbf{S}_1^T \mathbf{B} \mathbf{R}_1)^T + \mathbf{R}_1^T \mathbf{B} \mathbf{S}_1 \mathbf{u}_1 + 2 \mathbf{R}_1^T \mathbf{B} \mathbf{R}_1 \mathbf{u})^T \\ ((\mathbf{A} \mathbf{R}_2 + \mathbf{u}_1^T \mathbf{S}_2^T \mathbf{B} \mathbf{R}_2)^T + \mathbf{R}_2^T \mathbf{B} \mathbf{S}_2 \mathbf{u}_1 + 2 \mathbf{R}_2^T \mathbf{B} \mathbf{R}_2 \mathbf{u})^T \\ \vdots \\ ((\mathbf{A} \mathbf{R}_p + \mathbf{u}_1^T \mathbf{S}_p^T \mathbf{B} \mathbf{R}_p)^T + \mathbf{R}_p^T \mathbf{B} \mathbf{S}_p \mathbf{u}_1 + 2 \mathbf{R}_p^T \mathbf{B} \mathbf{R}_p \mathbf{u})^T \end{bmatrix}.$$

根据式(32)即可以求出当前迭代点 \mathbf{u}_k 处的目标函数梯度值 $\nabla J(\mathbf{u}_k)$.

在非线性规划问题中, 要求约束函数二次连续可微的. 因此, 给出与问题(29)的约束条件(25)和(28)等价的连续可微形式

$$\begin{cases} \text{s.t. } u_{\min} - c_i \mathbf{u} \leq 0, \\ c_i \mathbf{u} - u_{\max} \leq 0, \\ \Delta_{\min} - c_i(L\mathbf{u} + L_1\mathbf{u}_1) \leq 0, \\ c - i(L\mathbf{u} + L_1\mathbf{u}_1) - \Delta_{\max} \leq 0, \\ i = 1, 2, \dots, N_u, \end{cases} \quad (33)$$

其中: c_i 是 N_u 维行向量, 且 $c_1 = (1, 0, \dots, 0)$, $c_2 = (0, 1, \dots, 0)$, \dots , $c_{N_u} = (0, 0, \dots, 1)$. 根据式(33), 得到 $\nabla C_i \mathbf{u}_k$ 代入式(30), 规划子问题转换成

$$\begin{cases} \min_{d_k} q(d_k) = \nabla J(\mathbf{u}_k)d_k + \frac{1}{2}d_k^T H_k d_k, \\ \text{s.t. } u_{\min} - c_i \mathbf{u} - c_i d_k \leq 0, \\ c_i \mathbf{u} - u_{\max} + c_i d_k \leq 0, \\ \Delta_{\min} - c_i(L\mathbf{u} + L_1\mathbf{u}_1) - c_i L d_k \leq 0, \\ c_i(L\mathbf{u} + L_1\mathbf{u}_1) - \Delta_{\max} + c_i L d_k \leq 0, \\ i = 1, 2, \dots, N_u. \end{cases} \quad (34)$$

根据式(4)中的定义, 得到针对优化问题(29)的约束违反度函数具体形式

$$V(\mathbf{u}) = \max\{0, u_{\min} - c_i \mathbf{u}, c_i \mathbf{u} - u_{\max}, \Delta_{\min} - c_i(L\mathbf{u} + L_1\mathbf{u}_1), c_i(L\mathbf{u} + L_1\mathbf{u}_1) - \Delta_{\max} | i = 1, 2, \dots, N_u\}. \quad (35)$$

4 工业实例仿真(Case study)

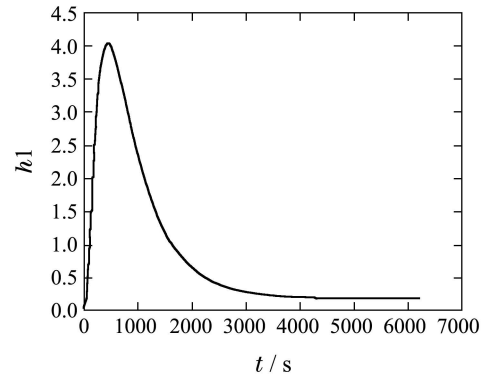
以某聚乙烯质量指标熔融指数作为被控对象, 对所提的控制方法进行实例仿真验证. 熔融指数的机理模型如下^[22]:

$$\ln MI = \theta_0 + \frac{\theta_1}{T} + \theta_2 \ln(\theta_3 + \theta_4 \frac{[H_2]}{[C_2]} + \theta_5 \frac{[C_4]}{[C_2]}), \quad (36)$$

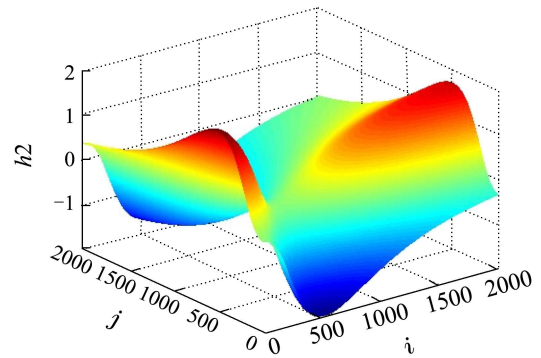
其中: MI 是熔融指数, T 是温度, $\frac{[H_2]}{[C_2]}$ 是氢气乙烯比, $\frac{[C_4]}{[C_2]}$ 是共聚单体乙烯比. 将 $\frac{[H_2]}{[C_2]}$ 选作控制变量, MI 作为被控变量.

因为Volterra模型具有线性卷积结构, 所以可以用最小二乘法辨识模型参数. 图4所示是辨识出的模型参数, 图中 h_1, h_2 分别为Volterra模型一阶、二

阶时域核参数. 图5所示是仿真模型与辨识结果的对比效果, 从图可以看出, Volterra模型预测值可以跟踪熔融指数非线性变化趋势.



(a) Volterra模型一阶内核



(b) Volterra模型二阶内核

图4 模型参数

Fig. 4 Model parameters

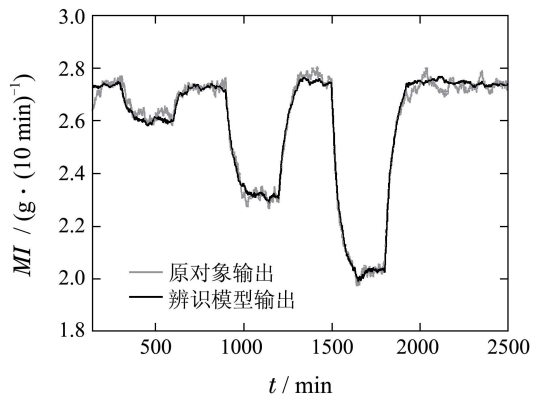
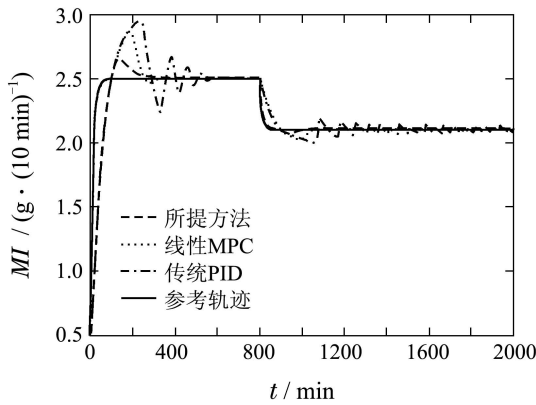


图5 机理模型与辨识结果对比

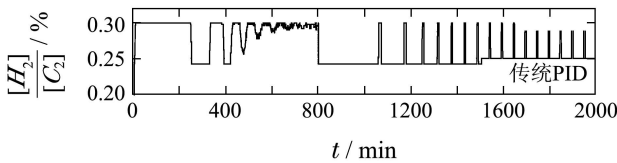
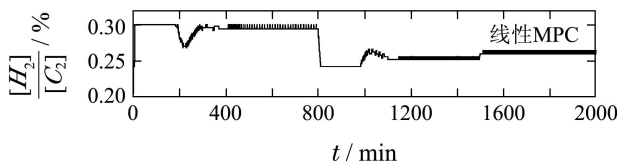
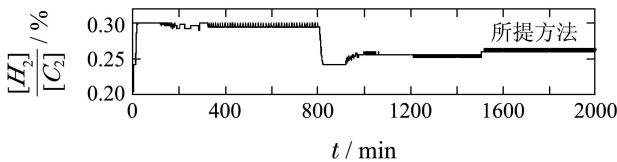
Fig. 5 Compare model data and measured data

为了验证算法的特性, 进行了所提方法与工业常用线性MPC和传统PID控制器的性能对比仿真, 图6(a)所示是熔融指数控制效果对比, 图6(b)所示是各控制器输出对比; 通过仿真对比可以看出当系统操作点变化时, 通过常规工程法所确定参数的传统PID控制器已经不能跟踪设定值且出现震荡. 而对

于现行MPC控制器而言,其线性模型在熔融指数为2.5g/10min附近通过辨识得到,当操作点发生变化时,虽然线性MPC控制器可以起到稳定控制的作用,但是相对本文所提方法其超调量过大,收敛较慢,动态指标相对较差.仿真对比证实了所提及的方法的有效性.表1是标称操作点下控制指标对比,表2是当操作点改变后的控制指标对比.



(a) 熔融指数



(b) 氢气乙烯比

图6 系统输出与控制作用

Fig. 6 System output and controlling values

表1 3种控制器性能对比(标称操作点)

Table 1 Performance comparison of three controllers (nominal operating point)

控制方法	ISE指标	超调量/%	调节时间/min
本文方法	86.8418	7.5208	215
线性MPC	99.7279	18.8947	241.5
传统PID	120.9396	22.6457	495

表2 3种控制器性能对比(操作点变化)

Table 2 Performance comparison of the three controllers (shift of operating point)

控制方法	ISE指标	超调量/%	调节时间
本文方法	3.5368	9.06	222/min
线性MPC	4.0882	19.74	246/min
传统PID	6.4276	23.81	N/A

5 结论(Conclusions)

Volterra模型是一类特殊的非线性模型,非常适合描述实际工业过程中的无记忆非线性对象.传统的基于Volterra模型的控制器的合成法及迭代计算预测控制器法计算量大,且不利于处理控制约束.本文将滤子法与一种信赖域SQP算法相结合,提出一种改进SQP算法用于基于非线性Volterra模型的带控制约束的多步预测控制求解,并分析了所提方法的收敛性.工业实例仿真结果证实了所提方法的可行性与有效性.

参考文献(References):

- [1] ZHAO Z, XIA X H, WANG J C, et al. Nonlinear dynamic matrix control based on multiple operating models [J]. *Journal of Process Control*, 2003, 13(1): 41 – 56.
- [2] DOYLE F J, OGUNNAIKE B A, PEARSON R K. Nonlinear model-based control using second-order Volterra models [J]. *Automatica*, 1995, 31(5): 697 – 714.
- [3] DOYLE F J, OGUNNAIKE B A, PEARSON R K. Nonlinear model predictive control of a simulated multivariable polymerization reactor using second-order Volterra models [J]. *Automatica*, 1996, 32(9): 1285 – 1301.
- [4] GRUBER J K, GUZMÁN J L, RODRÍGUEZ F, et al. Nonlinear MPC based on a Volterra series model for greenhouse temperature control using natural ventilation [J]. *Control Engineering Practice*, 2011, 4(19): 354 – 366.
- [5] GRUBER J K, RAMIREZ D R, LIMON D, et al. Computationally efficient nonlinear min-max model predictive control based on Volterra series models-application to a pilot plant [J]. *Journal of Process Control*, 2013, 4(23): 543 – 560.
- [6] HU B, LINNEMANN A. Toward infinite-horizon optimality in nonlinear model predictive control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(4): 679 – 682.
- [7] 陈虹, 刘志远, 解小华. 非线性模型预测控制的现状与问题 [J]. *控制与决策*, 2001, 16(4): 385 – 391. (CHEN Hong, LIU Zhiyuan, XIE Xiaohua. Nonlinear model predictive control: the state and open problems [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(4): 385 – 391.)
- [8] DU X N, XI Y G, LI S Y. A computationally efficient aggregation optimization strategy of model predictive control [J]. *High Technology Letters*, 2002, 8(2): 68 – 71.
- [9] 丁宝苍, 邹涛, 李少远. 时变不确定系统离线鲁棒预测控制 [J]. *控制理论与应用*, 2006, 23(2): 240 – 244. (DING Baocang, ZOU Tao, LI Shaoyuan. Varying-horizon off-line robust predictive control for time-varying uncertain systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(2): 240 – 244.)

- [10] LONG C E, POLISETTY P K, GATZKE E P. Nonlinear model predictive control using deterministic global optimization [J]. *Journal of Process Control*, 2006, 16(6): 635 – 643.
- [11] 何德峰, 丁宝苍, 于树友. 非线性系统模型预测控制若干基本特点与主题回顾 [J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(3): 273 – 274.
(HE Defeng, DING Baocang, YU Shuyou. Nonlinear model predictive control system with a number of basic features theme Review [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(3): 273 – 274.)
- [12] 石国春. 关于序列二次规划(SQP)算法求解非线性规划问题的研究 [D]. 兰州: 兰州大学, 2009.
(SHI Guochun. *Research on algorithm of sequential-quadratic programming for nonlinear programming problems* [D]. Lanzhou: Lanzhou University, 2009.)
- [13] PENG Y H, YAO S B. A feasible trust-region algorithm for inequality constrained optimization [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2006, 173(1): 513 – 522.
- [14] STARTENAER A. Automatic determination of an initial trust region in nonlinear programming [J]. *SIAM Journal of Science Compute*, 1997, 18(2): 1788 – 1803.
- [15] LIAO L Z, ZHANG J L, ZHANG X G. An adaptive trust region method and its convergence [J]. *Science in China (Series A)*, 2002, 45(5): 620 – 631.
- [16] 赵敏, 李少远. 基于信赖域二次规划的非线性模型预测控制优化算法 [J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(6): 634 – 640.
(ZHAO Min, LI Shaoyuan. Quadratic programming algorithm based trust region nonlinear model predictive control optimization problems [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(6): 634 – 640.)
- [17] FLETCHER R, LEYFFER S, TOINT P. On the global convergence of a filter-SQP algorithm [J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2001, 13(1): 44 – 59.
- [18] MARATOS N. *Exact penalty function algorithm for finite dimensional and control optimization problems* [D]. London: University of London, 1978.
- [19] PENG Y H, YAO S B. A feasible trust-region algorithm for inequality constrained optimization [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2006, 173(1): 513 – 522.
- [20] YUAN Y X. Trust region algorithms for nonlinear programming [M] //SHI Z C. *Contemporary Mathematics*. American: American Mathematics Society, 1994, 163: 205 – 225.
- [21] NIE P Y, MA C F. A trust region filter method for general non-linear programming [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2006, 2(172): 1000 – 1017.
- [22] 赵众, 郜娜, 潘高峰. 基于粒子滤波联合估计的气相聚乙烯质量指标在线估计 [J]. *化工学报*, 2012, 63(9): 2904 – 2912.
(ZHAO Zhong, GAO Na, PAN Gaofeng. Polymer properties online estimation for gas-phase polyethylene based on particle filtering joint estimation [J]. *Journal of Chemical Industry and Engineering (China)*, 2012, 63(9): 2904 – 2912.)

作者简介:

贺静 (1989–), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为Volterra模型预测控制系统, E-mail: zhangsan@sina.com.cn;

赵众 (1970–), 男, 教授, 美国IEEE会员, 日本SICE会员, 目前研究方向为复杂工业过程先进控制、过程监测、网络控制, E-mail: zhaozhong@mail.buct.edu.cn;

董叶伟 (1989–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为基于Volterra级数的化工过程建模与控制, E-mail: rionrain@126.com.