

时滞柔性关节机械臂自适应位置/力控制

陈明金, 李树荣[†], 曹乾磊

(中国石油大学 信息与控制工程学院, 山东 青岛 266580)

摘要: 针对具有时滞的柔性关节机械臂自适应位置和力控制问题进行了研究. 首先, 通过坐标变换得出降维的位置/力控制模型. 随后, 将时间滞后近似表示成一阶滞后, 进行时滞补偿. 利用自适应算法修正机械臂系统参数, 克服模型参数不确定性对系统的影响. 同时, 采用反步控制技术设计机械臂位置/力控制器, 运用Lyapunov稳定性定理证明控制器能使机械臂位置和力跟踪误差收敛. 最后的仿真研究验证了控制方案的有效性.

关键词: 时滞; 自适应控制; 柔性关节; 机械臂; 位置/力控制

中图分类号: TP24 文献标识码: A

Adaptive motion/force control for rigid-link flexible-joint manipulators with time delay

CHEN Ming-jin, LI Shu-rong[†], CAO Qian-lei

(College of Information and Control Engineering, China University of Petroleum, Qingdao Shandong 266580, China)

Abstract: We investigate the adaptive motion/force control for rigid-link flexible-joint (RLFJ) manipulators with time delay. Firstly, a coordination transformation is introduced to obtain the reduced dynamic model. Secondly, the time delay is approximately considered as of first-order and is compensated. The adaptive law updates the unknown parameters online to reduce the impact on the system by manipulator modeling uncertainties. Meanwhile, the motion/force control strategy is proposed by using the backstepping method. The Lyapunov stability theory is employed to prove the stability of the system. Finally, the effectiveness of proposed scheme is validated by simulation research.

Key words: time delay; adaptive control; flexible joint; manipulator; motion/force control

1 引言(Introduction)

在工业应用中, 往往需要机械臂完成装配、抛光、打磨等任务. 机械臂终端执行器的运动将受到环境约束. 此时不仅需要控制其位置跟踪到给定轨迹, 还需要控制它作用于约束表面的力满足工业要求. 针对这一问题, 文献[1-2]采用阻抗控制方案, 力图调节任务空间机械臂动力学特性与其受力之间的关系来实现位置/力控制. 然而, 其精度依赖对环境的了解程度, 在实际中对环境的了解往往是很不精确的, 导致阻抗控制存在较大误差. 针对这一问题, 文献[3]采用自适应算法进行补偿. 文献[4-5]利用坐标变换得到降阶的机械臂动力学模型, 提出降阶状态位置/力控制方案, 实现了受限约束机械臂位置/力控制. 与文献[3]相比, 降阶状态位置/力控制方案结构简练, 更适合实际应用, 本文采用该方案解决了具有时间滞后的柔性关节机械臂位置/力控制问题.

机械臂关节齿轮柔性严重影响机械臂系统性能的发 挥, 甚至使其无法正常工作. 针对机械臂关节柔性, 文献[6-7]采用奇异摄动理论实现了柔性关节机械臂的控制, 然而奇异摄动只适合关节柔性较小的情况, 限制了其在工业中的应用. 文献[8-10]使用反步法的设计思想, 实现了柔性关节机械臂的控制. 由于机械臂动力学模型存在参数不确定性以及未知扰动严重影响系统稳定性. 上述控制算法往往结合鲁棒或者自适应控制解决此类问题, 文献[11-12]则采用神经网络等智能技术.

然而以往的论文很少考虑系统时滞. 由于机械臂关节齿轮传动存在侧隙, 往往导致其运动过程存在死区. 死区使机械臂产生时滞特性, 造成机械臂动力学特性发生复杂的变化, 甚至影响系统的稳定性. 本文采用反步法的设计思想, 考虑到机械臂关节柔性、系统时滞以及位置/力控制问题, 得出了一种新的自适应

收稿日期: 2014-05-22; 录用日期: 2014-09-29.

[†]通信作者. E-mail: lishuron@upc.edu.cn; Tel.: +86 15192595177.

中央高校基本科研业务费专项资金项目(13CX06091A)资助.

Supported by Fundamental Research Fund of the Central Universities under Grant (13CX06091A).

控制方案. 结合环境约束的特点, 利用坐标变换得到降维的位置/力控制模型, 进而将机械臂系统分解成4个子系统, 针对每个子系统分别设计李雅普诺夫函数和虚拟控制量, 逐步反推最终得出机械臂控制律. 同时, 将系统时滞近似表示成一阶滞后, 做出时滞补偿. 设计自适应律充分补偿机械臂连杆、电机转子惯量参数的不确定性. 最终, 经李雅普诺夫稳定性分析, 控制器能够保证机械臂位置/力控制的稳定性. 二自由度机械臂仿真结果表明机械臂能够快速有效地跟踪到给定的位置/力信号.

2 问题描述(Problem description)

对于具有时间滞后并且受 m 维环境约束的 n 连杆柔性关节机械臂动力学方程可描述如下:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \omega(t) + J_c^T(q)\lambda, \quad (1)$$

$$J_m\ddot{q}_m + w(t) = \tau, \quad (2)$$

$$\omega(t) = u(t - T), \quad (3)$$

$$u(t) = K[q_m(t) - q(t)], \quad (4)$$

$$\varphi(q) = 0, \quad (5)$$

式中: $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ 分别表示机械臂关节角度、角速度以及角加速度; $q_m, \dot{q}_m, \ddot{q}_m \in \mathbb{R}^n$ 分别表示电机角度以及角加速度; $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为机械臂惯量矩阵; $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为系统离心力和哥氏力矩阵; $G(q) \in \mathbb{R}^n$ 为重力矩阵; $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为关节刚度矩阵; T 为系统时间滞后; $J_m \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为电机转子惯量矩阵; $\omega(t) \in \mathbb{R}^n$ 为机械臂连杆驱动力矩; $u(t) \in \mathbb{R}^n$ 为电机轴形变产生的力矩; $\tau \in \mathbb{R}^n$ 系统驱动力矩; $\varphi(q) \in \mathbb{R}^m$ 为关节空间环境约束方程; $J_c(q) = \frac{\partial \varphi}{\partial q} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 为环境约束的雅可比矩阵; λ 为广义力乘子.

由于受 m 维环境约束, 机械臂自由度降低到 $n - m$ 维. 从而关节角度可表示成 $q = [q_1^T \ q_2^T]^T$, $q_1 \in \mathbb{R}^{n-m}$, $q_2 \in \mathbb{R}^m$, 并且 $q_2 = \Omega(q_1)$. 定义^[13] $L(q_1) = [I_{n-m} \ \frac{\partial \Omega^T(q_1)}{\partial q_1}]^T$, 则有

$$\begin{cases} \dot{q} = L(q_1)\dot{q}_1, \\ \ddot{q} = \dot{L}(q_1)\dot{q}_1 + L(q_1)\ddot{q}_1. \end{cases} \quad (6)$$

将式(6)代入式(1)得

$$\begin{aligned} M_1(q_1)\ddot{q}_1 + C_1(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) = \\ \omega(t) + J_c^T(q_1)\lambda, \end{aligned} \quad (7)$$

式中:

$$\begin{aligned} M_1(q_1) &= M(q)L(q_1), \\ C_1(q_1, \dot{q}_1) &= M(q)\dot{L}(q_1) + C(q, \dot{q})L(q_1). \end{aligned}$$

定义

$$\begin{aligned} \bar{M}(q_1) &= L^T(q_1)M_1(q_1), \\ \bar{C}(q_1, \dot{q}_1) &= L^T(q_1)C_1(q_1, \dot{q}_1), \end{aligned}$$

$$\bar{G}(q_1) = L^T(q_1)G(q_1).$$

对机械臂系统做出以下假设:

假设 1 $M(q), J_m, C(q, \dot{q}), G(q)$ 均为未知有界矩阵. 并且 $M(q)$ 为正定对称矩阵, J_m 为正定对角矩阵.

假设 2 $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}), \dot{\bar{M}}(q_1) - 2\bar{C}(q_1, \dot{q}_1)$ 均为斜对称矩阵^[13]. 对于 $\forall p_1 \in \mathbb{R}^n$ 以及 $p_2 \in \mathbb{R}^{n-m}$ 有 $p_1^T [\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})] p_1 = 0, p_2^T [\dot{\bar{M}}(q_1) - 2\bar{C}(q_1, \dot{q}_1)] p_2 = 0$.

假设 3 式(7)描述的机械臂连杆模型^[4]存在参数线性化关系. 对于 $\forall p \in \mathbb{R}^{n-m}$ 有

$$M_1(q_1)\dot{p} + C_1(q_1, \dot{q}_1)p + G(q_1) = Y(q_1, \dot{q}_1, p, \dot{p})\theta,$$

式中: $Y(q_1, \dot{q}_1, p, \dot{p})$ 表示关节变量函数的回归矩阵, θ 表示未知的定常向量.

如果 $\hat{M}_1(q_1), \hat{C}_1(q_1, \dot{q}_1), \hat{G}(q_1)$ 分别表示 $M(q_1), C_1(q_1, \dot{q}_1), G(q_1)$ 的估计值, 则有

$$\hat{M}_1(q_1)\dot{p} + \hat{C}_1(q_1, \dot{q}_1)p + \hat{G}(q_1) = Y(q_1, \dot{q}_1, p, \dot{p})\hat{\theta},$$

式中 $\hat{\theta}$ 表示 θ 的估计值.

假设 4 $L^T(q_1)J_c^T(q) = J_c(q)L(q_1) = 0$ ^[4].

假设 5 J_c^T 为列满秩矩阵, $J_c M^{-1} J_c^T$ 为可逆矩阵^[4].

3 基于反步法的自适应位置/力控制器设计 (Adaptive motion/force controller design by back-stepping)

反步设计法的思想是将非线性系统分解成多个级联的子系统, 然后针对每个子系统分别设计Lyapunov函数和虚拟控制量, 逐步后推至整个系统, 完成控制器的设计.

设机械臂期望的运动轨迹为 q_{1d} , 期望的力乘子为 λ_d . 控制器的设计目标为: 机械臂终端执行器运动轨迹 q_1 跟踪到 q_{1d} ; 约束面受到的力 λ 与期望值 λ_d 的误差稳定在有界范围内.

为了反步控制器的设计, 重新构造状态变量如下:

$$\begin{cases} x_1 = q_1 \in \mathbb{R}^{n-m}, \\ x_2 = \dot{q}_1 \in \mathbb{R}^{n-m}, \\ x_3 = q_m \in \mathbb{R}^n, \\ x_4 = \dot{q}_m \in \mathbb{R}^n. \end{cases}$$

从而机械臂动力学模型变为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ M_1(q_1)\dot{x}_2 + C_1(q_1, \dot{q}_1)x_2 + G(q_1) = \\ \omega(t) + J_c^T \lambda, \\ \omega(t) = u(t - T), \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = J_m^{-1}[\tau - \omega(t)]. \end{cases} \quad (8)$$

步骤1 对模型(8)中的第1个子系统, 定义轨迹

误差 $s_1 = x_{1d} - x_1$, $x_{1d} = q_{1d}$.

求 s_1 对时间的导数得

$$\dot{s}_1 = \dot{x}_{1d} - \dot{x}_1 = \dot{x}_{1d} - x_{2d} + s_2,$$

式中 $s_2 = x_{2d} - x_2$.

选取第1个Lyapunov函数为

$$V_1(t) = \frac{1}{2} s_1^T s_1, \quad (9)$$

求 $V_1(t)$ 对时间的导数得

$$\dot{V}_1(t) = s_1^T \dot{s}_1 = s_1^T (\dot{x}_{1d} - x_{2d} + s_2). \quad (10)$$

选取虚拟控制量 x_{2d} 为

$$x_{2d} = \dot{x}_{1d} + k_1 s_1, \quad (11)$$

式中 k_1 为正定矩阵, 将式(11)代入式(10)得

$$\dot{V}_1(t) = -s_1^T k_1 s_1 + s_1^T s_2.$$

显然, 如果 s_2 收敛到零, 则 $\dot{V}_1(t) \leq 0$, 可得 s_1 渐近稳定. 为了使 s_2 收敛, 进行下一步设计.

步骤2 对于模型(8)第2个子系统, 选取第2个Lyapunov函数为

$$V_2(t) = V_1(t) + \frac{1}{2} s_2^T \bar{M} s_2 + \frac{1}{2} \tilde{\omega}^T(t) \tilde{\omega}(t) + \frac{1}{2} (\theta - \hat{\theta})^T \Gamma_1^{-1} (\theta - \hat{\theta}), \quad (12)$$

式中: $\tilde{\omega}(t) = \omega_d(t) - \omega(t)$, $\omega_d(t)$ 表示虚拟控制作用, Γ_1 表示正定对角矩阵. 求 $V_2(t)$ 对时间的导数得

$$\dot{V}_2(t) = -s_1^T k_1 s_1 + s_1^T s_2 + s_2^T (\bar{M} \dot{s}_2 + \frac{1}{2} \dot{\bar{M}} s_2) - \hat{\theta}^T \Gamma_1^{-1} (\theta - \hat{\theta}) + \tilde{\omega}^T(t) \dot{\tilde{\omega}}(t).$$

由假设2可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & -s_1^T k_1 s_1 + s_1^T s_2 + s_2^T (\bar{M} \dot{s}_2 + \bar{C} s_2) - \\ & \hat{\theta}^T \Gamma_1^{-1} (\theta - \hat{\theta}) + \tilde{\omega}^T(t) \dot{\tilde{\omega}}(t) = \\ & -s_1^T k_1 s_1 + s_1^T s_2 + s_2^T L^T [M_1(q_1) \dot{x}_{2d} + \\ & C_1(q_1, \dot{q}_1) x_{2d} + G(q_1) - M_1(q_1) \dot{x}_2 - \\ & C_1(q_1, \dot{q}_1) x_2 - G(q_1)] - \hat{\theta}^T \Gamma_1^{-1} (\theta - \hat{\theta}) + \\ & \tilde{\omega}^T(t) \dot{\tilde{\omega}}(t). \end{aligned}$$

由假设3可知

$$M_1(q_1) \dot{x}_{2d} + C_1(q_1, \dot{q}_1) x_{2d} + G(q_1) = Y(q_1, \dot{q}_1, x_{2d}, \dot{x}_{2d}) \theta. \quad (13)$$

将式(13)代入 $\dot{V}_2(t)$ 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & -s_1^T k_1 s_1 + s_1^T s_2 + s_2^T L^T [Y(q_1, \\ & \dot{q}_1, x_{2d}, \dot{x}_{2d}) \theta - \omega(t) - J_c^T(q_1) \lambda] - \\ & \hat{\theta}^T \Gamma_1^{-1} (\theta - \hat{\theta}) + \tilde{\omega}^T(t) \dot{\tilde{\omega}}(t). \end{aligned} \quad (14)$$

选取

$$\begin{aligned} \omega_d = & Y(q_1, \dot{q}_1, x_{2d}, \dot{x}_{2d}) \hat{\theta} + k_2 L s_2 + \\ & L(L^T L)^{-1} s_1 - J_c^T(\lambda_d + K_p \tilde{\lambda}). \end{aligned} \quad (15)$$

式中 k_2 为正定对称矩阵, 将式(15)代入式(14)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & -s_1^T k_1 s_1 + s_1^T s_2 + s_2^T L^T [Y(q_1, \dot{q}_1, \\ & x_{2d}, \dot{x}_{2d}) (\theta - \hat{\theta}) - k_2 L s_2 - \\ & L(L^T L)^{-1} s_1 + J_c^T(\lambda_d + K_p \tilde{\lambda}) + \\ & \tilde{\omega}(t) - J_c^T(q_1) \lambda] - \hat{\theta}^T \Gamma_1^{-1} (\theta - \hat{\theta}) + \\ & \tilde{\omega}^T(t) \dot{\tilde{\omega}}(t) = \\ & -s_1^T k_1 s_1 - s_2^T L^T k_2 L s_2 + s_2^T L^T \tilde{\omega}(t) + \\ & [s_2^T L^T Y(q_1, \dot{q}_1, x_{2d}, \dot{x}_{2d}) - \\ & \hat{\theta}^T \Gamma_1^{-1}] (\theta - \hat{\theta}) + \tilde{\omega}^T(t) \dot{\tilde{\omega}}(t). \end{aligned} \quad (16)$$

选取自适应律

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma_1 Y^T L s_2, \quad (17)$$

将式(17)代入式(16)得

$$\dot{V}_2(t) = -s_1^T k_1 s_1 - s_2^T L^T k_2 L s_2 + s_2^T L^T \tilde{\omega}(t) + \tilde{\omega}^T(t) \dot{\tilde{\omega}}(t). \quad (18)$$

利用泰勒级数将 $u(t)$ 展开得

$$\begin{aligned} u(t) = & u(t-T) + T \dot{u}(t-T) + \\ & \frac{1}{2!} T^2 \ddot{u}(t-T) + \dots = \\ & \omega(t) + T \dot{\omega}(t) + \frac{1}{2!} T^2 \ddot{\omega}(t) + \dots \end{aligned}$$

本文将 $u(t)$ 近似成

$$u(t) = \omega(t) + T \dot{\omega}(t), \quad (19)$$

此时 $\dot{\omega}(t) = \frac{1}{T} [u(t) - \omega(t)]$, 代入式(18)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & -s_1^T k_1 s_1 - s_2^T L^T k_2 L s_2 + s_2^T L^T \tilde{\omega}(t) + \\ & \tilde{\omega}^T(t) [\dot{\omega}_d(t) - \frac{1}{T} u(t) + \frac{1}{T} \omega(t)]. \end{aligned} \quad (20)$$

选择虚拟控制量 $u_d(t)$ 为

$$u_d(t) = \omega(t) + T \dot{\omega}_d(t) + k_3 T \tilde{\omega}(t) + T L s_2, \quad (21)$$

式中 k_3 为正定对称矩阵, 将式(21)代入式(20)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & -s_1^T k_1 s_1 - s_2^T L^T k_2 L s_2 - \\ & \tilde{\omega}^T(t) k_3 \tilde{\omega}(t) + \frac{1}{T} \tilde{\omega}^T(t) \tilde{u}(t). \end{aligned}$$

式中 $\tilde{u}(t) = u_d(t) - u(t)$. 如果 $\tilde{u}(t)$ 收敛到零, 则 $\dot{V}_2(t) \leq 0$, 从而 $s_1, s_2, \tilde{\omega}(t)$ 是渐近稳定的. 为了使 $\tilde{u}(t)$ 收敛, 进行下一步设计.

步骤3 针对模型(8)第3个子系统, 定义虚拟状态量^[9]

$$s_3 = x_{3d} - x_3, \quad (22)$$

式中 $x_{3d} = K^{-1}u_d(t) + q(t)$.

求式(22)对时间的导数得

$$\dot{s}_3 = \dot{x}_{3d} - x_4. \quad (23)$$

选取第3个Lyapunov函数为

$$V_3(t) = V_2(t) + \frac{1}{2}s_3^T s_3. \quad (24)$$

求 $V_3(t)$ 对时间的导数可得

$$\dot{V}_3(t) = \dot{V}_2(t) + s_3^T(\dot{x}_{3d} - x_4). \quad (25)$$

选取虚拟控制量为

$$x_{4d} = \dot{x}_{3d} + k_4 s_3 + \frac{1}{T}K\tilde{\omega}(t), \quad (26)$$

其中 k_4 为正定对称矩阵.

将式(26)代入式(25)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) = & -s_1^T k_1 s_1 - s_2^T L^T k_2 L s_2 - \tilde{\omega}^T(t) k_3 \tilde{\omega}(t) - \\ & s_3^T k_4 s_3 + \frac{1}{T} \tilde{\omega}^T(t) \tilde{u}(t) - \frac{1}{T} s_3^T K \tilde{\omega}(t) + s_3^T s_4 = \\ & -s_1^T k_1 s_1 - s_2^T L^T k_2 L s_2 - \tilde{\omega}^T(t) k_3 \tilde{\omega}(t) - \\ & s_3^T k_4 s_3 + s_3^T s_4. \end{aligned}$$

如果 s_4 收敛到零, 则 $\dot{V}_3(t) \leq 0$. 从而 $s_1, s_2, \tilde{\omega}(t), s_3$ 是渐近稳定的. 为使 s_4 收敛, 进行下一步设计.

步骤4 针对模型(8)第4个子系统, 求虚拟状态量 s_4 对时间的导数得

$$\dot{s}_4 = \dot{x}_{4d} - J_m^{-1}[\tau - \omega(t)], \quad (27)$$

选取第4个Lyapunov函数为

$$V_4(t) = V_3(t) + \frac{1}{2}s_4^T s_4. \quad (28)$$

求 $V_4(t)$ 对时间的导数得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) = & \dot{V}_3(t) + s_4^T \dot{s}_4 = \\ & \dot{V}_3(t) + s_4^T \{\dot{x}_{4d} - J_m^{-1}[\tau - \omega(t)]\}. \end{aligned} \quad (29)$$

控制量 τ 选择为

$$\tau = \omega(t) + \hat{J}_m(\dot{x}_{4d} + k_5 s_4 + s_3), \quad (30)$$

式中: k_5 为正定对称矩阵, \hat{J}_m 为 J_m 的估计值. 将式(30)代入式(29)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) = & \dot{V}_3(t) + s_4^T [\dot{x}_{4d} - J_m^{-1} \hat{J}_m(\dot{x}_{4d} + k_5 s_4 + s_3)] = \\ & -s_1^T k_1 s_1 - s_2^T L^T k_2 L s_2 - \tilde{\omega}^T(t) k_3 \tilde{\omega}(t) - \\ & s_3^T k_4 s_3 - s_4^T k_5 s_4 + s_4^T J_m^{-1} \hat{J}_m(\dot{x}_{4d} + \\ & k_5 s_4 + s_3), \end{aligned} \quad (31)$$

式中 $\tilde{J}_m = J_m - \hat{J}_m$.

4 闭环系统稳定性分析(Closed-loop system stability analysis)

选取新的Lyapunov函数 $V(t)$ 如下:

$$V(t) = \frac{1}{2}s_1^T s_1 + \frac{1}{2}s_2^T \bar{M} s_2 + \frac{1}{2}\tilde{\omega}^T(t)\tilde{\omega}(t) +$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(\theta - \hat{\theta})^T \Gamma_1^{-1}(\theta - \hat{\theta}) + \frac{1}{2}s_3^T s_3 + \\ & \frac{1}{2}s_4^T s_4 + \frac{1}{2}\phi^T (J_m \Gamma_2)^{-1} \phi, \end{aligned} \quad (32)$$

式中:

$$\phi \triangleq [(\tilde{J}_m)_{11} \quad (\tilde{J}_m)_{22} \quad \cdots \quad (\tilde{J}_m)_{nn}]^T, \quad (33)$$

$(\tilde{J}_m)_{ii}$ 表示 \tilde{J}_m 的第 i 行、第 i 列元素, Γ_2 为正定对角矩阵.

由假设1可知 J_m 是正定对角矩阵, 故 $(J_m \Gamma_2)^{-1}$ 是正定矩阵.

求 $V(t)$ 对时间的导数得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -s_1^T k_1 s_1 - s_2^T L^T k_2 L s_2 - \tilde{\omega}^T(t) k_3 \tilde{\omega}(t) - \\ & s_3^T k_4 s_3 - s_4^T k_5 s_4 + \dot{\phi}^T \Gamma_2^{-1} J_m^{-1} \phi + \\ & s_4^T J_m^{-1} \tilde{J}_m(\dot{x}_{4d} + k_5 s_4 + s_3). \end{aligned}$$

为了设计自适应控制器^[15], 定义 $\sigma(\dot{x}_{4d}, s_4, s_3)$ 如下:

$$\begin{aligned} \sigma(\dot{x}_{4d}, s_4, s_3) \triangleq & [(s_4)_1(\dot{x}_{4d} + k_5 s_4 + s_3)_1 \quad (s_4)_2(\dot{x}_{4d} + k_5 s_4 + s_3)_2 \\ & \cdots \quad (s_4)_n(\dot{x}_{4d} + k_5 s_4 + s_3)_n], \end{aligned} \quad (34)$$

由 J_m^{-1}, \tilde{J}_m 为对角矩阵可知

$$\begin{aligned} s_4^T J_m^{-1} \tilde{J}_m(\dot{x}_{4d} + k_5 s_4 + s_3) = \\ \sigma(\dot{x}_{4d}, s_4, s_3) J_m^{-1} \phi. \end{aligned} \quad (35)$$

此时

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -s_1^T k_1 s_1 - s_2^T L^T k_2 L s_2 - \tilde{\omega}^T(t) k_3 \tilde{\omega}(t) - \\ & s_3^T k_4 s_3 - s_4^T k_5 s_4 + [\sigma(\dot{x}_{4d}, s_4, s_3) + \\ & \dot{\phi}^T \Gamma_2^{-1}] J_m^{-1} \phi. \end{aligned} \quad (36)$$

选取

$$\dot{\phi} = -\Gamma_2 \sigma^T, \quad (37)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -s_1^T k_1 s_1 - s_2^T L^T k_2 L s_2 - \\ & \tilde{\omega}^T(t) k_3 \tilde{\omega}(t) - s_3^T k_4 s_3 - s_4^T k_5 s_4. \end{aligned}$$

由此 $\dot{V}(t) \leq 0$. 只有 $s_1, s_2, \tilde{\omega}(t), s_3, s_4$ 同时为零时, 才有 $\dot{V}(t) = 0$. 所以闭环系统是渐进稳定的. 根据李雅普诺夫稳定性理论, 系统全局稳定于平衡点零.

由式(37)可得 \hat{J}_m 自适应律:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{J}}_m = -\dot{\tilde{J}}_m = & -\text{diag}\{\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \cdots, \dot{\phi}_n\} = \\ & \text{diag}\{(\Gamma_2 \sigma^T)_1, (\Gamma_2 \sigma^T)_2, \cdots, (\Gamma_2 \sigma^T)_n\}. \end{aligned} \quad (38)$$

将式(15)代入模型(8)第2个子系统可得

$$\begin{aligned} J_c^T (K_p + I) \tilde{\lambda} = & M_1 \dot{s}_2 + C_1 s_2 + L(L^T L)^{-1} s_1 - \\ & Y \tilde{\theta} - \tilde{\omega}(t) + k_2 L s_2. \end{aligned}$$

等式两边左乘 $J_c M^{-1}$ 得

$$D(q)(K_p + I)\tilde{\lambda} = J_c M^{-1}[ML\dot{s}_2 + C_1 s_2 + L(L^T L)^{-1} s_1 - Y\tilde{\theta} - \tilde{\omega}(t) + k_2 L s_2] = J_c M^{-1}[C_1 s_2 + L(L^T L)^{-1} s_1 - Y\tilde{\theta} - \tilde{\omega}(t) + k_2 L s_2],$$

其中 $D(q) = J_c M^{-1} J_c^T$. 由假设5可知 $D(q)$ 是可逆矩阵, 从而

$$\tilde{\lambda} = (K_p + I)^{-1} D^{-1}(q) J_c M^{-1} [C_1 s_2 + L(L^T L)^{-1} s_1 - Y\tilde{\theta} - \tilde{\omega}(t) + k_2 L s_2]. \quad (39)$$

令

$$\xi = C_1 s_2 + L(L^T L)^{-1} s_1 - Y\tilde{\theta} + k_2 L s_2 - \tilde{\omega}(t), \quad (40)$$

由 $\dot{V}(t) \leq 0$ 得 $s_1, s_2, \tilde{\theta}, \tilde{\omega}(t)$ 均是有界的, 故 ξ 有界^[15], 即 $\|\xi\| \leq \rho$. 因此

$$\|\tilde{\lambda}\| < \|(K_p + I)^{-1}\| \|D^{-1}(q)\| \|J_c^T M^{-1}\| \rho,$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示向量的欧几里得范数.

综合上述分析, 采用以下控制律可保证机械臂位置/力控制的稳定性:

$$\begin{aligned} \tau &= \omega(t) + \hat{J}_m(\dot{x}_{4d} + k_5 s_4 + s_3), \\ \hat{J}_m &= \text{diag}\{(\Gamma_2 \sigma^T)_1, (\Gamma_2 \sigma^T)_2, \dots, (\Gamma_2 \sigma^T)_n\}, \\ s_4 &= x_{4d} - x_4, \\ x_{4d} &= \dot{x}_{3d} + k_4 s_3 + \frac{1}{T} K \tilde{\omega}(t), \\ s_3 &= x_{3d} - x_3, \\ x_{3d} &= K^{-1} u_d(t) + q(t), \\ u_d(t) &= \omega(t) + T \dot{\omega}_d(t) + k_3 T \tilde{\omega}(t) + T L s_2, \\ \tilde{\omega}(t) &= \omega_d(t) - \omega(t), \\ \omega_d(t) &= Y(q_1, \dot{q}_1, x_{2d}, \dot{x}_{2d}) \hat{\theta} + k_2 L s_2 + L(L^T L)^{-1} s_1 - J_c^T (\lambda_d + K_p \tilde{\lambda}), \\ x_{2d} &= \dot{x}_{1d} + k_1 s_1, \\ \hat{\theta} &= \Gamma_1 Y^T L s_2, \end{aligned}$$

式中: k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 为正定的控制器增益, K_p 为正定力控制增益, Γ_1, Γ_2 为正定对称的自适应增益.

5 仿真分析与验证(Simulation analysis and validation)

为验证本文方法的有效性, 在 MATLAB 环境下以二自由度机械臂为例进行仿真研究, 并与时滞不做补偿控制器进行对比实验.

模型(8)描述的机械臂系统参数设置如下:

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix},$$

$$G(q) = [G_1 \ G_2]^T, J_m = [5 \ 0; 0 \ 5], K = [50 \ 0; 0 \ 50],$$

其中:

$$M_{11} = I_1 + I_2 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_2 l_2^2 + 2m_2 r_2 l_1 \cos q_2,$$

$$M_{12} = M_{21} = I_2 + m_2 r_2^2 + m_2 r_2 l_1 \cos q_2,$$

$$M_{22} = I_2 + m_2 r_2^2,$$

$$C_{11} = -2m_2 r_2 l_1 \dot{q}_2 \sin q_2,$$

$$C_{12} = -m_2 r_2 l_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2,$$

$$C_{21} = m_2 r_2 l_1 \dot{q}_1 \sin q_2,$$

$$C_{22} = 0,$$

$$G_1 = (m_1 r_1 + m_2 l_1) \cos q_2 + m_2 r_2 \cos(q_1 + q_2),$$

$$G_2 = m_2 r_2 \cos(q_1 + q_2).$$

具体参数如下:

连杆质量: $m_1 = 10 \text{ kg}, m_2 = 5 \text{ kg}$.

连杆长度: $l_1 = l_2 = 1 \text{ m}$.

连杆关节至质心距离: $r_1 = r_2 = 0.5 \text{ m}$.

连杆绕质心的转动惯量: $I_1 = 5/6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_2 = 5/12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

机械臂末端执行器沿约束平面运动, 如图1所示.

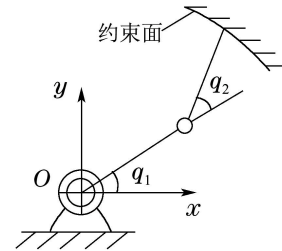


图 1 受限约束机械臂

Fig. 1 Constrained manipulator

约束方程为

$$\varphi(x, y) = x^2 + y^2 - r^2 = 0,$$

式中 $r = 1.5$.

两连杆机械臂运动学方程为

$$\begin{cases} x = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2), \\ y = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2). \end{cases}$$

将约束方程变换到关节空间得

$$l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos q_2 - r^2 = 0.$$

显然 q_2 为常数解,

$$q_2 = \arccos\left(\frac{r^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}\right) = \arccos \frac{1}{8}.$$

雅可比矩阵 $J_c(q) = [0 \ -2 \sin q_2]$, 坐标变换矩阵 $L = [1 \ 0]^T$.

由式(13)可得 $Y(q_1, \dot{q}_1, x_{2d}, \dot{x}_{2d})$ 表达式

$$Y(q_1, \dot{q}_1, x_{2d}, \dot{x}_{2d}) = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} \end{bmatrix},$$

其中:

$$Y_{11} = \dot{x}_{2d}, Y_{12} = \dot{x}_{2d},$$

$$Y_{13} = 2\dot{x}_{2d} \cos q_2 - 2\dot{q}_2 x_{2d} \sin q_2,$$

$$Y_{14} = \cos q_2, Y_{15} = \cos(q_1 + q_2), Y_{21} = 0,$$

$$Y_{22} = \dot{x}_{2d}, Y_{23} = \dot{x}_{2d} \cos q_2 + x_{2d} \dot{q}_1 \sin q_2,$$

$$Y_{24} = 0, Y_{25} = \cos(q_1 + q_2).$$

θ 表达式如下:

$$\theta = [\theta_1; \theta_2; \theta_3; \theta_4; \theta_5],$$

其中: $\theta_1 = I_1 + m_1 r_1^2 + m_2 l_1^2$, $\theta_2 = I_2 + m_2 r_2^2$, $\theta_3 = m_2 r_2 l_1$, $\theta_4 = m_1 r_1 + m_2 l_1$, $\theta_5 = m_2 r_2$.

期望轨迹和期望力分别为 $q_{1d} = 2\pi \sin t$, $\lambda_d = 50$.

仿真过程中对 λ 进行滤波处理

$$\lambda_1(s) = \frac{\lambda(s)}{s+1}.$$

在系统时间滞后为 $T = 0.052$ s时, 进行仿真分析. 控制器采用 J_m, θ 的估计值: $\hat{J}_m = [3 \ 0; 0 \ 8]$, $\hat{\theta} = [6; 3.5; 3; 7.8; 3.5]$. 机械臂系统中, 控制器参数对系统性能具有较大影响: 参数过小, 系统响应缓慢; 参数过大, 系统振荡剧烈, 甚至影响系统稳定性. 经过多次选取, 将控制增益设置如下: $k_1 = 12, k_2 = 12, k_3 = 12I_2, k_4 = 12I_2, k_5 = 12I_2, K_p = 4, \Gamma_1 = 0.03I_5, \Gamma_2 = 0.1I_2$. 仿真时间为6 s, 仿真结果如图2所示.

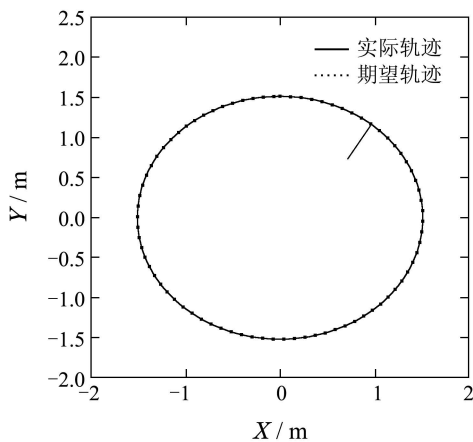
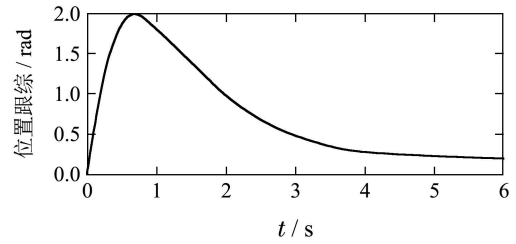


图2 末端执行器路径

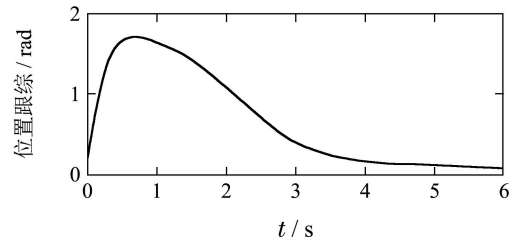
Fig. 2 Path of the effector

由图2可见, 在控制器作用下, 机械臂末端执行器很快达到约束平面, 随后一直处于约束平面之内.

保持系统增益 $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, K_p$ 值不变, 在 $\hat{J}_m = [2 \ 0; 0 \ 8.5]$, $\hat{\theta} = [5; 4; 3.6; 6; 3]$ 时. 将自适应补偿控制器同未补偿的控制器做对比试验, 如图3-4所示.



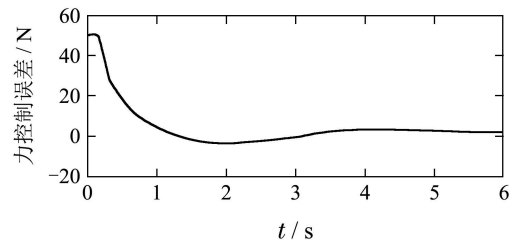
(a) 无自适应补偿



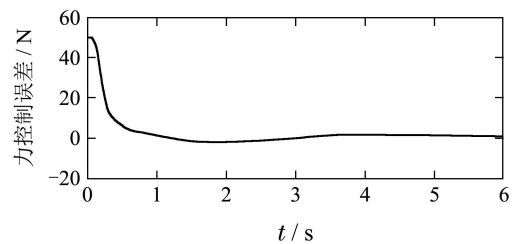
(b) 自适应补偿

图3 位置跟踪性能对比

Fig. 3 Comparison of position tracking error



(a) 无自适应补偿



(b) 自适应补偿

图4 力控制误差对比

Fig. 4 Comparison of force tracking error

由此可见: 由于机械臂模型参数的不确定性, 在无自适应补偿的控制器作用下, 位置跟踪误差较大, 最大误差达2 rad. 力控制响应较慢, 力误差在2 s之后收敛. 自适应补偿之后, 位置跟踪误差得以降低, 收敛速度更快, 能够在5 s内收敛到零. 力控制响应速度提升, 力误差在1 s内收敛.

同样, 保持系统增益 k_1, k_2, k_4, k_5, K_p 值以及自适应增益 Γ_1, Γ_2 不变. 在系统时间滞后为0.07 s时, 将时滞补偿控制器跟未补偿的控制器做对比试验, 如图5-6所示.

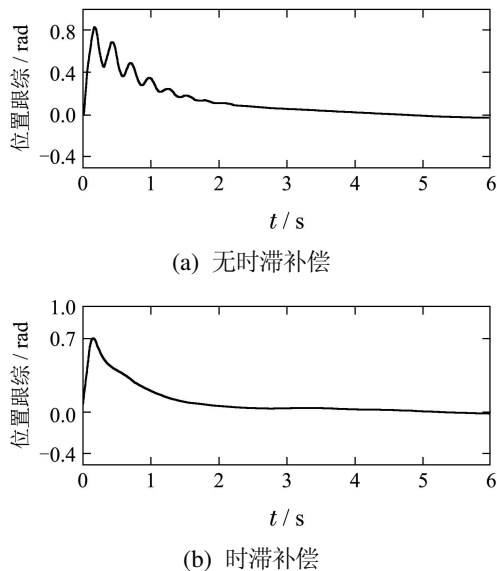


图5 位置跟踪性能对比

Fig. 5 Comparison of position tracking error

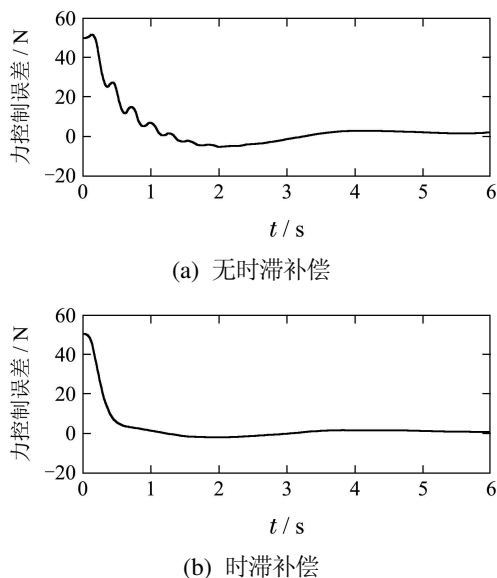


图6 力控制误差对比

Fig. 6 Comparison of force tracking error

由上图可知: 在无时滞补偿的控制作用下, 机械臂位置跟踪最大偏差为0.8 rad, 并且出现多次振荡. 力控制同样出现多次振荡, 收敛较慢. 而时滞补偿的控制器使位置跟踪最大偏差为0.7 rad, 并且能够平稳收敛到零. 力控制误差在0.5 s内快速收敛.

6 结论(Conclusions)

本文考虑到机械臂关节柔性、系统时滞、模型参数不确定性以及位置/力控制问题. 利用坐标变换得到了降维的位置/力控制模型, 采用反步法的设计思想逐步反推得出机械臂控制律. 同时, 将系统时滞表示成一阶环节, 并做出了补偿. 采用自适应算法在线修正动力学模型参数, 补偿机械臂连杆、电机转子惯量参数不确定性. MATLAB仿真结果表明该控制方案具有

较好的动态响应性能, 使机械臂快速准确地跟踪到给定的位置/力信号, 具有较强的实用价值.

参考文献(References):

- [1] XU D, ZHANG S G, LI X R, et al. Impedance control of robot manipulator with model reference torque observer [C] //IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications Melbourne, Australia. VIC, Melbourne: IEEE, 2013: 994 – 998.
- [2] MM F, REZA B. Impedance control of robots using voltage control strategy [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 74(1/2): 277 – 286.
- [3] XU W K, CAI C X, YIN M H, et al. Time-varying force tracking in impedance control [C] //IEEE Conference on Decision and Control. Maui, Hawaii: IEEE, 2012: 344 – 349.
- [4] SU C Y, LEUNG T P, ZHOU Q J. Force/Motion control of constrained robots using sliding mode [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(5): 668 – 672.
- [5] LORIA A, PANTELEY E. Force/motion control of constrained manipulators without velocity measurements [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(7): 1407 – 1412.
- [6] GHORBEL F, HUNG J Y, SPONG M W. Adaptive control of flexible-joint manipulators [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1989, 9(7): 9 – 13.
- [7] HUANG L, GE S S, LEE T H. Adaptive position/force control of an uncertain constrained flexible joint robots-singular perturbation approach [C] //SICE Annual Conference. Sapporo, Tokyo: Soc Instrument Control Engineers, 2004, 1: 220 – 225.
- [8] OH J H, LEE J S. Control of flexible joint robot system by backstepping design approach [J]. *Intelligent Automation and Soft Computing*, 1999, 5(4): 267 – 278.
- [9] HUANG A C, CHEN Y C. Adaptive sliding control for single-link flexible-joint robot with mismatched uncertainties [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2004, 12(5): 770 – 775.
- [10] OU C M, LIN J. Nonlinear adaptive backstepping control design of flexible-joint robotic manipulators [C] //Asian Control Conference (ASCC). Piscataway, NJ: IEEE, 2011: 1352 – 1357.
- [11] YOO S J, PARK J B, CHOI Y H. Adaptive dynamic surface control of flexible-joint robots using self-recurrent wavelet neural networks [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2006, 36(6): 1342 – 1355.
- [12] MAO Z, WANG Y. Robust dynamic surface control of flexible joint robots using recurrent neural networks [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2013, 11(2): 222 – 229.
- [13] KODITSCHKEK D. Natural motion of robot arms [C] //IEEE Conference on Decision and Control. Las Vegas: IEEE, 1984, 1: 733 – 735.
- [14] LIU Y H, ARIMOTO S. Adaptive and nonadaptive hybrid controllers for rheonomically constrained manipulators [J]. *Automatica*, 1998, 34(4): 483 – 491.
- [15] HUANG L, GE S S, LEE T H. Position/force control of uncertain constrained flexible joint robots [J]. *Mechatronics*, 2006, 16(2): 111 – 120.

作者简介:

陈明金 (1989–), 男, 硕士研究生, 研究方向为自适应控制、机器人控制, E-mail: chenmingjin0419@163.com;

李树荣 (1966–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为油田最优控制、非线性系统控制、智能控制, E-mail: lishuron@upc.edu.cn;

曹乾磊 (1986–), 男, 博士研究生, 研究方向为机器人控制、非线性系统控制等, E-mail: caoqianlei@163.com.