DOI: 10.7641/CTA.2015.40512

# 网络环境下不敏感系统的分布式区域预测控制方法

庞 强[1†], 邹 涛[1], 丛秋梅[2]

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所 信息服务与智能控制技术研究室, 辽宁 沈阳 110016;

2. 沈阳中科博微自动化技术有限公司, 辽宁 沈阳 110179)

**摘要**: 针对二分图网络结构下的不敏感系统的可控性比较差的问题, 本文提出了带有区域控制的分布式模型预测控制方法. 该方法首先利用分支定界法对分布式控制系统结构进行最优设计; 然后, 结合区域控制提高控制系统的动态性能指标; 最后, 依据回路之间的关联性的强弱选择每个回路的控制方式(精确控制或区域控制). 仿真结果显示带有区域控制的分布式预测控制系统的调节时间比没有带区域控制的分布式控制系统明显缩短; 同时, 通过对回路控制方式的选择增加了精确控制的智能体数量. 仿真结果证明了利用分布式区域预测控制方法可以提高系统的容错性, 通过对系统的可控性和关联性进行分析, 可以在精确控制和区域控制之间寻找到最优组合, 从而达到快速精确的控制效果.

**关键词**: 分布式控制系统; 可控性; 区域控制; 条件数; 不敏感系统

**中图分类号**: TP273 **文献标识码**: A

# Distributed predictive control method with zone control for insensitive system under network environment

PANG Qiang[1†], ZOU Tao[1], CONG Qiu-mei[2]

(1. Department of Information Service and Intelligent Control, Shenyang Institute of Automation,
Chinese Academy of Sciences, Shenyang Liaoning 110016, China;
2. Shenyang Microcyber Automation Technology Co., Shenyang Liaoning 110179, China)

**Abstract:** Because the controllability of insensitive system with bipartite graph network structure is very poor, we propose a distributed model predictive control (DMPC) method with zone control. Firstly, the optimal controllability structure of DMPC is designed using a branch and bound algorithm. Then, the DMPC is combined with zone control to improve the dynamic performance index of control system. Finally, the control mode (precise control or zone control) of each loop is selected according to the correlation degree between the loops. The simulation results show that the settling time of distributed model predictive controller with zone control is significantly shorter than that of distributed model predictive controller without zone control. The number of intelligent agents being precisely controlled becomes greater than that before selecting the control mode of the loop. It is demonstrated that the distributed predictive control method with zone control improves the fault tolerance of control system, and the optimal combination between precise control and zone control can be determined through the analysis of the controllability and relevance. The control performance indices can be achieved rapidly and precisely.

**Key words:** distributed control systems; controllability; zone control; conditional number; insensitive systems

## 1 引言(Introduction)

在网络技术发展的推动下, 基于网络平台的大规模分布式系统也应运而生, 这种系统与传统的孤立系统相比, 能够进行大规模的信息交互, 为更加系统、精准的控制提供了契机, 使得控制方式也逐渐由原来的集中式模式向分布式转变[1], 与集中式控制方式相比, 分布式控制系统的灵活性、容错性更好[2–3]. 目前, 在预测控制领域也针对这种网络环境下的分布式系统进行了很多研究, 文献[4]采用基于局部性能指标的一种迭代方法求解控制率, 当系统解收敛时, 这种方法

收稿日期: 2014–06–05; 录用日期: 2014–12–26.

†通信作者. E-mail: pangqiang@sia.cn; Tel.: +86 24-23970338.

国家自然科学基金项目(61374112), 国家高技术研究发展计划(“863”计划)项目(2014AA041802), 中国科学院重点部署项目(KGZD–EW–302), 中国博士后科学基金项目(2013M530953)资助.

Supported by National Nature Science Foundation of China (61374112), National High Technology Research and Development Program (“863” Program) of China (2014AA041802), Key Research Program of the Chinese Academy of Sciences (KGZD–EW–302) and China Postdoctoral Science Foundation (2013M530953).

能够得到纳什最优(Nash optimality)解. 文献[5–8]采用基于全局性能指标的控制器, 能够协调各子系统之间的优化指标, 达到系统的整体性能最优, 当系统解收敛时, 能够得到帕累托最优(Perato optimality)解.

系统的完全能控性(controllability)是控制理论中的一个核心概念, 对于集中式控制系统的能控性研究已经比较成熟, 但是, 对于网络环境下系统的能控性研究还有待完善[9]. 从20世纪70年代开始, 有一些学者从图论的观点来研究有向网络上的线性时不变动力系统的结构能控性(structural controllability)[10–11]. 2011年, 文献[12]提出了最少输入定理(minimum input theorem)用以研究任意有向网络的能控性. 以上研究都是针对用状态方程描述的系统, 对于用传递函数描述的反映系统输入–输出特性的系统, 只要系统稳定, 输出变量就能控, 但是, 对于不敏感系统来说, 虽说系统是能控的, 但是, 可控性比较差, 较小的输出变化需要较大的输入代价, 导致系统的动态性能指标比较差.

本文主要讨论如何提高二分图网络结构下的不敏感系统的动态性能, 文献[13]指出在保持容错性的情况下如何提高系统的整体性能是分布式控制的一个难点问题. 本文基于分支定界法来设计分布式控制器的结构, 通过分析系统的可控性和关联性, 利用区域控制实现快速准确的分布式控制.

## 2 控制系统的可控性分析(Controllability analysis of control systems)

下面介绍利用奇异值分解技术来分析线性时不变系统(linear time invariant, LTI)的可控性. 设$G$为多输入多输出系统的模型增益矩阵, $\Delta\vec{u}$, $\Delta\vec{y}$分别为输入输出的稳态变化增量, 则

$$\Delta\vec{y} = G\Delta\vec{u}. \tag{1}$$

如果输出有$\partial\vec{y}$的变化, 则输入需要有$\partial\vec{u}$的变化, 即

$$\Delta\vec{y} + \partial\vec{y} = G(\Delta\vec{u} + \partial\vec{u}). \tag{2}$$

因为$\partial\vec{u} = G^{-1}\partial\vec{y}$, 所以

$$\|\partial\vec{u}\| \leqslant \|G^{-1}\| \cdot \|\partial\vec{y}\|, \tag{3}$$

其中$\|G^{-1}\|$为绝对误差放大因子.

又因为$\|\Delta\vec{y}\| = \|G\Delta\vec{u}\| \leqslant \|G\| \cdot \|\Delta\vec{u}\|$, 所以

$$\frac{\|\partial\vec{u}\|}{\|\Delta\vec{u}\|} \leqslant \|G\| \cdot \|G^{-1}\| \cdot \frac{\|\partial\vec{y}\|}{\|\Delta\vec{y}\|}, \tag{4}$$

$\|G\| \cdot \|G^{-1}\|$为相当误差放大因子, 称为$G$的条件数, 记为$\mathrm{cond}(G)$, 此值越大, 系统越不敏感, 可控性越差.

2–范数下的条件数为

$$\mathrm{cond}(G) = \sqrt{\lambda_{\max}(G^{\mathrm{T}}G)/\lambda_{\min}(G^{\mathrm{T}}G)}. \tag{5}$$

特别地, 若$G$为正则阵, 则

$$\mathrm{cond}(G) = \frac{\max|\lambda|}{\min|\lambda|}. \tag{6}$$

条件数是反应系统可控性的主要衡量指标, 当条件数比较大时, 意味着较小的输出变化需要付出很大的输入代价, 本文把这种条件数比较大的系统称为“不敏感系统”, 如何才能提高不敏感系统的可控性是一个比较复杂的系统工程问题.

## 3 分布式模型预测控制(Distributed model predictive control)

由于分布式控制器具有很强的灵活性和容错性, 比较适合处理网络环境下的分布式系统, 下面将简要介绍分布式模型预测控制算法.

把二分图网络结构下的每一个控制器(子系统)看作为一个智能体, 每个智能体能够相对独立地进行局部控制, 它们通过网络彼此互连, 共享资源, 相互通信, 共同完成整个系统的任务. 假设整个系统的行为可以看作是由$N$个智能体共同作用的结果, $P$为预测时域, $M$为控制时域, 整个系统的预测输出模型可表示为[14–15]

$$Y_{PM}(k) = Y_{P0}(k) + A\Delta u_M(k). \tag{7}$$

在$k$时刻系统的性能指标为

$$\min_{\Delta u_M(k)} J = \|\omega(k) - Y_{PM}(k)\|_{\mathrm{Q}} + \|\Delta u_M(k)\|_{\mathrm{R}}, \tag{8}$$

其中:

$$\omega(k) = [\omega_1(k)\ \cdots\ \omega_N(k)],$$
$$Y_{PM}(k) = [\tilde{y}_{1,PM}(k)\ \cdots\ \tilde{y}_{N,PM}(k)]^{\mathrm{T}},$$
$$\tilde{y}_{i,PM}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{y}_i(k+1|k) \\ \vdots \\ \tilde{y}_i(k+P|k) \end{bmatrix},$$
$$Y_{P0}(k) = [\tilde{y}_{1,P0}(k)\ \cdots\ \tilde{y}_{N,P0}(k)]^{\mathrm{T}},$$
$$\tilde{y}_{i,P0}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{y}_{i,0}(k+1|k) \\ \vdots \\ \tilde{y}_{i,0}(k+P|k) \end{bmatrix},$$
$$\Delta u_M(k) = [\Delta u_{1,M}(k)\ \cdots\ \Delta u_{N,M}(k)]^{\mathrm{T}},$$
$$\Delta u_{i,M}(k) = [\Delta u_i(k)\ \cdots\ \Delta u_i(k+M-1)]^{\mathrm{T}},$$
$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \cdots & \boldsymbol{A}_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ \boldsymbol{A}_{N1} & \cdots & \boldsymbol{A}_{NN} \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{A}_{ij} = \begin{bmatrix} a_{ij}(1) & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ a_{ij}(M) & \cdots & a_{ij}(1) \\ \vdots & & \vdots \\ a_{ij}(P) & \cdots & a_{ij}(P-M+1) \end{bmatrix},$$

$$Q=\begin{bmatrix} Q_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & Q_2 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & Q_N\end{bmatrix},$$

$$Q_i=\begin{bmatrix} q_i(1) & 0 & \cdots & 0\\ 0 & q_i(2) & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & q_i(P)\end{bmatrix},$$

$$R=\begin{bmatrix} R_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & R_2 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & R_N\end{bmatrix},$$

$$R_j=\begin{bmatrix} r_j(1) & 0 & \cdots & 0\\ 0 & r_j(1) & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & r_j(M)\end{bmatrix},$$

$i=1,\cdots,N,\ j=1,\cdots,N.$

现对$N$个智能体进行分解, 则第$i$个智能体的性能指标为

$$\min_{\Delta u_{i,M}} J_i=\|\omega_i(k)-\tilde{y}_{i,PM}(k)\|_{Q_i}+\|\Delta u_{i,M}(k)\|_{R_i}. \tag{9}$$

根据式(9)的纳什最优方法

$$J_i(\Delta u^*_{1,M}(k),\cdots,\Delta u^*_{i,M}(k),\cdots,\Delta u^*_{N,M}(k))\leqslant J_i(\Delta u^*_{1,M}(k),\cdots,\Delta u_{i,M}(k),\cdots,\Delta u^*_{N,M}(k)). \tag{10}$$

在$k$时刻, 智能体$i$在第$l$次迭代中的最优解为

$$\Delta u^{l+1}_{i,M}(k)=D_{ii}\,[\omega_i(k)-\tilde{y}_{i,P0}(k)-\sum_{j=1,j\neq i}^{N}A_{ij}\Delta u^{l}_{i,M}(k)], \tag{11}$$

其中$D_{ii}=(A^{\mathrm T}_{ii}Q_iA_{ii}+R_i)^{-1}A^{\mathrm T}_{ii}Q_i$.

通过迭代求解, 判断所有的智能体的预估迭代收敛条件式(12)是否满足

$$\|\Delta u^{l+1}_{i,M}(k)-\Delta u^{l+1}_{i,M}(k)\|\leqslant\delta_i,\ i=1,\cdots,N, \tag{12}$$

其中$\delta_i$为迭代收敛的精度.

上述算法为分布式预测控制的迭代收敛算法, 这种算法需要子系统之间频繁的通讯, 优点是具有较高的灵活性和容错性, 缺点是对通讯的实时性和安全性要求比较高.

如果迭代算法是收敛的, 则$k$时刻整个分布式控制系统的最优解可写为

$$\Delta u^*_M(k)=(I-D_{\mathrm E})^{-1}D_1[\omega_i(k)-\tilde{y}_{i,P0}(k)], \tag{13}$$

其中:

$$D_{\mathrm E}=D_0\cdot E,$$

$$D_0=\begin{bmatrix} 0 & -D_{11}A_{12} & \cdots & -D_{11}A_{1N}\\ -D_{22}A_{21} & 0 & \cdots & -D_{22}A_{2N}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ -D_{NN}A_{N1} & \cdots & \cdots & 0\end{bmatrix},$$

$$D_1=\begin{bmatrix} D_{11} & 0 & \cdots & 0\\ 0 & D_{22} & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & D_{NN}\end{bmatrix},$$

$$E=\begin{bmatrix} 0 & e_{12} & \cdots & e_{1N}\\ e_{21} & 0 & \cdots & e_{2N}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ e_{N1} & e_{N2} & \cdots & 0\end{bmatrix},$$

$e_{ij}=0$或$e_{ij}=1$表示通讯有无连接.

## 4 分布式控制系统的可控性结构设计(The controllability structural design of distributed control systems)

对于一个已知的分布式控制系统, 如何选择$D_{ii}$将决定控制系统的可控性, 尤其是对于条件数比较大的不敏感系统, 将直接影响控制系统的动态性能指标. 本文基于对系统可控性的考虑, 采用分支定界法来设计分布式控制系统的结构.

为了能使智能体之间的关联性从系统的角度分析最弱, 需要对输入、输出变量进行匹配, 而对于稳态系统的变量配对方法, 最著名、应用最多的是1966年Bristol提出的相对增益矩阵(relative gain array, RGA)[16].

假设控制系统的开环增益矩阵为

$$G=\begin{bmatrix} k_{11} & \cdots & k_{1N}\\ \vdots & & \vdots\\ k_{N1} & \cdots & k_{NN}\end{bmatrix}. \tag{14}$$

计算$G$的相对增益矩阵

$$G_{\mathrm{RGA}}=\begin{bmatrix} \lambda_{11} & \cdots & \lambda_{1N}\\ \vdots & & \vdots\\ \lambda_{N1} & \cdots & \lambda_{NN}\end{bmatrix}, \tag{15}$$

其中$\lambda_{ij}=\dfrac{(\dfrac{\partial y_i}{\partial u_j})_u}{(\dfrac{\partial y_i}{\partial u_j})_y}$. $(\dfrac{\partial y_i}{\partial u_j})_u$表示除输入$u_j$以外其它输入$u$都保持恒定, 即其它回路都为开环时, $u_j\rightarrow y_i$通道的增益; $(\dfrac{\partial y_i}{\partial u_j})_y$表示除输出$y_i$以外其它输出$y$都保持恒定, 即其它回路都为闭环时, $u_j\rightarrow y_i$通道的增益.

相对增益为1时, 表示系统的第$j$个输入与第$i$个输出组成的控制回路与其他控制回路的关联为0, 越接近1对系统的分散控制越有利, 本文为了能量化控制系统的关联性, 采用$\Lambda = |G_{\rm RGA} - I_N|$, 其中:

$$I_N = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{N\times N}, \ \Lambda = \begin{bmatrix} \vec{\lambda}_{11} & \cdots & \vec{\lambda}_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ \vec{\lambda}_{N1} & \cdots & \vec{\lambda}_{NN} \end{bmatrix}.$$

当$\lambda_{p,m}$为负数时, $\vec{\lambda}_{p,m} = \infty$.

已知$y_1, y_2, \cdots, y_N$与$u_1, u_2, \cdots, u_N$相互组合所形成回路的关联性如下所示:

$$\Lambda = \begin{array}{c} y_1 \\ \vdots \\ y_N \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} \vec{\lambda}_{11} & \cdots & \vec{\lambda}_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ \vec{\lambda}_{N1} & \cdots & \vec{\lambda}_{NN} \end{bmatrix} \\ u_1 \quad \cdots \quad u_N \end{array}. \tag{16}$$

下面利用分支定界法从相对增益矩阵中选择最佳搭配, 保证每个输出对应一个输入, 计算步骤如下:

**步骤 1**　当输入$u_1$与输出$y_1$组成控制回路, 在$\Lambda$中去掉第1行和第1列后得到的矩阵为

$$\begin{array}{c} y_2 \\ \vdots \\ y_N \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} \vec{\lambda}_{22} & \cdots & \vec{\lambda}_{2N} \\ \vdots & & \vdots \\ \vec{\lambda}_{N2} & \cdots & \vec{\lambda}_{NN} \end{bmatrix} \\ u_2 \quad \cdots \quad u_N \end{array}. \tag{17}$$

排除掉输出$y_1$与输入$u_1$后, 分别寻找与$u_2, \cdots, u_N$相对应的输出, 要求相对增益最小, 可以表示为

$$\underbrace{(\underline{y_1}, y_i, \cdots, y_k)}_{R_{\rm sum}(u_1 \to y_1)},$$

$R_{\rm sum}(u_1 \to y_1)$为回路$u_1 \to y_1$确定以后的最小相对增益之和, 计算流程如图1所示.

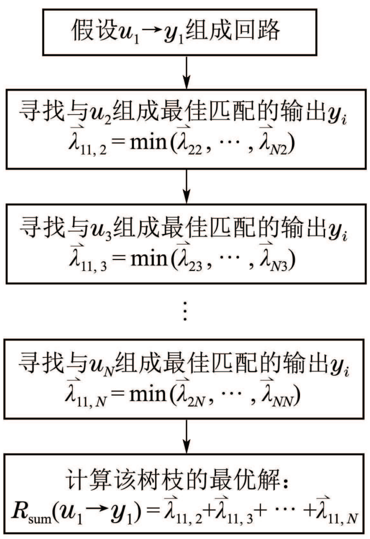



图 1 步骤1的计算流程

Fig. 1 The calculation process of Step 1

**步骤 2**　当输入$u_1$与输出$y_2$组成控制回路, 在$\Lambda$中去掉第2行和第1列后得到的矩阵为

$$\begin{array}{c} y_1 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_N \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} \vec{\lambda}_{12} & \vec{\lambda}_{13} & \cdots & \vec{\lambda}_{1N} \\ \vec{\lambda}_{32} & \vec{\lambda}_{33} & \cdots & \vec{\lambda}_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vec{\lambda}_{N2} & \vec{\lambda}_{N3} & \cdots & \vec{\lambda}_{NN} \end{bmatrix} \\ u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_N \end{array}. \tag{18}$$

排除掉输出$y_2$与输入$u_1$后分别寻找与$u_2, \cdots, u_N$对应的输出, 要求相对增益最小, 表示为

$$\underbrace{(\underline{y_2}, y_i, \cdots, y_k)}_{R_{\rm sum}(u_1 \to y_2)},$$

$R_{\rm sum}(u_1 \to y_2)$为回路$u_1 \to y_2$确定以后的最小相对增益之和, 计算流程如图2所示.

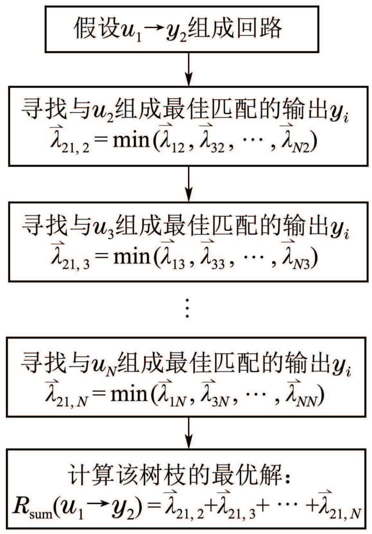



图 2 步骤2的计算流程

Fig. 2 The calculation process of Step 2

**步骤 3**　依次类推, 分别列举输入$u_1$输出$y_i(i = 3, \cdots, N)$组成控制回路条件下的最优匹配$R_{\rm sum}(u_1 \to y_3), \cdots, R_{\rm sum}(u_1 \to y_N)$.

**步骤 4**　选择在上述$N$个最优匹配中的最小的树枝进一步寻优.

$$\min\{R_{\rm sum}(u_1 \to y_1), \cdots, R_{\rm sum}(u_1 \to y_N)\}. \tag{19}$$

**步骤 5**　在选择的最小树枝上继续寻优, 表示为

$$\underbrace{(y_i, y_j, \cdots, y_k)}_{R_{\rm sum}(u_1 \to y_1, u_2 \to y_2)},$$

$R_{\rm sum}(u_1 \to y_1, u_2 \to y_2)$为确定了输入$u_1$和$u_2$情况下的最小相对增益之和. 假设回路$u_1 \to y_1$的树枝最小, 则继续假设$u_2 \to y_2$组成回路, 排除掉回路$u_1 \to y_1$与$u_2 \to y_2$后分别寻找与$u_3, \cdots, u_N$对应的输出, 要求相对增益最小, 计算流程如图3所示. 依次类推, 分别列举输入$u_2$与输出$y_i$, $i = 3, \cdots, N$组成控制回

路条件下的最优匹配$R_{\rm sum}(u_1 \to y_1, u_2 \to y_2), \cdots, R_{\rm sum}(u_1 \to y_1, u_2 \to y_N)$.

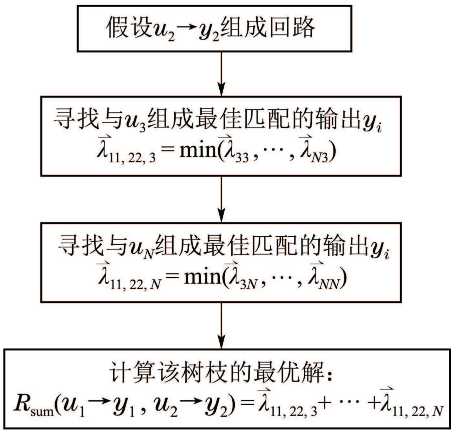



图 3 步骤5的计算流程

Fig. 3 The calculation process of Step 5

**步骤 6** 选择步骤5中的$N-1$个最优匹配与步骤4中的$R_{\rm sum}(u_1 \to y_2), \cdots, R_{\rm sum}(u_1 \to y_N)$进行比较, 选择最小的树枝进一步寻优.

$$\begin{aligned}\min\{&R_{\rm sum}(u_1 \to y_1, u_2 \to y_2), \cdots,\\ &R_{\rm sum}(u_1 \to y_1, u_2 \to y_N),\\ &R_{\rm sum}(u_1 \to y_2), \cdots, R_{\rm sum}(u_1 \to y_N)\}.\end{aligned} \tag{20}$$

**步骤 7** 重复步骤5–6, 直到所有输入都有与之匹配的输出, 并且在末端的寻优过程中要求输入与输出是唯一对应的, 寻优结束. 此时的结果为输入、输出的最佳匹配.

## 5 不敏感系统的区域控制(Zone control of insensitive system )

区域控制在某种程度上是增加了系统的自由度, 有利于提高系统的动态控制的品质[17]. 对于可控性比较差的不敏感系统, 通常采用区域控制的方式在被控变量允许的区域控制范围内放弃控制, 达到提高控制系统动态性能指标的目的. 这样做虽然说放弃了该变量的精确控制, 并不是意味着完全放弃对它的控制, 因为一旦遇到扰动导致该输出变量超出了区域控制区间, 还是要进行必要的控制, 把它拉回到区域控制区间来.

假设智能体$i$的区域控制区间为$[y_{i,\rm low}, y_{i,\rm up}]^{\rm T}$, 在$k$时刻智能体$i$的区域控制为

$$\begin{cases} Q_i = 0, \quad y_{i,\rm low} \leqslant y_i(k) \leqslant y_{i,\rm up}, \\ Q_i = Q_i, \ y_i(k) \geqslant y_{i,\rm up} \ \text{or} \ y_i(k) \leqslant y_{i,\rm low}, \end{cases} \tag{21}$$

但是, 并不是笼统地将所有被控变量的控制精度都降低, 而是要有选择地放弃某些智能体的精确控制而实现整个控制系统的最优性.

假设有$m$个智能体采用的是区域控制, $p$个智能体采用的是精确控制, 则

$$m + p = N. \tag{22}$$

在不考虑工艺要求的情况下, 如何选择采用区域控制的智能体应按如下规则操作: 1) 优先考虑采用区域控制的智能体的数目最少; 2) 排除掉$m$个采用区域控制的智能体后, 采用精确控制的$p$个智能体组成的子系统的条件数应符合可控性要求; 3) 在保证可控性要求满足的条件下, 采用区域控制的智能体与其他智能体的关联程度越小越好.

对于特殊情况下, 实际生产工艺要求某些被控制变量必须达到精确控制, 这时应该首先尊重工艺要求, 此种情况不在本文的讨论范围内.

对于区域控制来说, 实质就是在区域控制区间内放弃控制, 在短时间内让系统达到稳态工作点, 但是, 有时区域控制区间的设置是否合理将影响稳态工作点的建立, 进而增加调节时间. 本文提出了一种自动调整区域控制区间的机制, 用来降低此种情况所带来的影响. 假设智能体$i$的工程上、下限为$[y_{i,\rm eng_low}, y_{i,\rm eng_up}]^{\rm T}$, 首先判断在$k$时刻精确控制下的$u_i(k)$是否已经稳定, 为避免因控制器作用而导致的系统震荡, 考虑历史误差的影响, 定义输入$i$在有限时域长度$L$内的累计误差构成的监测函数为[18]

$$J_{i,e}(k) = \gamma e_i^2(k) + \eta \sum_{j=1}^{L} \rho^j e_i^2(k-j), \tag{23}$$

其中: $e_i(k) = u_i(k) - u_i(k-1)$, $i = 1, 2, \cdots, N$为第$i$个输入在$k$时刻的输入误差; $\gamma$和$\eta$分别为当前时刻和过去时刻的误差权重; $\rho$为过去时刻的误差遗忘因子; $L$为过去时刻误差的长度.

如果上述条件满足, 则利用稳态预测方程预测未来的稳态输出

$$\hat{Y}_{\rm s}(k) = Y_0 + GU_{\rm s}(k), \tag{24}$$

其中: $\hat{Y}_{\rm s}(k) = [\hat{y}_{1,\rm s}(\infty|k) \ \cdots \ \hat{y}_{N,\rm s}(\infty|k)]^{\rm T}$为$k$时刻预测的稳态输出值, $Y_0 = [y_{1,0}(0) \ \cdots \ y_{N,0}(0)]^{\rm T}$为输出变量的稳态初值,

$$U_{\rm s}(k) = [u_{1\ \rm s}(k) \ \cdots \ u_{N,\rm s}(k)]^{\rm T}$$

为$k$时刻的稳态输入值,

$$u_{i,\rm s}(k) = \sum_{j=1}^{k} \Delta u_i(j), \ i = 1, \cdots, N.$$

采用区域控制的输出变量的区域控制区间按如下规则进行切换

If $y_{i,\rm eng\_low} \leqslant \hat{y}_{i,\rm s}(\infty|k) \leqslant y_{i,\rm eng\_up}$, Then

If $\hat{y}_{i,\rm s}(\infty|k) \leqslant y_{i,\rm low}$, Then $y_{i,\rm low} = \hat{y}_{i,\rm s}(\infty|k) - \varepsilon$

If $\hat{y}_{i,\rm s}(\infty|k) \geqslant y_{i,\rm up}$, Then $y_{i,\rm up} = \hat{y}_{i,\rm s}(\infty|k) + \varepsilon$

End

其中$\varepsilon$为非负的常数.

## 6　仿真验证(Simulations)

假设网络控制系统存在6个节点, 其中3个节点$(u_1, u_2, u_3)$为输入变量, 3个节点$(y_1, y_2, y_3)$为输出变量, 有向图如图4所示

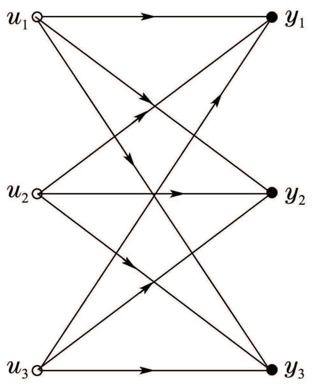



图 4　6节点的有向图

Fig. 4　The directed graph of 6 nodes

输入、输出变量间满足如下动态特性

$$\begin{bmatrix} \Delta y_1(s) \\ \Delta y_2(s) \\ \Delta y_3(s) \end{bmatrix} = G_{\rm U}(s) \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_1(s) \\ \Delta u_2(s) \\ \Delta u_3(s) \end{bmatrix}, \tag{25}$$

$$G_{\rm U}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{4{\rm e}^{-27s}}{50s+1} & \dfrac{1.63{\rm e}^{-28s}}{60s+1} & \dfrac{5.74{\rm e}^{-27s}}{50s+1} \\ \dfrac{5.49{\rm e}^{-18s}}{50s+1} & \dfrac{5.34{\rm e}^{-14s}}{60s+1} & \dfrac{7.25{\rm e}^{-15s}}{40s+1} \\ \dfrac{3.66{\rm e}^{-20s}}{33s+1} & \dfrac{1.73{\rm e}^{-22s}}{44s+1} & \dfrac{5.49}{19s+1} \end{bmatrix}. \tag{26}$$

稳态增益矩阵为

$$G = \begin{bmatrix} 4 & 1.63 & 5.74 \\ 5.49 & 5.34 & 7.25 \\ 3.66 & 1.73 & 5.49 \end{bmatrix}. \tag{27}$$

条件数$\mathrm{cond}(G) = 121.58$为可控性比较差的不敏感系统. 相对增益矩阵为

$$G_{\rm RGA} = \begin{bmatrix} 18.8896 & -1.6544 & -16.2352 \\ 1.5170 & 1.4306 & -1.9476 \\ -19.4066 & 1.2238 & 19.1828 \end{bmatrix}. \tag{28}$$

变换后得

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 17.8896 & \infty & \infty \\ 0.5170 & 0.4306 & \infty \\ \infty & 0.2238 & 18.1828 \end{bmatrix}. \tag{29}$$

利用分支定界法进行最佳匹配, 搜索过程如图5所示, 配对结果为: $u_1 \rightarrow y_1, u_2 \rightarrow y_2, u_3 \rightarrow y_3$. 当$\omega(k) = [1\ \ 1\ \ 1]^{\rm T}$, 输出$y_1, y_2, y_3$的工程上、下限同为$[0.8, 1.2]^{\rm T}$时, 采用分布式预测方法进行精确控制, 仿真结果如图6所示.

从图6的仿真结果可以看出$k = 2841$ s以后, 整个控制系统才稳定下来, 输入、输出的稳态工作点分别为$[-0.2924\ \ -0.0413\ \ 0.3901]^{\rm T}$和$[1\ \ 1\ \ 1]^{\rm T}$, 调节时间非常长. 另外, 在96 s时, 输出误差已经收敛在0.2%以内了, 控制器之后却用了2745 s去调整0.2%的误差. 输入在2745 s内改变了0.3791, 0.0734, 0.2181, 输出只改变了0.0009, 0.0012, 0.0001.

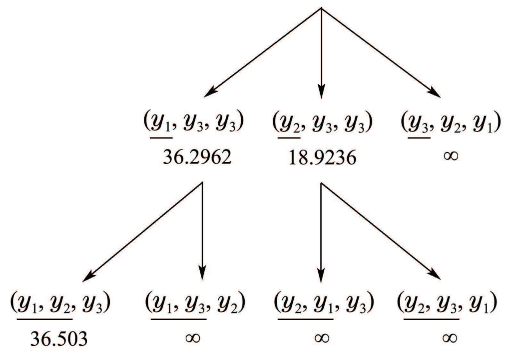



图 5　最佳匹配的搜索树

Fig. 5　The search tree of optimal match algorithm

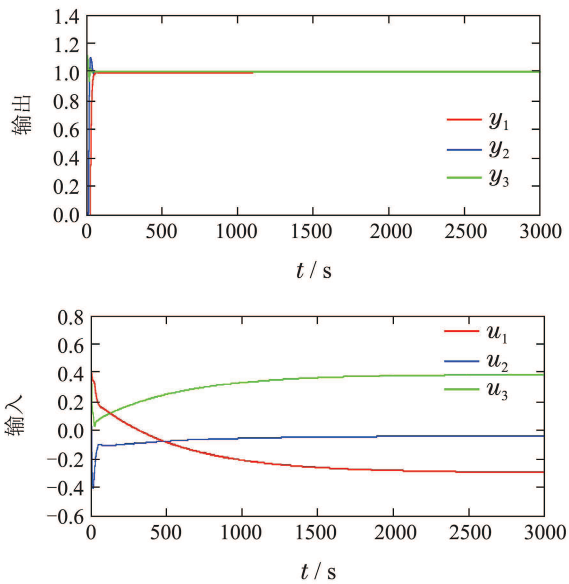
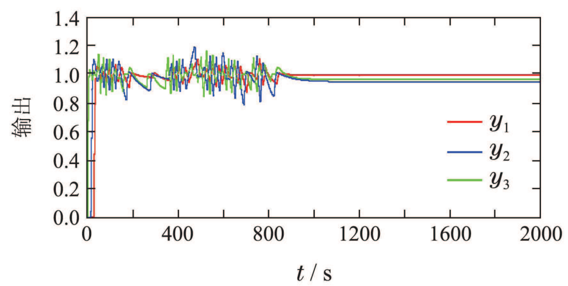



图 6　采用精确控制的输入、输出变量的仿真曲线

Fig. 6　Curves of inputs and outputs using accurate control

可见此系统的可控性很差, 下面采用分布式区域预测控制, 将所有的输出控制在区间$[0.9, 1.1]^{\rm T}$内, 收敛精度设为0.1, 仿真结果如图7所示.



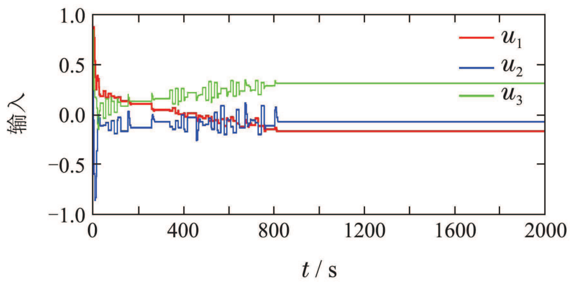



图 7 收敛精度为0.1时采用区域控制的仿真曲线

Fig. 7 Curves of inputs and outputs using the zone control when convergence precision is equal to 0.1

由图7可知, 调节时间缩短为1182 s, 时间缩短了58.39%. 但是, 3个输出都存在误差, 分别为$[0.005, 0.093, 0.0113]^{\mathrm{T}}$. 可见区域控制是牺牲精度换调节时间的一种折中方法. 当收敛精度设为0.2时, 控制系统的仿真结果如图8所示.

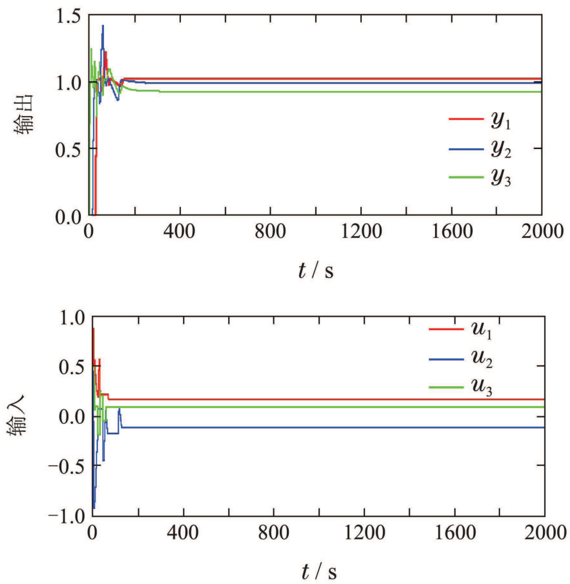



图 8 收敛精度为0.2时采用区域控制的仿真曲线

Fig. 8 Curves of inputs and outputs using zone control when convergence precision is equal to 0.2

由图8可知, 调节时间为414 s, 缩短了85.43%, 降低收敛精度能够起到一定的容错效果, 但是, 如果继续降低收敛精度, 可能导致算法不收敛. 所以, 需要选择一个比较合适的收敛精度. 但是, 这种降低所有输出变量的精度的控制方式并不是最合理的, 这就是本文所要讨论的, 有时降低1个输出的精度, 就可能使系统的动态性能有很大的改善. 下面根据第5节所提出的3条原则进行分析, 先考虑有1个智能体采用区域控制的情形, 可以分3种情况:

**情况 1** 当输出$y_1$采用区域控制, 输出$y_2$, $y_3$采用精确控制, 采用精确控制的子系统的条件数为6.6586, 可控性比较强. 回路$u_1 \rightarrow y_1$的相对增益为18.8896, 比较容易受其它智能体的影响.

**情况 2** 当输出$y_2$采用区域控制, 输出$y_1$, $y_3$采用精确控制, 采用精确控制子系统的条件数为97.1769, 可控性比较差. 回路$u_2 \rightarrow y_2$的相对增益为1.4306, 不太受其它智能体的影响.

**情况 3** 当输出$y_3$采用区域控制, 输出$y_1$, $y_2$采用精确控制, 采用精确控制的子系统的条件数为6.0643, 可控性比较强. 回路$u_3 \rightarrow y_3$的相对增益为19.1828, 比较容易受其它智能体的影响.

通过以上分析, 可见情况2因条件数太大, 即使采用区域控制, 系统的可控性依然很差, 并不可取; 情况1和情况3的可控制性都比较强, 情况1的可控性要比情况3差一点, 但是与精确控制的子系统耦合性要小一点, 都可以采用. 仿真结果如图9–12所示.

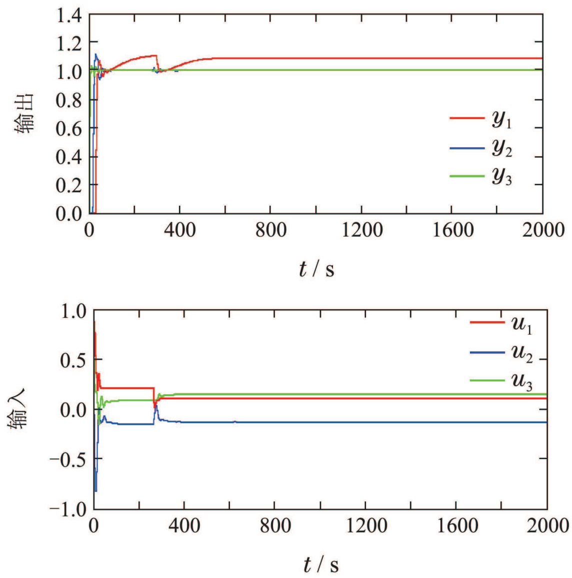



图 9 情况1时不带自动调整上下限的区域控制的仿真曲线

Fig. 9 Simulation results of zone control without the automatically adjust the limits in Case 1

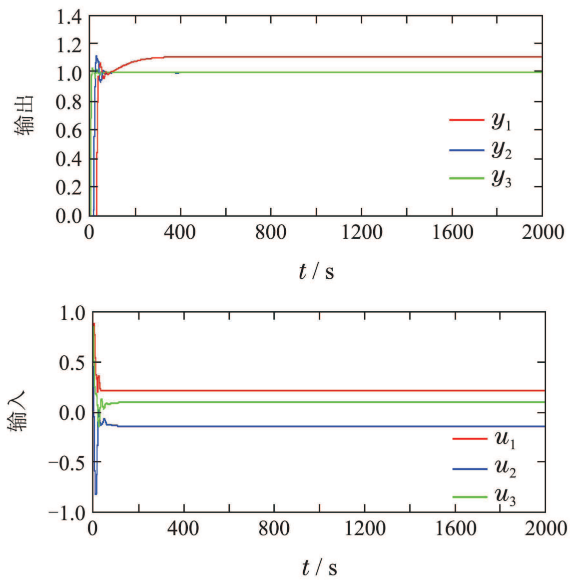



图 10 情况1时带自动调整上下限的区域控制的仿真曲线

Fig. 10 Simulation results of zone control with the automatically adjust the limits in Case 1

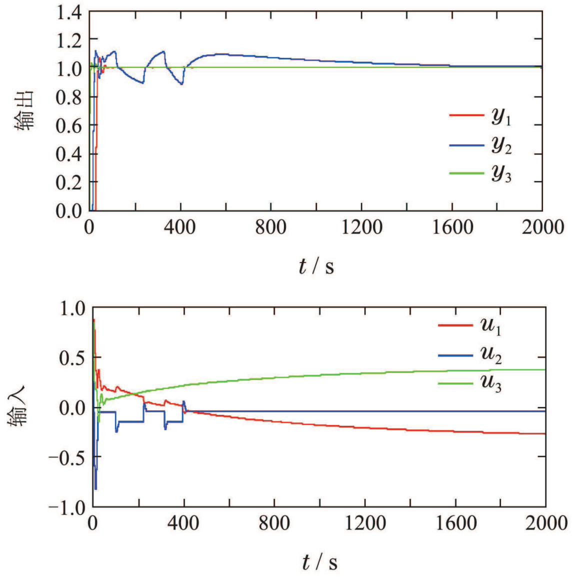



图 11 情况2时区域控制的仿真曲线

Fig. 11 Simulation results of zone control in Case 2

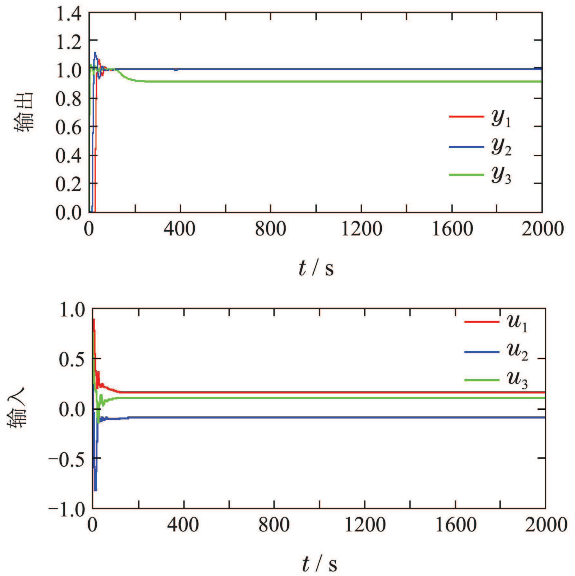



图 12 情况3时区域控制的仿真曲线

Fig. 12 Simulation results of zone control in Case 3

从图9可以看出输出受到约束条件的限制进行了2次调整, 影响了调节时间, 在算法执行过程中, 根据本文第5节介绍的自动调整机制对区域控制区间进行调整, 预测得到的稳态输出值为$[1.1096\ \ 0.9991\ \ 1.0014]^{\mathrm{T}}$, 假设$\varepsilon = 0.01$, 则$y_1$的区域控制区间调整为$[0.9\ \ 1.1196]^{\mathrm{T}}$, 则控制系统的输入输出曲线如图10所示.

由图10可见调节时间为483, 输出的稳态工作点分别为$[0.2056\ \ -0.15\ \ 0.0926]^{\mathrm{T}}$和$[1.11\ \ 1\ \ 1]^{\mathrm{T}}$, 调节时间缩短了83%, 与3个输出变量同时采用区域控制相比, 调节时间增加了2.43%, 但是, 保证了2个输出能够得到精确控制.

从图11可以看出, 控制系统的性能指标比全部采用区域控制的性能指标还差, 证明了第5节所提规则的合理性.

如图12所示, 468 s后系统达到稳态, 输入、输出的稳态工作点分别为$[0.1486\ \ -0.1\ \ 0.099]^{\mathrm{T}}$和$[1\ \ 1\ \ 0.9133]^{\mathrm{T}}$, 调节时间缩短了83.53%, 与3个输出变量同时采用区域控制相比, 调节时间增加了1.9%, 但是, 保证了2个输出能够得到精确控制.

## 7 结论(Conclusions)

条件数可以用来衡量控制系统的可控性, 对于可控性比较差的不敏感系统, 可以通过降低控制精度的区域控制方法实现较快的调节时间, 这是一种牺牲精度换动态性能的方式. 但是, 如何协调区域控制与精确控制之间的平衡是一个系统工程问题, 本文基于分支定界法设计分布式控制系统的结构, 通过对可控性和关联性的综合分析, 以尽量少的区域控制实现系统整体动态性能的最优.

## 参考文献(References):

[1] 柴天佑, 李少远, 王宏. 网络信息模式下复杂工业过程建模与控制 [J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 460 – 470.
(CAI Tianyou, LI Shaoyuan, WANG Hong. Modeling and control of complex industrial processes for dynamic coupling systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(5): 460 – 470.)

[2] SCATTOLINI R. Architectures for distributed and hierarchical model predictive control — A review [J]. *Journal of Process Control*, 2009, 19(5): 723 – 731.

[3] CHRISTOFIDES P D, SCATTOLINI R, DE LA PEÑA D M, et al. Distributed model predictive control: A tutorial review and future research directions [J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2013, 51: 21 – 41.

[4] LI S Y, ZHANG Y, ZHU Q M. Nash-optimization enhanced distributed model predictive control applied to the Shell benchmark problem [J]. *Information Sciences*, 2005, 170 (2/3/4): 329 – 349.

[5] STEWART B T, VENKAT A N, RAWLINGS J B, et al. Cooperative distributed model predictive control [J]. *Systems & Control Letters*, 2010, 59(8): 460 – 469.

[6] ZHENG Y, LI S Y, QIU H. Networked coordination-based distributed model predictive control for large-scale system [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(3): 991 – 998.

[7] ZHENG Y, LI S Y, LI N. Distributed model predictive control over network information exchange for large-scale systems [J]. *Control Engineering Practice*, 2011, 19(7): 757 – 769.

[8] 王建玉, 任庆昌. 基于协调的变风量空调系统分布式预测控制 [J]. 信息与控制, 2010, 39(5): 651 – 656.
(WANG Jianyu, REN Qingchang. Distributed predictive control based on cooperation for variable air volume (VAV) air-conditioning system [J]. *Information and Control*, 2010, 39(5): 651 – 656.)

[9] 陈关荣. 复杂动态网络环境下控制理论遇到的问题与挑战 [J]. 自动化学报, 2013, 39(4): 312 – 321.
(CHEN Guanrong. Problems and challenges in control theory under complex dynamical network environments [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(4): 312 – 321.)

[10] CHING T L. Structural controllability [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, 19(3): 201 – 208.

[11] WILLEMS J L. Structural controllability and observability [J]. *Systems & Control Letters*, 1986, 8(1): 5 – 12.

[12] LIU Y Y, SLOTINE J J, BARABÁSI A L. Controllability of complex networks [J]. *Nature*, 2011, 473(7346): 167 – 173.

[13] 郑毅, 李少远. 网络信息模式下分布式系统协调预测控制 [J]. 自动化学报, 2013, 39(11): 1778 – 1786.
(ZHENG Yi, LI Shaoyuan. Networked cooperative distributed model predictive control for dynamic coupling systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(11): 1778 – 1786.)

[14] 杜晓宁, 席裕庚, 李少远. 分布式预测控制算法的性能分析 [J]. 控制与决策, 2002, 17(2): 226 – 229.
(DU Xiaoning, XI Yugeng, LI Shaoyuan. Performance analysis of distributed model predictive control algorithm [J]. *Control and Decision*, 2002, 17(2): 226 – 229.)

[15] 杜晓宁, 席裕庚, 李少远. 分布式预测控制优化算法 [J]. 控制理论与应用, 2002, 19(5): 793 – 796.
(DU Xiaoning, XI Yugeng, LI Shaoyuan. Distributed optimization algorithm for predictive control [J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(5): 793 – 796.)

[16] 许锋, 魏小丽, 任丽红, 等. 基于多变量广义预测控制的不稳定系统控制结构选择方法 [J]. 自动化学报, 2013, 39(9): 1547 – 1551.
(XU Feng, WEI Xiaoli, REN Lihong, et al. A control structure selection method based on multivariable generalized predictive control for unstable processes [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(9): 1547 – 1551.)

[17] 邹涛, 李少远. 带有输出区域控制目标特性的多变量预测控制算法 [J]. 控制与决策, 2005, 20(2): 203 – 206.
(ZOU Tao, LI Shaoyuan. Multi-variable predictive control with output zone goals [J]. *Control and Decision*, 2005, 20(2): 203 – 206.)

[18] NANDOLA N N, BHARTIYA S. A multiple model approach for predictive control of nonlinear hybrid systems [J]. *Journal of Process Control*, 2008, 18(2): 131 – 148.

## 作者简介:

**庞 强** (1981–), 男, 博士, 副研究员, 目前研究方向为模型预测控制与操作优化、能源管理与能效分析, E-mail: pangqiang@sia.cn;

**邹 涛** (1975–), 男, 博士, 副研究员, 目前研究方向为工业过程实时优化与模型预测控制, E-mail: zoutao@sia.cn;

**丛秋梅** (1978–),女, 博士, 讲师, 目前研究方向为复杂工业过程的智能建模, E-mail: congqiumei@sia.cn.