第 32 卷第 5 期
2015 年 5 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 32 No. 5
May 2015

DOI: 10.7641/CTA.2015.40385

最优控制L_1自适应在重装空投纵向控制器设计中的应用

孙秀霞, 常允刚†, 董文瀚, 刘　日

(空军工程大学 航空航天工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要: 为保证空投过程中载机的姿态和高度稳定, 采用结合最优控制的L_1自适应控制方法设计了飞机纵向控制器. 利用最优控制产生线性控制信号并确定匹配参考模型, 在此基础上将系统非线性转化为L_1自适应控制结构中的匹配和非匹配不确定性实现姿态保持, 结合外环PID高度控制器完成整个飞控系统的设计. 仿真验证了控制器的强鲁棒性, 可以抑制高自适应增益下输入信号中的高频抖振.

关键词: 重装空投; 最优控制; L_1自适应

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Design of longitudinal controller for flight in heavy-weight airdrop based on optimal control and L_1 adaptive

SUN Xiu-xia, CHANG Yun-gang†, DONG Wen-han, LIU Ri

(College of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710038, China)

Abstract: In order to ensure the carrier aircraft attitude and height stability during heavy-weight airdrop, we develop a novel controller based on optimal and L_1 adaptive control, Produce liner control signals by the optimal control and determine the matched reference model. Based on which, we transform the system nonlinearity into the matched and unmatched uncertainty of L_1 control system. Combing the inner loop control with the outer loop PID control for flight-altitude, we developed the entire flight control system. Simulation results are presented which show that the controllers are effective to suppress the undesirable high frequency dynamics from the control signal and have good robustness to the uncertainty and the nonlinearity.

Key words: heavy-weight airdrop; the optimal control; L_1 adaptive

1　引言(Introduction)

低空空投是指飞机借助牵引伞或其他装置将货物从后舱门投向地面的过程. 从控制的角度看, 低空重装空投面临的是一个强耦合、强非线性、且外界扰动大的不确定控制系统, 传统的线性小扰动飞行控制律设计方法不再适用; 采用反馈线性化要求精确建立飞机非线性力和力矩模型并且需要实时求逆, 其实际应用有较大限制[1], 而空投模型, 参数变化大、外界扰动大, 非线性得不到完全对消, 将降低飞控系统的鲁棒性.

自适应控制是一种极具潜力的飞行控制方法, 也已经取得了一系列成功的应用[2–4], 但是快速自适应可能带来的高增益控制问题已经引起足够的重视, 因为高增益控制或者快速自适应可能导致高频抖动, 从而激发未建模动态, 造成不期望的效果. 近期的一些自适应控制方法已经针对该问题进行了部分解决[5–7], 而由Cao和Hovakimyan提出的L_1自适应控制方法对高频抖动及由其引起的未建模动态具有较好的抑制作用[8].

L_1自适应控制方法在进行反馈的同时, 引入了一个低通滤波器来达到从控制信号中削弱未知高频干扰带来的影响, 同时保证跟踪误差渐进趋于零[9], L_1自适应控制方法的主要特点是在进行状态反馈或输出反馈时系统的性能可以通过快速自适应来确保, 同时保证了较好的鲁棒性[10–12]. 带来的好处是L_1自适应保证了系统的瞬时性能和稳态跟踪效果[13–15].

本文针对具有强耦合性、强非线性且扰动大的重装空投过程数学模型, 利用结合最优控制的L_1自适应设计了重装空投纵向内环姿态保持控制器. 通过最优控制产生针对系统线性部分控制信号并确定与原系统相匹配参考模型, 在此基础上设计了L_1自适应控制器, 解决了重装空投系统非线性不确定性问题, 同时

收稿日期: 2014–04–30; 录用日期: 2015–02–10.
†通信作者. E-mail: changyungang@sina.com.
国家自然科学基金项目(60904038), 航空科学基金项目(20141396012), 中国博士后科学基金(2014M562629)资助.
Supported by National Natural Science Foundation of China (60904038), Aviation Science Foundation of China (20141396012) and Postdoctoral Science Foundation of China (2014M562629).

采用PID控制进行外环高度保持.

2 重装空投数学模型(Heavy-airdrop mathematical mode)

考虑重装空投纵向数学模型[16]

$$\begin{cases}(m_\mathrm{b}+m_\mathrm{c})\dot V_\mathrm{b}+m_\mathrm{c}r_\mathrm{cb}\sin\alpha\dot q=\\ T\cos\alpha-D-(m_\mathrm{b}+m_\mathrm{c})g\sin\gamma+\\ m_\mathrm{c}\ddot r_\mathrm{cb}\cos\alpha-m_\mathrm{c}q^2r_\mathrm{cb}\cos\alpha-2m_\mathrm{c}\dot r_\mathrm{cb}q\sin\alpha,\\ (m_\mathrm{b}+m_\mathrm{c})V_\mathrm{b}\dot\gamma-(m_\mathrm{c}r_\mathrm{cb}\cos\alpha)\dot q=\\ T\sin\alpha+L-(m_\mathrm{b}+m_\mathrm{c})g\cos\gamma+\\ m_\mathrm{c}\ddot r_\mathrm{cb}\sin\alpha-m_\mathrm{c}q^2r_\mathrm{cb}\sin\alpha+2m_\mathrm{c}\dot r_\mathrm{cb}q\cos\alpha,\\ (I_\mathrm{y}+m_\mathrm{c}r^2{}_\mathrm{cb})\dot q+m_\mathrm{c}r_\mathrm{cb}\sin\alpha\dot V_\mathrm{b}-\\ m_\mathrm{c}r_\mathrm{cb}V_\mathrm{b}\cos\alpha\dot\gamma=\\ M_\mathrm{y}+m_\mathrm{c}gr_\mathrm{cb}\cos\theta-2m_\mathrm{c}r_\mathrm{cb}\dot r_\mathrm{cb}q,\\ \dot\theta=q,\\ \dot H=V_\mathrm{b}\sin\gamma,\end{cases}\tag{1}$$

其中: $H, V_\mathrm{b}, \alpha, q, \theta, \gamma$分别表示载机高度、空速、迎角、俯仰角速度、俯仰角、航迹角; $m_\mathrm{b}, m_\mathrm{c}, I_\mathrm{y}, r_\mathrm{cb}$分别表示空机质量、货物质量、载机绕横轴转动惯量、货物相对于载机质心位移; $\delta_\mathrm{T}, \delta_\mathrm{e}$分别为发动机节流阀调定值和升降舵偏转量; L, D, M_y分别为载机升力、阻力及俯仰力矩.

假设 1　忽略发动机推力与舵面偏转之间的相互影响, 且发动机夹角为0, 发动机模型采取如下的简化模型:

$$T=T_\mathrm{m}\delta_\mathrm{P}.\tag{2}$$

假设 2(重装空投不确定性的一致有界)　将系统不确定性用$\Delta f(t,x)$表示, 则当时间$t\geqslant 0$, $\|x_1\|_\infty\leqslant\rho$, $\|x_2\|_\infty\leqslant\rho$时, 存在$L_\rho>0$, $B>0$, 使得$\|\Delta f(t,x_1)-\Delta f(t,x_2)\|_\infty\leqslant L_\delta\|x_1-x_2\|_\infty$以及$\|\Delta f(t,0)\|\leqslant B$成立.

假设 3(重装空投不确定性的偏导数半全局一致有界)　设$\Delta f(t,x)$在讨论范围内分段连续, 且对于任意$\delta>0$, 存在独立于时间的$d_{f_t}(\delta)>0$和$d_{f_x}(\delta)>0$, 使得当$|x|_{L\infty}\leqslant\delta$时, $\Delta f(t,x)$的偏导数分段连续且有界,

$$\|\frac{\partial\Delta f(t,x)}{\partial x}\|\leqslant d_{f_x}(\delta),\ \|\frac{\partial\Delta f(t,x)}{\partial t}\|\leqslant d_{f_t}(\delta).$$

3 重装空投纵向控制器设计(Heavy-weight airdrop pitch flight controller design)

本文设计了双回路高度保持控制器如图1所示. 外回路以载机俯仰角θ作为控制量, 采用PID控制器实现对高度指令h_d的跟踪, 内回路采用结合最优控制的L_1自适应控制方法, 在线估计系统模型不确定性和外界扰动以及输入增益的不确定性, 以舵偏角δ_e和发动机节流阀调定值δ_p为控制输入量, 跟踪控制器外回路期望俯仰角θ_d和期望速度V_d.

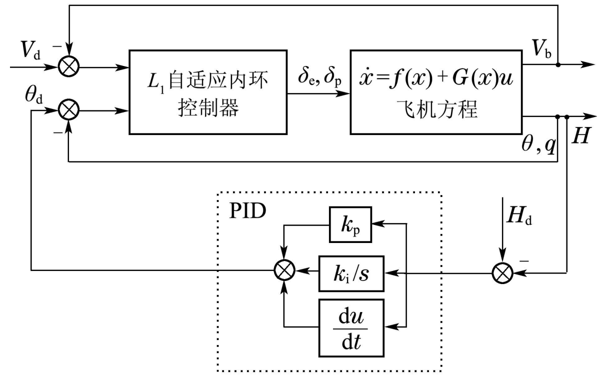

图 1 双环控制结构框图

Fig. 1 The structure diagram with double loop control

内环空投控制器包含两个控制结构, 其一是针对于系统线性部分采用LQR方法设计的状态反馈最优控制器, 实现系统基本稳定, 并确定出L_1自适应控制器的参考模型系统矩阵. 其二为针对于系统非线性部分设计的L_1自适应控制器, 以克服系统的强耦合, 强非线性以及扰动等不确定性.

设计控制信号$u(t)=u_\mathrm{m}+u_\mathrm{ad}$, 其中: $u_\mathrm{m}(t)=-K_\mathrm{m}^\mathrm{T}x(t)$是设计的状态反馈控制器产生的针对于线性部分的控制信号, $u_\mathrm{ad}=kD(s)\hat\eta(s)$是$L_1$自适应补偿控制信号.

引理 1[8]　对于渐进稳定多输入多输出系统$H(s)$, 输入为$r(t)\in\mathbb{R}^m$, 输出为$x(t)\in\mathbb{R}^n$则有

$$\|x(t)\|_{L\infty}\leqslant\|H(s)\|_{L_1}\|r(t)\|_{L\infty},\ \forall t\geqslant 0.\tag{3}$$

引理 2[8]　对于串联系统

$$H(s)=H_2(s)H_1(s),$$

其中$H_1(s), H_2(s)$为渐进稳定系统, 则有

$$\|H(s)\|_{L_1}\leqslant\|H_2(s)\|_{L_1}\|H_1(s)\|_{L_1}.\tag{4}$$

引理 3[17]　如果当$\tau\geqslant 0$时, 存在$b>0$, 使得$\|f(t,0)\|\leqslant b$, 并且$f(t,x)$的偏导数有界即存在$d_\mathrm{x}>0$, $d_t>0$使得$\|\frac{\partial f(t,x)}{\partial x}\|\leqslant d_{f_x}$, $\|\frac{\partial f(t,x)}{\partial t}\|\leqslant d_{f_t}$同时$\|x_\tau\|_{L\infty}\leqslant\rho$, $\|\dot x_\tau\|_{L\infty}\leqslant d_\mathrm{x}$, 其中$\rho$和$d_\mathrm{x}$是正常数. 则存在连续且分段可微, 并且其导数有界的参数$\theta(t)$和$\sigma(t)$, 使得对于任意$t\in(0,\tau)$有

$$f(t,x(t))=\theta(t)\|x_t\|_\infty+\sigma(t).\tag{5}$$

并且有

$$|\theta(t)|<d_{f_x},\ |\dot\theta(t)|<d_\theta, |\sigma(t)|<b,\ |\dot\theta(t)|<d_\sigma,$$

式中d_θ和d_σ是边界值.

3.1 最优控制下空投模型的参数化处理(Model parameterization under optimal control)

对系统(1)变形化成如下非线性仿射方程形式[18]:

$$\dot{x}=f(t,x)+G(x)u, \tag{6}$$

其中: 状态向量取$x=(V,\alpha,q,\theta)^{\mathrm{T}}$, 输入为$u=(\delta_{\mathrm{e}},\delta_{\mathrm{p}})$. 令$f(t,x)=A_{\mathrm{real}}x+\bar{f}(t,x)$, 其中: A_{real}为系统线性部分, $\bar{f}(t,x)$为系统非线性不确定性. 取系统参考模型系统矩阵$A_{\mathrm{m}}:=A_{\mathrm{real}}-B_{\mathrm{m}}K_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}$, 其中$K_{\mathrm{m}}$为待确定状态反馈增益矩阵. 现分析通过状态反馈得到的参考模型系统矩阵与原系统线性部分满足Erzberger模型完全跟踪条件[19–20].

适当调整状态向量分量位置得到$\bar{x}$, 则系统线性部分模型变为

$$\dot{\bar{x}}=\begin{bmatrix}A_1\\A_2\end{bmatrix}\bar{x}+\begin{bmatrix}B_1\\B_2\end{bmatrix}u. \tag{7}$$

令$\bar{A}=\begin{bmatrix}A_1\\A_2\end{bmatrix}$, $\bar{B}=\begin{bmatrix}B_1\\B_2\end{bmatrix}$, 且有矩阵满足秩关系式$\mathrm{rank}(B_2)=\mathrm{rank}(\bar{B})$. 取$\bar{A}_{\mathrm{m}}=\bar{A}-\bar{B}K_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}$, 定义$\Delta=[\bar{A}-\bar{A}_{\mathrm{m}}]$则得到$\Delta=\bar{B}K_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}$, 其秩满足

$$\mathrm{rank}(\Delta)=\mathrm{rank}(\bar{B}K_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}})\leqslant\mathrm{rank}(\bar{B}).$$

则根据文献[19]的模型匹配条件可以得到以下结论: 经状态反馈得到的参考系统矩阵A_{m}与原系统线性部分是匹配的, 可以实现完美跟踪.

本文采用LQR方法进行状态反馈增益$K_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}$的设计. 选取二次最小目标函数:

$$J=\frac{1}{2}\int_0^{\infty}\left[x^{\mathrm{T}}(t)Qx(t)+u_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}(t)Ru_{\mathrm{m}}(t)\right]\mathrm{d}t,$$

其中: Q和R为权重矩阵, 则得到状态反馈增益矩阵$K_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}=R^{-1}B_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}P(t)$, 即$u_{\mathrm{m}}(t)=-R^{-1}B_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}P(t)x(t)$; $P(t)$为$PA+A^{\mathrm{T}}P-PB_{\mathrm{m}}R^{-1}B_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}P+Q=0$的解阵. 考虑到最优控制信号$u_{\mathrm{m}}=-K_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\cdot x(t)$, 原系统模型可写为如下形式:

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=A_{\mathrm{real}}\cdot x(t)+f(t,x)-A_{\mathrm{real}}\cdot x(t)+G(x)\cdot u=\\ \qquad A_{\mathrm{real}}\cdot x(t)+f(t,x)-A_{\mathrm{real}}\cdot x(t)+B_{\mathrm{m}}\omega\cdot(u_{\mathrm{m}}+u_{\mathrm{ad}})=\\ \qquad A_{\mathrm{real}}\cdot x(t)+f(t,x)-A_{\mathrm{real}}\cdot x(t)-B_{\mathrm{m}}\omega\cdot K_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\cdot x(t)+B_{\mathrm{m}}\omega\cdot u_{\mathrm{ad}}=\\ \qquad A_{\mathrm{real}}\cdot x(t)+f(t,x)-A_{\mathrm{real}}\cdot x(t)-B_{\mathrm{m}}\cdot K_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\cdot x(t)+\\ \qquad B_{\mathrm{m}}(I-\omega)\cdot K_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\cdot x(t)+B_{\mathrm{m}}\omega\cdot u_{\mathrm{ad}}=\\ \qquad A_{\mathrm{m}}\cdot x(t)+f(t,x)-A_{\mathrm{real}}\cdot x(t)+B_{\mathrm{m}}(I-\omega)\cdot K_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\cdot x(t)+B_{\mathrm{m}}\omega\cdot u_{\mathrm{ad}}=\\ \qquad A_{\mathrm{m}}\cdot x(t)+\Delta f(t,x)+B_{\mathrm{m}}\omega\cdot u_{\mathrm{ad}},\\ y(t)=C^{\mathrm{T}}x(t),\end{cases} \tag{8}$$

其中$\Delta f(x)$代表了系统的不确定性, 由系统非线性不确定性$\bar{f}(t,x)=f(t,x)-A_{\mathrm{real}}x(t)$和输入不确定性$B_{\mathrm{m}}(I-\omega)\cdot K_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\cdot x(t)$组成, 现从匹配的角度将系统的不确定性分解, 则式(8)可写成

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=A_{\mathrm{m}}\cdot x(t)+B_{\mathrm{m}}\cdot\Delta f_1(t,x)+\\ \qquad B_{\mathrm{um}}\cdot\Delta f_2(t,x)+B_{\mathrm{m}}\omega\cdot u_{\mathrm{ad}},\\ y(t)=C^{\mathrm{T}}x(t),\end{cases} \tag{9}$$

式中$\Delta f_1(t,x)$和$\Delta f_2(t,x)$代表了系统不确定性的匹配和非匹配部分. B_{m}, B_{um}是常值矩阵, 满足

$$B_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}B_{\mathrm{um}}=0,\ \mathrm{rank}[B_{\mathrm{m}}B_{\mathrm{um}}]=n.$$

且有$\begin{bmatrix}\Delta f_1(t,x)\\\Delta f_2(t,x)\end{bmatrix}=[B_{\mathrm{m}}\ \ B_{\mathrm{um}}]^{-1}\Delta f(t,x)$, 由引理3将系统方程最终写成半线性时变系统有

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=A_{\mathrm{m}}x(t)+B_{\mathrm{m}}(\omega(t)u_{\mathrm{ad}}+\theta_1(t)\|x(t)\|_{\infty}+\\ \qquad \sigma_1(t))+B_{\mathrm{um}}(\theta_2(t)\|x(t)\|_{\infty}+\sigma_2(t)),\\ y(t)=C^{\mathrm{T}}x(t),\end{cases} \tag{10}$$

$\omega\in\mathbb{R}^{m\times m}$代表系统输入增益, 表征载机舵面完好程度, $\omega=I$表示舵面无损, 可以完全执行输入指令信号, $\omega=0$代表舵面完全损坏, 不能进行操纵, $\theta_1(t)\in\mathbb{R}^m$, $\sigma_1(t)\in\mathbb{R}^m$是未知时变参数, 代表系统不确定性的匹配部分, $\theta_2(t)\in\mathbb{R}^{n-m}$, $\sigma_2(t)\in\mathbb{R}^{n-m}$也为未知时变参数, 代表系统不确定性的非匹配部分.

3.2 L_1控制器设计(L_1 controller design)

本文设计的纵向通道内回路L_1自适应姿态跟踪控制器, 使载机在重装空投阶段, 跟踪由外回路计算得到的姿态角期望值, 此处取外回路期望俯仰角θ_{d}和期望速度V_{d}为控制器参考输入信号$r(t)$. 针对于空投非线性及输入不确定性设计的L_1自适应控制器包括状态预测器、参数自适应更新律、控制律设计3个部分.

a) 状态预测器

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}(t)=A_{\mathrm{m}}\hat{x}(t)+B_{\mathrm{m}}(\hat{\omega}(t)u+\hat{\theta}_1(t)\|x(t)\|_{\infty}+\\ \qquad \hat{\sigma}_1(t))+B_{\mathrm{um}}(\hat{\theta}_2(t)\|x(t)\|_{\infty}+\hat{\sigma}_2(t)),\\ \hat{y}(t)=C^{\mathrm{T}}\hat{x}(t),\ \hat{x}(0)=x_0,\end{cases} \tag{11}$$

式中$\hat{x}(t),\hat{y}(t),\hat{\omega}(t),\hat{\theta}_i(t),\hat{\sigma}_i(t)$分别表示系统状态、输出、参数的在线估计值. 状态预测器的结构与式

(10)相同, 只是用估计值代替了未知真实值.

b) 参数自适应更新律.

在L_1自适应控制器设计中, 自适应律可写为如下形式:

$$\begin{cases}\dot{\hat{\omega}}(t)=\varGamma\mathrm{Proj}(\hat{\omega}(t),-(\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)PB_m)^{\mathrm{T}}u^{\mathrm{T}}(t)),\\ \hat{\omega}(0)=\hat{\omega}_0,\\ \dot{\hat{\theta}}_1(t)=\\ \varGamma\mathrm{Proj}(\hat{\theta}_1(t),-(\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)PB_m)^{\mathrm{T}}\|x_t(t)\|_\infty),\\ \hat{\theta}_1(0)=\hat{\theta}_{10},\\ \dot{\hat{\sigma}}_1(t)=\varGamma\mathrm{Proj}(\hat{\sigma}_1(t),-(\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)PB_m)^{\mathrm{T}}),\\ \hat{\sigma}_1(0)=\hat{\sigma}_{10},\\ \dot{\hat{\theta}}_2(t)=\\ \varGamma\mathrm{Proj}(\hat{\theta}_2(t),-(\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)PB_{\mathrm{um}})^{\mathrm{T}}\|x_t(t)\|_\infty),\\ \hat{\theta}_2(0)=\hat{\theta}_{20},\\ \dot{\hat{\sigma}}_2(t)=\varGamma\mathrm{Proj}(\hat{\sigma}_2(t),-(\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)PB_{\mathrm{um}})^{\mathrm{T}}),\\ \hat{\sigma}_1(0)=\hat{\sigma}_{10},\end{cases}\tag{12}$$

其中: $\tilde{x}:=\hat{x}-x$, $\varGamma\in\mathbb{R}^+$是自适应增益, $P^{\mathrm{T}}=P>0$是等式$A_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}P+PA_{\mathrm{m}}=-Q$, $Q>0$的解阵. $\mathrm{Proj}(\cdot)$代表射影算子[21], 保证了参数有界即: $\|\omega\|\in\varOmega$, $\|\theta_i(t)\|\in\varTheta_i$, $\|\sigma_i(t)\|<\varDelta_i$, $\forall t\geqslant 0$, $i=1,2$, 其中$\varOmega$, $\varTheta_i$和$\varDelta_i$为凸面紧集, 其中: $\varTheta_i\triangleq L_{i\rho}$, $\varDelta_i\triangleq B$.

c) 控制律设计.

式(11)写成频域形式为

$$\begin{aligned}\hat{x}(s)=&(sI-A_{\mathrm{m}})^{-1}B_{\mathrm{m}}(\hat{\eta}_1(s)+\mu(s))+\\&(sI-A_{\mathrm{m}})^{-1}B_{\mathrm{um}}\hat{\eta}_2(s)+x_{\mathrm{in}}(s),\end{aligned}$$

其中: $\hat{\eta}_i(s)$是$\hat{\eta}_i(t)=\hat{\theta}_i(t)\|x_t\|_\infty+\hat{\sigma}_i(t)$的拉式变换, $\mu(s)$是$\hat{\omega}(t)u_{\mathrm{ad}}(t)$的拉式变换. $x_{\mathrm{in}}(s)\triangleq(sI-A_{\mathrm{m}})^{-1}x_0(s)$为系统拉氏变换初值.

设计带输入低通滤波器的控制信号为

$$u_{\mathrm{ad}}=kD(s)\hat{\eta}(s),\tag{13}$$

式中: k为滤波器带宽, $D(s)$为严正实传递函数矩阵以保证滤波器$C(s)$严正实稳定. $\hat{\eta}(s)$是$\hat{\eta}(t)=k_{\mathrm{g}}r(t)-\hat{\eta}_1(t)-\hat{\eta}_{2\mathrm{m}}(t)-\hat{\omega}(t)u_{\mathrm{ad}}(t)$的拉普拉斯变换.

对式(13)求解得到$u_{\mathrm{ad}}(s)=C(s)\bar{r}(s)$, 其中

$$\begin{aligned}\bar{r}(t)=&\omega^{-1}[k_{\mathrm{g}}r(t)-\hat{\theta}_1^{\mathrm{T}}(t)x(t)-\hat{\sigma}_1^{\mathrm{T}}(t)-\\&(C(sI-A_{\mathrm{m}})^{-1}B_{\mathrm{m}})^{-1}C(sI-\\&A_{\mathrm{m}})^{-1}B_{\mathrm{um}}(\hat{\theta}_2^{\mathrm{T}}(t)x(t)+\hat{\sigma}_2^{\mathrm{T}}(t))].\end{aligned}$$

滤波器$C(s)=\omega kD(s)[I+\omega kD(s)]^{-1}$, $\forall\omega\in\varOmega_0$. 为了保证滤波器低通增益为1, $D(s)$中需包含一个积分环节$\dfrac{1}{s}I$, I为单位矩阵. 内环控制系统如图2所示.

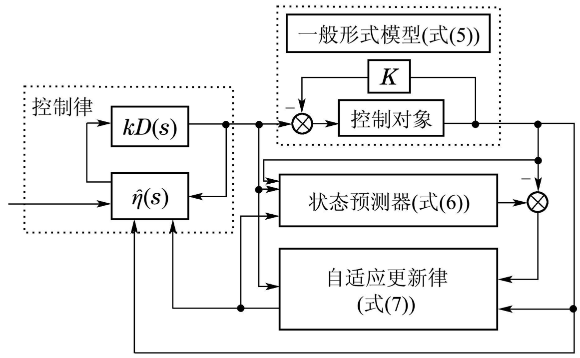

图 2 L_1自适应控制器结构

Fig. 2 L_1 adaptive controller structure

4 L_1控制器稳定性及性能边界分析(L_1 controller stability and performance bounds analysis)

4.1 预测误差有界分析(Prediction error bounded analysis)

L_1范数条件[19]: 对于给定的ρ_0, 存在$\rho_{\mathrm{r}}>\rho_{\mathrm{in}}$, 使得下式成立:

$$\|G_{\mathrm{m}}(s)\|_{L_1}+\|G_{\mathrm{um}}(s)\|_{L_1}l_0<\frac{\rho_{\mathrm{r}}-\|H_{\mathrm{xm}}(s)C(s)K_{\mathrm{g}}(s)\|_{L_1}\|r\|_{L\infty}-\rho_{\mathrm{in}}}{L_{\rho_{\mathrm{r}}}\rho_{\mathrm{r}}+B_0},\tag{14}$$

其中:

$$\begin{aligned}&H_{\mathrm{xm}}(s)=(sI-A_{\mathrm{m}})^{-1}B_{\mathrm{m}},\\&G_{\mathrm{m}}(s):=H_{\mathrm{xm}}(s)(I-C(s)),\\&G_{\mathrm{um}}(s):=(I-H_{\mathrm{xm}}(s)C(s)H_{\mathrm{m}}^{-1}(s)C)H_{\mathrm{xum}}(s),\\&l_0\triangleq\frac{L_{2\rho_{\mathrm{r}}}}{L_{1\rho_{\mathrm{r}}}},\ B_0\triangleq\max(B_{10},\frac{B_{20}}{l_0}),\\&L_{\rho_{\mathrm{r}}}\triangleq\max(L_{1\rho_{\mathrm{r}}},L_{2\rho_{\mathrm{r}}})\rho_{\mathrm{in}}\triangleq\|s(sI-A_{\mathrm{m}})^{-1}\|_{L_1}\rho_0.\end{aligned}$$

即对于式(1)所示的系统, 设计由式(11)–(13)组成的L_1控制器, 并选取适当的滤波器参数k和$D(s)$以满足L_1范数条件, 从而保证系统稳定, 达到控制目的.

式(11)减式(10)得到预测误差状态方程

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}(t)=&A_{\mathrm{m}}\tilde{x}(t)+B_{\mathrm{m}}(\tilde{\omega}u(t)+\tilde{\eta}_1(t))+\\&B_{\mathrm{um}}\tilde{\eta}_2(t),\tilde{x}(0)=0,\end{aligned}\tag{15}$$

其中

$$\begin{aligned}\tilde{\eta}_i(t):=&\hat{\eta}(t)-\eta_i(t)\eta_i(t)=\\&\theta_i(t)\|x(t)\|_\infty+\sigma_i(t),\ i=1,2.\end{aligned}$$

定理 1　选取自适应增益$\varGamma$满足

$$\varGamma>\frac{\theta_{\mathrm{m}}(\rho_{\mathrm{r}})}{\lambda_{\min}(P)\gamma_0^2},\tag{16}$$

其中: γ_0为任意小正常数,

$$\begin{aligned}\theta_{\rm m}(\rho_{\rm r}) := & 4(\max_{\omega\in\varOmega}(\mathrm{tr}(\omega^{\rm T}\omega)) + (\theta_{b_1}^2+\sigma_{b_1}^2)m + \\ & (\theta_{b_2}^2+\sigma_{b_2}^2)(n-m)) + \\ & 4\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)}((\theta_{b_1}d_{\theta_1}+\sigma_{b_1}d_{\sigma_1})m + \\ & (\theta_{b_2}d_{\theta_2}+\sigma_{b_2}d_{\sigma_2})(n-m)),\end{aligned} \tag{17}$$

式中: $\hat\omega(t)\in\varOmega$, $\|\hat\theta_i(t)\|_\infty\leqslant\theta_{b_i}$, $\|\hat\sigma_i(t)\|_\infty\leqslant\sigma_{b_i}$, $i=1,2$.

有预测误差$\|\tilde x_\tau\|_{L\infty}<\gamma_0$.

证 考虑式(10), 其中

$$\begin{cases}\|\theta_i(t)\|_\infty<\theta_{bi}(\rho_{\rm r}),\ \|\dot\theta_i(t)\|_\infty<d_{\theta i}(\rho_{\rm r}),\\ \|\sigma_i(t)\|_\infty<\sigma_{bi}(\rho_{\rm r}),\ \|\dot\sigma_i(t)\|_\infty<d_{\sigma i}(\rho_{\rm r}),\end{cases}$$

均为有界参数.

考虑以下Lyapunov方程:

$$\begin{aligned}& V(\tilde x(t),\tilde\omega(t),\tilde\theta_i(t),\tilde\sigma_i(t)) = \\ & \tilde x^{\rm T}(t)P(t)\tilde x(t)+\varGamma^{-1}(\mathrm{tr}\,\tilde\omega^{\rm T}(t)\tilde\omega(t) + \\ & \sum_{i=1}^{2}(\tilde\theta_i{}^{\rm T}(t)\tilde\theta_i(t)+\tilde\sigma_i^{\rm T}(t)\tilde\sigma_i(t))).\end{aligned} \tag{18}$$

首先有

$$\begin{aligned}V(0)\leqslant & \frac{4}{\varGamma}(\max_{\omega\in\varOmega}(\mathrm{tr}(\omega^{\rm T}\omega)) + (\theta_{b_1}^2+\sigma_{b_1}^2)m + \\ & (\theta_{b_2}^2+\sigma_{b_2}^2)(n-m)) \leqslant \frac{\theta_{\rm m}(\rho_{\rm r})}{\varGamma}.\end{aligned} \tag{19}$$

对式(18)求导数, 并代入参数自适应更新律(12), 可得

$$\begin{aligned}\dot V(t)\leqslant & -\tilde x^{\rm T}(t)Q\tilde x(t) + \\ & \frac{2}{\varGamma}|\sum_{i=1}^{2}(|\tilde\theta_i{}^{\rm T}(t)\dot\theta_i(t)|+|\tilde\sigma_i{}^{\rm T}(t)\dot\sigma_i(t)|)|.\end{aligned} \tag{20}$$

进一步可得

$$\begin{aligned}\dot V(t)\leqslant & -\tilde x^{\rm T}(t)Q\tilde x(t)+\frac{4}{\varGamma}(\theta_{b_1}d_{\theta 1}m+\sigma_{b_1}d_{\sigma 1}m + \\ & \theta_{b_2}d_{\theta 2}(n-m)+\sigma_{b_2}d_{\sigma 2}(n-m)).\end{aligned} \tag{21}$$

射影算子保证了

$$\hat\omega(t)\in\varOmega,\ \|\hat\theta_i(t)\|_\infty\leqslant\theta_{bi},\ \|\hat\sigma_i(t)\|_\infty\leqslant\sigma_{bi},$$

从而得到

$$\begin{aligned}& \max_{t\in(0,\tau)}(\mathrm{tr}(\tilde\omega^{\rm T}(t)\tilde\omega(t)) + \\ & \sum_{i=1}^{2}(\tilde\theta_i{}^{\rm T}(t)\tilde\theta_i(t)+\tilde\sigma_i^{\rm T}(t)\tilde\sigma_i(t)))\leqslant \\ & 4(\max_{\omega\in\varOmega}(\mathrm{tr}(\omega^{\rm T}\omega))+(\theta_{b_1}^2+\sigma_{b_1}^2)m + \\ & (\theta_{b_2}^2+\sigma_{b_2}^2)(n-m)).\end{aligned} \tag{22}$$

假设如果存在$\tau'\in(0,\tau)$使$V(\tau')>\dfrac{\theta_{\rm m}(\rho_{\rm r})}{\varGamma}$, 则由式(17)–(18)(22)可得

$$\begin{aligned}& \tilde x^{\rm T}(\tau')P(\tau')\tilde x(\tau') > \\ & \frac{4}{\varGamma}\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)}(\theta_{b_2}d_{\theta 2}(n-m)+\theta_{b_1}d_{\theta 1}m + \\ & \sigma_{b_1}d_{\sigma 1}m+\sigma_{b_2}d_{\sigma 2}(n-m)).\end{aligned} \tag{23}$$

即

$$\begin{aligned}& \tilde x^{\rm T}(\tau')Q\tilde x(\tau')\geqslant\frac{4}{\varGamma}\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}\tilde x^{\rm T}(\tau')P(\tau')\tilde x(\tau') > \\ & \frac{4}{\varGamma}(\theta_{b_1}d_{\theta 1}m+\sigma_{b_1}d_{\sigma 1}m+\theta_{b_2}d_{\theta 2}(n-m) + \\ & \sigma_{b_2}d_{\sigma 2}(n-m)).\end{aligned} \tag{24}$$

这样, 当$V(\tau')>\dfrac{\theta_{\rm m}(\rho_{\rm r})}{\varGamma}$时, 由式(21)可得$\dot V(\tau')<0$, 即可得$V(t)\leqslant\dfrac{\theta_{\rm m}(\rho_{\rm r})}{\varGamma}$, 由于$\lambda_{\min}(P)\|\tilde x(t)\|_2^2\leqslant\tilde x^{\rm T}(t)P\tilde x(t)\leqslant V(t)$, 则有$\|\tilde x(t)\|_{L\infty}\leqslant\sqrt{\dfrac{\theta_{\rm m}(\rho_{\rm r})}{\lambda_{\min}(P)\varGamma}}$, 即式$\|\tilde x_\tau\|_{L\infty}<\gamma_0$得证. 证毕.

4.2 性能边界分析(Performance bounds analysis)

当所有的不确定性都为已知时, 可以得到一个可视为性能最优的稳定闭环自适应系统, 即参考系统

$$\begin{cases}\dot x_{\rm ref}(t)=A_{\rm m}x_{\rm ref}(t)+B_{\rm m}(\omega(t)u_{\rm ref}(t)+ \\ \qquad f_1(t,x_{\rm ref}(t)))+B_{\rm um}(f_2(t,x_{\rm ref}(t))),\\ x_{\rm ref}(0)=x_0,\\ u_{\rm ref}(s)=\omega^{-1}C(s)(K_{\rm g}r(s)-\eta_{1\rm ref}(s)- \\ \qquad H_{\rm m}^{-1}(s)H_{\rm um}(s)\eta_{2\rm ref}(s)),\\ y_{\rm ref}=C^{\rm T}x_{\rm ref}(t),\end{cases} \tag{25}$$

其中$\eta_{i\rm ref}(s)$是信号$\eta_{i\rm ref}(t)=f_i(t,x_{\rm ref}(t))(i=1,2)$的拉普拉斯变换.

定理 2 对于满足L_1范数条件的闭环参考系统(25), 如果$\|x_0\|_\infty\leqslant\rho_0$, 则可得到如下结果:

$$\|\tilde x\|_{L\infty}\leqslant\gamma_0, \tag{26}$$

$$\|x_{\rm ref}-x\|_{L\infty}\leqslant\gamma_1, \tag{27}$$

$$\|u_{\rm ref}-u\|_{L\infty}\leqslant\gamma_2, \tag{28}$$

$$\|y_{\rm ref}-y\|_{L\infty}\leqslant\|C\|_\infty\gamma_1, \tag{29}$$

其中:

$$\gamma_1:=\frac{\|H_{x\rm m}(s)C(s)H_{\rm m}^{-1}(s)C\|_{L_1}}{1-\|G_{\rm m}(s)\|_{L_1}L_{1\rho_{\rm r}}-\|G_{\rm um}(s)\|_{L_1}L_{2\rho_{\rm r}}}\gamma_0+\beta,$$

$$\begin{aligned}\gamma_2:= & (\|\omega^{-1}C(s)\|_{L_1}(L_{1\rho_{\rm r}}+B_{10}) + \\ & \|\omega^{-1}C(s)H_{\rm m}^{-1}(s)C\|_{L_1}\gamma_0 + \\ & \|\omega^{-1}C(s)H_{\rm m}^{-1}(s)H_{\rm um}(s)\|_{L_1}L_{2\rho_{\rm r}})\gamma_1.\end{aligned}$$

证　选择满足式(16)的自适应增益, 则由定理1有$\|\tilde{x}_\tau\|_{L\infty} < \gamma_0$, 令$\tilde{\eta}(t) := \tilde{\omega}(t)u_{\rm ad}(t) + \tilde{\eta}_1(t) + \tilde{\eta}_{2\rm m}(t)$, $\eta(s)$为其拉普拉斯变换变换, 则有控制律

$$u_{\rm ad} = -kD(s)(\eta(s) + \tilde{\eta}(s)),$$

其中$\eta(s)$是如下信号的拉普拉斯变换:

$$\eta(t) := \omega(t)u_{\rm ad}(t) + \eta_1(t) + \eta_{2\rm m}(t) - r_{\rm g}(t),$$

其中: $r_{\rm g}(s) := K_{\rm g}r(s)$, $\eta_{2\rm m}(s) := H_{\rm m}^{-1}(s)H_{\rm um}(s)\cdot\eta_2(s)$, $\eta_i(s) := \theta_i(t)\|x(t)\|_\infty + \sigma_i(t)$, $i = 1, 2$.

将系统方程式写成频域形式为

$$x(s) = x_{\rm in}(s) + G_{\rm m}(s)\eta_1(s) + G_{\rm um}(s)\eta_2 - H_{\rm xm}(s)C(s)\tilde{\eta}(s) + H_{\rm xm}(s)C(s)K_{\rm g}(s)r(s). \tag{30}$$

同理有

$$x_{\rm ref}(s) = G_{\rm m}(s)\eta_{1\rm ref}(s) + G_{\rm um}(s)\eta_{2\rm ref}(s) + H_{\rm xm}(s)C(s)K_{\rm g}(s)r(s) + x_{\rm in}(s). \tag{31}$$

式(31)与式(30)相减得

$$\begin{aligned}&x_{\rm ref}(s) - x(s) =\\ &G_{\rm m}(s)\left(\eta_{1\rm ref}(s) - \eta_1(s)\right) +\\ &G_{\rm um}(s)\left(\eta_{2\rm ref}(s) - \eta_2(s)\right) + H_{\rm xm}(s)C(s)\tilde{\eta}(s) =\\ &G_{\rm m}(s)\left(\eta_{1\rm ref}(s) - \eta_1(s)\right) + G_{\rm um}(s)(\eta_{2\rm ref}(s) -\\ &\eta_2(s)) + H_{\rm xm}(s)C(s)H_{\rm m}^{-1}(s)C(s)\tilde{x}(s).\end{aligned} \tag{32}$$

引入文献[22]中的$L_{i\delta}, \bar{\delta}$的定义, 得到如下不等式:

$$\begin{aligned}&\|(x_{\rm ref} - x)_\tau\|_{L\infty} \leqslant\\ &\|G_{\rm m}(s)\|_{L_1}\|(\eta_{1\rm ref} - \eta_1)_\tau\|_{L\infty} +\\ &\|G_{\rm um}(s)\|_{L_1}\|(\eta_{2\rm ref} - \eta_2)_\tau\|_{L\infty} +\\ &\|H_{\rm xm}(s)C(s)H_{\rm m}^{-1}(s)C(s)\|_{L_1}\|\tilde{x}_\tau\|_{L\infty} \leqslant\\ &\|G_{\rm m}(s)\|_{L_1}L_{1\rho r}\|(x_{\rm ref} - x)_\tau\|_{L\infty} +\\ &\|G_{\rm um}(s)\|_{L_1}L_{2\rho r}\|(x_{\rm ref} - x)_\tau\|_{L\infty} +\\ &\|H_{\rm xm}(s)C(s)H_{\rm m}^{-1}(s)C(s)\|_{L_1}\gamma_0.\end{aligned} \tag{33}$$

整理得

$$\|(x_{\rm ref} - x)_\tau\|_{L\infty} \leqslant \frac{\|H_{\rm xm}(s)C(s)H_{\rm m}^{-1}(s)C\|_{L_1}}{1 - \|G_{\rm m}(s)\|_{L_1}L_{1\rho_{\rm r}} - \|G_{\rm um}(s)\|_{L_1}L_{2\rho_{\rm r}}}\gamma_0. \tag{34}$$

由γ_1定义得到$\|(x_{\rm ref} - x)_\tau\|_{L\infty} \leqslant \gamma_1 - \beta < \gamma_1$, 即式(27)得证. 对于输入$u$, 证明过程同上, 可得

$$\begin{aligned}&\|(u_{\rm ref} - u)_\tau\|_{L\infty} \leqslant\\ &\|\omega^{-1}C(s)\|_{L_1}L_{1\rho r} +\\ &\|\omega^{-1}C(s)H_{\rm m}^{-1}(s)C(s)\|_{L_1}\gamma_0 +\\ &\|\omega^{-1}C(s)H_{\rm m}^{-1}(s)H_{\rm um}(s)\|_{L_1}L_{2\rho r}(\gamma_1 - \beta) \leqslant \gamma_2.\end{aligned} \tag{35}$$

最后有$\|y_{\rm ref} - y\|_{L\infty} \leqslant \|C\|_\infty\gamma_1$.　　证毕.

由上可知系统输出$y(t)$和$y_{\rm ref}(t)$的跟踪误差与自适应增益Γ的平方根成反比, 则可以在系统硬件允许的范围内尽量增大Γ值, 以减少该跟踪误差. 同时需考虑系统理想输出$y_{\rm id}$和$y_{\rm ref}(t)$的跟踪误差.

考虑式(14)L_1范数条件, 当取$\rho_{\rm r} \to \infty$时, 有

$$\|G_{\rm m}(s)\|_{L_1} + \|G_{\rm um}(s)\|_{L_1}l_0 < \frac{1}{L}.$$

令

$$\lambda = (\|G_{\rm m}(s)\|_{L_1} + \|G_{\rm um}(s)\|_{L_1}l_0)L < 1, \tag{36}$$

则由式(32)得

$$\begin{aligned}&x_{\rm ref}(s) =\\ &(I - G_{\rm m}(s)\theta_1 - G_{\rm um}(s)\theta_2 l_0)^{-1} \times\\ &((sI - A_{\rm m})^{-1}B_{\rm m}(-CA_{\rm m}^{-1}B_{\rm m})^{-1}r(s) + y_{\rm in}(s)).\end{aligned} \tag{37}$$

因为

$$(I - G_{\rm m}(s)\theta_1 - G_{\rm um}(s)\theta_2 l_0)^{-1} = I + \sum_{i=1}^{\infty}(G_{\rm m}(s)\theta_1 + G_{\rm um}(s)\theta_2 l_0)^i,$$

则有

$$\begin{aligned}&x_{\rm ref}(s) =\\ &[I + \sum_{i=1}^{\infty}(G_{\rm m}(s)\theta_1 + G_{\rm um}(s)\theta_2 l_0)^i] \times ((sI -\\ &A_{\rm m})^{-1}B_{\rm m}(-CA_{\rm m}^{-1}B_{\rm m})^{-1}r(s) + x_{\rm in}(s)) =\\ &x_{\rm des} + \sum_{i=1}^{\infty}(G_{\rm m}(s)\theta_1 + G_{\rm um}(s)\theta_2 l_0)^i \times\\ &((sI - A_{\rm m})^{-1}B_{\rm m}(-CA_{\rm m}^{-1}B_{\rm m})^{-1}r(s) + x_{\rm in}(s)),\end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned}&\|x_{\rm des} - x_{\rm ref}\|_{L\infty} \leqslant\\ &\sum_{i=1}^{\infty}\lambda^i \times (\|(sI - A_{\rm m})^{-1}B_{\rm m}(-CA_{\rm m}^{-1}B_{\rm m})^{-1}\|_{L_1}\cdot\\ &\|r(t)\|_{L\infty} + \|x_{\rm in}(t)\|_{L\infty}) =\\ &\frac{\lambda}{1-\lambda}(\|(sI - A_{\rm m})^{-1}B_{\rm m}(-CA_{\rm m}^{-1}B_{\rm m})^{-1}\|_{L_1}\cdot\\ &\|r(t)\|_{L\infty} + \|x_{\rm in}(t)\|_{L\infty}),\end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned}&\|y_{\rm des} - y_{\rm ref}\|_{L\infty} \leqslant\\ &\frac{\lambda C}{1-\lambda}(\|(sI - A_{\rm m})^{-1}B_{\rm m}(-CA_{\rm m}^{-1}B_{\rm m})^{-1}\|_{L_1}\cdot\\ &\|r(t)\|_{L\infty} + \|x_{\rm in}(t)\|_{L\infty}).\end{aligned} \tag{38}$$

由λ的定义可知, 当增大低通滤波器$C(s) = \omega kD(s)[I + \omega kD(s)]^{-1}$中的带宽增益$k$时, 可减小

λ值, 从而减小$y_{\mathrm{ref}}(t)$和$y_{\mathrm{des}}(t)$的误差值. 但在k的具体设计时需要综合考虑. 因为较小的k值不能保证经滤波后的控制信号有效补偿系统工作带宽内的不确定性, 而k值过大, 会削弱系统的鲁棒性, 极端情况下取$k \to \infty$时$C(s) = 1$, 则系统蜕变成间接模型参考自适应控制, 失去了对高自适应增益的高频输入抖振的抑制作用. 本文的k值设计过程如下:

首先设计k值范围使得滤波器$C(s)$的带宽大于系统带宽, 以使系统工作频域内的不确定性可以得到补偿.

用扫频法, 给出系统的幅频、相频曲线如图3所示.

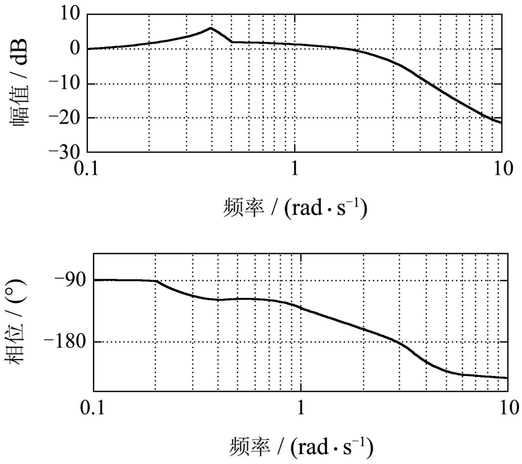

图 3 系统伯德图

Fig. 3 Bode diagram of system

求出系统带宽ω_{n}为3.15 rad/s. 滤波器$C(s) = [I + \omega k D(s)]^{-1} \omega k D(s)$的带宽为$\omega k$, 其中输入增益$\omega$的期望值为$I$. 为了使$C(s)$带宽大于系统带宽, 以使控制系统产生的有效控制信号补偿系统不确定性, k值满足下式:

$$k > \omega_{\mathrm{n}}. \tag{39}$$

在此基础上经过多次测试, 得到$k \in (5, 16)$时, 系统跟踪性能以及鲁棒性整体较好.

5 仿真结果及分析(Simulation result and analysis)

基于本文设计的重装空投控制器, 以某型运输机为例, 在$H = 100\,\mathrm{m}$高空, 采用单列单投形式, 完成仿真实验. 假设模型存在±20%的模型误差, 载机配平参数$V = 99.992\,\mathrm{m/s}$, $\alpha = \theta = 0.094\,\mathrm{rad}$, 仿真主要验证控制器的稳定性、鲁棒性及满足空投过程战技指标的相关要求.

首先本文采用将原系统方程在平衡点处小扰动线性化处理, 并结合LQR控制的方式得到参考模型的系统矩阵A_{m}及输入矩阵$B_{\mathrm{m}}, B_{\mathrm{um}}$, 然后结合$L_1$自适应控制器产生综合控制信号作用于原系统式(1), 其中: $Q_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 25 \end{bmatrix}$, $R_0 = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$, 得到状态反馈增益矩阵$K_{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} -0.0000 & 0.0015 \\ 0.5208 & -0.0049 \\ -0.2104 & 0.0036 \\ -1.5648 & 0.0190 \end{bmatrix}$, 从而得到式(5)中:

$$A_{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} -0.0123 & 8.0710 & 1.9759 & 4.9259 \\ -0.0020 & -0.7536 & 0.9853 & -0.1093 \\ 0.0027 & -2.3628 & -5.4664 & -7.8241 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} 9.4791 & 5.2500 \\ -0.0699 & -0.0041 \\ -5.0001 & 0.0036 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{\mathrm{um}} = \begin{bmatrix} -0.0008 & 0 \\ -0.9999 & 0 \\ 0.0125 & 0 \\ 0 & 1.0000 \end{bmatrix}.$$

选取自适应增益$\Gamma = 20000$, 滤波器带宽增益$k = 10$, 外环采用遗传算法进行PID参数整定, 其参数为: $K_{\mathrm{P}} = -0.013$, $K_{\mathrm{I}} = -0.003$, $K_{\mathrm{D}} = -0.012$.

仿真结果如图4–10所示.

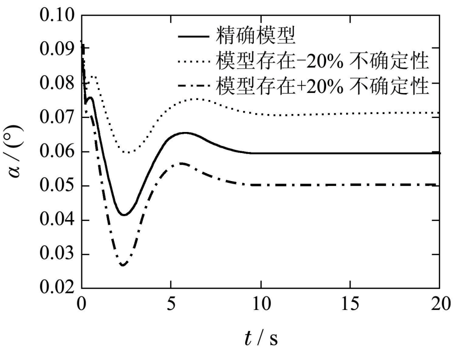

图 4 迎角响应曲线

Fig. 4 Response of attack angle

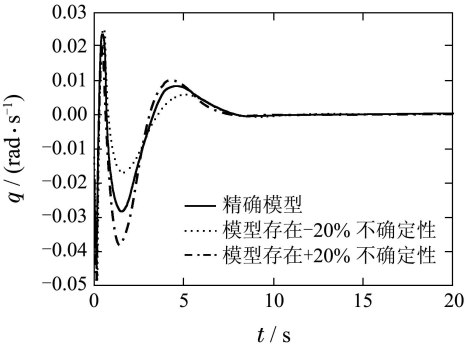

图 5 俯仰角速度响应曲线

Fig. 5 Response of pitch angle rate

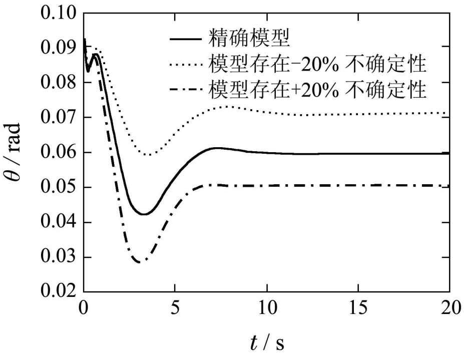

图 6 俯仰角响应曲线

Fig. 6 Response of pitch angle

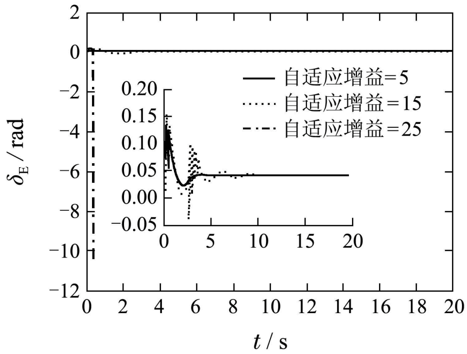

图 7 间接模型参考自适应下不同自适应增益舵偏角响应曲线

Fig. 7 Response of rudder angle of different IMRAC gain

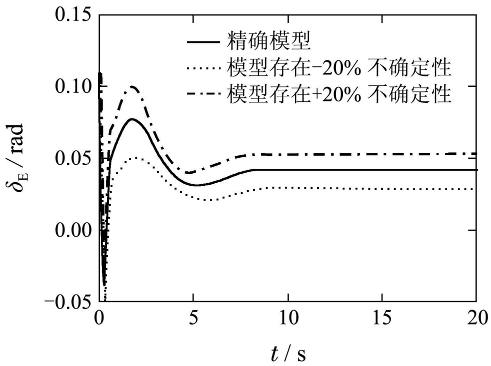

图 8 L_1自适应舵偏角响应曲线

Fig. 8 Response of adaptive rudder angle L_1

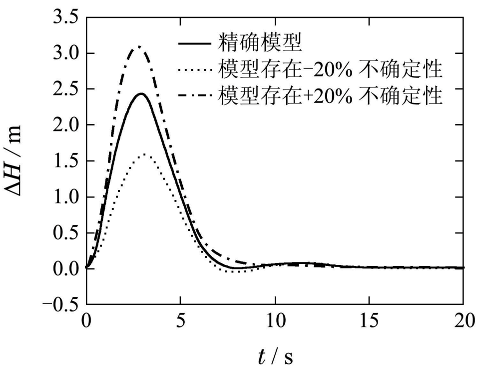

图 9 高度变化量响应曲线

Fig. 9 Response of flight altitude variable quantity

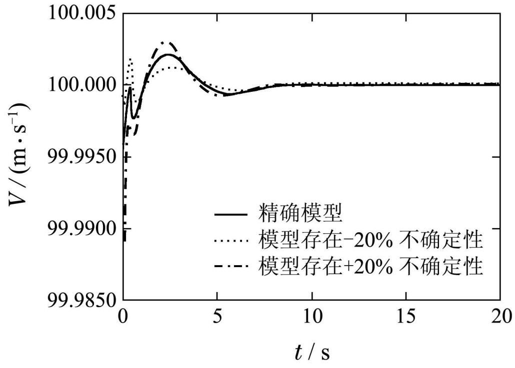

图 10 速度响应曲线

Fig. 10 Response of flight velocity

对无误差曲线模型, 货物在$t = 2.65$ s时离机, 存在误差模型离机时间误差在0.03 s变化范围内, 从仿真结果看, 本文设计的控制器对于飞机姿态角的保持收敛速度较快, 而且稳态误差较小. 由图7可以看出自适应增益的增加可以给系统带来高频输入抖振(图中点线), 甚至发散(图中点划线). 图8为本文设计L_1控制器下高输入增益$\Gamma = 20000$下的舵偏角响应曲线, 其抑制了舵偏角输入的高频抖振现象, 舵机物理可实现程度较好.

参照国内外运输机在执行单列单投的任务要求, 以某型运输机为例, 要求姿态角中俯仰角的变化量不超过5°且最低不小于2°, 仿真结果显示俯仰角变化量不超过3°, 且最小时为2.3°, 而角速度和迎角亦均满足战绩指标要求.

6 结论(Conclusions)

重装空投是一个强耦合、强非线性、存在突变等强干扰的不确定系统, 本文设计了基于最优控制下的L_1自适应的重装空投纵向控制器, 克服了传统自适应控制中提高自适应增益所带来的高频输入抖动及未建模动态的影响, 从而使系统具有了更好的跟踪性能及鲁棒性, 具有良好的工程运用前景.

参考文献(References):

[1] 冯艳丽, 史忠科. 超低空空投货物出舱过程的动态逆鲁棒控制 [J]. 控制工程, 2010, 17(5): 579 – 583.
(FENG Yanji, SHI Zhongke. Robust dynamic inversion control for cargo extraction during air drop at super low attitude [J]. *Control Engineering of China*, 2010, 17(5): 579 – 583.)

[2] KARL J. ASTROIVI. Adaptive feedback control [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1987, 75(2): 185 – 217.

[3] MARC STEINBERG. Historical overview of research in reconfigurable [J]. *Flight Control Proceedings of the IMechE Part G: J. Aerospace Engineering*, 2005, 219(4): 263 – 275.

[4] WISE K A, EUGENE LAVRETSKY, AND NAIRA HOVAKIMYAN. Adaptive control in flight: Theory, application, and open problems [C] //*American Control Conference*. Minneapolis, MN: IEEE, 2006: 5966 – 5971

[5] BURKEN J, NGUYEN N T, GRIFFIN B J. Adaptive flight control design with optimal control modification on an F-18 aircraft model [C] //*AIAA lnfotech at Aerospace*. Atlanta, Georgia: AIAA, 2010: 1 – 17.

[6] NGUYEN N T, KRISHNAKUMAR K, BOSKOVIC J. An optimal control modification to model-reference adaptive control for fast adaptation [C] //*AIAA Guidance, Navigation and Control Conferenceand Exhibit*. Honolulu, Hawaii: AIAA, 2008: 1 – 20.

[7] NGUYEN N T. Robust optimal adaptive control method with large adaptive gain [C] //*AIAA lnfotech at Aerospace Conference*. Seattle, Washington: AIAA, 2009: 1 – 20.

[8] CAO C, HOVAKIMYAN N. Design and analysis of a novel L1 adaptive control Architecture with Guaranteed transient performance [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(2): 586 – 591

[9] WISE K A, LAVRETSKY E, HOVAKIMYAN N. Adaptive control of flight: theory, applications, and open problems [C] //*Proceedings of the 2006 American Control Conference*. Minneapolis, Minnesota, USA: IEEE, 2006: 5966 – 5971.

[10] JOVAN D. BOSKOVICL, RAMAN K. MEHRA. Performance analysis of a simple L1-adaptive controller [C] //*American Control Conference*. New York: IEEE, 2013: 3370 – 3375

[11] CAO C, HOVAKIMYAN N. Stability margins of L1 adaptive controller [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(2): 480 – 487.

[12] VIVEK NATARAJAN, JOSEPH BENTSMAN. Adaptive projection-based observers and l1adaptive controllers for infinite dimensional systems with full state measurement [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(3): 585 – 598.

[13] CAO C, HOVAKIMYAN N. L1 adaptive controller for systems with unknown time-varying parameters and disturbances in the presence of non-zero trajectory initialization error [J]. *International Journal of Control*, 2008, 81(7): 1147 – 1161.

[14] LEMAN T, XARGAY E, DULLERUD G. L1 adaptive controller for X-48B aircraft [C] //*AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. Chicago, IL: IEEE, 2009: 1 – 14.

[15] KHARISOV E, HOVAKIMYAN N. Application of L1 adaptive controller to wing rock [C] //*AIAA lnfotech at Aerospace 2010*. Atlanta, Georgial: AIAA, 2010: 1 – 14.

[16] 徐光智. 大型运输机重装空投系统建模视景仿真系统研究 [D]. 西安:空军工程大学, 2011: 24 – 39.
(XU Guangzhi. *Large-scale transport aircraft heavyweight modeling and vision system analysis* [D]. Xi'an: Air Force Engineering University, 2011: 24 – 39.)

[17] CAO C Y, HOVAKIRNYAN N. L1 adaptive controller for a class of systems with unknown nonlinearities: Part 1 [C] //*American Control Conference*. Seattle, Washington, USA: IEEE, 2008: 4093 – 4098.

[18] 李大东, 孙秀霞, 董文瀚, 等. 基于线性化反馈的滑模变结构重装空投纵向控制律设计 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(1): 54 – 60.
(LI Dadong, SUN Xiuxia, DONG Wenhan, ET AL. Pitch control for flight in heavy-weight airdrop based on feedback linearization theory and variable-structure control [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(1): 54 – 60.)

[19] DURHAM WC, LUTZE F H. Perfect explicit model-following control solution to imperfect model-following control problems [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamic*, 1989, 14(2): 391–397

[20] 周军, 周凤崎. 线性多变量模型跟踪控制系统的参考模型设计 [J]. 控制理论与应用, 1997, 14(2): 283 – 286.
(ZHOU Jun, ZHOU Fengqi. Research on reference model design for linear multivariable model following control systems [J]. *Control Theory & Applications*, 1997, 14(2): 283 – 286.)

[21] POMET J B, PRALY L. Adaptive nonlinear regulation: estimation from the Lyapunov equation [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992 31(6): 729 – 740.

[22] CAO C, HOVAKIMYAN N. L1 Adaptive controller for nonlinear systems in the presence of unmodelled dynamics: part II [C] //*2008 American Control Conference*. Seattle, Washington, USA: IEEE, 2008: 4099 – 4104.

作者简介:

孙秀霞 (1962–), 女, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为先进控制理论与应用、非线性鲁棒自适应控制等, E-mail: gcxysxx@126.com;

常允刚 (1990–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为先进控制理论与应用, E-mail: changyungang@sina.com;

董文瀚 (1979–), 男, 副教授, 目前研究方向为研究方向为导航、制导与控制, Email: dongwenhan@sina.com;

刘 日 (1988–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为导航、制导与控制, Email: lr_taiyang@yeah.net.