

## 基于混合整数规划的一般Petri网死锁检测方法

庄巧莉<sup>1</sup>, 戴文战<sup>2†</sup>, 王寿光<sup>2</sup>

(1. 浙江理工大学 信息学院, 浙江 杭州 310018; 2. 浙江工商大学 信息与电子工程学院, 浙江 杭州 310018)

**摘要:** 信标的受控性是检测柔性制造系统(flexible manufacturing system, FMS)Petri网模型是否存在死锁的关键因素. 对于普通Petri网, 在任何可达标识下所有信标不被清空是检测网系统非死锁的充分条件. 然而, 该条件对于建模能力更强的一般Petri网并不适用, max可控性条件由此产生. 研究证明, 该条件对于一般Petri网的死锁检测过于严格了. 虽然其后有很多研究者通过改进max可控性条件以求给出条件更宽松的一般Petri网非死锁的充分条件, 但大部分的研究成果都仅仅局限于一种顺序资源共享分配系统Petri网模型S<sup>4</sup>PR(systems of sequential systems with shared resources)网. 因此, 本文在max可控性条件的基础上提出了新的名为max#可控的信标可控性条件, 并在此条件的基础上实现了基于混合整数规划(mixed integer programming, MIP)的死锁检测方法. 与现有研究成果相比, max#可控性条件更宽松, 可适用于更多类型的一般网, 为解决大规模柔性制造系统中死锁监督控制器的结构复杂性问题提供了有力的理论支撑.

**关键词:** Petri网; 柔性制造系统; 死锁检测; 混合整数规划

中图分类号: TP273

文献标识码: A

## Deadlock detection method using mixed integer programming for generalized Petri nets

ZHUANG Qiao-li<sup>1</sup>, DAI Wen-zhan<sup>2†</sup>, WANG Shou-guang<sup>2</sup>

(1. School of Information Science and Technology, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou Zhejiang 310018, China;

2. School of Information and Electronic Engineering, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou Zhejiang 310018, China)

**Abstract:** The controllability of siphon is the key factor in detecting deadlocks which occur in the flexible manufacturing system based on Petri nets. The sufficient condition for deadlock-free detection of ordinary petri nets is that all siphons are not emptied. However, this condition can not be applied to general ones. Therefore, a condition named max-controlled for deadlock detection of generalized petri nets is proposed. In recent years, some conditions have been developed to try to obtain the general sufficient one because the max-controlled condition has been proved to be overly restrictive, but most of them are only applicable for S<sup>4</sup>PR (systems of sequential systems with shared resources) net. In this paper, a new condition named max#-controlled is introduced and the deadlock detection method based on MIP (mixed integer programming) is presented. Compared with previous conditions, the new one is more general to generalized petri nets and it can be a theoretical support for dealing with the structural complexity problems of liveness-enforcing supervisor in large scale of flexible manufacturing systems.

**Key words:** Petri net; flexible manufacturing system (FMS); deadlock detection; mixed integer programming (MIP)

### 1 引言(Introduction)

柔性制造系统是一种典型的资源分配系统, 其中的资源包括加工中心、机器人、传送带等. 这类系统根据预先设定的工艺线路并行地加工处理. 然而, 正是由于柔性制造系统中资源的高度共享性, 当各种不同类型工件的加工进程同时竞争有限资源时, 就会导致死锁现象的发生<sup>[1]</sup>. 因此, 研究并设计相应的死锁控制策略以杜绝死锁是柔性制造系统控制器设计时必须考虑和解决的问题. 信标与柔性制造系统Petri网

模型的活性密切相关, 因此很多基于Petri网的死锁控制方法的研究都围绕着信标展开<sup>[2-3]</sup>. 为了降低Petri网死锁控制器的结构复杂性, 利用信标可控性条件通过控制尽可能少的信标以达到简化控制器的目的, 是近年学者们的研究热点. 目前, 普通Petri网的信标可控性条件已经非常成熟. 如果信标在所有可达标识下均不被清空, 则该信标是可控的. 如果网系统中所有极小信标都是可控的, 则该网是无死锁的<sup>[4]</sup>. 为了降低死锁控制器的计算复杂性, Chu和Xie<sup>[5]</sup>提出了适

收稿日期: 2014-04-09; 录用日期: 2014-11-11.

†通信作者. E-mail: dwz@zjgsu.edu.cn;

国家自然科学基金项目(61374022, 61472361, 61100056), 浙江省杰出青年基金项目(LR14F020001)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61374022, 61472361, 61100056) and Zhejiang Province Science Fund for Distinguished Young Scholars (LR14F020001).

用于普通Petri网的基于混合整数规划(mixed integer programming, MIP)的死锁检测方法, 该方法可以在不遍历所有信标的前提下验证系统有无死锁, 给死锁的研究提供了一种很好的思路。其后, Huang等<sup>[6]</sup>在该理论的基础上针对S<sup>3</sup>PR(systems of simple sequential processes with resources)网<sup>[7]</sup>提出了基于MIP的迭代死锁控制策略。然而, 对于建模能力更强的一般Petri网, 由于其弧的权值大于1, 使得对该类网的死锁状态的检测比普通Petri网要复杂得多。为此, Barkaoui等<sup>[8]</sup>在研究了一般Petri网中信标控制的方法后, 首次提出了信标满足max可控性是一般Petri网非死锁的充分条件, 然而该条件过于严格了, 基于该条件设计的死锁控制器具有较高的结构复杂性, 并且使被控系统的行为受到很大限制<sup>[9]</sup>。虽然其后Chao<sup>[10]</sup>, Li<sup>[11]</sup>, Liu<sup>[12]</sup>, 傅健丰<sup>[13]</sup>等诸多研究者均通过改进Barkaoui的max可控性条件以求给出条件更宽松的一般Petri网活性的充分条件, 但大部分的研究成果都仅仅局限于S<sup>4</sup>PR网<sup>[12]</sup>, 一种特殊的一般网。近年来, 赵咪等<sup>[14-17]</sup>提出的通过求解非可控信标以检测系统死锁状态的MIP方法仍然基于max可控性条件。因此, 本文在上述工作的研究基础上, 进一步放宽了Barkaoui的max可控性条件, 提出了新的名为max#可控的信标可控性条件, 并在此条件的基础上实现了基于MIP的死锁检测方法。与已有的其他条件相比, 该条件更宽松, 可适用于更多类型的一般网, 为解决大规模柔性制造系统中死锁监督控制器的结构复杂性问题提供了有力的理论支撑。

## 2 Petri网的基本概念(Basics of Petri nets)

Petri网(结构)<sup>[18]</sup>是一个四元组 $(P, T, F, W)$ ,  $P$ 和 $T$ 分别称为库所和变迁的集合,  $P$ 和 $T$ 非空、有限且不相交;  $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ 称为流关系或有向弧的集合;  $W : F \rightarrow \mathbb{N}^+$ 是一个映射, 该映射为每一条弧分配一个权值。Petri网 $N = (P, T, F, W)$ 称为普通网, 若 $\forall f \in F, W(f) = 1$ ; 否则,  $N$ 称为一般网。 $N$ 的标识 $M$ 是一个从 $P$ 到 $N$ 的映射,  $(N, M_0)$ 称为一个网系统或标识网,  $M_0$ 称为 $N$ 的初始标识。从 $M_0$ 可达的所有标识的集合称为 $(N, M_0)$ 的可达集, 记为 $R(N, M_0)$ 。令 $x \in P \cup T$ 是Petri网 $N = (P, T, F, W)$ 的节点,  $x$ 的前置集 $\cdot x$ 定义为 $\cdot x = \{y \in P \cup T | (y, x) \in F\}$ ,  $x$ 的后置集 $x^\cdot$ 定义为 $x^\cdot = \{y \in P \cup T | (x, y) \in F\}$ 。若 $x$ 是库所, 其前置集中的元素称为其输入变迁, 后置集中的元素称为其输出变迁。若 $x$ 是变迁, 其前置集中的元素称为其输入库所, 后置集中的元素称为其输出库所。如果变迁的输入库所集为空, 则称该变迁为源变迁。变迁在标识 $M$ 下是使能的当且仅当 $\forall p \in \cdot t, M(p) \geq \sum M(p, t)$ , 记为 $M[t]$ 。变迁 $t \in T$ 是活的当且仅当 $\exists M \in R(N, M_0), \exists M' \in R(N, M_0), M'[t]$ 。称 $(N, M_0)$ 是无死锁的当且仅当 $\forall M \in R(N, M_0), \exists t \in T, M[t]$ 。称 $(N, M_0)$ 是活的当且仅当 $\forall t \in T, t$ 在 $M_0$ 下是活的。非空集合 $S \subseteq P$ 为信标当且仅当 $\cdot S \subseteq S^\cdot$ 。信标 $S$ 为极小的当且仅当 $S$ 不包含其他任何信标作为它的真子集。 $S$ 在 $M$ 下为可被清空的信标当且仅当 $M(S) \equiv \sum_{p \in P} M(p) = 0$ 。

**3 普通Petri网MIP死锁检测法(Deadlock detection method based on MIP for ordinary Petri nets)**

对于普通Petri网, MIP死锁检测方法的核心思想是检测网系统 $N = (P, T, F)$ 在标识 $M$ 下是否存在可被清空的信标。如果在所有的可达标识下都不存在可被清空的信标, 则该网是无死锁的。

**定理 1<sup>[5]</sup>** 给定结构有界网 $(N, M_0)$ 中的一个状态 $M \in R(N, M_0)$ ,  $M$ 下最大可被清空的信标 $S = \{p \in P | v_p = 0\}$ ,  $v_p, p \in P$ 可由下列整数规划获得:

$$\begin{aligned} G(M) &= \min \sum_{p \in P} v_p, \\ \text{s.t. } z_t &\geq \sum_{p \in \cdot t} v_p - |\cdot t| + 1, \quad \forall t \in T, \end{aligned} \quad (1)$$

$$v_p \geq z_t, \quad \forall (t, p) \in F, \quad (2)$$

$$v_p \geq \frac{M(p)}{\text{SB}(p)}, \quad \forall p \in P, \quad (3)$$

$$v_p, z_t \in \{0, 1\}, \quad (4)$$

$$M = M_0 + CY, \quad M \geq 0, Y \geq 0, \quad (5)$$

其中: SB是结构的界值,  $\text{SB}(p) = \max\{M(p) | M = M_0 + CY, M \geq 0, Y \geq 0\}$ 。

**定理 2<sup>[5]</sup>** 令 $N = (P, T, F)$ 是一个结构有界网。若 $G(M) = |P|$ , 则 $(N, M_0)$ 不包含可被清空的信标。

尽管MIP问题的求解是NP-hard, 但是, 对于由空信标引起死锁的结构有界Petri网来说, MIP死锁检测方法不需要求解所有的信标, 且对初始标识不敏感, 因此, 该方法仍不失为一种有效的死锁检测方法。然而定理1-2给出的MIP死锁检测方法对于弧权值大于1的一般Petri网并不适用, 因为空信标的产生并不是引起一般Petri网死锁的充分必要条件。

## 4 max#可控性条件(Max#-controllable condition for deadlock detection)

对于一般Petri网而言, 信标的非充分标识是死锁产生的原因。虽然近些年已有部分学者取得了一些研究成果, 但关于信标非充分标识的界定仍然是一个研究热点。其中, Barkaoui的信标最大受控特性<sup>[8]</sup>因为其对一般Petri网的普遍适用性, 在网系统的死锁检测上一直占有着非常重要的地位。许多针对一般Petri网的非死锁监督控制器都是在该理论的

基础上设计的.

**定义1<sup>[8]</sup>** 令  $S \subseteq P$  是网  $N = (P, T, W, M_0)$  的一个信标, 如果  $\exists p \in S$  使得  $M(p) \geq \max_{t \in p} W(p, t)$ , 则称  $S$  在标识  $M$  下是 max 标记的.

**定义2<sup>[8]</sup>** 令  $S \subseteq P$  是网  $N = (P, T, W, M_0)$  的一个信标, 如果  $S$  在每个可达标识下都是 max 标记的, 则  $S$  称为 max 可控的.

**定义3<sup>[8]</sup>** 称 Petri 网  $(N, M_0)$  满足信标的最大受控特性(max-cs-property), 当  $(N, M_0)$  中的每一个极小信标都是 max 可控的.

**定理3<sup>[8]</sup>** 若 Petri 网  $(N, M_0)$  的每一个极小信标都是 max 可控的, 那么它是无死锁的.

图1所示一般 Petri 网  $(N, M_0)$  的初始状态  $M_0 = 5p_7 + 4p_8 + 6p_9 + 6p_{10} + 6p_{11}$ , 当  $t_1, t_4, t_7$  分别激发一次后到达状态

$$\begin{aligned} M &= p_1 + p_3 + p_5 + 2p_7 + 2p_8 + \\ &\quad 5p_9 + 5p_{10} + 5p_{11}, \end{aligned}$$

$$S = \{p_2, p_4, p_6, p_7, p_8\}$$

是  $(N, M_0)$  唯一的一个极小信标. 因为对信标  $S$  中的资源库所  $p_7$  和  $p_8$  分别有

$$M(p_7) = 2 \geq \max_{t \in p_7} W(p_7, t) = 2$$

和

$$M(p_8) = 2 \geq \max_{t \in p_8} W(p_8, t) = 2,$$

所以信标  $S$  在  $M$  下是 max 标记的. 通过对网系统的所有可达标识分析可知,  $S$  在  $\forall M \in R(N, M_0)$  下都是 max 标记的, 因此  $S$  是 max 可控的, 根据定理3, 该网是无死锁的.

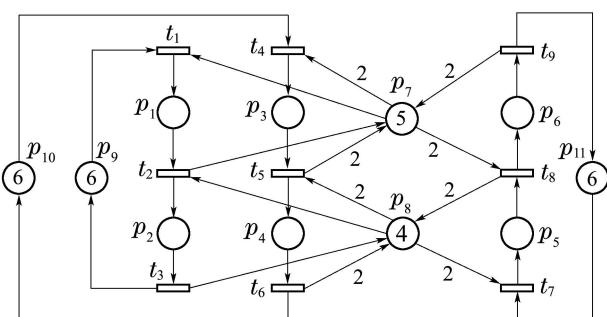


图1 满足max-cs-property的无死锁的一般Petri网

Fig. 1 A deadlocks-free generalized petri net satisfies max-cs-property

然而, 定理3仅仅是一个充分非必要条件, 以该信标可控性条件作为检验网系统是否存在死锁的条件过于严格了. 如图2所示, 一般 Petri 网  $(N, M_0)$  的

初始状态  $M_0 = 3p_7 + 3p_8 + 6p_9 + 6p_{10} + 6p_{11}$ , 在  $t_1, t_4, t_7$  分别被激发一次的后到达状态

$$M = p_1 + p_3 + p_5 + p_8 + 5p_9 + 5p_{10} + 5p_{11}.$$

$S = \{p_2, p_4, p_6, p_7, p_8\}$  是  $(N, M_0)$  唯一的一个极小信标, 在状态  $M$  下有

$$M(p_2) = M(p_4) = M(p_6) = 0,$$

$$M(p_7) = 0 < W(p_7, t_4),$$

$$M(p_8) = 1 < M(p_8, t_5),$$

因此  $S$  在  $M$  下是非 max 标记的. 然而由可达性分析可知, 该网是无死锁的, 由此可说明定理3并不适用于该类型 Petri 网模型的死锁检测.

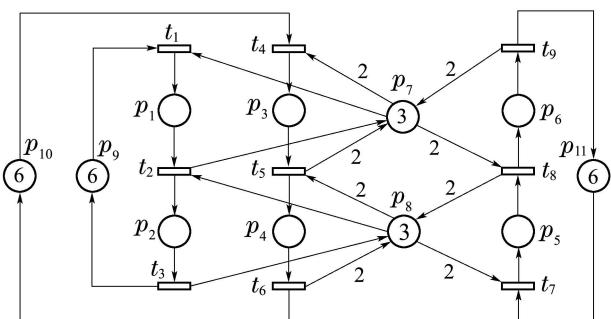


图2 信标不满足max可控性条件但满足max#可控性条件的无死锁的一般Petri网

Fig. 2 A deadlocks-free generalized petri net with siphons being non-max-controlled but max#-controlled

为了给出更宽松的信标可控性条件, 使该可控性条件能够适用于更多类型的 Petri 网系统, 本文提出了一种新的名为 max# 可控的信标可控性条件, 通过判断所有极小信标是否 max# 可控以检测系统的死锁状态.

**定义4** 令  $S \subseteq P$  是网  $N = (P, T, W, M_0)$  的一个信标, 如果  $\exists p \in S, M(p) \geq \max_{t \in p} W(p, t)$  或  $\exists t \in T, t$  使能, 则称  $S$  为状态  $M \in R(N, M_0)$  下的一个 max# 标记的信标.

**定义5** 令  $S \subseteq P$  是网  $N = (P, T, W, M)$  的一个信标, 如果  $S$  在每个可达标识下都是 max# 标记的, 则  $S$  称为 max# 可控的.

**定理4** 若 Petri 网中所有极小信标都是 max# 可控的, 那么它是无死锁的.

**证(反证)** 假设网  $(N, M_0)$  是死锁的. 根据网死锁的定义, 存在一个可达的死标识  $M$ , 在  $M$  下,  $\forall t \in T, t$  非使能. 由已知条件可知, 网  $(N, M_0)$  中所有的极小信标都是 max# 可控的, 因此在  $M$  下, 所有极小信标都是 max# 标记的. 根据定义4中关于信标 max# 标记的条件有, 对于  $(N, M_0)$  中的所有极小信

标 $S$ , 在 $M$ 下,  $\exists p \in S$ , 满足 $M(p) \geq \max_{t \in p^\bullet} W(p, t)$ . 由定义1可知,  $S$ 在 $M$ 下是max标记的. 根据定理3, 如果在 $M$ 下,  $(N, M_0)$ 的所有极小信标都是max标记的, 则一定 $\exists t \in T, t$ 使能. 结论与假设矛盾, 定理得证.

对于如图2所示的一般Petri网, 在 $t_1, t_4, t_7$ 分别激发一次后的状态 $M = p_1 + p_3 + p_5 + p_8 + 5p_9 + 5p_{10} + 5p_{11}$ 下, 对网 $(N, M_0)$ 中唯一的一个极小信标 $S = \{p_2, p_4, p_6, p_7, p_8\}$ , 有 $t_2 \in p_2^\bullet$ 且 $t_2$ 使能, 因此 $S$ 满足定义4的条件, 在状态 $M$ 下为max#标记的信标. 由可达性分析可知, 该网的唯一极小信标 $S$ 在所有可达标识下均为max#标记的, 即 $S$ 为max#可控的, 因此, 该网是无死锁的.

由以上对图2的分析也可看出, 对于图2所示类型的一般Petri网, 通过检测是否存在非max可控信标以判定该网是否存在死锁的方法已不再适用, 基于max#可控性条件的死锁检测法更加有效.

与定义2的max可控性条件相比, 定义5的可控性条件更宽松. 事实上, 定义5的条件包含了定义2. 显然, 其max#标记的前一个条件正是定义2中信标max标记的条件. 在某些可达标识下, 如果信标 $S$ 是非max标记的, 只要其满足 $\exists p \in S, \exists t \in p^\bullet, t$ 使能, 则该信标仍被判定为max#标记的. 因此, 定义5的max#可控性条件是对定义2的max可控性条件的扩展, 拓宽了定义2中对信标可控性检测的严格限制.

## 5 基于max#可控性条件的MIP死锁检测法 (Deadlock detection method of MIP based on max#-controlled condition)

根据定义4, 下面给出在给定状态 $M \in R(N, M_0)$ 下求取网系统中最大的非max#标记的信标的算法.

**算法1** 求取网 $(N, M_0)$ 在可达状态 $M$ 下最大的非max#标记的信标.

**输入:** Petri网 $(N, M_0)$ 和可达状态 $M \in R(N, M_0)$ , 其中 $N = (P, T, W)$ .

**输出:** 状态 $M$ 下最大的非max#标记的信标.

1.  $S := P$
2. **while**( $\exists p \in P$ 满足 $M(p) \geq \max_{t \in p^\bullet} W(p, t)$ )  
**do**
3.    $P := P \setminus \{p\}$ ;
4.    $S := S \setminus \{p\}$ ;
5.   **while**( $\exists t \in T$ 且 $t$ 是使能变迁)**do**
6.      $P := P \setminus t^\bullet$
7.      $S := S \setminus t^\bullet$
8.   **while**( $\exists t \in T$ 且 $t$ 是源变迁)**do**

9.        $T := T \setminus \{t\}$
10.       $P := P \setminus t^\bullet$
11.       $S := S \setminus t^\bullet$
12.     **end while**
13.     **end while**
14.   **end while**
15.   **输出** $S$

根据算法1和定理4, 如果一个Petri网在所有的可达标识下求得的最大的非max#标记的信标均为空, 则该网是无死锁的. 然而, 该死锁检测法的实现需要遍历Petri网的所有可达状态. 对于大规模的柔性制造系统而言, 这将会带来计算复杂度高和状态爆炸问题. 为此, 本文根据算法1和定理4实现了基于MIP的死锁检测法(定理5和定理6). 与算法1和定理4相比, 该方法通过状态方程求得系统状态, 避免了对系统可达状态的遍历, 因此在计算上更为高效.

对于结构有界网, 算法1所求的最大的非max#标记的信标可通过引入4个二进制指示符 $v_p, z_t, e_{pt}$ 和 $e_t$ 转化为混合整数规划问题来解决. 其中:  $v_p = 1\{p \notin S\}$ 表示 $p$ 不是算法所求信标 $S$ 中的库所,  $p$ 被移除;  $z_t = 1\{t \notin S^\bullet\}$ 表示 $t$ 不是算法所求信标 $S$ 的输出变迁,  $t$ 被移除;  $e_{pt} = 1\{M(p) \geq W(p, t)\}$ 用以标记库所 $p$ 的输出弧 $(p, t)$ 使能, 满足 $M(p) \geq W(p, t)$ ;  $e_t = 1\{t \in T, M[t]\}$ 用以标记 $t$ 为使能变迁.

**定理5** 给定结构有界网 $(N, M_0)$ 中一个状态 $M \in R(N, M_0)$ ,  $M$ 下最大的非max#标记的信标 $S = \{p \in P | v_p = 0\}$ ,  $v_p, p \in P$ 可由以下整数规划方法获得:

$$\begin{aligned} G(M) &= \min \sum_{p \in P} v_p, \\ \text{s.t. } z_t &\geq \sum_{p \in t^\bullet} v_p - |t^\bullet| + 1, \quad \forall t \in T, \end{aligned} \quad (6)$$

$$v_p \geq z_t, \quad \forall (t, p) \in F, \quad (7)$$

$$e_{pt} \geq \frac{(M(p) - W(p, t) + 1)}{B(p)}, \quad \forall W(p, t) > 0, \quad (8)$$

$$v_p \geq e_{pt} - |p^\bullet| + 1, \quad \forall p \in P, z_t \neq 1, \quad (9)$$

$$e_t \geq \sum_{p \in t^\bullet} e_{pt} - |t^\bullet| + 1, \quad \forall t \in T, v_p \neq 1, \quad (10)$$

$$v_p \geq e_t, \quad \forall (t, p) \in F, \quad (11)$$

$$v_p, z_t, e_t, e_{pt} \in \{0, 1\}, \quad (12)$$

其中:  $B$ 是结构的界值,  $B(p) = \max\{M(p) | M = M_0 + CY, M \geq 0, Y \geq 0\}$ .

**证** 该定理是解一个线性规划问题. 根据算法1中的步骤2–4, 式(8)–(9)表示在任意状态 $M$ 下, 如

果 $\exists p \in P$ 使得 $M(p) \geq \max_{t \in p^{\cdot}} W(p, t)$ , 则 $v_p = 1$ ,  $p$ 被移除. 根据算法1中的步骤5–7, 式(8)和式(10)表示, 在任意状态 $M$ 下, 对于网中所有的使能变迁 $t$ 均有 $e_t = 1$ , 则由式(11)可得 $\forall p \in t^{\cdot}, v_p = 1$ , 即所有 $v_p = 1$ 的库所被移除. 根据算法1中的步骤8–11, 式(6)表示如果变迁 $t$ 的所有输入库所均被移除, 则 $z_t = 1$ ,  $t$ 被移除, 式(7)则说明对于 $\forall p \in t^{\cdot}$ , 如果 $z_t = 1$ 则 $v_p = 1$ . 运行算法1后, 所有 $v_p = 1$ 的库所和 $z_t = 1$ 的变迁都将被移除. 相反的, 对于该线性系统的任意解, 令 $S = \{p \in P | v_p = 0\}$ .  $\forall p \in S, v_p = 0$ , 从式(11)可知 $\forall t \in p^{\cdot}$ , 均有 $e_t = 0$ . 结合式(8)和式(10)得  $\sum_{p \in t^{\cdot}} e_{pt} \leq |t^{\cdot}| - 1$ , 即 $\forall t \in S^{\cdot}, \exists p \in t^{\cdot}$ 使得 $M(p) < W(p, t)$ ,  $t$ 为非使能的变迁. 同理,  $\forall p \in S, v_p = 0$ , 从式(9)可得  $\sum_{t \in p^{\cdot}} e_{pt} \leq |p^{\cdot}| - 1$ , 即 $\forall p \in S, \exists t \in p^{\cdot}$ 使得 $M(p) < W(p, t)$ . 因此, 结合约束(6)–(12), 可以获得任意状态下一个最大的非 $\max^{\#}$ 标记的信标, 当且仅当 $G(M) < |P|$ . 证毕.

**定理6** 令 $(N, M_0), N = (P, T, W)$ 为一Petri网,

若对于所有的状态 $M$ , 其中:  $M = M_0 + CY$ ,  $M \geq 0, Y \geq 0$ , 均有 $G(M) = |P|$ , 则 $(N, M_0)$ 是无死锁的.

**证** 根据定理5, 在结构有界网的某一状态 $M$ 下, 如果 $G(M) = |P|$ , 则说明网中所有库所对应的二进制指示符 $v_p$ 的取值均为1, 即在该状态下不存在非 $\max^{\#}$ 标记的信标. 如果在所有状态下, 均有 $G(M) = |P|$ , 则表明该网在所有可达标识下均不存在非 $\max^{\#}$ 标记的信标, 即网中所有信标都是 $\max^{\#}$ 可控的, 由定理4可知,  $(N, M_0)$ 是无死锁的.

图3所示为一具有27个库所、19个变迁的柔性制造系统Petri网模型, 其初始状态 $M_0 = 10p_8 + 10p_{12} + 10p_{18} + p_{19} + p_{20} + 2p_{21} + 5p_{22} + 3p_{23} + 6p_{24} + p_{25} + 3p_{26} + 3p_{27}$ , 当 $t_1, t_{10}, t_{14}$ 分别激发一次后到达状态 $M = p_1 + 9p_8 + p_9 + 9p_{12} + p_{13} + 9p_{18} + 2p_{21} + 3p_{22} + p_{23} + 2p_{26} + p_{27}$ . 借助于专业优化求解软件LINGO<sup>[19]</sup>, 在状态 $M$ 下, 定理5所述MIP优化问题求解可得 $G(M) = |P|$ . 可以验证, 在该网系统的所有可达标识下, 均计算可得 $G(M) = |P|$ . 由定理6可知该系统是无死锁的.

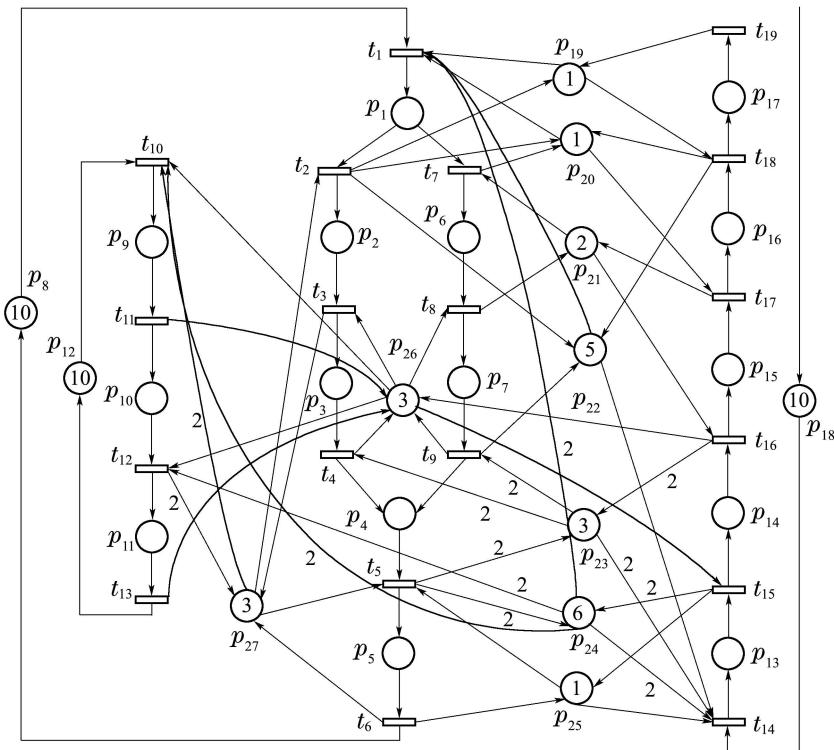


图3 无死锁的一般Petri网

Fig. 3 A generalized petri net with deadlock-free

可以看到, 定理6中的状态 $M$ 由Petri网状态方程求得. 根据Petri网基本理论, 任何一个可达标识都满足状态方程, 但满足状态方程的标识不一定是可达的<sup>[18]</sup>. 如果Petri网 $(N, M_0)$ 在所有满足状态方程

的标识 $M$ 下都有 $G(M) = |P|$ , 则 $(N, M_0)$ 在所有的可达标识 $M'$ 下也都有 $G(M') = |P|$ , 系统是无死锁的. 反之, 如果 $(N, M_0)$ 在某一满足状态方程的标识 $M$ 下有 $G(M) = |P|$ , 则该系统并不一定存在死锁,

因为 $M$ 不一定是该网的可达标识. 因此, 定理6仅仅是一个判断系统非死锁性的充分条件, 而非必要条件.

## 6 结论(Conclusions)

本文在研究已有的MIP死锁检测法的基础上, 分析了现有方法的局限性. 针对一般Petri网, 提出了通过计算最大的非max#标记的信标以检测网系统是否存在死锁的MIP方法. 该方法在放宽了Barkaoui的信标max可控性条件的基础上, 从网系统无死锁的定义出发, 给出了适用范围更广的MIP死锁检测方法. 但该算法仍然是网系统死锁的一个充分非必要条件, 因此, 今后的工作将着力于条件更宽松的针对一般Petri网的MIP死锁检测方法的研究, 提出适合于大规模柔性制造系统的死锁检测方法.

## 参考文献(References):

- [1] LI Z W, ZHOU M C. *Deadlock Resolution in Automated Manufacturing Systems: A Novel Petri Net Approach* [M]. New York: Springer, 2009.
- [2] WANG S G, WANG C Y, ZHOU M C. Controllability conditions of resultant siphons in a class of Petri nets [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2012, 42(5): 1206 – 1215.
- [3] LI Z W, LIU G Y, HANISCH H, et al. Deadlock prevention based on structure reuse of Petri net supervisors for flexible manufacturing systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2012, 42(1): 178 – 191.
- [4] EZPELETA J, COLOM J M, MARTINEZ J. A Petri net based deadlock prevention policy for flexible manufacturing systems [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1995, 11(2): 173 – 184.
- [5] CHU F, XIE X L. Deadlock analysis of Petri nets using siphons and mathematical programming [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1997, 13(6): 793 – 804.
- [6] HUANG Y S, JENG M D, XIE X L, et al. Deadlock prevention policy based on Petri nets and siphons [J]. *Internal Journal of Production Research*, 2001, 39(2): 283 – 305.
- [7] WANG S G, WANG C Y, ZHOU M C, et al. A method to compute strict minimal siphons in a class of Petri nets based on loop resource subsets [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2012, 42(1): 226 – 237.
- [8] BARKAOUI K, PRADAT-PEYRE J F. On liveness and controlled siphons in Petri nets [C] //Proceedings of the 17th International Conference on Applications and Theory of Petri Nets. Japan: IEEE, 1996, 1091: 57 – 72.
- [9] 徐姗姗, 董利达, 朱丹, 等. 一类活性Petri网控制器的冗余检测及结构简化 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(6): 673 – 682.  
(XU Shanshan, DONG Lida, ZHU Dan, et al. Redundancy detection and structure simplification for a class of liveness-enforcing Petri net supervisors [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(6): 673 – 682.)
- [10] CHAO D Y. Max'-controlled siphons for liveness of S<sup>3</sup>PGR<sup>2</sup> [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2007, 1(4): 933 – 936.
- [11] ZHONG C F, LI Z W. On self-liveness of a class of Petri net models for flexible manufacturing systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2010, 4(3): 403 – 410.
- [12] LIU G Y, LI Z W, ZHONG C F. Brief paper new controllability condition for siphons in a class of generalized Petri nets [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2010, 4(5): 854 – 864.
- [13] 傅健丰, 董利达, 徐姗姗, 等. 一种改进型的S<sup>4</sup>PR网活性条件 [J]. 自动化学报, 2013, 39(1): 1 – 8.  
(FU Jianfeng, DONG Lida, XU Shanshan, et al. An improved liveness condition for S<sup>4</sup>PR nets [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(1): 1 – 8.)
- [14] 赵咪, 李志武, 韦娜. 基于混合整数规划的非阻塞监督控制器设计 [J]. 自动化学报, 2009, 35(2): 180 – 185.  
(ZHAO Mi, LI Zhiwu, WEI Na. Non-blocking supervisor design using mixed integer programming [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2009, 35(2): 180 – 185.)
- [15] ZHAO M, LI Z W, HU H S. Suboptimal liveness-enforcing supervisor design for a class of generalized Petri nets using partial siphon enumeration and mathematical programming [J]. *International Journal of Systems Science*, 2010, 41(9): 1013 – 1026.
- [16] ZHAO M, HU Y F, LIU D. Liveness-enforcing supervisors synthesis for a class of generalized Petri nets based on two-stage deadlock control and mathematical programming [J]. *International Journal of Control*, 2010, 83(10): 2053 – 2066.
- [17] ZHAO M, HU Y F. An iterative method for synthesizing non-blocking supervisors for a class of generalized Petri nets using mathematical programming [J]. *Discrete Event Dynamic Systems*, 2013, 23(1): 3 – 26.
- [18] 吴哲辉. Petri网导论 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.  
(WU Zhehui. *Introduction to Petri Nets* [M]. Beijing: China Machine Press, 2006.)
- [19] Lindo Systems Inc. Premier optimization modeling tools [EB/OL]. Chicago: Lindo Systems, 2014. <http://www.lindo.com/>.

## 作者简介:

**庄巧莉** (1978–), 女, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为Petri网理论及离散事件系统的监督控制, E-mail: chocolatezql@gmail.com;

**戴文战** (1958–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为系统建模和智能控制, E-mail: dwz@jgsu.edu.cn;

**王寿光** (1977–), 男, 教授, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为Petri网理论与应用及离散事件系统的监督控制, E-mail: wsg5000@gmail.com.