

DOI: 10.7641/CTA.2015.40454

# 基于变分贝叶斯势均衡多目标多伯努利滤波的 多扩展目标跟踪算法

李翠芸, 王 荣<sup>†</sup>, 姬红兵

(西安电子科技大学 电子工程学院, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 由于传统多扩展目标跟踪算法在量测噪声协方差未知情况下跟踪性能急剧下降, 本文提出一种基于变分贝叶斯的势均衡多目标多伯努利滤波(VB-CBMeMBeR)跟踪算法, 并给出了高斯混合实现. 该算法在未知量测噪声协方差的情况下, 将量测看成随机分布在扩展目标上的量测产生点所产生, 利用变分贝叶斯方法近似地求出各量测产生点状态和量测噪声协方差的联合概率密度, 并给出其递归形式以估计量测产生点, 继而将得到的量测产生点状态进行聚类得到扩展目标的状态. 仿真实验表明, 所提算法可以自适应地跟踪未知数目、未知量测噪声协方差的多扩展目标. 其跟踪精度与传统的CBMeMBeR跟踪算法相比, 有明显提高.

**关键词:** 多扩展目标; 变分贝叶斯; 势均衡多目标多伯努利滤波; 随机有限集; 目标跟踪

中图分类号: TP391 文献标识码: A

## Multiple extended-target tracking based on variational Bayesian cardinality-balanced multi-target multi-Bernoulli

LI Cui-yun, WANG Rong<sup>†</sup>, JI Hong-bing

(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** Because the performance of the conventional extended target-tracking declines greatly under the circumstance of unknown measurement noise covariance, we propose a new multiple extended target-tracking algorithm based on the variational Bayesian cardinality-balanced multi-target multi-Bernoulli (VB-CBMeMBeR), and give its Gaussian mixture implementation. With unknown measurement noise covariance, the measurements of this algorithm are assumed to be produced by the measurement producers randomly distributing on the extended target. Then, the variational Bayesian (VB) approximation technique is applied to approximate joint probability density of the states of measurement producers, and the unknown measurement noise covariance. Their recursion forms are derived and are used to track measurement producers. Next, clustering algorithms are applied to the states of the tracked measurement producers to determine the states of the extended target. Simulation results show that the proposed algorithm can adaptively track unknown numbers of multiple extended targets with unknown measurement noise covariance. In addition, it has an improved precision when compared with conventional CBMeMBeR algorithms.

**Key words:** multiple extended target; variational Bayesian; cardinality-balanced multi-target multi-Bernoulli filter; random finite set; target tracking

### 1 引言(Introduction)

在传统的目标跟踪领域, 通常将目标看成点目标, 即每个时刻每个目标最多产生一个量测. 近年来, 随着高分辨率雷达的发展, 当目标距离高分辨率雷达较近或目标较大等情况下, 每个观测时刻传感器会接收到来自同一个目标的多个量测, 此时, 该目标不再视为一个点目标, 而是扩展目标(extended target, ET). 由于扩展目标跟踪理论在某些情况下更贴近实际, 因此

被广泛应用于跟踪领域, 例如: 地面雷达跟踪距离它较近的飞机、激光测距传感器跟踪行人等<sup>[1]</sup>.

现实场景中, 常常无法预知目标的个数, 需要对未知数目的多个目标进行跟踪. 近年来, 基于随机集理论的多目标跟踪算法由于在跟踪多目标时不需要进行复杂的数据关联而引起广泛关注<sup>[2]</sup>. 2003年Mahler将随机有限集(random finite set, RFS)理论应用于多目标跟踪问题<sup>[3]</sup>, 提出了概率假设密度(probability

收稿日期: 2014-05-20; 录用日期: 2014-10-20.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: wangrong1125@126.com.

国家自然科学基金项目(61372003, 61301289), 国家留学基金课题(201206965015)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61372003, 61301289) and China Scholarship Council Foundation (201206965015).

hypothesis density, PHD)滤波. 但是, 该算法对目标数的估计过于敏感, 一旦真实目标数目很大, 估计的偏差也会很大, 为了解决此问题, Mahler随后提出了势分布的PHD (cardinalized PHD, CPHD) 滤波<sup>[4]</sup>. 2007年, Mahler又提出一种新的基于RFS的多目标跟踪方法: 多目标多伯努利(multi-target multi-Bernoulli, MeMBer)滤波<sup>[4]</sup>, 该算法在递归过程中通过迭代更新多目标的联合概率密度进行目标状态估计. 然而, B.N.Vo等指出MeMBer滤波存在目标数过估问题, 并提出一种势均衡多目标多伯努利(cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli, CBMeMBer)滤波算法<sup>[5]</sup>, 该算法可以有效地解决目标数偏差问题. 近年来, 我国西安交通大学的连峰等人曾将CBMeMBer滤波算法用于机动目标跟踪以及航迹的形成等<sup>[6]</sup>.

针对扩展目标跟踪, Gilholm和Salmond等于2005年提出一种空间分布服从泊松分布的扩展目标模型<sup>[7-8]</sup>, 在此基础上, Mahler于2009年提出扩展目标PHD(extended target PHD, ET-PHD)<sup>[9]</sup>, 该算法通过每一时刻的量测对目标随机集进行滤波更新, 可以准确地获得扩展目标的估计状态. 随后, Granström等学者推导出了ET-PHD以及ET-CPHD的高斯混合实现形式(GM-ET-PHD), 并且通过仿真实验验证了这两种滤波器的有效性<sup>[10-11]</sup>. 之后, 他们又将该算法进一步完善, 使其不仅能够估计出目标的中心状态, 同时又能估计出目标的形状、大小、方向以及量测率<sup>[12-14]</sup>.

然而, 上述算法只适用于已知量测噪声协方差的情况, 一旦量测噪声协方差未知, 多扩展目标跟踪的估计偏差会很大. 为了提高跟踪精度, 本文将变分贝叶斯(variational Bayesian, VB)估计方法引入到势均衡多目标多伯努利(CBMeMBer)跟踪算法中. VB是一类用于贝叶斯估计和机器学习领域中近似计算复杂积分的方法<sup>[15]</sup>, 与传统的采样方法相比, 它的计算复杂度较低. 将VB引入到CBMeMBer滤波框架中, 除了能对量测噪声协方差和量测产生点状态的联合后验密度进行参数化近似之外, 还能得到其递归形式.

本文首先给出了随机集滤波框架下的多扩展目标的系统模型及变分贝叶斯近似理论, 其次推导出了量测噪声协方差未知情况下多扩展目标跟踪的高斯闭合解, 并给出算法流程. 与传统的CBMeMBer相对比的仿真实验表明, VB-CBMeMBer滤波算法不仅能自适应地估计量测噪声协方差, 而且能以较高的精度跟踪多扩展目标.

## 2 基础理论(Fundamental theory)

### 2.1 随机集滤波框架下的多扩展目标系统建模(Multiple extended targets modeling under the framework of RFS)

对于扩展目标而言, 每个采样时刻传感器接收到

来自同一个目标产生的多个量测, 由于目标的运动, 使得目标与传感器的相对位置时刻发生变化, 从而每个时刻得到的量测在目标上的对应位置是不固定的, 因此, 可以将量测看成扩展目标表面随机分布的量测产生点所产生, 且量测产生点的位置、数目也是随机变化的, 即可将量测产生点集合看成随机集. 通常情况下, 假设量测产生点位置服从高斯分布<sup>[16]</sup>.

假定 $k$ 时刻有 $N(k)$ 个目标,  $M(k)$ 个量测. 在RFS方法中, 目标在 $k$ 时刻的状态集合 $\mathbf{X}_k$ 和量测集合 $\mathbf{Z}_k$ 可以看成如下随机集<sup>[17]</sup>:

$$\mathbf{X}_k = \{\mathbf{x}_{k,1}, \dots, \mathbf{x}_{k,N(k)}\} \in F(\mathbf{X}), \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_k = \{\mathbf{z}_{k,1}, \dots, \mathbf{z}_{k,M(k)}\} \in F(\mathbf{Z}), \quad (2)$$

其中 $F(\mathbf{X})$ ,  $F(\mathbf{Z})$ 分别表示状态空间和观测空间.

#### 2.1.1 状态方程与量测方程(State equation and measurement equation)

在二维平面内, 假定单个扩展目标的状态方程和量测方程如下所示:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\mathbf{w}_k, \quad (3)$$

$$\mathbf{z}_k^p = \mathbf{H}\mathbf{x}_k^p + \mathbf{v}_k, \quad (4)$$

其中:  $\mathbf{x}_{k-1}$ 表示目标在 $k-1$ 时刻的状态,  $\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{G}$ 分别是状态转移矩阵和输入矩阵,  $\mathbf{H}$ 是观测矩阵,  $\mathbf{w}_k$ 和 $\mathbf{v}_k$ 是过程噪声和量测噪声, 它们都是均值为0, 协方差为 $\mathbf{Q}_k$ 和 $\mathbf{R}_k$ 的高斯白噪声, 其中,  $\mathbf{R}_k$ 在大多数情况下都是未知的,  $\mathbf{x}_k^p$ 表示量测产生点.

#### 2.1.2 状态模型(State model)

若 $k-1$ 时刻多扩展目标状态随机集为 $\mathbf{X}_{k-1}$ , 且每一个 $\mathbf{x}_{k-1} \in \mathbf{X}_{k-1}$ 或以 $p_{S,k}(\mathbf{x}_{k-1})$ 的概率存活到下一时刻, 并以 $f_{k|k-1}(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})$ 的概率转移到一个新的状态 $\mathbf{x}_k$ ; 或以 $1-p_{S,k}(\mathbf{x}_{k-1})$ 的概率消失, 则该状态在 $k$ 时刻的行为可建模为一个伯努利RFS $\mathbf{S}_{k|k-1}(\mathbf{x}_{k-1})$ , 其中, 伯努利集合的存在概率 $r = p_{S,k}(\mathbf{x}_{k-1})$ , 概率密度函数 $p(\cdot) = f_{k|k-1}(\cdot|\mathbf{x}_{k-1})$ , 因此 $k$ 时刻多扩展目标状态 $\mathbf{X}_k$ 的RFS为

$$\mathbf{X}_k = \left( \bigcup_{\mathbf{x}_{k-1} \in \mathbf{X}_{k-1}} \mathbf{S}_{k|k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) \right) \cup \Gamma_k, \quad (5)$$

其中 $\Gamma_k$ 表示新生目标的多伯努利RFS.

#### 2.1.3 量测模型(Measurement model)

一个状态为 $\mathbf{x}_k \in \mathbf{X}_k$ 的扩展目标, 在 $k$ 时刻可以有 $M_k$ 个量测产生点 $\mathbf{x}_k^p$ ,  $p = 1, \dots, M_k$ , 所有目标的量测产生点组成的集合为 $\mathbf{X}_k^p$ , 每个量测产生点或以 $p_{D,k}(\mathbf{x}_k^p)$ 的概率被检测到, 并以 $g_k(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_k^p)$ 的似然产生量测 $\mathbf{z}_k^p$ ; 或以 $1-p_{D,k}(\mathbf{x}_k^p)$ 的概率漏检, 则每一个量测产生点都产生一个伯努利RFS $\Theta_k(\mathbf{x}_k^p)$ , 其中: 此量测产生点的存在概率 $r = p_{D,k}(\mathbf{x}_k^p)$ , 概率密度函数 $p(\cdot) = g_k(\cdot|\mathbf{x}_k^p)$ . 此外, 由于杂波等的影响, 传感器还会产生一些虚假的量测, 这些虚假的量测可以看成泊

松随机集  $\mathbf{K}_k$ , 因此  $k$  时刻多扩展目标量测  $\mathbf{Z}_k$  的RFS为

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{K}_k \cup \left( \bigcup_{\mathbf{x}_k^p \in \mathbf{X}_k^p} \Theta_k(\mathbf{x}_k^p) \right). \quad (6)$$

上式包含了检测的未知性和杂波. 若组成该式的各RFS是相互独立的, 则  $\mathbf{Z}_k$  是一个多伯努利RFS.

## 2.2 联合概率密度的变分贝叶斯近似(Variational Bayesian approximation of joint probability density)

在实际的跟踪场景中, 量测噪声协方差  $\mathbf{R}_k$  是未知的, 因此需要联合估计  $\mathbf{x}_k^p$  和  $\mathbf{R}_k$  的概率密度. 假定二者的动态模型是相互独立的, 则它们的预测联合概率密度为

$$p(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}^p) = \int p(\mathbf{x}_k^p | \mathbf{x}_{k-1}^p) p(\mathbf{R}_k | \mathbf{R}_{k-1}) \times p(\mathbf{x}_{k-1}^p, \mathbf{R}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}^p) d\mathbf{x}_{k-1}^p d\mathbf{R}_{k-1}, \quad (7)$$

其中:  $p(\mathbf{x}_k^p | \mathbf{x}_{k-1}^p)$  可以通过系统的动态方程得到,  $p(\mathbf{R}_k | \mathbf{R}_{k-1})$  由于  $\mathbf{R}_k$  的未知性而难以计算. 依据贝叶斯准则, 更新后的联合后验概率密度函数  $p(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k}^p)$  可表示成

$$p(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k}^p) = \frac{p(\mathbf{z}_k^p | \mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k) p(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}^p)}{\int p(\mathbf{z}_k^p | \mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k) p(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}^p) d\mathbf{x}_k^p d\mathbf{R}_k}, \quad (8)$$

其中  $p(\mathbf{z}_k^p | \mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k)$  是与  $\mathbf{R}_k$  相关的似然函数.

为了使得计算简便, 对  $p(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k}^p)$  采用变分近似. 依据标准的VB方法<sup>[15]</sup>, 寻找一种自由形式的参数分布进行近似, 则式(8)可以被重新写为

$$p(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k}^p) \approx Q_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k^p) Q_{\mathbf{R}}(\mathbf{R}_k). \quad (9)$$

该近似值和真实值之间的KL散度如下式所示:

$$\text{KL}[Q_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k^p) Q_{\mathbf{R}}(\mathbf{R}_k) || p(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k}^p)] = \int Q_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k^p) Q_{\mathbf{R}}(\mathbf{R}_k) \cdot \log \left( \frac{Q_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k^p) Q_{\mathbf{R}}(\mathbf{R}_k)}{p(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k}^p)} \right) d\mathbf{x}_k^p d\mathbf{R}_k. \quad (10)$$

使用变分方法来最小化KL散度, 可以得到

$$Q_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k^p) \propto \exp \left( \int \log p(\mathbf{z}_k^p, \mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}^p) Q_{\mathbf{R}}(\mathbf{R}_k) d\mathbf{R}_k \right), \quad (11)$$

$$Q_{\mathbf{R}}(\mathbf{R}_k) \propto \exp \left( \int \log p(\mathbf{z}_k^p, \mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}^p) Q_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k^p) d\mathbf{x}_k^p \right). \quad (12)$$

由于以上两式呈对偶关系, 因此  $Q_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k^p)$ ,  $Q_{\mathbf{R}}(\mathbf{R}_k)$  无法直接求出. 然而, 类似于文献[18]的推导, 可以得到  $Q_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k^p)$  是一个高斯分布,  $Q_{\mathbf{R}}(\mathbf{R}_k)$  则是几个逆伽马分布的乘积<sup>[19]</sup>, 即

$$Q_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k^p) = N(\mathbf{x}_k^p; \hat{\mathbf{x}}_k^p, \mathbf{P}_k), \quad (13)$$

$$Q_{\mathbf{R}}(\mathbf{R}_k) = \prod_{l=1}^d \text{IG}(\sigma_{k,l}^2; \alpha_{k,l}, \beta_{k,l}), \quad (14)$$

其中:  $d$  表示量测噪声维数;  $\text{IG}(\cdot; \alpha, \beta)$  表示参数为  $\alpha$  和  $\beta$  的逆伽马分布;  $\hat{\mathbf{x}}_k^p$  和  $\mathbf{P}_k$  分别表示  $k$  时刻估计的量测产生点状态和协方差.

## 3 基于VB-CBMeMber的多扩展目标跟踪算法及高斯混合实现(Algorithm of multiple targets tracking based on VB-CBMeMber and its Gaussian implementation)

### 3.1 VB-CBMeMber算法主要流程(Main algorithm flow of VB-CBMeMber)

由上述可知, 假定量测产生点集合为伯努利随机集, 量测产生点状态  $\mathbf{x}_k^p$  和  $\mathbf{R}_k$  的联合后验概率密度为伯努利随机集的参数, 用高斯逆伽马分布近似该联合概率密度, 通过每一时刻得到的量测对该分布进行滤波更新后得到  $\mathbf{x}_k^p$ , 将  $\mathbf{x}_k^p$  进行聚类, 聚类的中心点即为扩展目标的估计状态. 本文称这一算法为VB-CBMeMber, 该算法主要流程如下所示:

#### 1) 预测.

若  $k-1$  时刻量测产生点RFS的后验概率密度函数如下所示:

$$\pi_{k-1}^{(\mathbf{x}_{k-1}^p, \mathbf{R}_{k-1})} = \left\{ (r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k-1}^p, \mathbf{R}_{k-1})) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}}. \quad (15)$$

上式中,  $\pi_{k-1}^{(\mathbf{x}_{k-1}^p, \mathbf{R}_{k-1})}$  表示多伯努利参数集, 则预测的量测产生点RFS的概率密度函数可表示为

$$\pi_{k|k-1}^{(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1})} = \left\{ (r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1})) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \left\{ (r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k)) \right\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}, \quad (16)$$

其中:

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} \langle p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k-1}^p, \mathbf{R}_{k-1}), p_{S,k} \rangle, \quad (17)$$

$$p_{P,k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}) = \langle f_{k|k-1}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p | \cdot) p_{k|k-1}(\mathbf{R}_{k|k-1} | \cdot), p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k-1}^p, \mathbf{R}_{k-1}) p_{S,k} \rangle / \langle p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k-1}^p, \mathbf{R}_{k-1}), p_{S,k} \rangle, \quad (18)$$

其中:  $f_{k|k-1}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p | \cdot)$  和  $p_{S,k}$  分别表示扩展目标量测产生点状态转移概率密度函数和量测产生点存活概率,  $p_{k|k-1}(\mathbf{R}_{k|k-1} | \cdot)$  表示  $\mathbf{R}_k$  的动态转移模型.  $\{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k))\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$  表示  $k$  时刻新生目标的多伯努利参数集.

#### 2) 更新.

设预测的  $k$  时刻量测产生点RFS的概率密度函数由多伯努利参数集表示如下:

$$\pi_{k|k-1}^{(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1})} = \left\{ (r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1})) \right\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}, \quad (19)$$

则更新后的量测产生点RFS的后验概率密度函数可近似表示为

$$\pi_k(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k) \approx \{(r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k))\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \{(r_{U,k}^*(z_k^p), p_{U,k}^*(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k; z_k^p))\}_{z_k^p \in \mathcal{Z}_k}, \quad (20)$$

其中:

$$r_{L,k}^{(i)} = r_{k|k-1}^{(i)} \frac{1 - \langle p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}), p_{D,k} \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}), p_{D,k} \rangle}, \quad (21)$$

$$p_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k) = p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}) \cdot \frac{1 - p_{D,k}}{1 - \langle p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}), p_{D,k} \rangle}, \quad (22)$$

$$r_{U,k}^*(z_k^p) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \phi_k(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k; z_k^p)}{(1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \langle p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}), p_{D,k} \rangle^2}}{\kappa_k(z_k^p) + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \phi_k(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k; z_k^p)}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}), p_{D,k} \rangle}}, \quad (23)$$

$$p_{U,k}^*(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k; z_k^p) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}), p_{D,k} \rangle}}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle \phi_k(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k; z_k^p) \rangle}}, \quad (24)$$

$$\phi_k(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k; z_k^p) = \langle p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}), \psi_{k,z}(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k) \rangle, \quad (25)$$

$$\psi_{k,z}(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k) = p_{D,k} p_k(z_k^p | \mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k), \quad (26)$$

$$\eta_k(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k; z_k^p) = p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}) \times p_k(z_k^p | \mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k), \quad (27)$$

$$\phi_k(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k; z_k^p) = \langle p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}), p_{D,k} p_k(z_k^p | \mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k) \rangle = p_{D,k} \iint \eta_k(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k; z_k^p) d\mathbf{x}_k^p d\mathbf{R}_k, \quad (28)$$

其中:  $p_{D,k}$ 表示检测概率,  $\mathcal{Z}_k$ 表示观测集合,  $\kappa_k(z_k^p)$ 表示杂波密度函数. 依据VB近似方法, 在 $\mathbf{x}_k^p$ 和 $\mathbf{R}_k$ 独立的情况下,  $\eta_k(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k; z)$ 可以重新表示为 $\eta_k(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k; z_k^p) \approx Q_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k^p) Q_{\mathbf{R}}(\mathbf{R}_k)$ , 其中:  $Q_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k^p)$ 是高斯分布,  $Q_{\mathbf{R}}(\mathbf{R}_k)$ 是逆伽马分布的乘积, 并且它们的表达式分别如式(13)–(14)所示. 由于 $\mathbf{R}_k$ 未知, 因此需要不断迭代更新 $\mathbf{R}_k$ , 以此来修正量测产生点状态和协方差. 迭代之前, 首先设置当前时刻的预测值为初始值, 然后进行迭代, 若前一次迭代与本次迭代的量测产生点状态的误差小于某一个值时, 则停止迭代, 并将此时的值作为更新后的量测产生点状态. 具体迭代更新步骤如下节所示.

### 3.2 高斯实现(Gaussian implementation)

对于线性高斯模型, 由于它是线性状态、线性观测, 因此可采用高斯混合实现, 并且可以得到滤波器的闭合解. 假设新生目标多伯努利参数集为 $\{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k))\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$ ,  $p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k)$ ,  $i=1, \dots, M_{\Gamma,k}$ 为高斯逆伽马混合形式, 其表达式如下所示:

其中 $w_{\Gamma,k}^{(i,j)}$ ,  $\mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(i,j)}$ ,  $\mathbf{P}_{\Gamma,k}^{(i,j)}$ 分别表示第 $i$ 个伯努利项的第 $j$ 个高斯项的权值、均值和协方差.

$$p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k) = \sum_{j=1}^{J_{\Gamma,k}^{(i)}} (w_{\Gamma,k}^{(i,j)} N(\mathbf{x}_k^p; \mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{\Gamma,k}^{(i,j)})) \times \prod_{l=1}^d \text{IG}((\sigma_{\Gamma,k,l}^{(i,j)})^2; \alpha_{\Gamma,k,l}^{(i,j)}, \beta_{\Gamma,k,l}^{(i,j)}), \quad (29)$$

则GM-VB-CBMeMBe跟踪多扩展目标具体算法流程如下:

#### 步骤1 预测.

设 $k-1$ 时刻量测产生点RFS的后验概率密度函数如式(15)所示. 其中,  $p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k-1}^p, \mathbf{R}_{k-1})$ 由高斯逆伽马混合分量构成, 如下式所示:

$$p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k-1}^p, \mathbf{R}_{k-1}) = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} (w_{k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{x}_{k-1}^p; \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i,j)})) \times \prod_{l=1}^d \text{IG}((\sigma_{k-1,l}^{(i,j)})^2; \alpha_{k-1,l}^{(i,j)}, \beta_{k-1,l}^{(i,j)}), \quad (30)$$

则预测量测产生点RFS的概率密度函数如式(16)所示, 且 $r_{P,k|k-1}^{(i)}$ 及 $p_{P,k|k-1}^{(i)}$ 可由式(31)–(32)计算,  $r_{\Gamma,k}^{(i)}$ ,  $p_{\Gamma,k}^{(i)}$ 为新生目标RFS的参数.

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} p_{S,k}, \quad (31)$$

$$p_{P,k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}) = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} (w_{k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{x}_{k|k-1}^p; \mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{P,k|k-1}^{(i,j)})) \times \prod_{l=1}^d \text{IG}((\sigma_{P,k|k-1,l}^{(i,j)})^2; \alpha_{P,k|k-1,l}^{(i,j)}, \beta_{P,k|k-1,l}^{(i,j)}), \quad (32)$$

其中:

$$\mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}, \quad (33)$$

$$\mathbf{P}_{P,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{Q}_{k-1} + \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^{(i,j)} \mathbf{F}_{k-1}^T, \quad (34)$$

$$\alpha_{P,k|k-1,l}^{(i,j)} = \rho_l \alpha_{P,k-1,l}^{(i,j)}, \quad (35)$$

$$\beta_{P,k|k-1,l}^{(i,j)} = \rho_l \beta_{P,k-1,l}^{(i,j)}, \quad (36)$$

其中:  $\rho_l \in (0, 1]$ 是一个退化因子. 新生目标的参数 $p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k)$ 可由式(29)得到.

#### 步骤2 更新.

假设预测的 $k$ 时刻量测产生点RFS的概率密度函数如式(19)所示. 其中,  $p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1})$ 由高斯逆伽马混合分量构成, 如下式所示:

$$p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}) = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} (w_{k|k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{x}_{k|k-1}^p; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)})) \times \prod_{l=1}^d \text{IG}((\sigma_{k|k-1,l}^{(i,j)})^2; \alpha_{k|k-1,l}^{(i,j)}, \beta_{k|k-1,l}^{(i,j)}), \quad (37)$$

则更新后的量测产生点RFS后验概率密度函数如式(20)所示. 其中, 漏检的量测产生点RFS参数 $r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k)$ 可由式(38)–(39)计算.

$$r_{L,k}^{(i)} = r_{k|k-1}^{(i)} \frac{1 - p_{D,k}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k}}, \quad (38)$$

$$p_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k) = p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k|k-1}^p, \mathbf{R}_{k|k-1}). \quad (39)$$

$$p_{U,k}^*(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k; \mathbf{z}_k^p) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} (w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}_k^p) N(\mathbf{x}_k^p; \mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{U,k}^{(i,j)}) \prod_{l=1}^d \text{IG}((\sigma_{U,k,l}^{(i,j)})^2; \alpha_{U,k,l}^{(i,j)}, \beta_{U,k,l}^{(i,j)}))}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}_k^p)}, \quad (41)$$

其中, 高斯逆伽马混合项的参数可以通过以下迭代式计算: 首先设置

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{k|k}^{(i,j)(0)} &= \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{k|k}^{(i,j)(0)} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)}, \\ \alpha_{U,k,l}^{(i,j)} &= 0.5 + \alpha_{k|k-1,l}^{(i,j)}, \beta_{k,l}^{(i,j)(0)} = \beta_{k|k-1,l}^{(i,j)}, \\ &\text{for } l = 1, \dots, d. \end{aligned}$$

迭代过程如下所示:

$$\mathbf{R}_k^{(i,j)(n)} = \text{diag} \left\{ \frac{\beta_{k,1}^{(i,j)(n)}}{\alpha_{U,k,1}^{(i,j)}}, \dots, \frac{\beta_{k,d}^{(i,j)(n)}}{\alpha_{U,k,d}^{(i,j)}} \right\}, \quad (42)$$

$$\mathbf{S}_{k|k-1}^{(i,j)(n)} = \mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_k^{(i,j)(n)}, \quad (43)$$

$$\mathbf{K}_{k|k-1}^{(i,j)(n)} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} \mathbf{H}^T [\mathbf{S}_{k|k-1}^{(i,j)(n)}]^{-1}, \quad (44)$$

$$\mathbf{m}_{k|k}^{(i,j)(n)} = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} + \mathbf{K}_{k|k-1}^{(i,j)(n)} (\mathbf{z}_k^p - \mathbf{H} \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}), \quad (45)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{(i,j)(n)} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k|k-1}^{(i,j)(n)} \mathbf{H}] \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)}, \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \beta_{k,l}^{(i,j)(n+1)} &= \beta_{k,l}^{(i,j)(n)} + \frac{1}{2} (\mathbf{z}_k^p - \mathbf{H} \mathbf{m}_{k|k}^{(i,j)(n)})_l^2 + \\ &\frac{1}{2} (\mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k}^{(i,j)(n)} \mathbf{H}^T)_{ll}, \end{aligned} \quad (47)$$

其中  $n \in [1, N]$ ,  $N$  表示最大迭代数目. 如果估计状态满足  $\|\mathbf{m}_{k|k}^{(j)(n)} - \mathbf{m}_{k|k}^{(j)(n-1)}\| < \varepsilon$ , 则结束迭代, 此时得到的参数分别为  $\mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)} = \mathbf{m}_{k|k}^{(i,j)(n)}$ ,  $\mathbf{P}_{U,k}^{(i,j)} = \mathbf{P}_{k|k}^{(i,j)(n)}$ ,  $\beta_{U,k,l}^{(i,j)} = \beta_{k,l}^{(i,j)(n)}$ ,  $\mathbf{R}_{U,k}^{(i,j)} = \mathbf{R}_k^{(i,j)(n)}$ . 式(40)–(41)其余参数的计算如下所示:

$$\rho_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z}_k^p) = p_{D,k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} q_k^{(i,j)}(\mathbf{z}_k^p), \quad (48)$$

$$q_k^{(i,j)}(\mathbf{z}_k^p) = N(\mathbf{z}_k^p; \mathbf{H} \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_{U,k}^{(i,j)}), \quad (49)$$

$$w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}_k^p) = \frac{r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k} w_{k|k-1}^{(i,j)} q_k^{(i,j)}(\mathbf{z}_k^p)}{1 - r_{k|k-1}^{(i)}}. \quad (50)$$

**步骤3** 修剪合并.

$r_{U,k}^*(\mathbf{z}_k^p)$  表示经过量测更新后的量测产生点的存在概率,  $p_{U,k}^*(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{R}_k; \mathbf{z}_k^p)$  表示经过量测更新后的量测产生点状态和量测噪声协方差的联合概率密度, 可由式(40)–(41)计算:

$$r_{U,k}^*(\mathbf{z}_k^p) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \rho_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z}_k^p)}{(1 - r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k})^2}}{\kappa_k(\mathbf{z}_k^p) + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \rho_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z}_k^p)}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k}}}, \quad (40)$$

随着新生目标的出现和滤波更新步骤的进行, 伯努利项数会不断增加. 因此, 每一次更新后删除存在概率低于门限的伯努利项, 对于剩余的伯努利项, 合并距离小于门限的高斯逆伽马项, 并设置最大伯努利项数及最大高斯逆伽马项数以减小计算量. 修剪和合并的步骤如参考文献[20]所示.

**步骤4** 状态提取.

设  $k$  时刻更新后的量测产生点RFS参数为  $\pi_k^p = \{(r_k^{(i)}, p_k^{(i)})\}_{i=1}^{M_k}$ , 其中:  $r_k^{(i)}$  表示量测产生点存在概率,  $p_k^{(i)}$  表示量测产生点状态与量测噪声协方差的联合概率密度. 当存在概率大于一定门限时, 认为量测产生点存在, 否则, 去除该点. 由于量测产生点在扩展目标上随机分布, 而同一个扩展目标上的量测产生点之间的距离在一定范围内, 因此可将两两间距离小于一定门限的量测产生点聚类, 并通过加权求和得到目标状态的估计值, 聚类的个数即为目标数, 本文称这种聚类方法为距离聚类. 在进行距离聚类时, 先取存在概率最大的量测产生点, 将与该点距离小于预设门限的点进行合并, 剩余的点中继续取存在概率最大的点, 并计算距离进行合并, 直到所有的点合并完为止.

**4 仿真实验与分析(Simulation and analysis)**

模拟实现杂波环境下多扩展目标运动场景, 采用传统的CBMeMBer和本文所提的VB-CBMeMBer实现其跟踪, 并比较分析二者的性能.

**实验1** 考虑二维平面中4个目标的运动轨迹不交叉的情况. 采样周期为  $T = 1$  s, 整个观测过程持续40个采样时刻. 目标状态方程和量测方程如式(3)–(4)所示, 其中的参数设置为

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

过程噪声协方差  $\mathbf{Q}_k = \text{diag}\{\sigma_{w1}^2, \sigma_{w2}^2\}$ , 其中  $\sigma_{w1} = \sigma_{w2} = 0.5$ . 量测产生点的个数服从泊松分布, 均值  $\beta = 10$ . 新生目标随机集由多伯努利参数集  $\pi_{\Gamma} = \{(r_{\Gamma}, p_{\Gamma}^{(i)})\}_{i=1}^3$  表示, 其中:  $r_{\Gamma} = 0.02$ ,

$$p_{\Gamma}^{(i)}(\mathbf{x}, \mathbf{R}) = N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\gamma}^{(i)}, \mathbf{P}_{\gamma}) \prod_{l=1}^d \text{IG}((\sigma_{\gamma,l}^{(i)})^2, \alpha_{\gamma,l}^{(i)}, \beta_{\gamma,l}^{(i)}), \quad i = 1, 2, 3, \quad (51)$$

其中:  $\mathbf{m}_{\gamma}^{(1)} = [40 \ 3.05 \ -40 \ 0.05]^T$ ,  $\mathbf{m}_{\gamma}^{(2)} = [-10 \ 3.2 \ -25 \ 0.08]^T$ ,  $\mathbf{m}_{\gamma}^{(3)} = [0 \ 5.8 \ -10 \ -0.06]^T$ ,  $\mathbf{P}_{\gamma} = \text{diag}\{2, 1, 2, 1\}$ , 初始的逆伽马分布的参数设置为  $\alpha_0 = \beta_0 = 1$ , 退化因子  $\rho = 0.9$ . 杂波建模为泊松随机集, 均值  $\lambda = 5$ , 在整个观测区域内均匀分布. 目标的存活概率和检测概率分别为  $p_{S,k} = 0.99$  和  $p_{D,k} = 0.98$ . 真实的量测噪声标准差  $\sigma = \sigma_{v1} = \sigma_{v2} = 1$ .

对于 VB-CBMeMber,  $\mathbf{R}_k = \text{diag}\{\sigma_{v1}^2, \sigma_{v2}^2\}$  未知; 而对于 CBMeMber, 对量测噪声标准差分别为  $\sigma = \sigma_{v1} = \sigma_{v2} = 0.8, 1, 8$  这三种情况进行对比. 通过 100 次独立蒙特卡罗仿真实验的结果进行观察分析.

由于本文采用的是基于随机集的多扩展目标跟踪算法, 该算法考虑的是目标集和量测集之间的对应关系, 因此本文采用目标数估计均值和最优子模式分配 (optimal sub-pattern assignment, OSPA)<sup>[21]</sup> 距离对算法进行评价, OSPA 距离表示如下:

$$\bar{d}_p^{(c)}(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = \left( \frac{1}{n} \left( \min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(x_i, z_{\pi(i)})^p + c^p (n - m) \right) \right)^{1/p}, \quad (52)$$

其中的参数设置为  $p = 2, c = 60$ . 仿真场景如图 1 所示.

图 1 为真实的运动目标轨迹与单次实验过程中, 杂波和扩展目标产生的量测, 图 2 为单次实验 GM-VB-CBMeMber 估计目标状态的结果.

图 3 与图 4 分别为不同量测噪声协方差情况下的 GM-CBMeMber 与 GM-VB-CBMeMber 估计目标数目及 OSPA 距离的结果对比. 从两幅图中可明显地看出, GM-VB-CBMeMber 与 GM-CBMeMber 在  $\sigma = 1$  时的估计结果相当, 并且估计结果与真实值最为相近. 在  $\sigma = 0.8$  时, GM-CBMeMber 会造成目标数目的过估, 这是因为此时的量测噪声协方差比真实值小, 导致由一个目标生成的量测产生点不会被聚成一类, 因此会造成目标数目的过估, 并且相应的 OSPA 距离较大. 反之, 当  $\sigma = 8$  时, GM-CBMeMber 会因为量测噪声协方差较大而造成目

标数目的低估. 从图中还可以看出, 在有新生目标出现, 即  $k = 8, k = 12, k = 26$  这 3 个时刻 GM-CBMeMber 的跟踪误差较大, 这是由于新生目标出现的第 1 个时刻存在概率较低, 而 GM-CBMeMber 滤波需要存在概率大于一定门限才能认为该位置存在目标, 所以跟踪新生目标会延迟一个时刻. 但是, GM-VB-CBMeMber 却因为存在一个迭代估计过程, 相当于间接地修正了量测产生点存在概率, 因此不会出现延迟的问题.

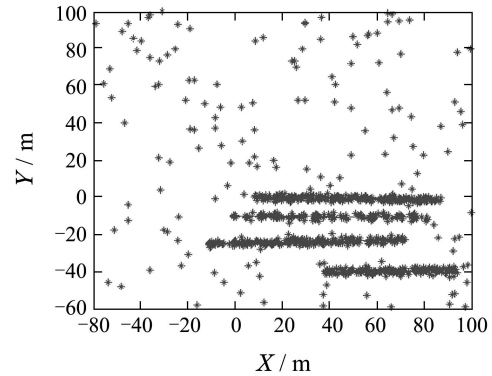


图 1 目标真实运动轨迹和量测

Fig. 1 Target tracks and measurements

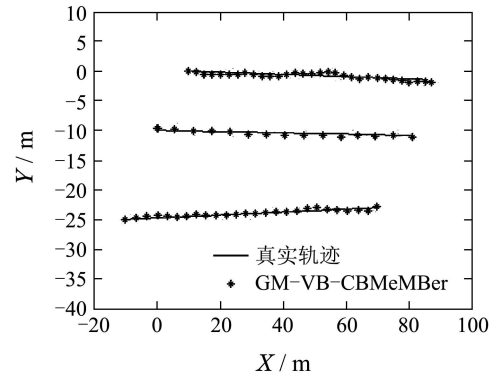


图 2 GM-VB-CBMeMber 滤波估计

Fig. 2 State estimation of GM-VB-CBMeMber filter

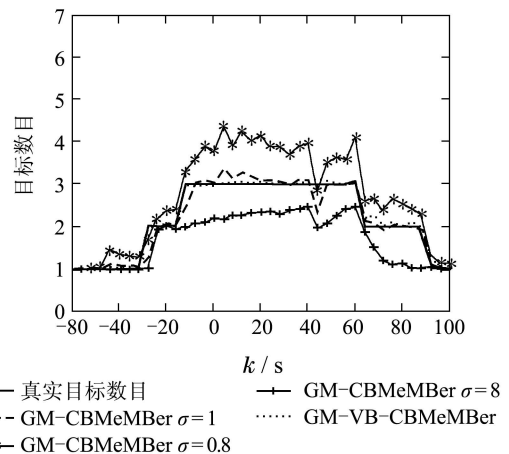


图 3 目标数估计对比

Fig. 3 The comparison of the estimated target number

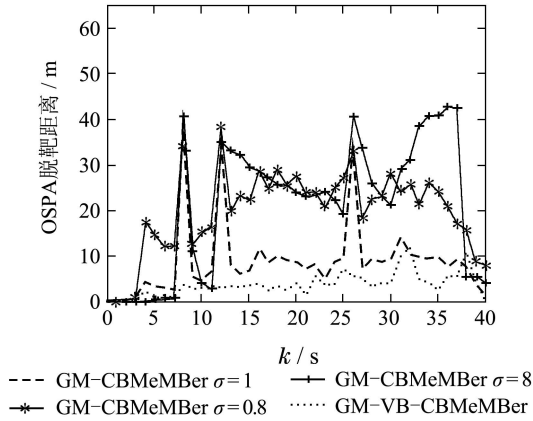


图 4 OSPA 距离对比

Fig. 4 The comparison of OSPA distance

由上述结果可知: 对于GM-CBMeMber, 一旦量测噪声协方差与真实值偏差很大, 滤波精度将会急剧下降; 而GM-VB-CBMeMber不仅能自适应地估计量测噪声协方差, 而且能以较高的精度来跟踪多扩展目标.

**实验 2** 考虑4个目标, 其中2个目标的运动轨迹会出现交叉的情况. 新生目标位置参数设置为

$$m_{\gamma}^{(1)} = [40 \ 1.05 \ -40 \ 3.05]^T,$$

$$m_{\gamma}^{(2)} = [-10 \ 1.2 \ 0 \ 1.8]^T,$$

$$m_{\gamma}^{(3)} = [0 \ 1.4 \ -10 \ -2.1]^T,$$

其他参数设置同实验1.

图5为真实的目标运动轨迹与单次实验过程中, 杂波和多扩展目标产生的量测. 图6为量测局部放大图, 可以看出目标轨迹出现交叉时, 两个扩展目标产生的量测混合在一起, 难以区分. 图7为单次实验GM-VB-CBMeMber估计目标状态的结果.

图8-9分别给出了量测噪声标准差为 $\sigma=0.8, 1, 8$ 时的GM-CBMeMber与GM-VB-CBMeMber估计目标数目以及OSPA距离的比较结果. 从两幅图中可看出, 在 $\sigma=0.8$ 和 $\sigma=8$ 时, GM-CBMeMber分别会造成目标数目的过估与低估. GM-VB-CBMeMber与GM-CBMeMber在 $\sigma=1$ 时的估计结果相近, 但是GM-CBMeMber跟踪新生目标会延迟一个时刻, 而GM-VB-CBMeMber不会出现此问题. 另外, 在 $k=15, 16$ 两个时刻, GM-VB-CBMeMber会造成目标数目的低估, 这是因为其中的两个目标在这两个时刻靠的很近, 由于GM-VB-CBMeMber在滤波过程中, 通过对未知量测噪声协方差的估计来不断修正量测产生点状态和它的协方差, 这一过程使得距离较近的两个量测产生点之间的马氏距离更小, 不可避免地, 它们会被认为是由同一个目标所产生的, 因此会造成目标数目的低估.

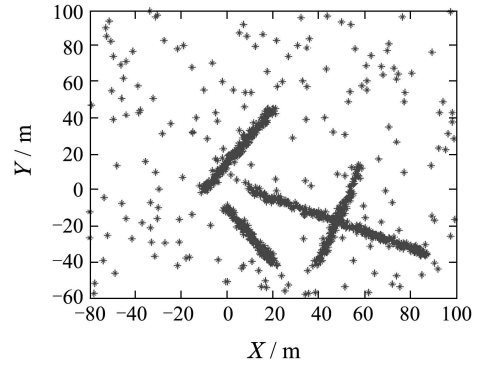


图 5 目标真实运动轨迹和量测

Fig. 5 Target tracks and measurements

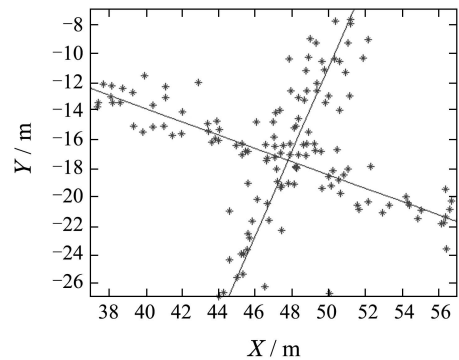


图 6 量测局部放大图

Fig. 6 Partial magnification of measurements

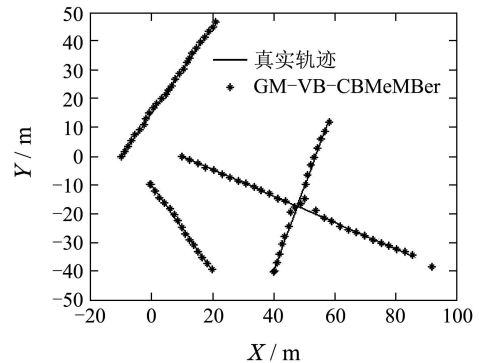


图 7 GM-VB-CBMeMber 滤波估计

Fig. 7 State estimation of GM-VB-CBMeMber filter

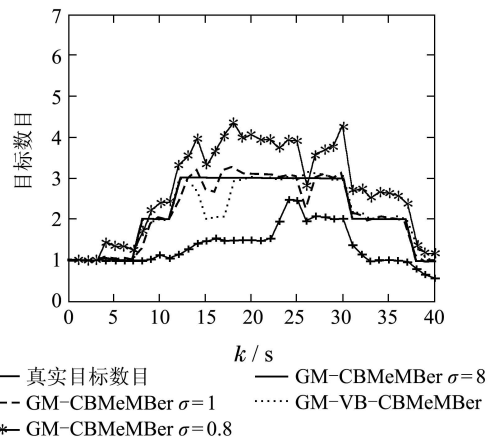


图 8 目标数估计对比

Fig. 8 The comparison of the estimated target number

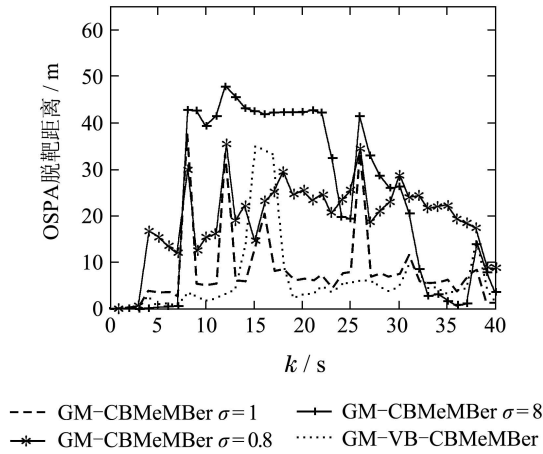


图9 OSPA距离对比

Fig. 9 The comparison of OSPA distance

表1给出了不同量测噪声标准差下的GM-CBMeMber与GM-VB-CBMeMber在目标新生时刻( $k=8, k=12, k=26$ )和所有时刻平均的OSPA距离以及滤波时间的对比。

从表1可以看出,由于GM-VB-CBMeMber算法在滤波过程中加入了一个迭代估计过程,比传统GM-CBMeMber消耗更多的时间;由于自适应的估计了噪声协方差,它的滤波精度也因此比GM-CBMeMber高。另外,迭代过程的加入使得GM-VB-CBMeMber在估计量测噪声协方差的同时,不断地迭代更新量测产生点的均值和协方差,这一过程降低了跟踪的误差,因此,GM-VB-CBMeMber的OSPA距离比真实量测噪声协方差时GM-CBMeMber的OSPA距离小。

表1 两种算法OSPA距离和滤波时间比较(目标轨迹交叉)

Table 1 Comparison of the two experiments in OSPA distance and run-time (crossed-trajectory)

| 滤波算法           | 量测噪声标准差 | OSPA距离/m |         |         |         | 滤波时间/s |        |        |        |
|----------------|---------|----------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|
|                |         | $k=8$    | $k=12$  | $k=26$  | 所有时刻    | $k=8$  | $k=12$ | $k=26$ | 所有时刻   |
| GM-VB-CBMeMber | 自适应估计   | 3.4751   | 3.5744  | 6.2066  | 6.5909  | 1.0450 | 2.1411 | 3.0603 | 2.0793 |
|                | 0.8     | 30.0207  | 35.4808 | 34.3752 | 19.5011 | 0.2127 | 0.4584 | 0.5514 | 0.4057 |
| GM-CBMeMber    | 1       | 37.5147  | 33.4823 | 34.9530 | 8.3137  | 0.2064 | 0.4406 | 0.5265 | 0.3896 |
|                | 8       | 42.5427  | 47.6693 | 41.8186 | 23.3305 | 0.2008 | 0.7437 | 0.6273 | 0.4219 |

## 5 结论(Conclusion)

扩展目标跟踪不同于点目标跟踪,其多个量测可能源自同一个目标,需对量测产生点状态进行估计。在量测噪声协方差不匹配时,传统多扩展目标跟踪算法性能会急剧下降。为此,本文提出一种在未知量测噪声协方差情况下、跟踪杂波环境中多扩展目标的算法并给出了其高斯混合实现。该算法对量测噪声协方差和量测产生点状态的联合估计,用VB方法近似该联合概率密度,经滤波更新得到量测产生点状态并聚类得到目标的位置。对比仿真实验表明该算法能较精确地跟踪多扩展目标,然而在目标轨迹出现交叉时,本算法会导致目标数目的低估,如何避免该问题是今后需要开展的工作。

## 参考文献(References):

- [1] GRANSTRÖM K, LUNDQUIST C, ORGUNER U. Extended target tracking using a Gaussian-mixture PHD filter [R]. Linköpings Universitet: Technical Report from Automatic Control, 2011: 1–15.
- [2] 刘贵喜,周承兴,王泽毅,等.用于多个机动目标的混合高斯概率假设密度跟踪器[J].控制理论与应用,2011,28(8):1087–1092. (LIU Guixi, ZHOU Chengxing, WANG Zeyi, et al. Gaussian-mixture probability-hypothesis-density tracker for multiple maneuvering targets [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(8): 1087–1092.)
- [3] MAHLER R. Multitarget bayes filtering via first-order multitarget moments [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1152–1178.
- [4] MAHLER R. *Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion* [M]. Norwood, MA, USA: Artech House, 2007.
- [5] VO B T, VO B N, CANTON A. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(2): 409–423.
- [6] 连峰,韩崇昭,李晨.多模型GM-CBMeMber滤波器及航迹形成[J].自动化学报,2014,40(2):336–347. (LIAN Feng, HAN Chongzhao, LI Chen. Multiple-model GM-CBMeMber filter and track continuity [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(2): 336–347.)
- [7] GILHOLM K, SALMOND D. Spatial distribution model for tracking extended objects [J]. *Proceedings of Radar, Sonar and Navigation*, 2005, 152(5): 364–371.
- [8] GILHOLM K, GODSILL S, MASKELL S, et al. Poisson models for extended target and group tracking [C] // *Proceedings of SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets*. Washington: SPIE, 2005: 230–241.
- [9] MAHLER R. PHD filters for nonstandard targets, I. Extended targets [C] // *Proceedings of the International Conference on Information Fusion*. New York: IEEE, 2009: 915–921.
- [10] GRANSTRÖM K, LUNDQUIST C, ORGUNER U. A Gaussian mixture PHD filter for extended target tracking [C] // *Proceedings of the International Conference on Information Fusion*. New York: IEEE, 2010: 1–8.
- [11] GRANSTRÖM K, LUNDQUIST C, ORGUNER U. Extended target tracking using a Gaussian-Mixture PHD filter [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(4): 3268–3286.



- [12] GRANSTRÖM K, LUNDQUIST C, ORGUNER U. Tracking rectangular and elliptical extended target using laser measurements [C] // *Proceedings of the International Conference on Information Fusion*. New York: IEEE, 2011: 592 – 599.
- [13] LUNDQUIST C, GRANSTRÖM K, ORGUNER U. Estimating the shape of targets with a PHD filter [C] // *Proceedings of the International Conference on Information Fusion*. New York: IEEE, 2011: 49 – 56.
- [14] LUNDQUIST C, GRANSTRÖM K, ORGUNER U. An extended target CPHD filter and a gamma Gaussian inverse wishart implementation [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, 7(3): 472– 483.
- [15] ŠMÍDL V, QUINN A. *The Variational Bayes Method in Signal Processing* [M]. New York: Springer, 2006.
- [16] BAUM M, HANEBECK U D. Random hypersurface models for extended object tracking [C] // *IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology*. New York: IEEE, 2009: 178 – 183.
- [17] 彭冬亮, 文成林, 徐晓滨, 等. 随机集理论及其在信息融合中的应用 [J]. 电子与信息学报, 2006, 28(11): 2199 – 2204. (PENG Dongliang, WEN Chenglin, XU Xiaobin, et al. Random set and its applications in information fusion [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2006, 28(11): 2199 – 2204.)
- [18] SÄRKKÄ S, NUMMENMAA A. Recursive noise adaptive kalman filtering by variational bayesian approximations [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(3): 596 – 600.
- [19] YANG J, GE H. An improved multi-target tracking algorithm based on CBMeMBer filter and variational Bayesian approximation [J]. *Signal Processing*, 2013, 93(9): 2510 – 2515.
- [20] YANG J, GE H. Adaptive probability hypothesis density filter based on variational Bayesian approximation for multi-target tracking [J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2013, 7(9): 959 – 967.
- [21] SCHUHMACHER D, VO B T, VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3447 – 3457.

### 作者简介:

**李翠芸** (1976–), 女, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为非线性滤波方法、数字图像处理、红外弱小目标检测与跟踪等, E-mail: cyli@xidian.edu.cn;

**王 荣** (1990–), 女, 硕士研究生, 研究方向为多目标跟踪方法、随机集理论研究, E-mail: wangrong1125@126.com;

**姬红兵** (1963–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为多传感器多目标跟踪方法、光电信息处理、微弱信号检测与识别等, E-mail: hbji@xidian.edu.cn.