

适应连续外扰的时滞加速度反馈控制器

安方^{1,2†}, 张万良², 胡笑齐³

(1. 船舶振动噪声重点实验室, 江苏 无锡 214082;

2. 中国船舶科学研究中心, 江苏 无锡 214082; 3. 丽水学院 工学院, 浙江 丽水 323000)

摘要: 在采用加速度传感器的振动主动控制平台中, 为了有效抑制外力可用微分方程描述的含输入时滞受迫振动响应, 基于积分变换和状态导数极点配置法, 提出了一种适应连续外扰的时滞加速度反馈控制器设计方法. 以粘贴有压电陶瓷和加速度传感器的受正弦激励的智能梁为仿真控制对象, 仿真结果表明, 此控制器能在任意输入时滞下有效抑制智能梁的持续受迫振动响应. 与不考虑时滞的同类控制器相比, 该控制器有较好的稳定性及控制效果.

关键词: 振动主动控制; 时滞; 加速度反馈; 适应连续外扰的控制器; 状态导数极点配置; 广义Moore-Penrose逆理论

中图分类号: O322, O324, O326 文献标识码: A

Continuous disturbance-accommodating controller with time-delayed acceleration feedback

AN Fang^{1,2†}, ZHANG Wan-liang², HU Xiao-qi³

(1. National Key Laboratory on Ship Vibration and Noise, Wuxi Jiangsu 214082, China;

2. China Ship Scientific Research Center, Wuxi Jiangsu 214082, China;

3. Institute of Technology, Lishui University, Lishui Zhejiang 323000, China)

Abstract: In the active vibration control system with acceleration sensors, a continuous disturbance-accommodating time-delayed controller using output acceleration feedback is proposed by means of integral transformation and pole displacement with state-derivative for the vibration systems. This controller can effectively suppress the forced vibration response suffering from a class of excitations satisfying a polynomial differential equation with input time-delay. The developed continuous time-delayed feedback controller is validated by the computer simulation which is particularly focused to the control of the forced vibration response of a cantilever beam with piezoelectric actuator and acceleration sensor. Simulation results demonstrate that the proposed controller can effectively reduce the forced vibration response of the intelligent cantilever beam under sinusoidal excitation with any time-delay. Compared with the continuous disturbance-accommodating controller with acceleration feedback without time-delay, this controller has better stability and control effects.

Key words: active vibration control; time delay; acceleration feedback; continuous disturbance-accommodating controller; pole placement with state-derivative; generalized Moore-Penrose inverse theory

1 引言(Introduction)

在诸多受迫振动工程中诸如飞机飞行时所受简单形式的风载^[1]、船舶海洋工程等领域中主机和螺旋桨的激振力在船舶营运时的持续激励和波浪载荷^[2]等, 外力可用 m 阶多项式微分方程或线性微分方程组来描述. 系统在外力下会产生破坏性的振动, 需要加以有效抑制. 基于不含外力的状态空间设计的控制器诸如极点配置法、线性二次调节器(linear quadratic regulator, LQR)控制、比例-积分-微分(proportional-

integral-differential, PID)控制等, 由于控制器设计过程未考虑外力的影响, 难以有效抑制受迫激励下的振动. 只有在模型描述和控制器设计过程中考虑外激励的影响, 使得所设计的控制器具有更高的鲁棒性和抗干扰能力, 才能有效抑制这类系统的振动响应. 针对此类振动系统, Johnson曾于70年代以航天结构控制为背景, 提出了定常外扰自适应控制(disturbance accommodating control, DAC)线性调节器设计方法^[3], 并逐步推广至含多变量非定常外扰系统的控制设计

收稿日期: 2014-04-07; 录用日期: 2015-01-13.

†通信作者. E-mail: anfang@nuaa.edu.cn; Tel.: +86 510-85557267.

浙江省自然科学基金项目(LY13E050015)资助.

Supported by Zhejiang Provincial Natural Science Foundation of China (LY13E050015).

中去^[4-5]. 但此方法在多变量控制系统设计时, 对于如何描述系统并实现程式化处理上仍存在相当多的问题. 后Hand在DAC的基础上引入状态观测器和外激励观测器, 设计出考虑外力的状态反馈控制器, 有效抑制了涡轮相互作用时风载引起的振动^[1].

以上控制器设计均是基于输出信号为位移/速度信号时所设计的控制器. 但在众多振动测控系统中, 诸如在电机谐振抑制^[6]、航天结构减振^[7]等系统中采集到的信号多为加速度信号, 若采用以上方法进行控制, 需要经过数值积分获得位移/速度信号, 再由低通滤波器或滑动滤波器去除数值积分中含有的直流、趋势项^[8]. 在含噪声的系统中, 虽经这一系列繁琐过程, 仍难以获得较为精确的位移和速度信号^[9]. 因此, 在设计考虑外激励影响的控制器时, 最好的方法是直接利用输出加速度信号来设计控制器, 既可以省去数值积分带来的累积误差, 又可以简化控制器设计步骤. 而目前基于加速度反馈的控制方法, 如 Spencer, Suhardjl和Dyke等提出加速度反馈控制方法^[10-12], 以及Abdelaziz应用状态导数反馈思想, 提出加速度反馈控制器设计方法^[13-14]均未考虑外激励的影响.

另外, 在振动主动控制闭环回路的信号传输过程中, 从信号采集、控制器运算、信号滤波、信号转换、传输到作动器驱动, 此过程不可避免地存在时滞现象, 时滞已成为控制设计中必须考虑的因素. 安方等基于输出状态导数的思想, 结合积分变换法, 分别实现了连续和离散形式的时滞加速度反馈控制器设计^[15-17], 并通过分析时滞对含该控制器的闭环系统的动力学特性的影响, 为主动利用时滞提供了理论基础. 然而, 该方法未考虑外力的影响, 仍不适用于含外力的受控系统.

为了解决加速度输出的时滞受迫振动系统的主动控制问题, 本文首先给出一类可用多项式微分方程描述的外激励作用的压电智能梁时滞受迫振动系统的动力学描述及包含加速度输出的状态方程描述. 针对该类时滞受迫振动系统, 提出一种适应连续外扰的时滞加速度反馈控制器设计方法(continuous disturbance accommodating controller with time-delayed acceleration feedback, CDAC-TDAFC). 采用该控制器控制压电智能梁的振动, 仿真控制结果表明, 此控制器能在任意输入时滞下有效抑制智能梁的持续受迫振动响应. 与不考虑时滞的适应连续外扰的加速度反馈控制器(continuous disturbance accommodating controller with acceleration feedback, CDAC-AFC)相比, 该控制器有较好的稳定性及控制效果.

2 受迫振动系统与状态方程(The controlled vibration system and the corresponding state equation)

考虑智能梁的横向振动问题, 将压电陶瓷片粘贴

于图1所示的 x_{a1} 至 x_{a2} 处和 x_{a3} 至 x_{a4} 处, 分别用来施加控制力和外激励. 忽略梁的剪切变形及界面绕中性轴转动惯量的影响, 将其定义为Bernoulli-Euler梁. 设其长度为 l_b , 取其轴线作为 x 轴, x 轴的原点取在梁的固定端, 建立图1所示的坐标系. 记梁在 x 处的横截面积为 $A(x)$, 梁为均匀材料的铝梁. 用 $w(x, t)$ 表示坐标为 x 的截面中性轴在时刻 t 的横向位移, $m(x, t)$ 分别表示单位长度梁上分布的控制力矩.

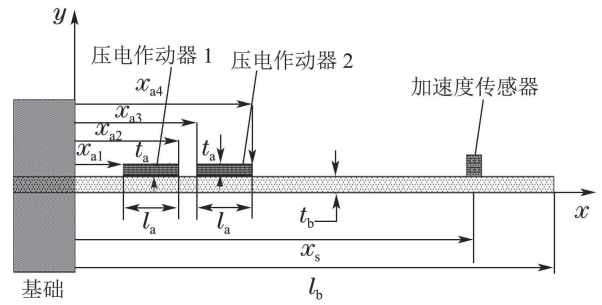


图 1 压电智能梁

Fig. 1 Intelligent beam with piezoelectric patches

基于欧拉-伯努利的横向振动理论, 考虑压电陶瓷的作动器原理, 采用3次样条作为基函数的Galerkin方法来离散方程^[18]

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^N \beta_i(x) q_i(t), \quad (1)$$

获得智能梁图1的振动方程为

$$\begin{cases} (M_b + M_a)\ddot{q}(t) + C_b\dot{q}(t) + (K_b + K_a)q(t) = \\ J_{a1}u(t - \tau) + J_{a2}f(t), \\ q(0) = q_0, \dot{q}(0) = q_1, \end{cases} \quad (2)$$

其中: $f(t)$ 为系统受到的外激励; $u(t - \tau)$ 为含时滞的控制输入; M_b, K_b 为梁的总质量、刚度矩阵; M_a, K_a 为压电作动器的总质量、刚度矩阵; C_b 为梁的总阻尼矩阵; J_{a1}, J_{a2} 分别为总控制力矩阵和总外力矩阵, 由如下单元矩阵按有限元方式组装而成:

$$\begin{cases} [M_b]_{k,l} = \rho_b t_b w_b \int_0^l \beta_l(x) \beta_k(x) dx, \\ [K_b]_{k,l} = E_b J_b \int_0^l \beta''_l(x) \beta''_k(x) dx, \\ [M_a]_{k,l} = [M_{a1}]_{k,l} + [M_{a2}]_{k,l} = \\ \rho_a t_a w_a \left(\int_{x_{a1}}^{x_{a2}} \beta_l(x) \beta_k(x) dx + \int_{x_{a3}}^{x_{a4}} \beta_l(x) \beta_k(x) dx \right), \\ [K_a]_{k,l} = [K_{a1}]_{k,l} + [K_{a2}]_{k,l} = \\ \frac{1}{3} w_a E_a a_3 \left(\int_{x_{a1}}^{x_{a2}} \beta''_l(x) \beta''_k(x) dx + \int_{x_{a3}}^{x_{a4}} \beta''_l(x) \beta''_k(x) dx \right), \\ [J_{a1}]_k = \frac{1}{2} E_a w_a (t_b + t_a) d_{31} \int_{x_{a1}}^{x_{a2}} \beta''_k(x) dx, \\ [J_{a2}]_k = \frac{1}{2} E_a w_a (t_b + t_a) d_{31} \int_{x_{a3}}^{x_{a4}} \beta''_k(x) dx. \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\beta_i(x), \beta_k(x)$ 为B样条插值函数, 表达式见文献[18]; $E_b, J_b, \rho_b, t_b, w_b$ 为梁的弹性模量、惯性矩、密度、厚度与宽度; $E_a, J_a, \rho_a, t_a, w_a, d_{31}$ 为压电作动器的弹性模量、惯性矩、密度、厚度、宽度与电荷压电常数;

$$J_b = \frac{t_b^3 w_b}{12}, a_3 = \left(\frac{t_b}{2} + t_a\right)^3 - \frac{t_b^3}{8}.$$

基于模态空间下的Hankel奇异值理论, 可将高维振动方程降阶, 并写为状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t - \tau) + \mathbf{D}f(t), \\ y_x(t) = \mathbf{C}\dot{x}(t). \end{cases} \quad (4)$$

在此, 称系统(4)为X系统.

假定外激励满足如下多项式微分形式:

$$\frac{d^\rho f(t)}{dt^\rho} + \beta_\rho \frac{d^{\rho-1} f(t)}{dt^{\rho-1}} + \beta_{\rho-1} \frac{d^{\rho-2} f(t)}{dt^{\rho-2}} + \dots + \beta_1 f(t) = 0. \quad (5)$$

这种激励形式可用状态方程描述为

$$\begin{cases} \dot{f}(t) = \Theta w(t), \\ \dot{w}(t) = \mathbf{F}w(t), \\ w(0) = w_0, \end{cases} \quad (6)$$

其中:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\beta_1 & -\beta_2 & -\beta_3 & \dots & -\beta_\rho \end{bmatrix}.$$

当矩阵 \mathbf{F} 和 Θ 具有不同形式时, 可描述实际工程中多种形式的外激励, 如:

1) 阶跃激励: $\mathbf{F} = 0, \Theta = 1$.

2) 斜坡风载:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \Theta = [1 \ 0], w(0) = 0.$$

3) 风力涡轮机:

$$J_T \dot{\Omega} = Q_A - Q_E, \lambda = \frac{R_T \Omega}{W}, \\ Q_A = \frac{1}{2} \rho A R_T C_q(\lambda, \varphi) W^2.$$

4) 正弦激励 $f(t) = A \sin(\omega t)$, 其满足多项式微分方程 $\ddot{f}(t) + \omega^2 f(t) = 0$, 对应的状态方程矩阵为

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix}, \Theta = [\alpha \ 0], w(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \end{bmatrix}.$$

5) 多频简谐激励叠加

$$p(x, t) = \left(\sum_{k=1}^m P_{c_k} \cos(\omega_k t) + P_{s_k} \sin(\omega_k t) \right),$$

对应的状态方程为

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -\omega_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -\omega_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & -\omega_m \\ \omega_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_m & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Theta = [F_1 \ F_2 \ \dots \ F_m]^T,$$

$$F_i = [f_{c_{i,1}} \ f_{c_{i,2}} \ \dots \ f_{c_{i,m}} \ f_{s_{i,1}} \ f_{s_{i,2}} \ \dots \ f_{s_{i,m}}].$$

式(6)还可描述其他形式的外激励形式, 在此就不一一给出.

3 适应连续外扰的时滞加速度反馈控制器设计 (Design method of the continuous disturbance accommodating controller with time-delayed acceleration feedback)

CDAC-TDAFC控制力需要具备3个方面的功能:

1) 抑制系统持续受迫振动响应; 2) 观测器输入信号为加速度信号; 3) 在任意输入时滞下控制器有效.

将原时滞系统(4)的控制力项改写为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u_x(t - \tau) + \\ \quad \mathbf{B}u_f(t) + \mathbf{D}f(t), \\ y_x(t) = \mathbf{C}\dot{x}(t), \end{cases} \quad (7)$$

其中: $u_x(t - \tau)$ 用来控制系统的自由衰减振动, $u_f(t)$ 用来设计可与外激励自适应抵消的控制力. 控制器 $u_x(t - \tau)$ 中的信号来自于低通滤波后的加速度信号, 由于低通滤波会给系统引入输入时滞, 在此控制力设计时考虑时滞的影响, 而 $u_f(t)$ 无需考虑时滞的影响. 基于式(7), 采用积分变换法

$$z(t) = x(t) + \int_{t-\tau}^t e^{-A(s-t)} e^{-A\tau} \mathbf{B}u_x(s) ds, \quad (8)$$

可将其转换为无时滞系统

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \mathbf{A}z(t) + \mathbf{B}_A u_x(t) + \mathbf{B}u_f(t) + \mathbf{D}f(t), \\ y_z(t) = \mathbf{C}\dot{z}(t), \end{cases} \quad (9)$$

其中式(9)简称为Z系统. 由式(8)得

$$\dot{z}(t) = \dot{x}(t) + \mathbf{A} \int_{t-\tau}^t e^{-A(s-t)} e^{-A\tau} \mathbf{B}u_x(s) ds + e^{-A\tau} \mathbf{B}u_x(t) - \mathbf{B}u_x(t - \tau). \quad (10)$$

由式(9)第2式得Z系统的输出信号可写为

$$y_z(t) = y_x(t) + \mathbf{C} \left(\mathbf{A} \int_{t-\tau}^t e^{-A(s-t)} e^{-A\tau} \mathbf{B}u_x(s) ds + e^{-A\tau} \mathbf{B}u_x(t) - \mathbf{B}u_x(t - \tau) \right). \quad (11)$$

构造无时滞系统(9)的观测器为

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}(t) = \mathbf{A}\hat{z}(t) + \mathbf{D}\hat{f}(t) + \mathbf{K}_Z(y_z - \hat{y}_z) + \\ \quad \mathbf{B}_A u_x(t) + \mathbf{B}u_f(t), \\ \hat{y}_z = \mathbf{C}\hat{z}(t), \\ \hat{z}(0) = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (12)$$

构造外激励观测器为

$$\begin{cases} \dot{\hat{w}}(t) = \boldsymbol{\Theta}\hat{w}(t), \\ \dot{\hat{w}}(t) = \mathbf{F}\hat{w}(t) + \mathbf{K}_D(y_z - \hat{y}_z), \\ w(0) = 0. \end{cases} \quad (13)$$

定义估计误差为

$$\bar{e}(t) = \begin{bmatrix} \bar{e}_z(t) \\ \bar{e}_w(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z(t) - \hat{z}(t) \\ w(t) - \hat{w}(t) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

由式(6)(9)(12)–(13)得

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}}(t) &= \begin{bmatrix} \dot{z}(t) - \dot{\hat{z}}(t) \\ \dot{w}(t) - \dot{\hat{w}}(t) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}z(t) + \mathbf{B}_A u_x(t) + \mathbf{B}u_f(t) + \mathbf{D}f(t) - \mathcal{M} \\ \mathbf{F}w(t) - \mathbf{F}\hat{w}(t) - \mathbf{K}_D(y_z(t) - \hat{y}_z(t)) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{D}\boldsymbol{\Theta} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F} \end{bmatrix} \bar{e}(t) - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_Z \\ \mathbf{K}_D \end{bmatrix} [\mathbf{C} \ \mathbf{0}] \dot{\bar{e}}(t) = \\ &= \bar{\mathbf{A}}\bar{e}(t) - \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{C}}\dot{\bar{e}}(t), \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\mathcal{M} = \mathbf{A}\hat{z}(t) + \mathbf{B}_A u_x(t) + \mathbf{B}u_f(t) + \mathbf{D}\hat{f}(t) + \mathbf{K}_Z(y_z(t) - \hat{y}_z(t)).$$

令

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{D}\boldsymbol{\Theta} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_Z \\ \mathbf{K}_D \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \ \mathbf{0}], \quad (16)$$

则

$$\dot{\bar{e}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\bar{e}(t) - \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{C}}\dot{\bar{e}}(t). \quad (17)$$

基于式(17), 可采用文 [13] 给出的状态导数反馈极点配置法, 通过将误差状态方程(17)的极点配置到合适的位置, 来获得式中的 $\bar{\mathbf{K}}$, 从而可分别得到状态观测器(12)和外力观测器(13)中的反馈增益矩阵 \mathbf{K}_Z 和 \mathbf{K}_D .

状态导数极点配置法(pole placement with state-derivative feedback control, PP-SDFC)描述如下:

算法 1(PP-SDFC)^[13] 考虑可控多输入多输出时不变系统 $\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t)$, 若系统 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 非奇异, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 列满秩, $\mathbf{B} = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m]$, 存在反馈控制 $u(t) = -\mathbf{K}\dot{x}(t)$, 使得闭环系统

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}_c x(t), \quad \mathbf{A}_c = (\mathbf{I}_n + \mathbf{B}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{A}$$

具有期望非零特征值 $\{\lambda_1\}, \dots, \{\lambda_m\}$, 其中 $\{\lambda^j\} = \{\lambda_1^j, \lambda_2^j, \dots, \lambda_{\mu_j}^j\}$, 其配置过程如下: 闭环系统矩阵

\mathbf{A}_c 的 Frobenius 规范型可描述为

$$\mathbf{A}_F = \mathbf{T}_F^{-1} \mathbf{A}_c \mathbf{T}_F = \begin{bmatrix} \mathcal{A} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathcal{B} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathcal{C} \end{bmatrix},$$

其中:

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{\mu_1-1,1} \mathbf{I}_{\mu_1-1} \\ -\mathbf{d}^1 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{\mu_2-1,1} \mathbf{I}_{\mu_2-1} \\ -\mathbf{d}^2 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{\mu_m-1,1} \mathbf{I}_{\mu_m-1} \\ -\mathbf{d}^m \end{bmatrix},$$

$d^j = \{d_0^j, d_1^j, \dots, d_{\mu_j-1}^j\}$ 为如下第 j 组特征方程组:

$$D_j(s) = (s - \lambda_1^j)(s - \lambda_2^j) \dots (s - \lambda_{\mu_j}^j - 1) = s^{\mu_j} + d_{\mu_j-1}^j s^{\mu_j-1} + \dots + d_1^j s + d_0^j, \quad j = 1, \dots, m$$

的系数. 当为单输入系统即 $m = 1$ 时, 假定配置后的系统具有特征值 $\lambda_i, i = 1, \dots, n$, 则反馈增益矩阵可描述为 $\mathbf{K} = \det(\mathbf{A}) / \prod_{i=1}^n \lambda_i \cdot \tilde{q}_n$, 其中:

$$\tilde{q}_0 = e_n^T (\mathbf{A}\bar{\mathbf{R}})^{-1}, \quad \tilde{q}_i = \tilde{q}_{i-1} (\mathbf{A} - \lambda_i \mathbf{I}_n),$$

$$\bar{\mathbf{R}} = [b_1 \ \mathbf{A}b_1 \ \dots \ \mathbf{A}^{\mu_1-1} b_1 \ b_m \ \mathbf{A}b_m \ \dots \ \mathbf{A}^{\mu_m-1} b_m].$$

当为多输入系统即 $m > 1$ 时,

$$\mathbf{K} = - \left(\begin{bmatrix} \bar{q}_1 \\ \vdots \\ \bar{q}_m \end{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \prod_{i=1}^{\mu_1} (\frac{1}{\lambda_i^1}) \hat{q}_{\mu_1}^1 \\ \vdots \\ \prod_{i=1}^{\mu_m} (\frac{1}{\lambda_i^m}) \hat{q}_{\mu_m}^m \end{bmatrix},$$

其中: $\bar{q}_j = e_{r_j}^T \bar{\mathbf{R}}^{-1}, r_j = \sum_{k=1}^j \mu_k, \hat{q}_0^j = e_{r_j}^T (\mathbf{A}\bar{\mathbf{R}})^{-1}, \hat{q}_i^j = \hat{q}_{i-1}^j (\mathbf{A} - \lambda_i^j \mathbf{I}_n), j = 1, \dots, m, i = 1, \dots, \mu_j$. 推导过程见文献 [13].

由算法1, 可配置误差系统的转置系统

$$\begin{cases} \dot{\bar{e}}(t) = \bar{\mathbf{A}}^T \bar{e}(t) + \bar{\mathbf{C}}^T u(t), \\ u(t) = -\bar{\mathbf{K}}^T \dot{\bar{e}}(t) \end{cases} \quad (18)$$

的极点, 使得矩阵 $(\mathbf{I}_n + \bar{\mathbf{C}}^T \bar{\mathbf{K}}^T)^{-1} \bar{\mathbf{A}}^T$ 具有期望的极点, 从而得到反馈增益矩阵 $\bar{\mathbf{K}}$, 又转置系统极点与原系统极点相同, 由此可通过配置系统(18)的极点到期望的位置, 进而由式(16)求得 $\mathbf{K}_D, \mathbf{K}_Z$. 考虑外激励的控制律设计为如下形式:

$$\begin{cases} u_x(t) = -\mathbf{G}_z \hat{z}(t), \\ u_f(t) = \mathbf{G}_f \hat{w}(t), \end{cases} \quad (19)$$

其中 u_x 和 u_f 分别为观测状态反馈控制力和观测外激励反馈控制力. 将式(19)及式(13)代入式(9)第1式得

$$\dot{z}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}_A \mathbf{G}_z) z(t) + (\mathbf{B} \mathbf{G}_f + \mathbf{D}\boldsymbol{\Theta}) w(t). \quad (20)$$

当 $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_A)$ 可控, 可用如下最优控制的思想得到反馈

增益矩阵 G_z . 定义目标函数

$$J = \int_0^\infty (\hat{z}^T Q \hat{z} + u^T R u) dt, \quad (21)$$

在如下状态约束下:

$$\dot{\hat{z}}(t) = A \hat{z}(t) + B_A u_x(t), \quad (22)$$

通过求解代数Riccati方程

$$A^T P + P A + P B_A B_A^T P + Q = 0, \quad (23)$$

可得最优状态反馈

$$u_z(t) = -G_z \hat{z}(t), \quad (24)$$

其中

$$G_z = R^{-1} B_A^T P. \quad (25)$$

在此控制律下, 自由振动快速衰减. 再通过设计反馈增益矩阵 G_f 满足

$$\text{err} = B G_f + D \rightarrow 0 \quad (26)$$

来消除或减弱外激励力的影响, 从而使得整个受迫振动受到抑制. 可用广义Moore-Penrose逆理论来求解式(26)得一最小范数解为

$$G_f = -B^+ D \Theta = -(B^T (B B^T)^{-1}) D \Theta. \quad (27)$$

将式(27)代入式(26), 可得误差2-范数为

$$\|\text{err}\|_2 = \|B G_f + D \Theta\|_2 \rightarrow 0. \quad (28)$$

由式(27)可得原系统的控制力为

$$\begin{cases} u_x(t - \tau) = -G_z \hat{z}(t - \tau), \\ u_f(t) = G_f \hat{w}(t). \end{cases} \quad (29)$$

将控制力(29)代入原时滞系统(7), 知, 当满足式(28)时, 控制力 $u_f(t)$ 正好与外力抵消. 控制器设计流程的具体过程见图2.

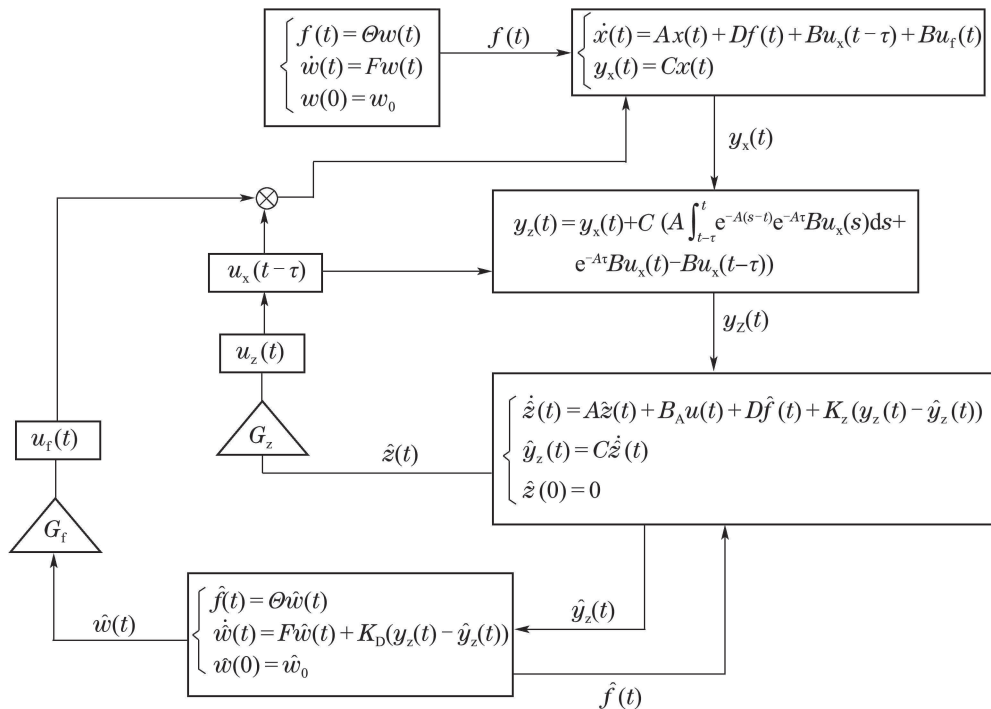


图2 CDAC-TDAFC的流程图

Fig. 2 Flow chart of CDAC-TDAFC.

CDAC-TDAFC设计过程如下:

控制器1(CDAC-TDAFC控制器设计)

1) 将时滞系统转换为无时滞系统: 将原时滞系统改写为式(7), 采用积分变换(8), 可将含外激励的时滞系统(7)转换为无时滞系统(9);

2) 构造观测器: 构造无时滞系统(9)的观测器为式(12); 构造外激励(6)的观测器为式(13), 通过状态导数极点配置法获得两观测器的反馈增益矩阵 K_Z 和 K_D ;

3) 获得观测器输入: 基于式(10), 由系统输出 y_x

获得无时滞系统(9)的输出 y_z ;

4) 设计无时滞系统控制力: 由最优反馈思想获得最优状态反馈(24), 由式(27)获得外激励反馈增益矩阵, 由此得到Z系统的控制力(19);

5) 设计时滞系统控制力: 考虑系统时滞, 由Z系统控制力(19)得到X系统的控制力(29). 完成控制器设计.

由控制器1中描述的CDAC-TDAFC过程, 可以看出: 通过加入控制力(29), 可分别抑制受控系统的瞬态自由衰减振动与稳态受迫振动, 进而可抑制受

迫振动系统响应; 由时滞处理方式(8)–(9)可知, 该控制器在设计过程中考虑了时滞的影响; 由观测器输入信号(12)–(13)可知, 该控制器以加速度输入为观测器的基础信号, 与以速度、位移信号为输入信号的控制器设计过程(见图3)相比, 可略去数值积分获得速度与加速度的及去直流去趋势项的过程(见图3虚线部分或图4), 可实现前面所提到的CDAC–TDAFC需要实现的3个功能。

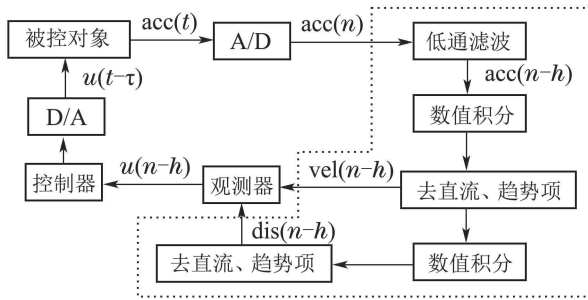


图 3 含有速度与位移项的观测器设计流程图

Fig. 3 Flow chart of observer design with velocity and displacement

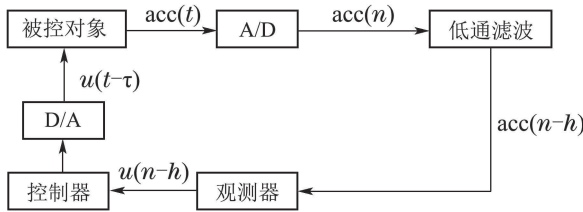


图 4 含有加速度的观测器设计流程图

Fig. 4 Flow chart of observer design with acceleration

4 仿真(Simulation)

压电智能悬臂梁图1的参数见表1。

表 1 压电材料及旋臂梁的几何和材料参数

Table 1 Geometric and material parameters of cantilever beam and piezoelectric actuators

压电作动器(PZT-8)		梁参数	
$d_{31}/(\text{m}\cdot\text{V})$	6.04×10^{-9}	E_b/GPa	70
E_a/GPa	51.5	$\rho_b/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	2700
l_a/mm	30	l_b/mm	500
w_a/mm	16	w_b/mm	35
t_a/mm	1	t_b/mm	1.5
x_{a1}/mm	5		
x_{a2}/mm	35		
x_s/mm	475		

悬臂梁在作动器2处受到一正弦外激励 $f(t) = 40 \sin(\omega_1 t)$, 其中 $\omega_1 = 25.1169 (\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$ 为智能梁的第1阶固有圆频率. 在多个时滞量下, 采用CDAC–TDAFC进行控制. 利用状态导数极点配置法求取反馈增益矩阵 K_Z 和 K_D 时, 期望特征值 $-2 \pm 5i$ 与 $-1 \pm 25i$; 利用LQR求 G_Z 时,

$$Q = \text{diag}\{[1e + 5 \ 1e + 5]\}, R = 0.1.$$

通过如下仿真结果进一步验证CDAC–TDAFC具备的3个功能及控制效果. 另外, 为了说明控制器设计过程中考虑时滞的重要性, 将CDAC–TDAFC中考虑时滞的设计过程去掉(具体过程见图5), 采用不考虑时滞的适应连续外扰的加速度反馈的控制器设计方法控制同一压电旋臂梁。

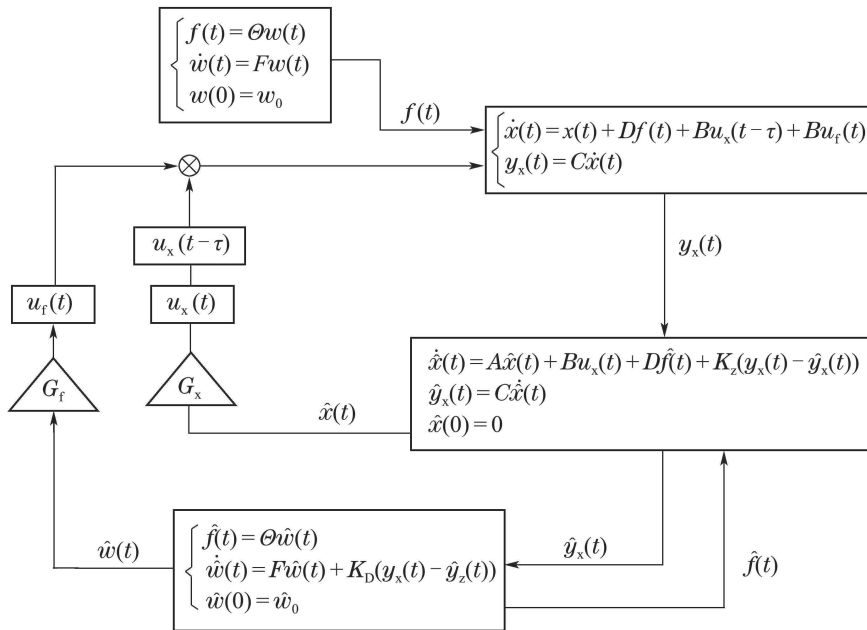
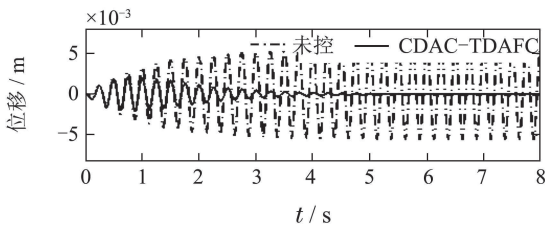


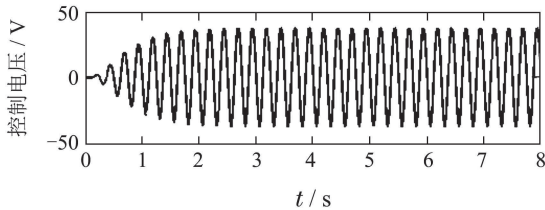
图 5 CDAC–AFC的流程图

Fig. 5 Flow chart of CDAC–AFC

a) CDAC-TDAFC控制效果, 见图6-9.



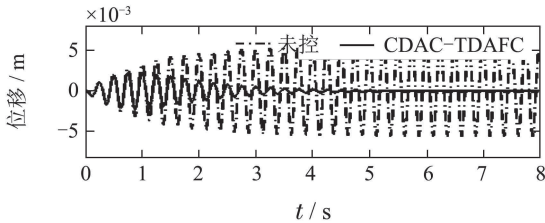
(a) 位移控制效果



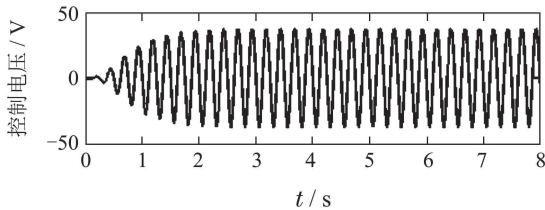
(b) 控制电压

图6 $\tau = 0.125$ s时的CDAC-TDAFC控制效果

Fig. 6 CDAC-TDAFC control effects with $\tau = 0.125$ s



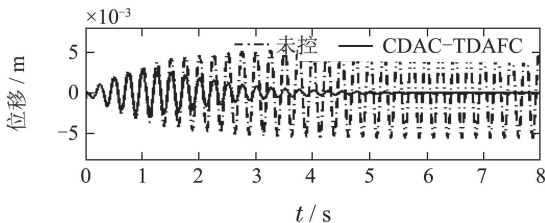
(a) 位移控制效果



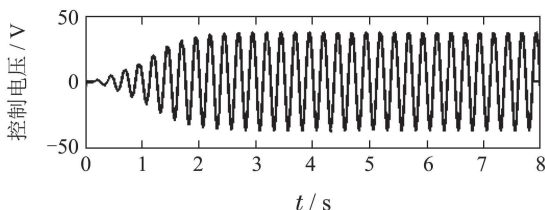
(b) 控制电压

图7 当 $\tau = 0.25$ s时的CDAC-TDAFC控制效果

Fig. 7 CDAC-TDAFC control effects with $\tau = 0.25$ s



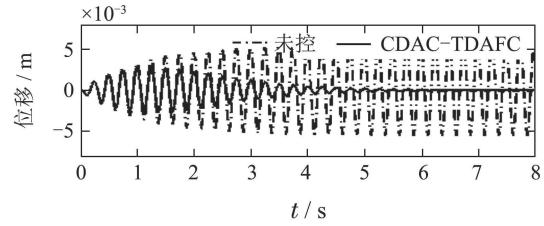
(a) 位移控制效果



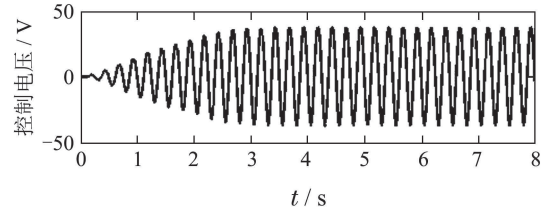
(b) 控制电压

图8 当 $\tau = 1$ s时的CDAC-TDAFC控制效果

Fig. 8 CDAC-TDAFC control effects with $\tau = 1$ s



(a) 位移控制效果



(b) 控制电压

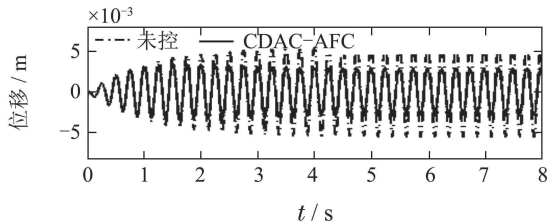
图9 当 $\tau = 2$ s时的CDAC-TDAFC控制效果

Fig. 9 CDAC-TDAFC control effects with $\tau = 2$ s

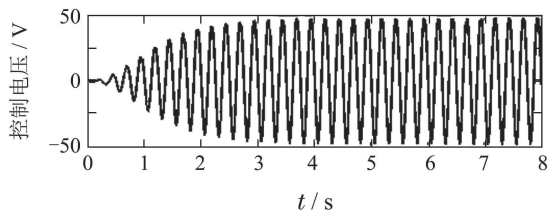
由图6-9可知, 通过多种不同大小时滞量下的控制效果可以验证, 不管是较小的时滞量, 还是较大的时滞量, CDAC-TDAFC的控制效果都较好, 又由于控制器设计之前引入外力观测器, 可使得控后受迫振动响应逐渐衰减至零, 由此验证该方法的有效性及其优越性.

b) CDAC-AFC控制效果, 见图10-13.

当控制系统中存在输入时滞, 但控制器设计过程中不考虑时滞的时候, 采用CDAC-AFC方法控制同一压电悬臂梁, 在相同的时滞量下, 与CDAC-TDAFC相比较, CDAC-AFC的控制效果有所下降(图10-12与图7-9比较), 甚至出现不稳定状态(图13与图6比较), 甚至较小的时滞都会影响系统的稳定性. 由此可见, 若控制系统存在时滞, 控制器设计过程中考虑时滞影响是必要的.



(a) 位移控制效果



(b) 控制电压

图10 当 $\tau = 0.25$ s时的CDAC-AFC控制效果

Fig. 10 CDAC-AFC control effects with $\tau = 0.25$ s

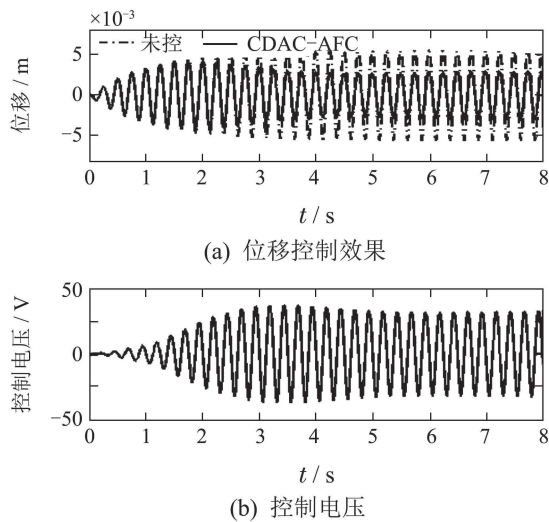


图 11 当 $\tau = 1$ s 时的 CDAC-AFC 控制效果
Fig. 11 CDAC-AFC control effects with $\tau = 1$ s

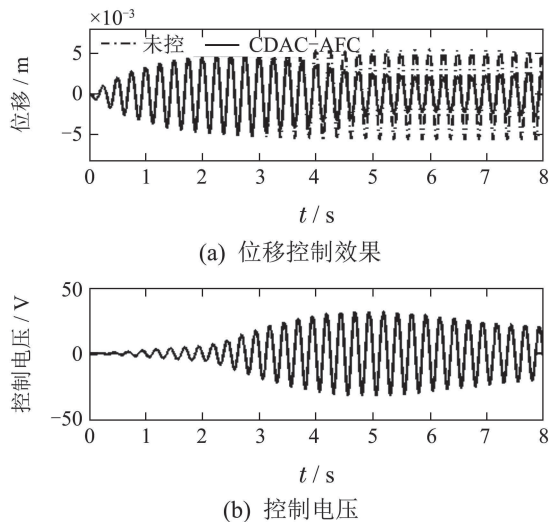


图 12 当 $\tau = 2$ s 时的 CDAC-AFC 控制效果
Fig. 12 CDAC-AFC control effects with $\tau = 2$ s

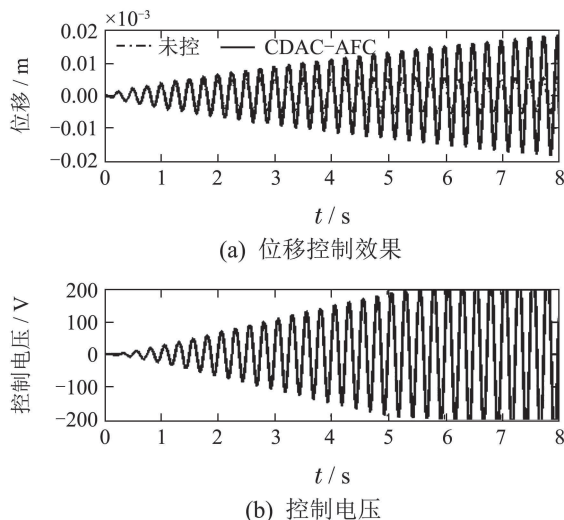


图 13 当 $\tau = 0.125$ s 时的 CDAC-AFC 控制效果
Fig. 13 CDAC-AFC control effects with $\tau = 0.125$ s

5 结论(Conclusions)

通过将控制力分为含时滞的用于抑制瞬态振动的时滞控制力和不含时滞的用于与外扰自适应抵消的控制力,采用DAC设计思路,应用连续积分变换方法,结合状态导数反馈极点配置法,设计出连续形式的考虑外力的时滞加速度反馈控制器,此控制器有如下3个特点:

- 1) 采用DAC设计思路,可有效抑制受控系统持续受迫振动响应;
- 2) 观测器中的误差项为描述加速度的输出状态导数项,采用状态导数反馈的极点配置法求取反馈增益矩阵,从而可避免由加速度数值积分获得位移或速度时繁琐过程;
- 3) 考虑系统输入时滞的影响,可避免不考虑时滞可能引起的控制器控制性能下降或受控系统不稳定的问题,且控制器控制效果不受时滞大小的影响,从而简化了控制器设计过程,拓宽了控制器的应用范围.

将此方法应用到智能梁的受迫振动系统中,仿真结果表明,此方法能有效地抑制其受迫振动响应.该方法优势明显,为后续的实验验证及应用奠定了基础.

参考文献(References):

- [1] HAND M M. *Mitigation of wind turbine/vortex interaction using disturbance accommodating control* [D]. Golden: National Renewable Energy Laboratory, 2003.
- [2] 金成定. 船体振动学 [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1987: 284 – 303.
(JIN Xianding. *Vibration of Hull* [M]. Shanghai: Publication Company of Shanghai Jiao Tong University, 1987: 284 – 303.)
- [3] JOHNSON C D. Further study of the linear regulator with disturbances – the case of vector disturbances satisfying a linear differential equation [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1970, 15(1): 222 – 228.
- [4] JOHNSON C D. Controller design-algorithms for MIMO linear systems; part 1: continuous-time controllers for state-stabilization with high-performance disturbance-immunity system theory [C] // *Proceedings of the 37th Southeastern Symposium on System Theory*. Tuskegee, AL: IEEE, 2005: 201 – 208.
- [5] JOHNSON C D. Controller design-algorithms for MIMO linear systems; part 2: discrete-time controllers for state-stabilization with high-performance disturbance-immunity [C] // *Proceedings of the 37th Southeastern Symposium on System Theory*. Tuskegee, AL: IEEE, 2005: 209 – 215.
- [6] 于晶, 冯勇, 郑剑飞. 基于高阶滑模和加速度反馈的机械谐振抑制方法 [J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(10): 1133 – 1136.
(YU Jing, FENG Yong, ZHENG Jianfei. Suppression of mechanical resonance based on higher-order sliding mode and acceleration feedback [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(10): 1133 – 1136.)
- [7] MAHMOODI S N, AHMADIAN M. Modified acceleration feedback for active vibration control of aerospace structures [J]. *Smart Materials and Structures*, 2010, 19(5): 1 – 10.

- [8] 邵敏强. 复杂激励环境下分布式结构的振动主动控制研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
(SHAO Minqiang. *Active vibration control of distributed structures suffering from complex excitations* [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012.)
- [9] STIROS S C. Errors in velocities and displacements deduced from accelerographs: an approach based on the theory of error propagation [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2008, 28(4): 415 – 420.
- [10] SPENCER JR B F, SUHARDJO J, SAIN M K. Frequency domain control algorithms for civil engineering applications [C] // *Proceedings of the International Workshop on Technology for Hong Kong's Infrastructure Development*. Hong Kong: Commercial Press, 1991: 169 – 178.
- [11] SUHARDJO J. *Frequency domain techniques for control of civil engineering structures with some robustness considerations* [D]. Diss: University of Notre Dame, 1990.
- [12] DYKE S J. *Acceleration feedback control strategies for active and semi-active control systems: modeling, algorithm development, and experimental verification* [D]. Diss: Notre Dame, 1996.
- [13] ABDELAZIZ T H A, VALASEK M. Direct algorithm for pole placement by state-derivative feedback for multi-inputlinear systems-nonsingular case [J]. *Czech Digital Mathematics Library, Kybernetika*, 2005, 41(4): 637 – 660.
- [14] ABDELAZIZ T H S. Optimal control using derivative feedback for linear systems proceedings of the institution of mechanical engineers, Part I [J]. *Journal of Systems and Control Engineering*, 2010. 224(1): 185 – 202.
- [15] 安方, 陈卫东. 时滞加速度反馈的振动主动控制方法研究 [J]. *振动工程学报*, 2012, 25(4): 402 – 410.
(AN Fang, CHEN Weidong. Active vibration control using time-delayed acceleration feedback [J]. *Journal of Vibration Engineering* 2012, 25(3): 402 – 410.)
- [16] AN F, CHEN W D, SHAO M Q. Study on discrete acceleration feedback control with time delay [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2013, DOI: 1077546313493816.
- [17] AN F, CHEN W D, SHAO M Q. Dynamic behavior of time-delayed acceleration feedback controller for active vibration control of flexible structures [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(19): 4789 – 4809.
- [18] 詹训慧. 分布式压电智能结构的建模与振动控制 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2007.
(ZHAN Xunhui. *Modeling and vibration control of distributed piezoelectric smart structures* [D]. Heifei: University of Science Technology of China, 2007.)

作者简介:

安方 (1981–), 女, 博士, 工程师, 目前研究方向为水下结构振动噪声主动控制, E-mail: anfang@nuaa.edu.cn;

张万良 (1983–), 男, 硕士, 高级工程师, 目前研究方向为船舶振动噪声控制, E-mail: zhwl0931@163.com;

胡笑齐 (1969–), 男, 博士, 讲师, 目前研究方向为压电作动器及无阀泵的研究, E-mail: huxiaoqi163@163.com.