

多智能体系统能控性研究进展

关永强¹, 纪志坚², 张霖¹, 王龙^{3†}

(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191;

2. 青岛大学 自动化工程学院, 山东 青岛 266071; 3. 北京大学 系统与控制研究中心, 北京 100871)

摘要: 能控性问题是多智能体协调控制领域中一个基本又十分重要的研究课题. 本文对多智能体系统能控性问题的研究现状进行综述, 介绍了多智能体能控性领域的基本问题和特点, 并结合智能体自身动力学与邻居交互协议, 从拓扑结构角度对该领域当前的研究热点和前沿进行分析阐述. 进一步, 对结构能控性的研究成果进行归纳总结, 并对能观测性、可镇定性和复杂网络能控性等相关问题进行阐述. 最后给出了仍需解决的问题和可能的研究方向.

关键词: 多智能体系统; 能控性; 邻居信息交互; 领航者-跟随者结构

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Recent developments on controllability of multi-agent systems

GUAN Yong-qiang¹, JI Zhi-jian², ZHANG Lin¹, WANG Long^{3†}

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Institute of Automation Engineering, Qingdao University, Qingdao Shandong 266071, China;

3. Center for Systems and Control, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: Controllability is a fundamental research issue in the study of cooperative control of multi-agent systems. This paper presents an overview on the state-of-the-art of the controllability of multi-agent systems. Some basic issues in the field of controllability of multi-agent systems are introduced, and the research hotspots and frontiers are analyzed and summarized from the perspective of interconnection topology. Furthermore, some of the latest research achievements on structural controllability are presented, and some related problems such as observability, stabilizability and controllability of complex networks are also introduced. Finally, the existing problems to be solved and the possible research direction are summarized.

Key words: multi-agent systems; controllability; local interactions; leader-follower structure

1 引言(Introduction)

自上世纪80年代以来, 随着计算机技术、传感技术、网络技术的飞速发展, 多智能体系统(multi-agent system, MAS)(也称多个体系统、群体系统、群集系统或多自主体系统)的研究已经成为控制领域中的一个研究热点^[1-4], 引起了控制、数学、生物、物理、通信、计算机和人工智能等领域科技工作者的浓厚兴趣^[5-12]. 多智能体系统实质上是由多个具有一定传感、计算、执行和通信能力的智能体组成的集合. 相比于单个系统, 多智能体系统具有诸多显著优点. 例如, 能够更有效地完成(单个个体无法完成的)任务; 具有更好的容错性、鲁棒性和内在并行性等. 近年来, 多智能体协调控制技术已在移动多车辆编队^[13]、智能交

通系统^[14]、无线传感器网络目标跟踪与监控^[15]、通信网络拥塞控制^[16]、人造卫星簇姿态控制^[17]、多自主水下航行器编队^[18]等工程实践中得到广泛应用.

能控性是现代控制理论中的一个基本概念, 最早是由卡尔曼(R. E. Kalman)等在20世纪60年代初首次提出的^[19-20]. 能控性作为一种描述系统状态可由外部输入进行控制的性能, 它的研究为系统控制器和估计器的分析和设计提供了理论基础. 多智能体系统能控性最早是由Tanner于2004年提出的^[21]. 多智能体系统能控性是指, 通过对多智能体系统内部某个或某几个领航者(leader)智能体施加外部控制输入, 系统内部各智能体之间通过相互合作和自组织, 使得跟随者(follower)智能体由任意给定的初始状态到达期望的

收稿日期: 2014-05-11; 录用日期: 2015-01-20.

†通信作者. E-mail: longwang@pku.edu.cn; Tel.: +86 10-62754388.

国家自然科学基金项目(61203374, 61375120, 61374062, 61374199), 北京自然科学基金项目(4142031), 山东省杰出青年基金项目(JQ201419)资助. Supported by National Natural Science Foundation of China (61203374, 61375120, 61374062, 61374199), Beijing Natural Science Foundation (4142031) and Science Foundation of Shandong Province for Distinguished Young Scholars (JQ201419).

最终状态. 概括地说, 多智能体系统能控性反映了外界通过领航者智能体对跟随者智能体的控制能力. 多智能体系统能控性的研究具有重要的理论价值和实践意义: 1) 从自然现象的观点来看, 少量简单个体受到外界控制(刺激或影响)加上一些简单交互规则就能够产生奇妙现象, 例如: 少量受训的牧羊犬能够控制整个羊群到达指定地点食草或者回圈^[22]; 少量蚂蚁通过自身释放的化学激素来引导整个蚁群以最短路径搬运食物^[23]; 通过刺激线虫体内大约17%的神经元, 可以影响线虫全身的整个神经网络^[24]. 2) 从社会实践的观点来看, 多智能体能控性的研究具有广泛工程背景和应用价值, 能够直接为机器人编队控制、电力网络控制、社会舆论舆情控制、突发事件应对、传染病防治、生态维护、可持续发展策略的制定等提供重要的理论指导^[24-26]. 3) 从系统科学的观点来看, 多智能体能控性的研究不仅丰富和拓展了多智能体系统理论研究的范畴, 同时也为新科技、新技术的开发与发展提供了重要的理论基础和思想方法.

近年来, 多智能体能控性作为多智能体系统研究中一个新兴且十分重要的研究课题, 受到了诸多领域专家学者的广泛关注, 获得了丰硕的成果. 为此, 本文力图在剖析多智能体能控性领域最新研究成果的基础上, 对该领域的发展现状进行综述, 并提出该领域研究的前沿性问题.

2 基本问题和特点(Basic problem)

从系统与控制理论角度来看, 多智能体能控性的研究具有许多新特点, 富于挑战性.

首先, 多智能体能控性采用领航者-跟随者(leader-follower)拓扑结构. 领航者-跟随者结构是指在多智能体系统中指定一个或多个智能体作为领航者(leader), 其余智能体作为跟随者(follower). 领航者接受外部控制信号, 并对跟随者发布控制指令, 从而影响跟随者的运动. 跟随者不接受外部控制信号, 他们之间允许存在信息传递, 并直接或间接受到领航者的影响. 领航者-跟随者结构的引入给多智能体能控性的研究带来一些新的问题, 比如: 领航者角色对能控性的影响; 领航者的选取问题(包括领航者数目和位置); 领航者的丢失问题等.

其次, 多智能体系统在结构上具有“个体动态+通信拓扑”的特点^[26]; 在状态演化方面智能体受到邻居交互规则的影响. 这些特征给多智能体能控性的研究带来了一些困难. 根据智能体系统建模方式的不同, 多智能体能控性研究分为离散时间系统、连续时间系统. 根据个体自身动力学特征, 可分为单阶积分器模型、高阶积分器模型和一般线性动态模型等. 根据个体之间的通信拓扑关系, 多智能体能控性研究又分为固定和切换拓扑、有向和无向拓扑、带有通信时滞和

无通信时滞、有权重和无权重等. 此外, 受个体演化规则影响, 分析和设计简单分布式行为规则, 以实现期望的群体构形也是多智能体能控性理论和应用研究中的新课题.

另外, 随着智能体数目的增加以及智能体自身动力学特性和通信拓扑结构的复杂化, 研究多智能体系统在复杂网络模型下的能控性问题也是一项极具挑战性的工作. 一方面, 复杂网络本身具有许多不同形式和模型, 如随机网络、小世界网络、无标度网络等. 另一方面, 由于复杂网络节点数目众多、结构复杂、个体动态多变, 经典能控性的分析和计算方法不再完全胜任. 因此, 将图论、代数分析、复杂网络理论与经典能控性的方法相结合来研究复杂网络结构下多智能体系统能控性问题, 是一项新的挑战 and 尝试.

3 能控性模型(Model of controllability)

从智能体自身动力学特性角度来看, 能控性研究可分为单阶积分器模型、二阶积分器模型、高阶积分器模型和一般线性模型. 另一方面, 描述智能体系统的动态又分为连续时间系统模型和离散时间系统模型. 下面简要讨论当前能控性研究中几个主要的模型.

3.1 连续时间系统模型(Model of continuous-time MAS)

考虑 n 个智能体组成的多智能体系统, 每个智能体动态方程由如下单阶积分器模型描述:

$$\Xi: \begin{cases} \dot{x}_i = u_i, & i \in \mathcal{I}_n, \\ u_i = \sum_{j \in N_i} (x_j - x_i), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_i \in \mathbb{R}^d$ 为第 i 个智能体的状态向量, $u_i \in \mathbb{R}^d$ 为施加的控制输入, N_i 是智能体 i 所有邻居构成的集合, $\mathcal{I}_n = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示智能体个数构成的指标集. 假设多智能体系统(1)的通信拓扑由图 G 描述, 相应的拉普拉斯矩阵(Laplacian matrix)为 L , 且 $x = [x_1^T \ \dots \ x_n^T]^T \in \mathbb{R}^{nd}$, 则系统(1)可以表示为 $\dot{x} = -(L \otimes I_d)x$, \otimes 表示克罗内克积(Kronecker product).

注 1 为描述方便起见, 假设智能体的状态维数 $d = 1$. 多维的情况可以利用克罗内克积表示, 本文所涉及的结果对多维仍然成立.

Tanner^[21]首先建立了单阶积分器智能体能控性模型. 假设系统(1)中有 m (≥ 1)个领航者和 $n - m$ 个跟随者. 作者引入领航者-跟随者拓扑结构, 相应的拉普拉斯矩阵 L 写成如下分块形式:

$$L = \begin{bmatrix} L_f & l_{fl} \\ l_{lf} & L_l \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中: L_f 和 L_l 分别对应跟随者和领航者的编号, l_{fl} 表示从领航者到跟随者的通信连接关系. 根据领航者-

跟随者结构划分,系统(1)可表示为

$$\Xi: \begin{cases} \dot{x}_f = -L_f x_f - l_{\text{fl}} x_1, \\ \dot{x}_1 = u, \end{cases} \quad (3)$$

这里 u 为外界控制指令, x_f 和 x_1 分别是所有跟随者状态和领航者状态的迭加向量.能控性研究的是领航者对跟随者的控制能力,即系统

$$\dot{x}_f = -L_f x_f - l_{\text{fl}} x_1 \quad (4)$$

的能控性问题.对于给定拓扑 \mathcal{G} ,模型(4)是一个线性时不变(Linear time-invariant, LTI)系统.其中,控制矩阵和输入矩阵,即: $-L_f \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$ 和 $-l_{\text{fl}} \in \mathbb{R}^{(n-m) \times m}$,与拉普拉斯矩阵 L 相关.当系统(4)中只有一个领航者($m=1$)时,输入矩阵 $-l_{\text{fl}}$ 退化成一个列向量.Tanner首先讨论了矩阵 L_f , l_{fl} 之间特征值和特征向量的关系,给出了判定系统(4)能控的充分必要条件,即:1) L_f 的特征值各不相同;2) L_f 的所有特征向量不与 l_{fl} 正交.随后,一些学者借助图论工具对系统(4)的能控性进行了深入研究.特别地,Ji等^[27]针对具有多个领航者的情形,讨论了系统(4)能控性问题,得到了一些代数和图论的判定条件.

文献[28–29]考虑了另一种单阶积分器能控性模型.假设由 n 个智能体组成的系统包含 $m(\geq 1)$ 个领航者和 $(n-m)$ 个跟随者,每个智能体动态方程描述如下:

$$\Xi: \begin{cases} \dot{x}_i = \sum_{j \in N_i} (x_j - x_i) + [u]_i, i \in \mathcal{I}_m, \\ \dot{x}_i = \sum_{j \in N_i} (x_j - x_i), i \in \mathcal{I}_n / \mathcal{I}_m, \end{cases} \quad (5)$$

其中 $[u]_i$ 表示外界控向量 u 的第 i 个元素,

$$\mathcal{I}_m = \{1, 2, \dots, m\},$$

$$\mathcal{I}_n / \mathcal{I}_m = \{m+1, m+2, \dots, n\}.$$

系统(5)写成矩阵形式为

$$\dot{x} = -Lx + Bu, \quad (6)$$

其中: $x = [x_1 \dots x_n]^T$, $B = [e_1 \dots e_m] \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $e_i(i=1, \dots, m)$ 是 \mathbb{R}^n 空间上的标准基向量.对比系统(4)与系统(6),作者发现虽然两个模型形式上不同(系统(4)中跟随者的动态受到领航者状态的影响,而系统(6)中跟随者的动态受到领航者的控制输入影响),但实际上二者都是在领航者-跟随者结构下建立,因此具有统一性.事实上,系统(4)的能控性与系统(6)的能控性等价.有关研究参见文献[29–31].

在单阶积分器模型研究结果的基础上,许多学者提出了二阶、高阶以及一般线性智能体系统能控性模型并对其进行了研究,代表工作包括文献[32–37].特别地,文献[32–33]的研究表明:二阶、高阶和一般线性多智能体能控性完全等价于单阶智能体系统的能控性.这样的结果表明,在某种程度上,多智能体系统

能控性不受智能体自身动态性能的影响,完全由拓扑图决定.基于此,目前能控性的大多数结果都是针对拓扑图结构分析得到的,作者将在第4节中从拓扑图角度对能控性问题进行深入的分析.

3.2 离散时间系统模型(Model of discrete-time MAS)

对应于连续系统,文献[38–40]考虑一阶离散智能体系统的能控性问题.系统描述如下:

$$x_i(k+1) = x_i(k) - \sum_{j \in N_i} w_{ij} (x_i(k) - x_j(k)) - \gamma_i w_{i0} (x_i(k) - x_0(k)), i \in \mathcal{I}_n, \quad (7)$$

其中: x_0 表示领航者的状态, $w_{ij}(\geq 0)$ 为拓扑权重值, γ_i 为常数值,表示领航者对跟随者的作用.如果领航者(标记为0)施加控制于第 i 个智能体,则 $\gamma_i=1$,否则, $\gamma_i=0$.

假设多智能体系统中包含 n 个跟随者,则离散多智能体系统能控性模型描述为

$$x(k+1) = Fx(k) + rx_0(k), \quad (8)$$

其中:

$$x = [x_1 \dots x_n]^T, F = I - L - R,$$

$$R = \text{diag}\{\gamma_1 w_{10}, \dots, \gamma_n w_{n0}\},$$

$$r = [\gamma_1 w_{10} \dots \gamma_n w_{n0}]^T.$$

Liu等^[38–40]利用线性代数理论和PBH判据(Popov-Belevitch-Hautus test),对系统(8)的能控性进行了分析.随后,文献[41]考虑采样多智能系统能控性问题,得到结论单阶积分器系统能控当且仅当非采样系统能控.文献[42–43]针对二阶离散智能体模型,考虑了具有多个领航者的能控性问题,得到一些判定能控性的代数条件.

4 能控性分析(Controllability analysis)

多智能体能控性与信息拓扑结构有着密不可分的关系.一方面,多智能体系统是由许多个体通过某种相互作用构成的一类网络化系统,在建模方面常采用图论方法进行描述.另一方面,多智能体能控性等价于拓扑图的能控性,研究和分析拓扑图的结构特性不仅有助于更好地理解能控性,而且可以为多智能体信息交互的设计提供理论指导.因此,对能控性进行图论的刻画具有重要理论和现实意义.本节将针对多智能体系统能控性现有的研究结果,从拓扑图角度进行分类阐述.

4.1 无向非加权拓扑图(Undirected and unweighted topologies)

4.1.1 拓扑图的划分(Graph partitions)

在无向非加权拓扑图的能控性研究中,很大一部分结果是通过拓扑图的划分得到的.划分实际上是将拓扑图中的节点按照连接方式、邻居数目、权重值大

小等不同属性进行分类,把具有相同属性特征的节点放在同一划分单元中,从而实现对整个拓扑结构的分解.通过研究不同划分单元之间的关系,了解和把握整个网络拓扑的结构特性,进一步完成对能控性的深入分析和研究.目前无向非加权拓扑涉及到的划分包括:等价划分(equitable partition)^[44-45]、松弛/几乎等价划分(relaxed/almost equitable partition)^[46-47]、最大松弛/几乎等价划分(maximal relaxed/almost equitable partition)^[47-48]、距离划分(distance partition)^[30,49]、连通分支划分(connected component partition)^[50-51]等.

文献[44-45]分别针对具有单一领航者和多个领航者的情形,利用等价划分概念(即:将具有相同邻居数目的节点划分成一类,构成一个划分单元(cell),整个拓扑图的节点集合由不相交的划分单元的并集构成)研究了系统(4)的能控性,并得到结论:如果拓扑图存在非平凡的等价划分,系统(4)不可控.同时,基于自同构映射文献[44-45]定义了拓扑图的对称性,并给出了能控性必要条件,即:如果拓扑图是关于领航者对称的,那么多智能体系统一定不可控.随后, Martini等^[46]提出了松弛(几乎)等价划分(即:在等价划分基础上不再要求同一个划分单元内的节点也具有相同的邻居个数),作者考虑了系统(4)的能控性及其分解问题,给出了能控性的充要条件:系统(4)能控当且仅当拓扑图的最大松弛等价划分是平凡的.然而, Martini得到的判定条件并不充分.事实上,文献[47-48]构造了反例证明文献[46]的条件必要非充分. Zhang等^[30,49]利用最大松弛划分和距离划分,研究了系统(6)能控子空间维数的上下界估计问题,得到的结果是:能控子空间的维数大于等于最大距离划分所包含的划分单元的个数,小于等于最大松弛划分所包含的划分单元的个数. Ji等^[50-51]提出了连通分支划分,并证明系统(4)能控当且仅当每个连通分支是能控的.同时作者指出:领航者-跟随者连通是多智能体能控的必要图形结构.依据这条结论,通过观察拓扑结构,如果不满足领航者-跟随者连通条件,就直接可以判断该系统不可控.这一条件的提出极大减少了判定能控性的工作量.更多关于拓扑图划分的结果可参阅综述性文献[52].

需要指出:从拓扑图划分的角度来研究能控性只是一种尝试和手段,事实上没有任何一种划分能够涵盖所有的拓扑图结构特性,进而无法通过拓扑图划分来判定任意给定拓扑图的能控性问题.

4.1.2 一些简单拓扑图(Some simple topologies)

由于一般性拓扑图的能控性很难得到满意结果,大量学者转而讨论一些简单拓扑图的能控性.目前文献中涉及到的简单拓扑图包括:路图、环图、树图、完全图、网格图、链状图等.这些拓扑图结构相对简单,

借助图论、代数等一些数学工具可以得到一些关于能控性的较为完整结果.文献[31]针对系统(6)讨论了路图和环图的能控性.作者分析了路图和环图拉普拉斯矩阵的特征值和特征向量,给出了不可控系统对应特征值以及特征向量的具体形式.同时,作者利用数论工具研究了路图和环图完全能控的充要判定条件.文献[21]考察了完全图的能控性,指出在给定单一领航者的情况下完全图一定不可控. Ji等^[53-54]研究了无向树图的能控性.通过引入向下分支(downer branch)的概念,作者分别从代数和图论角度给出了树图能控的一些充分/必要条件.文献[55]讨论了网格图(grid graphs)的能控性.作者将网格图分解成一些无向路图的组合,结合图论和数论理论得到了网格图能控的一些充分/必要条件.文献[56]研究了循环图的能控性问题.借助于柯西-比内公式(Cauchy-Binet formula)和经典PBH判据,作者给出循环图能控的一些代数判据.文献[57]构造了一类不可控的拓扑结构:具有单一领航者的多重链状拓扑图.作者研究了该图的结构特性,并提出了获得该图的最大松弛等价划分的一个算法.

4.2 有向加权拓扑图(Directed and weighted topologies)

之前的结果大多考虑的是无向非加权图,无向非加权图具有对称性,对应智能体之间的信息交流是双向的(即:智能体发送信息的同时也能接收到邻居个体信息).然而,对称拓扑结构的假设无论对自然系统或者人工系统都过于理想^[26]. 实践中,由于交互模式限制、外界环境干扰、通信权重以及智能体性能差异等因素的影响,智能体之间的信息交互往往具有方向性、存在权重值,对应的有向加权拓扑是非对称的.非对称性给能控性的研究带来新的挑战.因此,研究有向加权拓扑图的能控性具有重要理论和实践意义.目前已有学者从不同角度对该问题进行了研究,获得了一些成果.例如, Jiang等^[32-33]建立了无向和有向加权拓扑情形下系统(4)能控性的统一描述模型,并讨论了权重值对能控性的影响,结果表明:适当选取权重值,一个不可控的系统将变为能控系统.文献[58]研究了有向加权图的能控子空间维数,并讨论了权重值(矩阵行和为零的限制)对系统(4)能控性的影响.文献[59]讨论了有向树图的能控性,给出了判定能控性的充要条件,并讨论了权重值的选取问题.文献[60]针对个体具有不同动力学特性的多智能体系统,考察了有向加权拓扑图情形下的能控性.借助矩阵理论和图论工具,作者提出了一些判定能控性的充分或必要条件.由于有向加权拓扑具有非对称性,导致此类拓扑图下的能控性研究要比无向非权重图复杂的多,目前的研究结果只是一小部分,尚有许多问题等待作者去进一步探索.

4.3 切换和时滞拓扑图(Switching topologies and topology with time-delay)

切换拓扑是指智能体的通信拓扑因某种原因从一种模式转换为其他模式^[12]. 能控性研究中, 尽管固定通信拓扑可以简化相关问题, 但是切换拓扑的情形更加符合实际. 例如, 智能体之间受到障碍物的影响或通信距离发生变化时, 某些连接边可能断开或连通^[3]. 信息传递中的丢包也可简化为通信拓扑的切换^[2]等等. 因此, 研究切换拓扑的能控性具有重要理论价值和实际意义. 另一方面, 实践中, 由于传输介质物理特性、传输信号多样性、传输带宽限制等因素的影响, 智能体系统中通信时滞现象广泛存在. 因此, 研究带有通信时滞的能控性问题也具有重要意义.

对于切换拓扑或带有通信时滞情形的能控性, 目前主要的研究方法是将多智能体系统转化为切换系统或时滞系统, 利用切换系统或时滞系统能控性的概念和方法^[61-65], 结合图论、代数工具进行分析, 得到能控性判据. 例如, Liu等^[38-40]研究了离散线性多智能体系统(7)在切换拓扑条件下的能控性. 作者针对单一领航者和多个领航者的情况, 利用列空间、循环不变子空间等概念, 给出了判定能控性的代数条件. 随后, 文献^[66-67]讨论了连续多智能体系统在切换拓扑条件下的能控性, 并得到一些充分和必要的判定条件, 结果表明: 即便每个子系统不可控, 在切换条件下整个多智能体系统仍然可控. 目前, 切换拓扑下的能控性结果大多是利用经典切换系统能控性的几何判据^[61-63]得到的, 而针对多智能体自身特征, 从拓扑图结构角度出发, 分析智能体系统自身特性、考察拓扑图切换控制率的设计问题, 从而得到图论方面的能控性判据和结果等有待于进一步深入研究.

时滞拓扑图方面, Liu等^[43]针对一阶离散系统(7)讨论了定常多通信时滞的情况, 给出了判定能控性问题的代数条件. Ji等^[68]针对单阶和二阶积分器模型分别讨论了具有定常单通信时滞和定常多通信时滞的情况, 并得到了能控性的相关判据. 现有的研究都是将时滞系统转化为非时滞系统, 利用非时滞系统与原系统能控性的关系得到时滞系统能控性判据. 研究表明, 智能体能控性与通信时滞无关, 仅与拓扑图结构相关. 需要指出, 目前多智能体能控性所考虑的时滞都是通信时滞, 而现实中还存在输入时滞. 同时相比固定时滞, 时变时滞的情况在实践应用中更加普遍. 因此, 不同时滞模型下的能控性问题是一个值得关注的问题.

4.4 其他结果(Other results)

4.4.1 领航者的角色(Leaders' role)

多智能体系统能控性本质上反映了领航者对跟随者的控制能力. 因此, 领航者的角色(包括领航者的数

量和位置)对多智能体能控性有重要影响. 理解领航者角色对能控性的影响, 分析领航者数量和位置对能控性的作用, 将为认识能控性问题的本质提供一个新视角. 近年来, 领航者角色的研究已成为能控性问题研究的一个前沿和热点^[31, 33, 49, 51, 54, 69-71]. 例如, Ji等^[51]研究指出: 领航者的信息必须传递给每个跟随者, 否则系统(4)不可控. 同时, 作者讨论了领航者的选取问题, 得到结论: 系统(4)能控当且仅当不存在这样一个与拉普拉斯矩阵对应的特征向量, 即: 该特征向量中与领航者相对应位置的元素为零. Wang等^[33]提出了有向图领航者-跟随者连通的概念, 在此基础上讨论了领航者的数目和位置对能控性的影响, 并得到结论: 拓扑图必须是领航者-跟随者连通的(即: 领航者的信息必须传递给每个跟随者), 否则系统(4)不可控. Ji和Wang的研究表明: 在能控系统对应的拓扑图中领航者的角色起主导作用. 随后许多学者针对一些简单拓扑图研究了领航者角色和作用, 得到一些完整的结果. 例如, Parlangei等^[31]针对路图和环图, 考察了领航者的数量和位置对能控性的影响, 得到了一些选取领航者的充要条件. Zhang等^[49]考虑了完全图, 研究表明, 含有 n 个节点的无向完全图能控至少需要任意选取 $n-1$ 个节点作为领航者. Ji等^[54]考察了领航者的角色对无向树图的影响, 作者分别从代数和图论角度给出了一些选取领航者的方法. 其他关于领航者选取问题的结果参见文献^[69-71].

4.4.2 邻居交互协议(Local interactions protocol)

智能体之间的邻居交互协议也是影响能控性的重要因素. 目前从邻居交互协议角度研究能控性的结果鲜有报道^[33, 72-73]. 特别地, Ji等^[72-73]针对一般线性智能体系统设计了一种邻居交互协议, 在此基础上证明一般线性动态智能体的能控性等价于单节积分器智能体的能控性, 且能控性完全由拓扑图决定. 文献^[72-73]的研究将影响能控性的三方面因素(拓扑图结构、智能体自身动态、协议设计)结合起来, 从而为多智能体能控性的研究建立了统一观点.

除此之外, 还有其他一些影响能控性的因素, 如: 智能体节点和连接边的增加与丢失、外界环境的干扰等等, 具体参见文献^[74, 80-81].

5 结构能控性(Structural controllability)

控制系统的能控性实质上是系统的结构属性, 它与系统的结构、参数、控制输入的施加点以及传递增益等有关. 在许多工程实际中, 除了一些由坐标化(比如位置的时间导数是速度)或者系统部件之间一定不存在的物理连接所确定的零元素外, 系统参数的精确值是很难获得的^[75-77]. 因此, 除了一些确定的零元素外系统矩阵中的元素都是由系统参数的近似值构成. 基于系统矩阵的这个特点和一些物理实际, Lin在文

献[75]中首次提出了结构能控性的概念并从系统结构拓扑图的角度建立了结构能控性判据. 对于一个给定通信拓扑的多智能体系统(其通信拓扑由非加权图描述), 如果将拓扑中不存在的连接边看作系统的确定零元, 将存在的连接边看作系统的自由参数, 很自然地就可以把控制系统的结构能控性概念引入到多智能体系统中. 近年来, 结构能控性的研究已经成为多智能体系统能控性研究的一个热点, 受到各国学者的广泛关注^[33, 58, 78-84, 86-87]. 本节将对多智能体系统结构能控性问题进行综述.

5.1 结构能控性分析(Structural controllability analysis)

多智能体系统结构能控性是指: 对于给定的拓扑结构, 如果存在或选取一组权重值, 使得多智能体系统在加权图下是能控的, 那么就称该多智能体系统结构能控. 多智能体系统结构能控性的概念最早是由 Zamani 和 Wang 等分别在文献[78]和文献[33]中提出的. Zamani 等针对具有单一领航者的智能体系统考查了无向拓扑情形下系统(4)的结构能控性问题. 利用经典的结构能控性判定方法, 从图论角度给出了系统(4)结构能控的充分必要条件, 即: 系统(4)结构能控当且仅当拓扑图是连通的. Wang 等针对多个领航者的智能体系统(4)考察了有向拓扑图情形下的结构能控性. 同样得到充分必要条件: 系统(4)结构能控当且仅当所有跟随者都存在一条路径, 使得该跟随者能够接收到某个领航者的信息. Partovi 等^[79]将文献[78]的结果推广到高阶积分器模型, 研究了两种不同协议下的结构能控, 得到相同的结论: 高阶积分器多智能体系统结构能控当且仅当拓扑图是连通的. 然而, 上述结果都忽略了结构能控性概念中非零元素相互独立的要求. 事实上, 由于智能体之间的邻居交互采用一致性(consensus)协议^[2](一致性协议是利用智能体自身状态和其邻居状态之差作为反馈, 实质上是一种相对协议), 对应的拉普拉斯矩阵对角元素等于非对角元素之和. 同时, 无向拓扑图下, 拉普拉斯矩阵具有对称性. 这些特征使得非零元素之间相互关联(行和为零或非对角元素对称), 从而丧失了独立性. 上述结果虽然能够保证系统结构能控, 但所选取的权重不再满足系统矩阵对称或行和为零的要求, 因此, 一致性协议下权重选取问题的可解性无法得到保证. 基于上述问题, 部分学者提出了绝对协议, 并讨论了该协议下的结构能控性问题. Jafari 等^[80]针对单阶智能体提出了如下绝对协议:

$$\Xi: \begin{cases} \dot{x}_i = u_i, & i \in \mathcal{I}_n, \\ u_i = \sum_{j \in N_i \cup \{i\}} \alpha_{ij} x_j, & i \in \mathcal{I}_n / \mathcal{I}_m, \\ u_i = u_{\text{ext}}^i, & i \in \mathcal{I}_m, \end{cases} \quad (9)$$

其中: $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$ 为固定系数, u_{ext}^i 为外界控制输入. 对应的跟随者的动态方程描述如下:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (10)$$

$x = [x_1 \ \cdots \ x_{n-m}]^T$, $u = [x_{n-m+1} \ \cdots \ x_n]^T$. $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B = [b_{ik}] \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 都是结构矩阵. 对于任意的 $i, j \in \mathcal{I}_n / \mathcal{I}_m$, 如果 $j \in N_i \cup \{i\}$, 则 $a_{ij} = \alpha_{ij}$; 否则, $a_{ij} = 0$. 同样地, 对于任意的 $i \in \mathcal{I}_n / \mathcal{I}_m$, 如果 $k \in \mathcal{I}_m$, 则 $b_{ik} = \alpha_{i(n-m+k)}$; 否则, $b_{ik} = 0$. 与相对(一致性)协议下的拓扑图结构相比较, 协议(9)对应拓扑图上的每个节点都存在自环. 而自环的存在打破了系统矩阵行和为零的限制, 从而恢复了非零自由元的独立性. 基于此, Jafari 从图论角度分析得到了系统(10)结构能控当且仅当每个跟随者智能体都能接收到领航者的信息. 随后, Jafari 等^[80]和 Rahimian 等^[81]进一步讨论了节点或者连接边(同时)丢失对系统(10)结构能控性产生的影响.

绝对协议下的结构能控性研究还有其他一些结果^[58, 82-84]. 例如, Liu 等^[82]讨论了切换拓扑下多智能体结构能控性问题. 研究表明: 系统(10)在切换拓扑下结构能控当且仅当所有可能的拓扑图的并图是领航者-跟随者连通的(即: 每个跟随者智能体都能接收到领航者的信息). Lou 等^[58]讨论了非零对角元素以及拉普拉斯矩阵行和为零对多智能体系统结构能控性的影响. Guan 等^[83]考虑了绝对协议下高阶积分器动态多智能体系统结构能控性问题. Sundaram^[84]考虑了有限数域上多智能体系统结构能控性问题.

5.2 强结构能控性(Strong structural controllability)

在工程应用中, 由于一些特殊原因往往不允许所考虑的系统在一些给定参数下不可控. 因此, Mayeda 等^[85]引入了强结构能控的概念, 即: 对于任意给定的一组非零参数, 要求所考虑的线性系统都是能控的. 强结构能控的系统一定结构能控的, 但反过来结论不成立. 对于多智能体系统来说, 强结构能控是指在给定拓扑条件下, 对于任意给定的一组非零权重值, 多智能体系统是能控的. 近几年, 有少量工作考虑了多智能体系统的强结构能控问题. 例如, Lou 等^[58]针对单一领航者智能体系统研究了有向图的强结构能控性问题, 从图论角度给出了系统强结构能控性的充要条件, 同时对具有多个领航者的情形也进行了讨论. Goldin 等^[86]利用混合矩阵的分析方法^[77]研究了单阶积分器智能体系统强结构能控性问题. Chapman 等^[87]利用二分图的最大匹配原理解决了网络化系统的强结构能控性问题.

以上结果表明: 多智能体系统(强)结构能控性完全由信息拓扑结构决定, 与智能体自身动力学特征性和邻居交互协议无关, 所得到的(强)结构能控性判定准则都是充分必要条件. 这些图论条件的建立为多智

能体系统的设计和应用提供了便利. 目前的研究只涉及到(强)结构能控性的判定条件(即: 边权重值的存在性), 而边权重值选取问题尚未涉及, 因此目前该问题仍是结构能控性研究的热点和难度.

6 相关研究问题(Some related problems)

随着多智能体系统能控性的深入研究, 一些相关问题也引起了诸多学者的兴趣, 其中包括: 能观测性问题、可镇定性问题、复杂网络能控性问题等. 这里作者针对一些与本文讨论内容直接相关的部分工作进行阐述, 其他方面的研究进展请参见近期文献.

6.1 能观测性问题(Observability)

在经典控制理论中, 对于线性系统来说, 无论是连续时间系统还是离散时间系统、时变系统还是时不变系统, 能控性和能观测性之间在概念和判据形式上都存在对偶关系^[88-90]. 同样, 多智能体系统的能控性和能观测性也满足对偶关系. 例如, 系统(4)的能观测性模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = -L_f x, \\ y = -l_n^T x. \end{cases} \quad (11)$$

近年来, 多智能体系统能观测性受到了研究人员的广泛关注. 例如, 文献[28, 91]分别讨论了路图、环图的能观测性; 文献[92]考虑了异质多智能体系统的能观测性问题. 文献[55, 93]分别研究了无向和有向网格图的能观测性; 文献[94]利用松弛等价划分讨论了单节积分器智能体系统能观测性问题; 文献[95-96]分别考察了无向强规则图和距离规则图的能观测性问题.

6.2 可镇定性(Stabilizability)

可镇定性问题是伴随着多智能体能控性而产生的一个新兴的问题, 最早是由Kim等在文献[97]提出. Kim等在文献[97]中指出: 系统(4)能控时, 相应的优化控制输入表达形式需要知道跟随者的初始和最终状态, 这样的控制输入属于集中控制而非分布式控制. 因此, Kim等考虑了如下模型:

$$\Xi: \begin{cases} \dot{x}_i = u_i + e_i r_i, \quad i \in \mathcal{I}_n, \\ u_i = \sum_{j \in N_i} (x_j - x_i), \end{cases} \quad (12)$$

其中: r_i 表示第*i*个智能体的外界控制输入, e_i 是固定常数. 如果外界控制输入 r_i 作用到第*i*个智能体, 则 $e_i = 1$; 否则, $e_i = 0$. 令

$$x = [x_1 \ \cdots \ x_n] \in \mathbb{R}^n, \quad r = [r_1 \ \cdots \ r_n] \in \mathbb{R}^n, \\ E = \text{diag}\{e_1, \dots, e_n\} \in \mathbb{R}^n,$$

则系统(12)可表示为

$$\dot{x} = -Lx + Er. \quad (13)$$

Kim等讨论了系统(13)的可镇定性问题, 给出了系统

(13)可镇定的充要条件, 并设计了一类分散自反馈控制输入实现了系统(13)的镇定. 随后, Guan等^[98-99]针对一般线性智能体系统提出了可镇定性的概念, 并指出了单阶积分器和一般系统下可镇定性的联系与区别. 同时作者分别考虑了固定和切换两种拓扑结构下的可镇定性问题, 给出了镇定性的充要条件. 需要指出, 可镇定性问题与一致性问题存在一些联系和区别. 相同点: 二者均采用分布式交互协议(即: 智能体只利用自身和其邻居的状态信息). 不同点(以有向拓扑图下单阶智能体为例): 1) 研究问题方面, 一致性实质上讨论的是系统 $\dot{x} = -Lx$ 的稳定性问题; 而可镇定性考虑的是系统(13)的镇定性, 并且还需考虑外界控制输入 r 的设计问题. 2) 研究结论方面, 系统 $\dot{x} = -Lx$ 一致当且仅当拓扑图包含生成树; 系统(13)可镇定当且仅当外界控制输入作用于确定的智能体. 概括而言, 一致性讨论的是智能体自身状态随时间演化的问题, 而可镇定性考虑的是外界控制输入对智能体的作用和影响, 二者在概念、模型和结论方面都不相同.

目前, 多智能体系统可镇定问题的研究尚处在起步阶段, 除了可镇定性条件的研究, 其他如反馈控制算法设计问题、系统模型不确定和系统参数摄动问题、外部扰动对可镇定性的影响等也值得关注.

6.3 复杂网络能控性(Controllability of complex networks)

近年来, 随着网络科学的发展, 复杂网络的能控性已经成为了一个跨学科研究的热点^[24-25, 100-104]. 众所周知, 现实世界中许多复杂系统都可以由相互作用的个体组成的复杂网络来描述, 其中网络节点表示系统中的个体, 两节点之间的边表示个体之间的相互作用. 例如, 食物网、英特网、高速公路网、无线通讯网络、电力网络、人际关系网等^[100]. 针对节点数目庞大、结构复杂多变的复杂网络, 如何对其施行控制? 执行什么样的控制? 被控制节点需要满足什么条件? 等等这些问题受到科研工作者的广泛关注. 在这一方向Liu等^[25]学者做了开创性的工作. 首先, 作者利用经典的结构能控性概念, 建立了复杂网络能控性模型, 并利用最大匹配原理, 研究了控制整个复杂网络所需要的最小节点的数目, 最后定量研究了复杂网络中某些节点和边点丢失时网络能控的鲁棒性问题. 之后, 大量学者沿着这一方向进行了深入的研究, 取得了丰硕成果^[24, 100-104].

值得注意的是, 复杂网络能控性的研究与多智能体能控一样都利用了经典能控性的概念、方法和结论, 同时借助图论、线性代数等数学工具, 但二者有以下不同: 1) 模型方面, 复杂网络能控性采用邻接矩阵进行系统建模, 并讨论该系统的结构能控性, 而多智能体能控性是建立在Laplacian矩阵基础之上的, 考虑的能控性包括一般能控性、结构能控性和强结构能控

性等. 2) 研究方法上, 复杂网络能控性多采用统计物理、数据挖掘、仿真实验等方法对大量的现实和人造网络进行数据分析, 而多智能体能控性更多是利用严格的数学推导、理论证明针对某一具体问题进行研究. 3) 结论上, 复杂网络能控性得到的结论属于宏观层面, 体现了多种不同网络所具有的共性. 而多智能体系统能控性的结论属于微观层面, 是对某个具体问题的解答.

7 结论与展望(Concluding remarks)

近年来, 随着控制、通信、计算技术的交叉融合, 能控性问题作为多智能体系统协调控制领域中一个崭新的研究课题得到国内外诸多领域专家学者的广泛关注, 并已取得丰硕的研究成果. 但目前能控性的研究仍处于发展阶段, 尚有许多问题有待深入研究:

1) 具有强非线性模型的能控性问题.

现有研究结果考虑的智能体动态模型都是线性的, 特别是单阶或二阶积分器模型^[21, 27, 32-35]. 然而, 在实际应用中, 许多智能体具有非线性动态, 例如: 机器人、无人飞机、太空船等. 由于非线性系统相对于线性系统具有更为复杂的动力学特性, 使得分析和处理线性系统的方法、工具等不再适用. 因此, 需要发展新的理论和工具来研究非线性智能体能控性问题. 另一方面, 现有的研究结果针对非线性多智能体系统是否成立? 如何将线性系统的相关研究成果推广至非线性系统? 这些问题已经成为现阶段的一个重要研究方向, 目前已有一些初步的研究成果^[105].

2) 异质多智能体系统的能控性问题.

现有多智能体系统研究中通常考虑智能体系统是同质性的, 即所有智能体具有相同的动力学模型. 但在自然现象和实际应用中, 例如不同种类的生物群体共同迁徙、有人-无人机组成的战斗机群、异质机器人系统、集群航天器系统, 智能体的动力学特性具有较大差别; 智能体面对的外界干扰也各不相同. 目前, 异质多智能体系统的协调控制已有一些初步探索, 包括一致性问题^[8-10]、包围控制^[11]等. 但是, 异质多智能体系统的能控性问题尚未涉及, 是未来值得关注的方向.

3) 能控性结果的实际应用研究.

目前多智能体系统能控性的研究结果侧重于理论分析, 而构建通信拓扑、选取边权重值、优化控制输入等相关设计问题的结果较少. 特别地, 如何设计合理通信拓扑以获得较好能控性, 如何优化选择边权重值使不可控系统变成能控性系统、怎样设计最优的控制输入来完成期望的智能体构形等问题都值得深入研究. 另一方面, 将能控性的理论研究与工程实践紧密结合, 把理论成果应用于实际工程中还需要深入研究和探索.

可以预见, 在未来几年内, 多智能体系统能控性的研究将会进一步发展, 相关问题也将随着其他学科和技术的发展得到解决, 将会在更多领域得到实际应用.

参考文献(References):

- [1] FAX J A. *Optimal and Cooperative Control of Vehicle Formations* [M]. Pasadena: California Institute Technology, 2001.
- [2] JADBABAIE A, LIN J, MORSE A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(6): 988 – 1001.
- [3] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520 – 1533.
- [4] REN W, BEARD R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(5): 655 – 661.
- [5] XIE G, WANG L. Consensus control for a class of networks of dynamic agent [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2007, 17(10/11): 941 – 959.
- [6] XIAO F, WANG L, CHEN J, et al. Finite-time formation control for multi-agent systems [J]. *Automatica*, 2009, 45(11): 2605 – 2611.
- [7] MESBAHI M, EGERSTEDT M. *Graph Theoretic Methods in Multiagent Networks* [M]. Princeton: Princeton University Press, 2010.
- [8] ZHENG Y, ZHU Y, WANG L. Consensus of heterogeneous multi-agent systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2011, 5(16): 1881 – 1888.
- [9] ZHENG Y, WANG L. Finite-time consensus of heterogeneous multi-agent systems with and without velocity measurements [J]. *Systems and Control Letters*, 2012, 61(8): 871 – 878.
- [10] ZHENG Y, WANG L. Consensus of heterogeneous multi-agent systems without velocity measurements [J]. *International Journal of Control*, 2012, 85(7): 906 – 914.
- [11] ZHENG Y, WANG L. Containment control of heterogeneous multi-agent systems [J]. *International Journal of Control*, 2014, 87(1): 1 – 8.
- [12] 闵海波, 刘源, 王仕成, 等. 多个体协调控制问题综述 [J]. *自动化学报*, 2012, 38(10): 1557 – 1570.
(MIN Hai-bo, LIU Yuan, WANG Shicheng, et al. An overview on coordination control problem of multi-agent system [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(10): 1557 – 1570.)
- [13] LAFFERRIERE G, WILLIAMS A, CAUGHMAN J, et al. Decentralized control of vehicle formations [J]. *Systems and Control Letters*, 2005, 54(9): 899 – 910.
- [14] ADLER J L, SATAPATHY G, MANIKONDA V, et al. A multi-agent approach to cooperative traffic management and route guidance [J]. *Transportation Research, Part B: Methodological*, 2005, 39(4): 297 – 318.
- [15] CHEN X, HO Y C, BAI H X. Complete coverage and point coverage in randomly distributed sensor networks [J]. *Automatica*, 2009, 45(6): 1549 – 1553.
- [16] PAGANINI F, DOYLE J, LOW S. Scalable laws for stable network congestion control [C] // *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*. Orlando, USA: IEEE, 2001, 1: 185 – 190.
- [17] DIMAROGONAS D V, TSIOTRAS P, KYRIAKOPOULOS K J. Leader-follower cooperative attitude control of multiple rigid bodies [J]. *Systems and Control Letters*, 2009, 58(5): 429 – 435.
- [18] DO K D. Formation control of underactuated ships with elliptical shape approximation and limited communication ranges [J]. *Automatica*, 2012, 48(7): 1380 – 1388.
- [19] KALMAN R E. Contributions to the theory of optimal control [J]. *Boletin Sociedad Matematica Mexicana*, 1960, 5(1): 102 – 119.

- [20] KALMAN R E, HO Y C. Controllability of linear dynamical systems [J]. *Contributions to Differential Equations*, 1963, 1(2): 189 – 213. 9
- [21] TANNER H G. On the controllability of nearest neighbor interconnections [C] // *Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*. Paradise Island, the Bahamas: Springer Press, 2004, 3: 2467 – 2472.
- [22] 蒋方翠. 多智能体系统的一致性与能控性 [D]. 北京: 北京大学, 2011.
(JIANG Fangcui. *Consensus and controllability of multi-agent systems* [D]. Beijing: Peking University, 2011.)
- [23] DORIGO M, GAMBARDELLA L M. Any colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1997, 1(1): 53 – 66.
- [24] 陈关荣. 复杂动态网络环境下控制理论遇到的问题与挑战 [J]. 自动化学报, 2013, 39(4): 312 – 321.
(CHEN Guanrong. Problems and challenges in control theory under complex dynamical network environments [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(4): 312 – 321.)
- [25] LIU Y Y, SLOTINE J J, BARABÁSI A L. Controllability of complex networks [J]. *Nature*, 2011, 473(7346): 167 – 173.
- [26] 楚天广, 杨正东, 邓奎英, 等. 群体动力学与协调控制研究中的若干问题 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(1): 86 – 93.
(CHU Tianguang, YANG Zhengdong, DENG Kuiying, et al. Problems in swarm dynamics and coordinated control [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(1): 86 – 93.)
- [27] JI M, MUHAMMAD A, EGERSTEDT M. Leader-based multi-agent coordination: controllability and optimal control [C] // *Proceedings of the 2006 American Control Conference*. Minneapolis, Minnesota, USA: IEEE, 2006: 1358 – 1363.
- [28] LOZANO R, SPONG M, GUERRERO J A, et al. Controllability and observability of leader-based multi-agent systems [C] // *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*. Cancun, Mexico: IEEE, 2008: 3713 – 3718.
- [29] FRANCESCHELLI M, MARTINI S, EGERSTEDT M, et al. Observability and controllability verification in multi-agent systems through decentralized laplacian spectrum estimation [C] // *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control*. Atlanta, GA, USA: IEEE, 2010: 5775 – 5780.
- [30] ZHANG S, CAMLIBEL M, CAO M. Controllability of diffusively-coupled multi-agent systems with general and distance regular coupling topologies [C] // *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. Orlando, FL, USA: IEEE, 2011: 759 – 764.
- [31] PARLANGELI G, NOTARSTEFANO G. On the reachability and observability of path and cycle graphs [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(3): 743 – 748.
- [32] JIANG F, WANG L, XIE G, et al. On the controllability of multiple dynamic agents with fixed topology [C] // *Proceedings of the 2009 American Control Conference*. St. Louis, MO: IEEE, 2009: 233 – 238.
- [33] WANG L, JIANG F C, XIE G M, et al. Controllability of multi-agent systems based on agreement protocols [J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2009, 52(11): 2074 – 2088.
- [34] GOLDIN D, RAISCH J. Controllability of second order leader-follower systems [C] // *Proceedings of 2nd IFAC Workshop on Distributed Estimation and Control in Networked Systems*. Annecy, France: IFAC, 2010: 233 – 238.
- [35] GOLDIN D. On the controllability and weight controllability of double integrator consensus systems [C] // *Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control*. Firenze, Italy: IEEE, 2013: 686 – 691.
- [36] CAI N, ZHONG Y S. Formation controllability of high-order linear time-invariant swarm systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2010, 4(4): 646 – 654.
- [37] CAI N, XI J X, ZHONG Y S, et al. Controllability improvement for linear time-invariant dynamical multi-agent systems [J]. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2012, 8(6): 3315 – 3328.
- [38] LIU B, XIE G, CHU T, et al. Controllability of interconnected systems via switching networks with a leader [C] // *Proceedings of the IEEE Conference on Systems, Man and Cybernetics*. Taipei: IEEE, 2006: 3912 – 3916.
- [39] LIU B, CHU T, WANG L, et al. Controllability of a class of multi-agent systems with a leader [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Minneapolis, Minnesota, USA: IEEE, 2006: 2844 – 2849.
- [40] LIU B, CHU T, WANG L, et al. Controllability of a leader-follower dynamic network with switching topology [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(4): 1009 – 1013.
- [41] JI Z, CHEN T, YU H. Controllability of sampled-data multi-agent systems [C] // *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference*. Nanjing, China: IEEE, 2014: 1534 – 1539.
- [42] LIU B, FENG H, WANG L, et al. Controllability of second-order multiagent systems with multiple leaders and general dynamics [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, Article ID 262153, 9 pages, <http://dx.doi.org/10.1155/2013/587569>.
- [43] LIU B, SU H, LI R, et al. Switching controllability of discrete-time multi-agent systems with multiple leaders and time-delays [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2014, 228(1): 571 – 588.
- [44] JI M, MESBAHI M. A graph-theoretic characterization of controllability for multi-agent systems [C] // *Proceedings of the 2007 American Control Conference*. New York, USA: IEEE, 2007: 4588 – 4593.
- [45] RAHMANI A, JI M, MESBAHI M, et al. Controllability of multi-agent systems from a graph-theoretic perspective [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2009, 48(1): 162 – 186.
- [46] MARTINI S, EGERSTEDT M, BICCHI A. Controllability analysis of multi-agent systems using relaxed equitable partitions [J]. *International Journal of Systems, Control and Communications*, 2010, 2(1/2/3): 100 – 121.
- [47] 张安慧, 张世杰, 陈健, 等. 多智能体系统可控性的图论刻画 [J]. 控制与决策, 2011, 26(11): 1621 – 1626.
(ZHANG Anhui, ZHANG Shijie, CHEN Jian, et al. Graph-theoretic characterization of controllability for multi-agent systems [J]. *Control and Decision*, 2011, 26(11): 1621 – 1626.)
- [48] CAMLIBEL M K, ZHANG S, CAO M. Comments on ‘Controllability analysis of multi-agent systems using relaxed equitable partitions’ [J]. *International Journal of Systems, Control and Communications*, 2012 4(1): 72 – 75.
- [49] ZHANG S, CAO M, CAMLIBEL M. Upper and lower bounds for controllable subspaces of networks of diffusively coupled agents [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(3): 745 – 750.
- [50] JI Z, LIN H, LEE T. A graph theory based characterization of controllability for multi-agent systems with fixed topology [C] // *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*. Cancun, Mexico: IEEE, 2008: 5262 – 5267.
- [51] JI Z, WANG Z D, LIN H, et al. Interconnection topologies for multi-agent coordination under leader-follower framework [J]. *Automatica*, 2009, 45(12): 2857 – 2863.
- [52] EGERSTEDT M, MARTINI S, CAO M, et al. Interacting with networks: how does structure relate to controllability in single-leader, consensus networks? [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2012, 32(4): 66 – 73.

- [53] JI Z, LIN H, LEE T H, et al. Multi-agent controllability with tree topology [C] // *Proceedings of the 2010 American Control Conference*. Baltimore, USA: IEEE, 2010: 850 – 855.
- [54] JI Z, LIN H, YU H. Leaders in multi-agent controllability under consensus algorithm and tree topology [J]. *Systems & Control Letters*, 2012, 61(9): 918 – 925.
- [55] PARLANGELI G, NOTARSTEFANO G. Controllability and observability of grid graphs via reduction and symmetries [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(7): 1719 – 1731.
- [56] NABI-ABDOLYOUSEFI M, MESBAHI M. On the controllability properties of circulant networks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(12): 3179 – 3184.
- [57] CAO M, ZHANG S, CAMLIBEL M K. A class of uncontrollable diffusively coupled multiagent systems with multichain topologies [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(2): 465 – 469.
- [58] LOU Y, HONG Y. Controllability analysis of multi-agent systems with directed and weighted interconnection [J]. *International Journal of Control*, 2012, 85(10): 1486 – 1496.
- [59] GUO D, YAN G, LIN Z. Distributed verification of controllability for weighted out-tree based topology [C] // *Proceedings of the 2012 American Control Conference*. Fairmont Queen Elizabeth, Montréal, Canada: IEEE, 2012: 1507 – 1512.
- [60] XIANG L, ZHU J J H, CHEN F, et al. Controllability of weighted and directed networks with nonidentical node dynamics [J/OL]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, Article ID 405034, 10 pages. <http://dx.doi.org/10.1155/2013/405034>.
- [61] SUN Z, GE S S, LEE T H. Controllability and reachability criteria for switched linear systems [J]. *Automatica*, 2002, 38(6): 775 – 786.
- [62] XIE G, WANG L. Controllability and stabilizability of switched linear-systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2003, 48(2): 135 – 155.
- [63] SUN Z. *Switched Linear Systems: Control and Design* [M]. New York: Springer-Verlag, 2006.
- [64] BUCKALO A. Explicit conditions for controllability of linear systems with time lag [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1968, 13(2): 193 – 195.
- [65] HEWER G A. A note on controllability of linear systems with time delay [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1972, 17(5): 733 – 734.
- [66] JI Z, LIN H, LEE T. Controllability of multi-agent systems with switching topology [C] // *Proceedings of the 3rd IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems; Robotics, Automation and Mechatronics*. Chengdu, China: IEEE, 2008: 421 – 426.
- [67] LIU B, CHU T, WANG L, et al. Controllability of switching networks of multi-agent systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2012, 22(6): 630 – 644.
- [68] JI Z, WANG Z, LIN H, et al. Controllability of multi-agent systems with time-delay in state and switching topology [J]. *International Journal of Control*, 2010, 83(2): 371 – 386.
- [69] YAZICIOGLU A Y, MESBAHI M. Leader selection and network assembly for controllability of leader-follower networks [C] // *Proceedings of 2013 American Control Conference*. Washington, USA: IEEE, 2013: 3802 – 3807.
- [70] COMMAULT C, DION J M. Input addition and leader selection for the controllability of graph-based systems [J]. *Automatica*, 2013, 49(11): 3322 – 3328.
- [71] NAJAFI M, SHAIKHOLESLAM F. Graph theoretical methods to study controllability and leader selection for dead-time systems [J]. *Transactions on Combinatorics*, 2013, 2(4): 25 – 36.
- [72] JI Z, LIN H, YU H, et al. Protocol design for network controllability of multiple agents [C] // *Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference*. Xi'an, China: IEEE, 2013: 6791 – 6796.
- [73] JI Z, LIN H, YU H. Protocols design and uncontrollable topologies construction for multi-agent networks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(3): 781 – 786.
- [74] SABATTINI L, SECCHI C, FANTUZZI C. Controllability and observability preservation for networked systems with time varying topologies [C] // *Proceedings of the IFAC World Congress*. Cape Town, South Africa: IFAC, 2014: 1837 – 1842.
- [75] LIN C T. Structural controllability [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, 19(3): 201 – 208.
- [76] DION J M, COMMAULT C, WOUDE J. Generic properties and control of linear structured systems: a survey [J]. *Automatica*, 2003, 39(7): 1125 – 1144.
- [77] MURATA K. *Systems Analysis by Graphs and Matroids: Structural Solvability and Controllability* [M]. New York: Springer-Verlag, 1987.
- [78] ZAMANI M, LIN H. Structural controllability of multi-agent systems [C] // *Proceedings of the 2009 American Control Conference*. Missouri, USA: IEEE, 2009: 5743 – 5748.
- [79] PARTOVI A, LIN H, JI Z. Structural controllability of high order dynamic multi-agent systems [C] // *Proceedings of 2010 IEEE Conference on Robotics Automation and Mechatronics*. Singapore: IEEE, 2010: 327 – 332.
- [80] JAFARI S, AJORLOU A, AGDAM A G. Leader localization in multi-agent systems subject to failure: a graph-theoretic approach [J]. *Automatica*, 2011, 47(8): 1744 – 1750.
- [81] RAHIMIAN M A, AGDAM A G. Structural controllability of multi-agent networks: robustness against simultaneous failures [J]. *Automatica*, 2013, 49(11): 3149 – 3157.
- [82] LIU X, LIN H, CHEN B M. Graph-theoretic characterisations of structural controllability for multi-agent system with switching topology [J]. *International Journal of Control*, 2013, 86(2): 222 – 231.
- [83] GUAN Y, JI Z, ZHANG L, et al. Structural controllability of higher-order multi-agent systems under absolute and relative protocols [C] // *Proceedings of 32nd Chinese Control Conference*. Xi'an, China: IEEE, 2013: 6832 – 6837.
- [84] SUNDARAM S, HADJICOSTIS C N. Structural controllability and observability of linear systems over finite fields with applications to multi-agent systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(1): 60 – 73.
- [85] MAYEDA H, YAMADA T. Strong structural controllability [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1979, 17(1): 123 – 138.
- [86] GOLDIN D, RAISCH J. On the weight controllability of consensus algorithms [C] // *Proceedings of the 2013 European Control Conference*. Zurich, Switzerland: IEEE, 2013: 233 – 238.
- [87] CHAPMAN A, MESBAHI M. On strong structural controllability of networked systems: a constrained matching approach [C] // *Proceedings of the 2013 American Control Conference*. Washington, DC, USA: IEEE, 2013: 6126 – 6131.
- [88] KALMAN R E, FALB P L, ARBIB M A. *Topics in Mathematical System Theory* [M]. New York: McGraw-Hill, 1969.
- [89] WONHAM W M. *Linear Multivariable Control* [M]. New York: Springer, 1974.
- [90] SONTAG E D. *Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems* [M]. New York: Springer-Verlag, 1998.
- [91] PARLANGELI G, NOTARSTEFANO G. On the observability of path and cycle graphs [C]. // *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control*. Atlanta, USA: IEEE, 2010: 1492 – 1497.
- [92] ZELAZO D, MESBAHI M. On the observability properties of homogeneous and heterogeneous networked dynamic systems [C] // *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*. Cancun, Mexico: IEEE, 2008: 2997 – 3002.

- [93] CHAPMAN A, NABI-ABDOLYOUSEFI M, MESBAHI M. On the controllability and observability of cartesian product networks [C] // *Proceedings of 51th Annual Conference on Decision and Control*. Maui, HI: IEEE, 2012: 80 – 85.
- [94] O'CLERY N, YUAN Y, STAN G B, et al. Observability and coarse graining of consensus dynamics through the external equitable partition [J]. *Physical Review E*, 2013, 88(4): 042805.
- [95] KIBANGOU A Y, COMMAULT C. Algebraic characterization of observability in distance-regular consensus networks [C] // *Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control*. Firenze, Italy: IEEE, 2013: 1313 – 1318.
- [96] KIBANGOU A Y, COMMAULT C. Observability in connected strongly regular graphs and distance-regular graph [J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2014, 1(4): 360 – 369.
- [97] KIM H, SHIM H, BACK J, et al. Stabilizability of a group of single integrators and its application to decentralized formation problem [C] // *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. Orlando, FL, USA: IEEE, 2011: 4829 – 4834.
- [98] GUAN Y, JI Z, ZHANG L, et al. Decentralized stabilizability of multi-agent systems under fixed and switching topologies [J]. *Systems and Control Letters*, 2013, 62(5): 438 – 446.
- [99] GUAN Y, JI Z, ZHANG L, et al. Quadratic stabilisability of multi-agent systems under switching topologies [J]. *International Journal of Control*, 2014, 87(12): 2657 – 2668.
- [100] 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 网络科学导引 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2012.
(WANG Xiaofan, LI Xiang, CHEN Guanrong. *Network Science: An Introduction* [M]. Beijing: High Education Press, 2012.)
- [101] NEPUSZ T, VISCEK T. Controlling edge dynamics in complex networks [J]. *Nature Physics*, 2012, 8(7): 568 – 573.
- [102] WANG W X, NI X, LAI Y C, et al. Optimizing controllability of complex networks by minimum structural perturbations [J]. *Physical Review E*, 2012, 85(2): 026115.
- [103] YUAN Z, ZHAO C, DI Z, et al. Exact controllability of complex networks [J]. *Nature Communications*, 2013(4): 2447.
- [104] LIU Y Y, SLOTTINE J J, BARABÁSI A L. Observability of complex systems [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2013, 110(7): 2460 – 2465.
- [105] AGUILAR C O, GHARESIFARD B. Necessary conditions for controllability of nonlinear networked control systems [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Portland, Oregon, USA: IEEE, 2014: 5379 – 5383.

作者简介:

关永强 (1983–), 男, 博士研究生, 研究方向为多智能体系统控制, E-mail: guan-jq@163.com;

纪志坚 (1973–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为群体系统动力学与协调控制、切换动力系统的分析–控制、系统生物及基于网络的控制系统等, E-mail: jizhijian@pku.org.cn;

张霖 (1966–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为制造集成系统、云制造、建模仿真、软件工程等, E-mail: zhanglin@buaa.edu.cn;

王龙 (1964–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 长江学者, 国家教委跨世纪人才基金、国家杰出青年科学基金获得者, 研究方向为复杂系统智能控制、多机器人系统的协调与控制、集体行为与集群智能、演化博弈与群体决策等, E-mail: longwang@pku.edu.cn.