DOI: 10.7641/CTA.2015.40361

### 永磁同步电机伺服系统的自适应滑模最大转矩/电流控制

卢 涛,于海生<sup>†</sup>,山炳强,迟洁茹

(青岛大学自动化工程学院,山东青岛 266071)

摘要:为了增强永磁同步电机(PMSM)伺服系统的抗干扰能力,本文设计了一种基于最大转矩/电流(MTPA)原理的自适应滑模控制器.控制器根据MTPA控制方法确定定子直轴和交轴电流,并利用滑模控制增强了系统的抗干扰能力,但同时给系统带来抖振.为了削弱系统抖振,设计了一种改进的自适应滑模趋近律用于位置控制.为了增加控制器的实用性,MTPA控制采用函数曲线拟合法.仿真结果表明,所提出的控制器有效增强了系统的动态性能、稳态性能及鲁棒性,并有效削弱了滑模控制带给系统的抖振.

关键词: 永磁同步电机; 滑模变结构控制; 自适应控制; 最大转矩/电流控制

中图分类号: TP273 文献标识码: A

### Adaptive sliding mode maximum torque per ampere control of permanent magnet synchronous motor servo system

LU Tao, YU Hai-sheng $^{\dagger}$ , SHAN Bing-qiang, CHI Jie-ru

(College of Automation, Qingdao University, Qingdao Shandong 266071, China)

Abstract: In order to enhance the disturbance attenuation of the permanent magnet synchronous motor (PMSM) servo system, an adaptive sliding mode controller based on maximum torque per ampere (MTPA) control is designed in the paper. The MTPA control is used to obtain the d, q-axes currents, and the sliding mode control is used to enhance the disturbance attenuation of the system, but the chattering is also brought to the system. In addition, an improved adaptive sliding mode reaching law is designed for the position control to attenuate the chattering. Furthermore, the polynomial curve fitting method is adopted in the MTPA control which strengthens the practicability of the controller. The simulation results show that the proposed controller not only enhances system dynamic, static performances and robustness, but also attenuates the chattering caused by sliding mode control.

Key words: permanent magnet synchronous motor; sliding mode control; adaptive control; maximum torque per ampere control

### 1 引言(Introduction)

永磁同步电机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)具有效率高、体积小、输出转矩大、控制方便等优点,在机器人、高精度数控机床等伺服系统得到广泛应用.传统的PMSM伺服系统多采用常规比例--积分-微分(proportion-integral-derivative, PID)控制,控制精度不高,而且易受内部参数变化和外部扰动的影响,难以达到伺服系统高性能控制要求<sup>[1]</sup>.滑模控制具有很好的鲁棒性,不易受外部扰动和内部参数变化的影响,因此受到广泛关注,并在永磁同步电机伺服系统中得到应用<sup>[2–3]</sup>.滑模变结构控制的强抗干扰能力主要是通过不连续的切换项实现的,这在

增强系统鲁棒性的同时给系统带来了抖振,降低了系统的控制性能,限制了其在实际中应用<sup>[4]</sup>. 文献[5]用 饱和函数来代替切换函数,有效降低了系统抖振,但 也降低了系统的抗干扰能力. 文献[6]加入了负载转矩 观测器来观测外部扰动,同时对其进行补偿,从其仿 真可看出系统抖振明显减弱,但观测器使系统的复杂 性提高,增加了工程实现的难度.为了解决滑模控制 抗干扰能力和抖振相矛盾的问题,文献[7]提出了指数 趋近律的方法,该方法简单易行并有效降低了系统抖 振,但指数趋近率无法使系统最终趋于原点,而是趋 于原点附近的抖振.

永磁同步电机分为隐极永磁同步电机( $L_d = L_a$ )

收稿日期: 2014-04-24; 录用日期: 2014-07-10.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>通信作者. E-mail: yu.hs@163.com; Tel.: +86 13953207531.

国家自然科学基金项目(61174131, 61104076), 山东省高等学校科技计划项目(J11LG04)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61174131, 61104076) and Science and Technology Program of Shandong Province Universities and Colleges (J11LG04).

和凸极永磁同步电机( $L_d \neq L_q$ ). 隐极永磁同步电机 多采用 $i_d^* = 0$ 的控制方法,该方法转矩控制效果好, 易于实现<sup>[8]</sup>. 但对于凸极永磁同步电机,其转子磁路 具有不对称性,为了最大程度利用磁阻转矩,提高电 流利用率,降低电机铜耗,多采用最大转矩/电流(maximum torque per ampere, MTPA)控制<sup>[9]</sup>,即提高单位 定子电流的转矩输出.常用的MTPA控制方法主要有 查表法<sup>[9]</sup>和函数曲线拟合法<sup>[10]</sup>,前者较为复杂,实用 性差,后者则在实际工程中应用广泛.

本文结合滑模控制和MTPA控制的优点,设计了一种基于MTPA控制的自适应滑模控制器.将自适应 控制引入传统滑模指数趋近律,使指数趋近律根据系 统状态到滑模面的距离自适应调节,确保系统最终趋 于原点,并有效削弱系统抖振.MTPA控制采用函数曲 线拟合法,近似求出电磁转矩和定子直轴、交轴电流 的关系,增加了工程实用性,同时提高了电机电流利 用率.仿真结果表明,该控制器有效、实用.

### 2 永磁同步电机数学模型(Model of PMSM)

在*d-q*坐标系下,永磁同步电机的数学模型可用如 下方程表示:

$$\begin{cases} L_{d}\dot{i}_{d} = -R_{s}i_{d} + n_{p}\omega L_{q}i_{q} + u_{d}, \\ L_{q}\dot{i}_{q} = -R_{s}i_{q} - n_{p}\omega L_{d}i_{d} - n_{p}\omega\Phi + u_{q}, \\ J_{m}\dot{\omega} = \tau - \tau_{L}, \dot{\theta} = \omega_{r}, \end{cases}$$

$$\tau = n_{\rm p} [(L_{\rm d} - L_{\rm q}) i_{\rm d} i_{\rm q} + \Phi i_{\rm q}], \tag{2}$$

其中:  $i_d$ ,  $i_q$ 为d, q轴定子电流;  $u_d$ ,  $u_q$ 为d, q轴定子电 压;  $L_d$ ,  $L_q$ 为d, q轴定子电感;  $R_s$ 为定子电阻;  $n_p > 0$ 为极对数;  $J_m > 0$ 为转动惯量;  $\tau$ 为电磁转矩;  $\tau_L$ 为负 载转矩;  $\Phi > 0$ 为永磁体产生的磁链;  $\omega$ 为转子机械角 速度;  $\theta$ 为电机实际转角位置值.

由式(1)知

$$\ddot{\theta} = \dot{\omega} = \frac{\tau}{J_{\rm m}} - \frac{\tau_{\rm L}}{J_{\rm m}}.$$
(3)

### 3 控制器的设计(The controller design)

### 3.1 滑模面设计(The sliding mode surface design)

滑模变结构控制是基于相平面的控制.首先根据 目标的运动轨迹设计一个目标滑模面,然后根据滑模 面两侧的运动情况确定控制律,最终使运动轨迹趋向 滑模面并达到稳态.伺服控制的作用是使系统输出准 确地跟踪输入.设θ<sub>r</sub>为给定位置值,定义跟踪误差

$$e = \theta - \theta_{\rm r},\tag{4}$$

根据跟踪误差及其变化率设计滑模面为

$$s = ce + \dot{e}.$$
 (5)

# **3.2** 滑模控制器设计(The sliding mode controller design)

滑模控制对外部扰动和参数变化具有较强的抗干

扰能力,但同时给系统带来抖振.为了削弱抖振,选取 指数滑模趋近律为<sup>[7]</sup>

$$\dot{s} = -\alpha \mathrm{sgn}\,s - \beta s,\tag{6}$$

其中: -αsgn s为等速趋近项, α为等速趋近系数. α 小, 趋近速度小; α大, 趋近速度大, 但会给系统带来较 大抖振. 为了保证运动点快速到达滑模面, 并给系统 带来较小抖振, 需要在增大β的同时, 减小α. 但当系 统趋近于滑模面的时候(即s趋于0的时候), 由于等速 趋近项-αsgn s的存在, 系统将以速度α在滑模上作 切换运动而不能趋于原点, 这将产生抖振, 并有可能 导致建模时未被考虑的高频成分被激发. 为克服这一 缺点, 将指数趋近律改进为

 $\dot{s} = -h_1 |s|^m \operatorname{sgn} s - h_2 |s|^n \operatorname{sgn} s - \beta s, \qquad (7)$ 

这里:  $m > 1,0 < n < 1, h_1, h_2 > 0$ 为自适应因子,  $h_1, h_2$ 的选取不宜过大,否则会增加系统抖振.改进 后,等速趋近项变为自适应趋近项,它可以根据系统 状态与滑模面的距离自适应的调节趋近速度,从而使 系统平滑的进入滑模面.当系统趋于滑模面的时候, 自适应趋近项也不断减小,最后sgn s函数的系数为0, 系统稳于原点,有效降低了系统抖振及高频成分被激 发的可能性.对改进后的自适应趋近项进一步分析, 当|s| > 1时,m越大,趋近速度越快,lm过大,会导 致系统抖振增加; 当|s| < 1时,n越小,趋近速度越快,n过小也会导致系统抖振增加. 故选择合适的m, n后, 自适应趋近律不仅有效减小了系统抖振,而且可保证 系统趋近速度大于式(6)趋近律时系统趋近速度.

设控制器输出为电磁转矩τ\*,由式(3)-(5)可得

$$\dot{s} = c\dot{e} + \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_{\rm r} = c\dot{e} + \frac{\tau^*}{J_{\rm m}} - \frac{\tau_{\rm L}}{J_{\rm m}} - \ddot{\theta}_{\rm r}.$$
 (8)

根据式(4)(7)-(8)可得

au

$${}^* = (-c\dot{e} - \ddot{e} + \ddot{\theta} - h_1 |s|^m \operatorname{sgn} s - h_2 |s|^n \operatorname{sgn} s - \beta s) + \tau_{\rm L}.$$
(9)

## **3.3** 最大转矩/电流控制(The maximum torque per ampere control)

最大转矩/电流(MTPA)原理就是在一定的定子电流条件下获得最大转矩输出的控制方法,利用最大转矩/电流原理可求出电磁转矩 $\tau$ 与 $i_d$ 和 $i_q$ 的关系<sup>[11]</sup>.根据式(2),隐极永磁同步电机( $L_d = L_q = L$ )的电磁转矩 $\tau$ 与 $i_q$ 成线性关系,若转矩一定,则 $i_d^* = 0$ 的控制即为MTPA控制.对于凸极永磁同步电机( $L_d \neq L_q$ ),由文献[11]可知 $\tau$ 与 $i_d$ , $i_q$ 的关系为

$$i_{\rm d}(i_{\rm d} - \frac{\varPhi}{L_{\rm q} - L_{\rm d}})^3 = [\frac{\tau}{n_{\rm P}(L_{\rm q} - L_{\rm d})}]^2,$$
 (10)

$$i_{\rm d} = \frac{\Phi}{2(L_{\rm q} - L_{\rm d})} - \sqrt{\frac{\Phi^2}{4(L_{\rm q} - L_{\rm d})^2} + i_{\rm q}^2}.$$
 (11)

文献[11]通过查表法得到 $i_d^*$ 与 $i_q^*$ ,此法在实际中实现 起来较为困难,故本文采用多项式函数曲线拟合法求 解出最大MTPA关系.根据式(10)–(11)搭建MATLAB/ Simulink模型,输入斜坡函数使得 $i_q$ 从0A变化到 100A,即可得到 $\tau^*$ 与 $i_d^*$ , $i_q^*$ 的对应存储表,然后通过 MATLAB可得相应拟合函数为

$$\begin{cases} i_{\rm d}^* = 0.004(\tau^*)^3 - 0.0186(\tau^*)^2 - \\ 0.2393\tau^* + 0.5726, \\ i_{\rm q}^* = 0.002(\tau^*)^3 - 0.0193(\tau^*)^2 + \\ 1.5458\tau^* - 0.1672. \end{cases}$$
(12)

图1为*i*<sup>a</sup><sub>d</sub>, *i*<sup>a</sup><sub>q</sub>, 对于*τ*\*的理想曲线与多项式函数拟合曲 线对比图, 可以看出两条曲线几乎重合, 故可由式(9) 和式(12)近似求解出*i*<sub>d</sub>和*i*<sup>\*</sup><sub>a</sub>.

$$\begin{split} & \hat{\langle} \tilde{i}_{d} = i_{d} - i_{d}^{*}, \tilde{i}_{q} = i_{q} - i_{q}^{*}, \, \exists \vec{\chi}(1) \exists \eta \\ & \dot{\tilde{i}}_{d} = \dot{i}_{d} - \dot{i}_{d}^{*} = \frac{u_{d} - R_{s}i_{d} + n_{p}\omega L_{q}i_{q}}{L_{d}} - \dot{i}_{d}^{*}, \quad (13) \\ & \dot{\tilde{i}}_{q} = \dot{i}_{q} - \dot{i}_{q}^{*} = \frac{u_{q} - R_{s}i_{q} - n_{p}\omega L_{d}i_{d} - n_{p}\omega \Phi}{L_{q}} - \dot{i}_{q}^{*}. \end{split}$$





图 1 i<sup>\*</sup><sub>d</sub>, i<sup>\*</sup><sub>g</sub>的理想曲线与拟合曲线





图 2 伺服系统结构图 Fig. 2 The structure of servo system

为了获得稳定的反馈,取

$$\begin{cases} \tilde{i}_{\rm d} = -k_1 \tilde{i}_{\rm d}, \\ \tilde{i}_{\rm q} = -k_2 \tilde{i}_{\rm q}. \end{cases}$$
(15)

根据式(13)-(15),可得实际控制ud,ug为

$$u_{\rm d} = L_{\rm d} \dot{i}_{\rm d}^* + R_{\rm s} i_{\rm d} - n_{\rm p} \omega L_{\rm q} i_{\rm q} - k_1 L_{\rm d} \tilde{i}_{\rm d}, \quad (16)$$

$$u_{\rm q} = L_{\rm q} \dot{i}_{\rm q}^* + R_{\rm s} i_{\rm q} + n_{\rm p} \omega L_{\rm d} i_{\rm d} + n_{\rm p} \Phi \omega k_2 L_{\rm q} \tilde{i}_{\rm q}, \quad (17)$$

其中k1和k2为大于零的常数.

由式(12)(16)-(17)得系统总输入为

$$\begin{cases} u_{\rm d} = (R_{\rm s} - k_1 L_{\rm d}) i_{\rm d} - n_{\rm p} \omega L_{\rm q} i_{\rm q} + \\ k_1 L_{\rm d} i_{\rm d}^* + L_{\rm d} \dot{i}_{\rm d}^*, \\ u_{\rm q} = (R_{\rm s} - k_2 L_{\rm q}) i_{\rm q} + n_{\rm p} \omega L_{\rm d} i_{\rm d} + \\ n_{\rm p} \Phi \omega + k_2 L_{\rm q} i_{\rm q}^* + L_{\rm q} \dot{i}_{\rm q}^*, \\ i_{\rm d}^* = 0.004 (\tau^*)^3 - 0.0186 (\tau^*)^2 - \\ 0.2393 \tau^* + 0.5726, \\ i_{\rm q}^* = 0.002 (\tau^*)^3 - 0.0193 (\tau^*)^2 + \\ 1.5458 \tau^* - 0.1672. \end{cases}$$
(18)

伺服系统结构图如2所示.



(b)  $i_q^* 与 \tau^*$ 的拟合曲线

### 4 系统稳定性分析(System stability analysis)

定义Lyapunov函数

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}\tilde{i}_{\rm d}^2 + \frac{1}{2}\tilde{i}_{\rm q}^2,$$
 (19)

由式(19)得

$$\dot{V} = s\dot{s} + \tilde{i}_{\rm d}\tilde{i}_{\rm d} + \tilde{i}_{\rm q}\tilde{i}_{\rm q}.$$
(20)

结合式(7)(15)(19)-(20)得

$$\dot{V} = s\dot{s} - k_1\tilde{i}_d^2 - k_2\tilde{i}_q^2 = (-h_1|s|^m \operatorname{sgn} s - h_2|s|^n \operatorname{sgn} s - \beta s)s - k_1\tilde{i}_d^2 - k_2\tilde{i}_q^2 = -h_1|s|^{m+1}\operatorname{sgn} s - h_2|s|^{n+1}\operatorname{sgn} s - \beta s^2 - k_1\tilde{i}_d^2 - k_2\tilde{i}_q^2 \leqslant 0.$$
(21)

当且仅当 $s = i_d = i_q = 0$ 时,  $\dot{V} = 0$ , 显然 $\dot{V}$ 负定. 因为V是正定的,  $\dot{V}$ 负定, 根据Lyapunov稳定性判据 可证采用式(18)控制器时, 系统是稳定的.

### 5 仿真研究(Simulation research)

#### 5.1 仿真参数(Simulation parameters)

永磁同步电机: 定子电阻 $R_s = 2.875 \Omega$ , d, q轴 定子电感 $L_d = 5.4 \text{ mH}$ ,  $L_q = 8.5 \text{ mH}$ ; 永磁体磁通 Φ = 0.175 Wb; 转动惯量 $J_m = 0.0008 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ; 极对 数 $P_n = 4$ ; 额定转速1800 r/min; 额定功率1.1 kW; 额定电压220 V; 滑模面系数c = 250; 自适应因子  $h_1 = h_2 = 10, m = 2, n = 0.01, \beta = 1000; k_1 = k_2 = 1000.$ 

# **5.2** 仿真实验及分析(Simulation experiment and analysis)

由图2所示系统结构来搭建MATLAB/Simulink 仿真系统. t = 0时, 给定电机阶跃位置为30 rad,  $\tau_{\rm L} = 0$ ; 在t = 0.5 s时突加大小为3N·m, 持续时间 为0.1 s的负载扰动.图3为MTPA控制和 $i_{\rm d}^* = 0$ 控制 位置响应曲线.





 $i_{\rm d}^* = 0$  control

由图3可知,在自适应滑模MTPA控制下,系统 具有很好的跟踪性和鲁棒性,并且位置响应速度明 显优于*i*<sup>\*</sup><sub>d</sub> = 0控制.

图4分别给出了MTPA和 $i_d^* = 0$ 控制下电磁转矩 曲线及起始阶段局部放大图,显然在起始阶段 MTPA控制比 $i_d^* = 0$ 控制输出转矩要大,加快了位 置动态响应;在稳态时,输出转矩趋于相等.

图5为MTPA和 $i_{d}^{*}=0$ 控制下交轴定子电流曲线.





由图5可以看出在电机启动阶段和加入负载扰 动阶段, MTPA控制下交轴定子电流小于 $i_d^* = 0$ 控 制交轴定子电流,显然MTPA控制时输出电流小,这 样电机和逆变器损耗都会降低.

图6(a)为传统指数趋近率下速度曲线,图6(b)为 改进的自适应指数趋近率下速度曲线,由图6可以 看出,加入自适应项后,系统抖振明显得到了削弱.



(b) 自适应指数趋近律



Fig. 6 The velocity curves of the traditional and adaptive reaching law

### 6 结论(Conclusions)

为了提高永磁同步电机伺服系统的抗干扰能力, 本文设计了一种自适应滑模MTPA控制器.滑模控 制具有较强的鲁棒性,但同时给系统带来了抖振. MTPA控制可以充分利用电机的磁阻转矩,提高电 流利用律.为了减弱抖振,利用改进的自适应滑模 趋近律来代替传统指数趋近律.通过仿真图可以看 出,系统具有很好的跟踪性和鲁棒性.理论分析和 仿真结果均表明,所提出的方法具有良好的控制性 能和应用前景.

#### 参考文献(References):

- WAHYU K W. Genetic algorithm tuned PI controller on PMSM simplified vector control [J]. *Journal of Central South University*, 2013, 20(11): 3042 – 3048.
- [2] 钱荣荣, 骆敏舟, 赵江海, 等. 永磁同步电动机新型自适应滑模控制
  [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(13): 1414 1421.
  (QIAN Rongrong, LUO Minzhou, ZHAO Jianghai, et al. Novel adaptive sliding mode control for permanent magnet synchronous motor [J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(13): 1414 1421.)
- [3] THIAGO B, VINICIUS F M, HILTON A G, et al. Discrete-time sliding mode observer for sensorless vector control of permanent magnet synchronous machine [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(4): 1679 – 1691.
- [4] FRIDMAN L M. Singularly perturbed analysis of chattering in relay control systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(12): 2079 – 2084.
- [5] NABIPOUR M, ZARCHI H A, MADANI S M. Variable-structure position control-a class of fast and robust controllers for synchronous reluctance motor drives [C] //The 20th Iranian Conference on Electrical Engineering. Tehran: IEEE, 2012, 5: 410 – 415.
- [6] ZHANG X G, SUN L Z, ZHAO K, et al. Nonlinear speed control for PMSM system using sliding-mode control and disturbance compensation techniques [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2013, 28(3): 1358 – 1365.
- [7] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1996.

(GAO Weibing. Variable Structure Control Theory and Design Method [M]. Beijing: Science Press, 1996.)

- [8] WANG A M, JIA X W, DONG S H. A new exponential reaching law of sliding mode control to improve performance of permanent magnet synchronous motor [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2013, 49(5): 2409 – 2412.
- [9] YU H S, LIU X D, YU J P. Position tracking control of PMSM based on state error PCH and MTPA principle [C] //IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics, RAM–Proceedings. Qingdao: IEEE, 2011, 9: 113 – 118.
- [10] 李军, 罗达逸, 余家俊. 基于变阶次分段曲线拟合的MTPA控制 [J]. 计算机仿真, 2013, 30(7): 226 – 230.
  (LI Jun, LUO Dayi, YU Jiajun. Maximum torque per ampere control based on variable-order fragmented curve-fitting [J]. Computer Simulation, 2013, 30(7): 226 – 230.)
- [11] 于海生,赵克友,郭雷,等.基于端口受控哈密顿方法的PMSM最大 转矩/电流控制 [J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(8): 82 – 87.
  (YU Haisheng, ZHAO Keyou, GUO Lei, et al. Maximum torque per ampere control of PMSM based on port-controlled hamiltonian theory [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2006, 26(8): 82 – 87.)

作者简介:

**卢 涛** (1989--), 男, 硕士研究生, 从事电力电子与电机系统的非 线性控制研究, E-mail: 15063035810@163.com;

**于海生** (1963-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 从事电能变换与电机系统的非线性控制研究, E-mail: yu.hs@163.com;

**山炳强** (1978–), 男, 博士研究生, 从事交流电机的非线性控制研究, E-mail: 13697681913@163.com;

**迟洁茹** (1970-), 女, 博士研究生, 从事电子技术方面研究, E-mail: qduchijieru@163.com.