

高超声速飞行器的调度离线预测控制

高海燕¹, 蔡远利^{1†}, 唐伟强²

(1. 西安交通大学 电子与信息工程学院, 陕西 西安 710049; 2. 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 本文将调度预测控制的思想应用于离线鲁棒预测控制, 设计了高超声速飞行器计算有效的调度离线预测控制器. 首先在不同的平衡点离线设计一系列控制规则, 实际实施时只需要在不同的控制器之间进行切换, 避免进行在线优化, 大幅度减少了在线计算时间. 通过估计局部控制器的稳定域, 保证了切换控制器的稳定性. 另外在确保良好控制品质的同时, 还能够保证所有输入和状态均在给定约束范围. 仿真试验表明, 提出的方法能够实现速度和高度较大范围的指令跟踪, 所有输入和状态均在给定约束范围内; 相比于在线鲁棒预测控制方法, 仿真运行时间减少, 可以实现高超声速飞行器的实时控制.

关键词: 高超声速飞行器; 多模型方法; 离线鲁棒预测控制; 切换稳定性

中图分类号: TJ765.2 文献标识码: A

Scheduled offline model predictive control for a generic hypersonic vehicle

GAO Hai-yan¹, CAI Yuan-li^{1†}, TANG Wei-qiang²

(1. School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an Shaanxi 710049, China;

2. School of Electrical Engineering and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China)

Abstract: A computationally efficient scheduled offline model predictive controller is designed for a generic hypersonic vehicle with the offline robust model predictive algorithm based on the idea of the scheduled model predictive control. Local predictive controllers are firstly designed offline around different equilibrium points, and the real-time implementation includes only the simple switching among local controllers; which avoids the on-line optimization, and the on-line computation time is reduced greatly. Through estimating the stable region of the local controllers, the stability of the scheduled controller is guaranteed. Moreover, the predictive control allows the input and the state constraints to be considered explicitly in the design phase; hence, the control performance and the constraints of the input and the states are guaranteed simultaneously. Simulation results show that the altitude and the velocity can track the reference signals in a relatively large scope with the input and the states in the given ranges. Compared with the well-known online robust model predictive control, the simulation time is greatly reduced, and the desired real-time control for the hypersonic vehicle is attainable.

Key words: hypersonic vehicle; multiple-model; offline robust model predictive control; switching stability

1 引言(Introduction)

高超声速飞行器飞行速度快、范围广, 气动特性和飞行动力学特性变化剧烈, 参数存在较强的不确定性, 攻角和舵偏等受到严格的约束条件限制^[1]. 因此对飞行控制系统有着较高的要求, 其控制系统必须能够保证输入和状态在给定的约束条件内并具有较强的鲁棒性.

近年来, 一些先进的控制策略被应用到高超声速飞行器的控制中, 如: 鲁棒控制^[2-5]、模型参考控制^[6]、自适应控制^[7-9]、自适应滑模控制^[10]、反步控制^[11]和参考输出跟踪控制^[12]等, 这些方法在不同方面改进了鲁棒跟踪性能, 但是这些方法均没有在设计

控制器时考虑控制和状态的约束, 只能通过参数调节或者通过设置参考轨迹的变化速率来保证输入和状态在给定的工作范围内, 且这是以牺牲部分控制性能为代价的. 文献[13]采用抗饱和设计方法对高超声速飞行器进行控制器设计, 该方法可以处理控制的约束, 但是控制加权参数的选取没有统一的方法, 且不能直接处理输出和状态约束.

预测控制在设计控制器时就考虑控制和状态的约束, 是非常有效的处理多变量、受约束系统的控制方法. 该方法可以在保证状态和控制约束的同时, 保证良好的闭环控制性能^[14]. 一经提出, 在工业和化学领域就获得了大量成功的运用^[15]. 但是由于预测控制需

要在每一个采样周期内求解一个优化问题, 所需要的计算时间较长, 不适用于高超声速飞行器这样的高动态系统. 近年来, 针对预测控制的在线计算时间问题, 提出了一些离线预测控制方法及其改进策略^[16-20], 把在线优化转化为离线进行, 在线时只需要进行插值计算, 大大地减小了计算时间, 为快时变系统的预测控制方法提供了有效的解决途径. 但是这些方法均是基于线性预测控制方法, 而实际的系统基本都为非线性系统, 当系统在大范围工作时, 采用线性预测控制方法不能得到好的控制性能, 甚至导致系统不稳定. 针对这个问题, 文献[21-22]提出了调度预测控制方法, 该方法首先在各个工作点的吸引域内离线设计相应的控制规则, 在线时只需要在不同的控制器之间切换. 这种方法不仅是计算有效的, 而且保证了控制器的稳定性, 可以应用于大范围工作的非线性系统. 但是, 由于这种方法在吸引域内只采用一个控制增益, 这必然带来一定的保守性. 针对这样的问题, 文献[23]把增益调度预测控制与离线预测控制方法相结合, 提出了多模型离线鲁棒预测控制方法. 但是, 该方法根据当前时刻状态处于最大椭圆吸引域来进行切换, 而采用的控制增益却是最大椭圆吸引域内部的状态对应的控制增益, 不能保证切换点处的控制输入满足约束条件.

为此, 本文将增益调度预测控制的思想应用于离线鲁棒预测控制, 提出调度离线预测控制方法. 该方法不仅继承了调度预测控制和离线多模型预测控制的优点, 而且能够保证所有的切换点均满足约束条件. 与传统的切换控制相比, 最大的优势在于: 该方法是一种基于稳定域的切换控制方法, 在线时根据当前时刻的状态所处的吸引域进行切换, 且离线设计的吸引域存在相互重叠的区域保证切换点在吸引域内, 保证了控制器的稳定切换. 与T-S模糊控制相比, 主要优势在于控制规则简单易行, 不需要像模糊控制那样需经过模糊化、模糊推理和清晰化转化等繁琐的转换过程.

结合高超声速飞行器的特点, 本文将调度离线预测控制方法应用于高超声速飞行器的控制系统设计中. 首先在不同的平衡点将高超声速飞行器的动力学模型进行小扰动线性化得到用于控制器设计的预测模型; 然后, 离线设计一系列相应的预测控制规则, 在线时采用二分搜索和线性搜索方法得到相应的控制规则; 最后作用到高超声速飞行器(非线性模型), 仿真结果验证了方法的有效性.

2 问题描述(Problem description)

2.1 高超声速飞行器纵向模型(Longitudinal model of hypersonic vehicle)

不失一般性, 考虑高超声速飞行器纵向运动, 其典型的非线性运动模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{(T \cos \alpha - D)}{m} - \frac{\mu \sin \gamma}{r^2}, \\ \dot{\gamma} = \frac{L + T \sin \alpha}{mV} - \frac{(\mu - V^2 r) \cos \gamma}{V r^2}, \\ \dot{h} = V \sin \gamma, \\ \dot{\alpha} = q - \dot{\gamma}, \\ \dot{q} = \frac{M_{yy}}{I_{yy}}, \end{cases} \quad (1)$$

式中: V 代表速度, γ 代表弹道倾角, h 代表飞行高度, α 代表攻角, q 代表俯仰角速率. 此外,

$$L = 0.5\rho V^2 S C_L,$$

$$D = 0.5\rho V^2 S C_D,$$

$$T = 0.5\rho V^2 S C_T,$$

$$M_{yy} = 0.5\rho V^2 S \bar{c}(C_M(\alpha) + C_M(\delta_e) + C_M(q)),$$

$$r = h + R,$$

$$C_L = 0.6203\alpha,$$

$$C_D = 0.645\alpha^2 + 0.0043378\alpha + 0.003772,$$

$$C_T = \begin{cases} 0.02576\beta, & \beta < 1, \\ 0.0224 + 0.00336\beta, & \beta > 1, \end{cases}$$

$$C_M(\alpha) = -0.035\alpha^2 + 0.036617\alpha + 5.3261 \times 10^{-6},$$

$$C_M(q) = \frac{\bar{c}}{2V} q(-6.796\alpha^2 + 0.3015\alpha - 0.2289),$$

$$C_M(\delta_e) = c_e(\delta_e - \alpha).$$

其他参数, 如转动惯量 I_{yy} , 质量 m , 地球半径 R 等, 见参考文献[10].

2.2 控制目标(Control object)

为了便于问题描述, 本文把系统(1)写成向量形式, 即

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}). \quad (2)$$

因为预测控制为离散算法, 把式(2)进行离散化, 可得

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)), \quad (3)$$

其中: $\mathbf{x} = (V, \gamma, h, \alpha, q)^T$ 为状态量, $\mathbf{u} = (\beta, \delta_e)^T$ 为控制量. 本文控制目标是利用舵面的偏转和发动机节流阀的开关, 使飞行器的速度和高度跟踪给定的指令信号.

3 调度预测控制基本原理及其改进策略(The fundamental principle of the scheduled model predictive control and the modified strategy)

3.1 鲁棒预测控制基本原理(The fundamental principle of the robust model predictive control)

考虑线性时变系统

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A(k)\mathbf{x}(k) + B(k)\mathbf{u}(k), \\ [A(k) \ B(k)] \in \Omega, \end{cases} \quad (4)$$

其中: \mathbf{u} 和 \mathbf{x} 分别为系统的控制量和状态量, Ω 定义为如下的“多胞”: $\Omega = \text{Co}\{[A_1 \ B_1], [A_2 \ B_2], \dots, [A_L \ B_L]\}$, 即存在 L 个非负系数 $\lambda_i(k), i \in \{1, \dots, L\}$, 使得 $\sum_{i=1}^L \lambda_i(k) = 1, [A(k)|B(k)] = \sum_{i=1}^L \lambda_i(k)[A_i|B_i]$.

控制及状态约束可表示为

$$|u_j(k+i/k)| \leq u_{j,\max}, i \geq 0, j = 1, 2, \dots, n_u, \quad (5)$$

$$|x_j(k+i/k)| \leq x_{j,\max}, i \geq 1, j = 1, 2, \dots, n_x. \quad (6)$$

鲁棒预测控制即对于系统(4), 最小化最坏情况的性能指标^[24]:

$$\min_{\mathbf{u}(k+i/k)} \max_{[A(k+i), B(k+i)] \in \Omega, i \geq 0} J_\infty(k),$$

$$J_\infty(k) = \sum_{i=0}^{\infty} [\|\mathbf{x}(k+i/k)\|_Q^2 + \|\mathbf{u}(k+i/k)\|_R^2].$$

引理 1^[24] (在线算法)对于系统(4), 在控制约束(5)和状态约束(6)条件下, 在每一个采样周期内最小化性能指标上界 γ , 即

$$\min_{\gamma, Q_t, X_t, Y_t, Z_t} \gamma, \quad (7)$$

$$\text{s.t.} \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{x}'(k) \\ \mathbf{x}(k) & Q_t \end{bmatrix} \geq 0, \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} Q_t & Q_t A_j^T + Y_t^T B_j^T & Q_t Q^{\frac{1}{2}} & Y_t^T R^{\frac{1}{2}} \\ A_j Q_t + B_j Y_t & Q_t & 0 & 0 \\ Q^{\frac{1}{2}} Q_t & 0 & \gamma I & 0 \\ R^{\frac{1}{2}} Y_t & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0, j = 1, 2, \dots, L, \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} X_t & Y_t \\ Y_t' & Q_t \end{bmatrix} \geq 0, X_{t,jj} \leq u_{j,\max}^2, j = 1, 2, \dots, n_u, \quad (10)$$

$$Z_t - Q_t \geq 0, Z_{jj} \leq x_{j,\max}^2, j = 1, 2, \dots, n_x. \quad (11)$$

通过求解式(7)–(11)得到状态反馈控制规则 $\mathbf{u}(k+i/k) = F\mathbf{x}(k+i/k), i \geq 0, F = Y_t Q_t^{-1}$, 椭圆不变集 $\varepsilon = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x} | \mathbf{x}' Q_t^{-1} \mathbf{x} \leq 1\}$. 若优化初始可行, 则闭环系统为鲁棒渐近稳定的.

引理 2^[16] 离线算法.

1) 离线设计椭圆不变集和相应的控制增益.

给定一系列离散状态点 $\mathbf{x}_i, i \in \{1, 2, \dots, N\}$, 用 \mathbf{x}_i 代替式(8)中的 $\mathbf{x}(k)$, 求解式(7)–(11)得到相应的控制增益 $F_i = Y_{t,i} Q_{t,i}^{-1}$ 和椭圆不变集 $\varepsilon_i = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x} | \mathbf{x}' Q_{t,i}^{-1} \mathbf{x} \leq 1\}$, 把 $Q_{t,i}^{-1}$ 和 F_i 存储在表中. 其中 \mathbf{x}_i 应该选择使其满足条件 $\varepsilon_i \subset \varepsilon_{i-1}, \forall i = 2, \dots, N$, 即对于每一个 $\mathbf{x}_i, i \neq N$, 应该满足条件

$$Q_{t,i}^{-1} - (A_i + B_i F_{i+1})^T Q_{t,i}^{-1} (A_i + B_i F_{i+1}) > 0,$$

$$l = 1, \dots, L.$$

2) 在线插值得到控制规则.

在线时, 根据当前时刻的状态, 在表中搜索包含当前时刻状态的最小椭圆 $Q_{t,i}^{-1}$, 即 $Q_{t,i}^{-1}$ 应满足

$$\|\mathbf{x}(k)\|_{Q_{t,i}^{-1}}^2 \leq 1, \|\mathbf{x}(k)\|_{Q_{t,i+1}^{-1}}^2 > 1,$$

$$i = 1, \dots, N-1,$$

或者 $\|\mathbf{x}(k)\|_{Q_{t,N}^{-1}}^2 \leq 1$, 实施控制规则

$$\mathbf{u}(k) = \begin{cases} (\alpha_i F_i + (1 - \alpha_i) F_{i+1}) \mathbf{x}(k), & i \neq N, \\ F_N \mathbf{x}(k), & i = N, \end{cases}$$

其中 α_i 应满足条件 $\mathbf{x}^T(k)(\alpha_i Q_{t,i}^{-1} + (1 - \alpha_i) Q_{t,i+1}^{-1}) \cdot \mathbf{x}(k) = 1$.

若初始状态满足条件 $\|\mathbf{x}(0)\|_{Q_{t,1}^{-1}}^2 \leq 1$, 则闭环系统是鲁棒渐近稳定的.

为了扩大离线预测控制的吸引域, 文献[21]采用如下引理来估计预测控制的吸引域:

引理 3^[21] 对于系统(4), 引理1的渐近稳定椭圆域为 $\psi = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x} | \mathbf{x}' R^{-1} \mathbf{x} \leq 1\}$, 其中 R 为如下优化问题的最优解 Q_t :

$$\max_{\gamma, Q_t, X_t, Y_t, Z_t} \log \det(Q_t), \text{ s.t. 式(9)–(11)}. \quad (12)$$

3.2 调度离线预测控制算法(The algorithm of the scheduled off-line model predictive control)

文献[21]在椭圆吸引域内采用一个控制增益, 这必然带来一定的保守性. 文献[23]虽然在吸引域内存在多个控制增益, 但是在切换点处采用的是与当前时刻状态内部的离散点对应的控制增益, 不能保证切换点处的控制满足约束条件. 因此, 本文借鉴增益调度预测控制的思想, 将其应用于离线鲁棒预测控制, 提出如下调度离线预测控制方法.

算法 1 调度离线预测控制方法.

1) 离线计算椭圆不变集及其相应的控制增益.

令 $j = 0$,

① 在平衡点 $(\mathbf{x}^{(j)}, \mathbf{u}^{(j)})$ 采用一个小扰动或者其他的模型转换方法近似非线性系统(3).

② 采用引理3设计第 j 个最大椭圆吸引域: $\phi^{(j)} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x} | (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)})^T (R^{(j)})^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}) \leq 1\}$.

③ 在吸引域 $\phi^{(j)}$ 内选择一系列 $\mathbf{x}_i (i = 1, \dots, N)$, 采用引理2计算状态相关的椭圆不变集、控制增益系列: $((Q_{t,i}^{(j)})^{-1}, F_i^{(j)} (= Y_{t,i}^{(j)} (Q_{t,i}^{(j)})^{-1})) (i = 1, \dots, N)$, 并存储在表 j 中. 在计算时把引理2中的约束条件(11)替换为

$$R^{(j)} - Q_t > 0. \quad (13)$$

从表 j 中提取出第1个状态 \mathbf{x}_1 对应的控制增益和吸引域存储在表 $M+1$ 中, 把这个吸引域记为 $\varepsilon_1^{(j)} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x} | (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)})^T (Q_{t,1}^{(j)})^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}) \leq 1\}$.

④ 选择平衡点 $(\mathbf{x}^{(j+1)}, \mathbf{u}^{(j+1)})$ 使其满足 $\mathbf{x}^{(j+1)} \in$

$\epsilon_1^{(j)}$. 令 $j := j + 1$, 转①, 直到吸引域 $\bigcup_{j=0}^M \epsilon_1^{(j)}$, $M = \max j$ 包含了所有期望的状态.

2) 在线插值计算.

假设给定的初始状态满足 $\mathbf{x}(0) \in \bigcup_{j=0}^M \epsilon_1^{(j)}$. 根据当前时刻状态 $\mathbf{x}(k)$ 在表 $M + 1$ 中搜索最小的指标 j , 使得 $\mathbf{x}(k) \in \epsilon_1^{(j)}$, 然后在表 j 中采用二分搜索算法搜索包含当前状态的最小椭圆, 即 $\mathbf{x}(k)$ 满足

$$\|\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}^{(j)}\|_{(Q_{t,i}^{(j)})^{-1}}^2 \leq 1,$$

则控制为 $\mathbf{u}(k) = (\alpha_i F_i^{(j)} + (1 - \alpha_i) F_{i+1}^{(j)}) (\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}^{(j)}) + \mathbf{u}^{(j)}$.

定理 1 对于非线性系统(3), 由算法1得到的吸引域 $\bigcup_{j=0}^M \epsilon_1^{(j)}$ 为初始平衡点 $(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{u}^{(0)})$ 的稳定域.

证 稳定性证明分两步进行.

1) 首先证明离线控制律的收敛性, 即离线控制律保证状态收敛到各个平衡点.

③中采用引理2, 在离散点 $\mathbf{x}_i (i = 1, \dots, N)$ 离线最小化时, 椭圆吸引域 $\epsilon_i = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x} | \mathbf{x}^T Q_{t,i}^{-1} \mathbf{x} \leq 1\}$ 的约束条件 $\epsilon_i \subset \epsilon_{i-1}, \forall i = 2, \dots, N$ 保证对于固定的点 \mathbf{x} , $\|\mathbf{x}\|_{Q_{t,i}^{-1}}^2$ 关于 i 是单调的, 使得在线进行二分查找时可以找到唯一的 i .

对于系统(4), 若给定的初始状态 $\mathbf{x}(0)$ 满足条件 $\|\mathbf{x}(0)\|_{Q_{t,1}^{-1}}^2 \leq 1$, 结合在线搜索控制规则, 构成闭环系统

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{cases} (A(k) + B(k)(\alpha_i F_i + (1 - \alpha_i) F_{i+1})) \mathbf{x}(k), \\ \|\mathbf{x}(k)\|_{Q_{t,i}^{-1}}^2 \leq 1, \|\mathbf{x}(k)\|_{Q_{t,i+1}^{-1}}^2 > 1, i \neq N, \\ (A(k) + B(k) F_N) \mathbf{x}(k), \\ \|\mathbf{x}(k)\|_{Q_{t,N}^{-1}}^2 \leq 1. \end{cases}$$

当 $\mathbf{x}(k)$ 满足条件 $\|\mathbf{x}(k)\|_{Q_{t,i}^{-1}}^2 \leq 1, \|\mathbf{x}(k)\|_{Q_{t,i+1}^{-1}}^2 > 1, i \neq N$ 时, 令

$$\begin{aligned} F(\alpha_i) &= \alpha_i F_i + (1 - \alpha_i) F_{i+1}, \\ (Q(\alpha_i))^{-1} &= \alpha_i Q_{t,i}^{-1} + (1 - \alpha_i) Q_{t,i+1}^{-1} > 0, \\ X(\alpha_i) &= \alpha_i X_{t,i} + (1 - \alpha_i) X_{t,i+1} > 0, \\ Z(\alpha_i) &= \alpha_i Z_{t,i} + (1 - \alpha_i) Z_{t,i+1} > 0, \end{aligned}$$

其中 α_i 满足条件:

$$\mathbf{x}^T(k) (Q(\alpha_i))^{-1} \mathbf{x}(k) = 1, 0 \leq \alpha_i \leq 1.$$

条件(9)和引理2中条件 $Q_{t,i}^{-1} - (A_l + B_l F_{i+1})^T Q_{t,i}^{-1} \cdot (A_l + B_l F_{i+1}) > 0 (l = 1, \dots, L)$ 保证

$$\begin{bmatrix} Q_{t,i}^{-1} & (A_l + B_l F(\alpha_i))^T \\ A_l + B_l F(\alpha_i) & Q_{t,i} \end{bmatrix} > 0, \\ l = 1, \dots, L,$$

即 $\mathbf{x}^T(k+1) Q_{t,i}^{-1} \mathbf{x}(k+1) < \mathbf{x}^T(k) Q_{t,i}^{-1} \mathbf{x}(k) \leq 1$, 即 $V(\mathbf{x}(k+1)) < V(\mathbf{x}(k))$, 所以控制规则保证当前时刻状态 $\mathbf{x}(k)$ 保持在椭圆吸引域 ϵ_i 内, 且收敛到内部的椭圆吸引域 ϵ_{i+1} .

$\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i+1}$ 满足式(10)–(11), 保证

$$\begin{bmatrix} X(\alpha_i) & F(\alpha_i) \\ * & (Q(\alpha_i))^{-1} \end{bmatrix} \geq 0, \\ X(\alpha_i)_{jj} \leq u_{j,\max}^2, j = 1, 2, \dots, n_u, \\ Z(\alpha_i) - Q(\alpha_i) \geq 0, Z(\alpha_i)_{jj} \leq x_{j,\max}^2, \\ j = 1, 2, \dots, n_x.$$

即状态和控制满足约束条件. 综上, 控制规则保证状态收敛的同时满足给定的输入和控制约束. 最后状态收敛到最小椭圆吸引域 ϵ_N, ϵ_N 内的控制规则 $\mathbf{u}(k) = F_N \mathbf{x}(k)$ 保证状态收敛到给定的平衡点.

2) 然后证明各个切换过程的稳定性.

假设当前时刻状态在椭圆吸引域 $\epsilon_1^{(j+1)}$ 内, 由1) 得到, 表 $j + 1$ 的控制律保证状态收敛于平衡点 $\mathbf{x}^{(j+1)}$, 而条件 $\mathbf{x}^{(j+1)} \in \epsilon_1^{(j)}, j = 0, \dots, M - 1$ 保证 $\epsilon_1^{(j+1)} \cap \epsilon_1^{(j)}$ 内存在一个切换点, 这个切换点使得控制器在到达平衡点 $\mathbf{x}^{(j+1)}$ 之前切换到表 j 中的控制规则. 表 j 中的控制规则保证状态逐渐收敛到平衡点 $(\mathbf{x}^{(j)}, \mathbf{u}^{(j)})$. 由条件 $\mathbf{x}^{(j)} \in \epsilon_1^{(j-1)}$ 及切换规则, 控制器在到达平衡点 $(\mathbf{x}^{(j)}, \mathbf{u}^{(j)})$ 之前切换到表 $j - 1$ 对应的控制规则, 这样依次切换, 最后, 状态到达 $\epsilon_1^{(0)}$ 内, 表 $j = 0$ 内的控制器保证状态最终收敛到期望的平衡状态 $\mathbf{x}^{(0)}$.

4 调度预测控制器设计(The design of the scheduled model predictive controller)

在预测控制中, 需要建立控制对象的预测模型. 为了便于问题求解, 本文采用小扰动线性化模型作为高超声速飞行器的预测模型.

4.1 建立预测模型 (Set up the predictive model)

选取平衡状态 $(V_0 = 4590.288 \text{ m/s}, h_0 = 33528 \text{ m}, \gamma = 0^\circ, q = 0 \text{ rad/s}, \alpha = 1.7897^\circ, \beta = 0.1762, \delta_e = -0.39^\circ)$, 把式(3)进行小扰动线性化作为预测模型, 记为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k), \\ \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k). \end{cases} \quad (14)$$

4.2 离线控制规则设计(Design the off-line control law)

1) 计算最大椭圆吸引域.

求解式(12)得到最大椭圆吸引域, 把吸引域投影到速度–高度坐标平面, 如图1中的黑色椭圆所示.

2) 计算不同离散状态点处的椭圆吸引域和控制增益.

由于本文的控制目标是使速度和高度跟踪给定的参考信号, 因此, 在设计控制增益时主要考虑速度和

高度方向的状态. 在1)中得到的最大椭圆吸引域内给定一系列相应的速度和高度的离散状态点:

$$V = [4420.3, 4454.3, 4488.3, 4522.3, 4556.3, 4573.3],$$

$$h = [33228, 33288, 33348, 33408, 33468, 33498].$$

根据算法1第③步计算给定离散状态点对应的控制增益和椭圆不变集, 将最大的椭圆吸引域和相应的控制增益存储在表 $M+1$ 中, 其他较小的椭圆吸引域系列和相应的控制增益系列存储在表 j 中. 将椭圆不变集投影到速度-高度坐标平面, 如图1中灰色的椭圆所示.

3) 选取下一个平衡状态, 重复设计各个平衡状态的椭圆吸引域和控制增益.

在表 $M+1$ 的椭圆吸引域内选取一个平衡点, 进行小扰动线性化, 然后重复1)和2)的设计过程. 得到相应的最大椭圆吸引域和各个吸引域内的椭圆不变集及其控制增益系列, 如图2所示. 其中图中的#0, #1, #2表示相应的灰色最大椭圆吸引域在表 $M+1$ 中的顺序, 也即局部控制器的设计顺序.

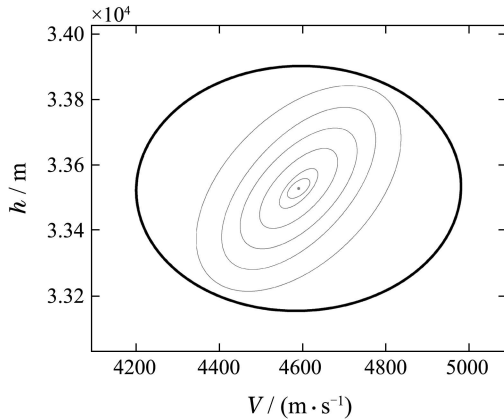


图1 第一个平衡点对应的最大椭圆吸引域及其内部的椭圆不变集系列

Fig. 1 The largest elliptical attractive domain and the elliptical invariant set series with respect to the first trim point

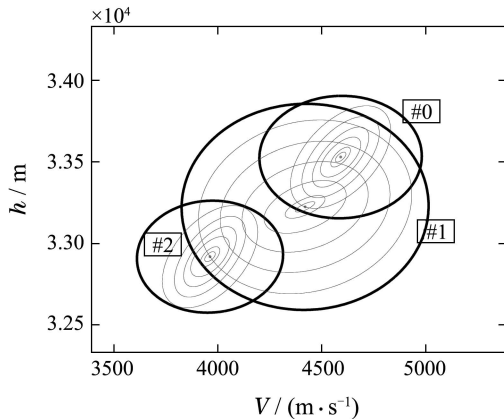


图2 各个平衡点对应的最大椭圆吸引域及其相应的椭圆不变集系列

Fig. 2 The largest elliptical attractive domains and the elliptical invariant set series with respect to the trim points

4.3 在线实施控制(Implement the control on-line)

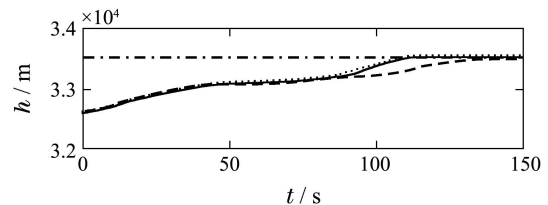
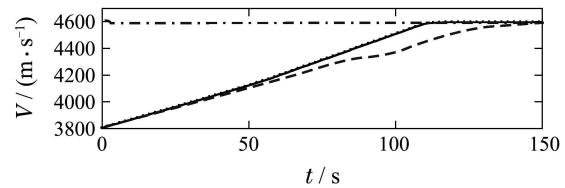
在线时, 在表 $M+1$ 采用线性搜索, 搜索包含当前状态的最小的 $j(j=0, 1, 2)$. 然后在表 $j(j=0, 1, 2)$ 中搜索包含当前状态的最小椭圆, 实施相应的控制规则. 由于本文在设计控制器时是对偏量系统进行设计的, 因此, 在实施控制规则时, 应在控制量中加上相应的平衡点才能施加到原来的非线性系统中.

5 仿真结果及其分析(Simulation results and analysis)

假设图1中的平衡点为期望的巡航状态, 给定初始速度和高度分别为 $V_0 = 3810 \text{ m/s}$, $h_0 = 32614 \text{ m}$, 采用文献[21](调度预测控制)和文献[23](离线多模型预测控制)及其本文提出的调度离线预测控制进行对比仿真. 其中控制和状态的加权参数选取为合适维数的单位矩阵, 考虑攻角约束 $-4^\circ/57.3 \leq \alpha \leq 8^\circ/57.3$, 节流阀设定值约束 $0 \leq \beta \leq 3$, 升降舵偏转角的约束 $-20^\circ/57.3 \leq \delta_e \leq 20^\circ/57.3$. 仿真结果如图3所示, 图中实线表示本文所提出的调度离线预测控制方法, 虚线表示文献[21]中的调度预测控制方法, 点线表示文献[23]中的离线多模型预测控制方法. 所有的仿真均是在 Intel(R) Pentium(R) Dual E2200@2.2GHz 2.19GHz, 1.98GB, MATLAB 2010b上进行的.

从图3的速度和高度跟踪曲线可以看出: 3种方法均可实现对速度和高度的准确跟踪, 调度预测控制的收敛速度较慢, 这是由于在椭圆吸引域内仅采用一个控制增益带来的保守性引起的. 从图3中节流阀设定值变化曲线可以看到采用调度预测控制和离线多模型预测控制在切换点处节流阀设定值均超出了给定的约束范围, 这是由于在切换点处这两种方法均根据最大椭圆吸引域进行切换, 采用当前时刻状态内部的控制增益引起的.

在所进行的150s仿真中, 采用调度离线预测控制方法仿真运行时间为66.454s, 离线多模型预测控制方法仿真运行时间为66.858s, 调度鲁棒预测控制方法仿真运行时间为50.98s. 说明这3种方法均是计算有效的, 能够满足高超声速飞行器快时变的实时控制要求.



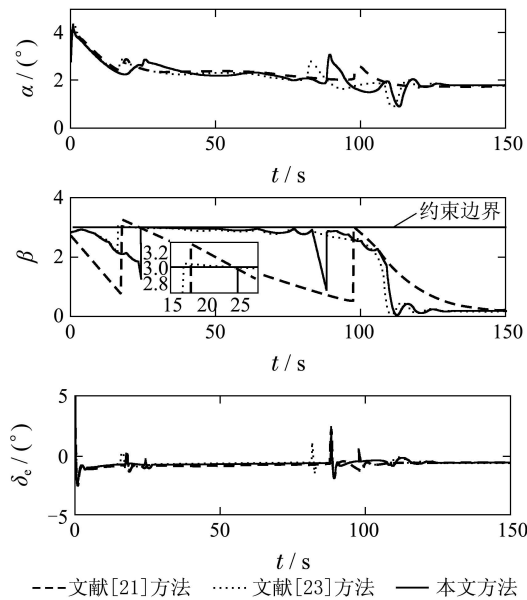


图 3 3种调度方法的对比仿真结果

Fig. 3 The contrasted simulation results of three scheduled methods

在线预测控制算法由于在每一个采样时间内需要求解关于线性矩阵不等式的优化问题, 需要的计算时间较长. 为了进一步说明本文提出算法的可行性, 采用在线鲁棒预测控制方法(引理1中的在线算法)进行对比仿真分析. 给定初始速度和高度分别为 $V_0 = 4437.888 \text{ m/s}$, $h_0 = 33223.2 \text{ m}$, 所有的约束条件及其仿真参数设置与前面的设置是相同的, 仿真结果如图4所示.

在进行的40s仿真计算中, 采用在线鲁棒预测控制方法仿真运行时间为126.553s, 而采用调度离线预测控制仿真运行时间为33.877s. 说明采用在线鲁棒预测控制不能满足控制器的实时性要求, 而采用调度离线预测控制大大地减小了在线计算时间, 可以满足实时性的要求. 但是从图4的仿真结果可以看到, 采用在线鲁棒预测控制算法, 速度和高度具有更好的跟踪性能. 说明调度离线预测控制方法是以牺牲部分控制性能为代价换取计算时间的, 这是因为在调度离线预测控制算法中, 控制律是以次优解来代替在线算法中的最优解的.

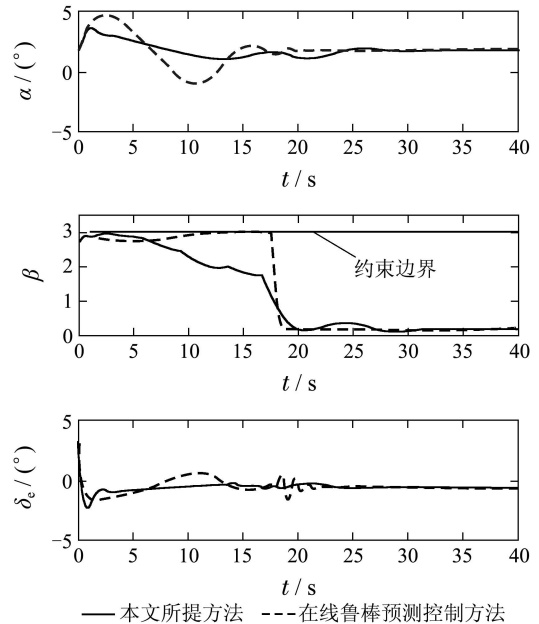
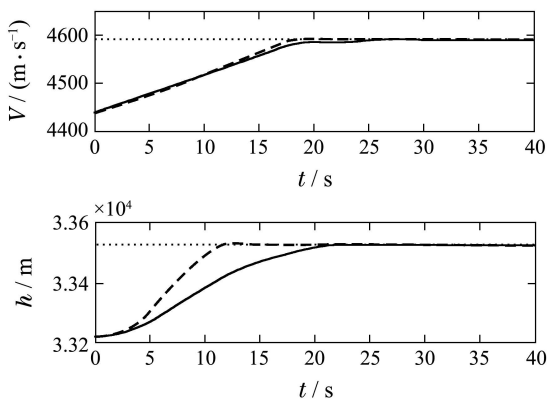


图 4 本文方法与在线鲁棒预测控制的对比仿真结果

Fig. 4 The contrasted simulation results of the on-line robust model predictive control and the proposed method

6 结论(Conclusion)

本文根据高超声速飞行器的特点, 提出了调度离线预测控制设计方法. 该方法的主要优势在于不仅保证了控制和状态在给定的约束条件内, 保证了切换系统的稳定性, 而且是计算有效的, 可以保证对高超声速飞行器的实时控制. 通过仿真对比, 结果验证了本文算法的优越性.

参考文献(References):

- [1] 黄琳, 段志生, 杨剑影. 近空间高超声速飞行器对控制科学的挑战 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(10): 1496 – 1505. (HUANG Lin, DUAN Zhisheng, YANG Jianying. Challenges of control science in near space hypersonic aircrafts [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(10): 1496 – 1505.)
- [2] BUSCHEK H, CALISE A J. Uncertainty modeling and fixed-order controller design for a hypersonic vehicle model [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1997, 20(1): 42 – 48.
- [3] MARRISON C M, STENGEL R F. Design of robust control systems for a hypersonic aircraft [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(1): 58 – 63.
- [4] WANG Q, STENGEL R F. Robust nonlinear control of a hypersonic aircraft [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, 23(4): 577 – 585.
- [5] SIGTHORSSON D O, JANKOVSKY P, SERRANI A, et al. Robust linear output feedback control of an air-breathing hypersonic vehicle [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(4): 1052 – 1066.
- [6] WILCOX Z D, MACKUNIS W, BHAT S, et al. Lyapunov-based exponential tracking control of a hypersonic aircraft with aerothermoelastic effects [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2010, 33(4): 1213 – 1224.
- [7] MOOIJ E. Numerical investigation of model reference adaptive control for hypersonic aircraft [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001, 24(2): 315 – 323.

- [8] FIORENTINI L, SERRANI A, BOLENDER M A, et al. Nonlinear robust adaptive control of flexible air-breathing hypersonic vehicles [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(2): 402 – 417.
- [9] 高道祥, 孙增圻, 罗能, 等. 基于Backstepping的高超声速飞行器模糊自适应控制 [J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(5): 805 – 810. (GAO Daoxiang, SUN Zengqi, LUO Neng, et al. Fuzzy adaptive control for hypersonic vehicle via backstepping method [J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(5): 805 – 810.)
- [10] XU H J, MIRMIRANI M D, IOANNOU P A. Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, 27(5): 829 – 838.
- [11] XU B, SUN F C, YANG C G, et al. Adaptive discrete-time controller design with neural network for hypersonic flight vehicle via backstepping [J]. *International Journal of Control*, 2011, 84(8): 1543 – 1552.
- [12] LI H Y, WU L G, GAO H J, et al. Reference output tracking control for a flexible air-breathing hypersonic vehicle via output feedback [J]. *Optimal Control Applications and Methods*, 2011, 33(4): 461 – 487.
- [13] KEVIN P G, ANDREA S, STEPHEN Y. Anti-windup control for an air-breathing hypersonic vehicle model [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. Colorado: AIAA, 2006: 1 – 14.
- [14] MAYNE D Q, RAWLINGS C W, RAO C V, et al. Constrained model predictive control: stability and optimality [J]. *Automatica*, 2000, 36(6): 789 – 814.
- [15] LEE J H. Model predictive control: review of the three decades of development [J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2011, 9(3): 415 – 424.
- [16] WAN Z Y, KOTHARE M V. An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities [J]. *Automatica*, 2003, 39(5): 837 – 846.
- [17] BEMPORAD A, MORARI M, DUA V, et al. The explicit linear quadratic regulator for constrained systems [J]. *Automatica*, 2002, 38(1): 3 – 20.
- [18] PISTIKOPOULOS E N, DUA V, BOZINIS N A, et al. On-line optimization via off-line parametric optimization tools [J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2002, 26(2): 175 – 185.
- [19] DING B C, XI Y G, CYCHOWSKI M T, et al. Improving off-line approach to robust MPC based-on nominal performance cost [J]. *Automatica*, 2007, 43(1): 158 – 163.
- [20] 丁宝苍, 杨鹏, 孙鹤旭, 等. 离线鲁棒预测控制器综合方法的改进方案 [J]. *控制与决策*, 2005, 20(3): 312 – 315. (DING Baocang, YANG Peng, SUN Hexu, et al. Improved off-line synthesis approach of robust model predictive control [J]. *Control and Decision*, 2005, 20(3): 312 – 315.)
- [21] WAN Z Y, KOTHARE M V. Efficient scheduled stabilizing model predictive control for constrained nonlinear systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2003, 13(3/4): 331 – 346.
- [22] WAN Z Y, KOTHARE M V. A framework for design of scheduled output feedback model predictive control [J]. *Journal of Process Control*, 2008, 18(3/4): 391 – 398.
- [23] TAO X Y, LI N, LI S Y. Multiple-model off-line predictive control for fast time-varying systems [C] // *25th Chinese Control and Decision Conference*. Shenyang: Northeastern University press, 2013: 732 – 737.
- [24] KOTHARE M V, BALKRISHNANS V, MORARIS M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities [J]. *Automatica*, 1996, 32(9): 1361 – 1379.

作者简介:

高海燕 (1986–), 女, 博士研究生, 主要研究方向为飞行器的制导与控制、预测控制算法研究, E-mail: g.a.o.haiyan@stu.xjtu.edu.cn;

蔡远利 (1963–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为现代控制理论及应用、复杂系统建模与仿真、飞行器制导与控制、飞行动力学等, E-mail: ylicai@mail.xjtu.edu.cn;

唐伟强 (1978–), 男, 博士, 讲师, 主要研究方向为滑模控制和预测控制, E-mail: twqzjh@163.com.