

无人驾驶飞行器姿态的非线性扰动抑制控制

黄廷国, 王璐, 苏剑波[†]

(上海交通大学 自动化系; 系统控制与信息处理教育部重点实验室, 上海 200240)

摘要: 本文研究了无人驾驶飞行器(unmanned aerial vehicle, UAV)的姿态跟踪控制问题. 针对在飞行器姿态跟踪时存在的系统模型不确定性和外界扰动, 提出了一种基于四元数的姿态跟踪控制方法. 基于UAV的姿态误差模型分别设计系统的观测器和控制器. 首先, 以四元数为姿态参数建立系统的非线性误差模型; 在此基础上, 设计一种非线性干扰观测器(nonlinear disturbance observer, NDOB)用以在线估计误差模型中的复合扰动, 并在控制输入端进行相应的补偿. 然后通过设计非线性广义预测控制律镇定误差系统, 实现姿态跟踪. 最后基于频域理论分析了非线性干扰观测器的扰动抑制性能. 仿真与实验结果表明本文提出的方法在系统存在复合扰动的情况下能使系统姿态有效的跟踪期望值.

关键词: 无人驾驶飞行器; 姿态跟踪控制; 四元数; 非线性广义预测控制律; 非线性干扰观测器

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Nonlinear disturbance rejection control of unmanned aerial vehicle attitude

HUANG Ting-guo, WANG Lu, SU Jian-bo[†]

(Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University;

Key Laboratory of System Control and Information Processing, Ministry of Education, Shanghai 200240, China)

Abstract: In this paper, the attitude tracking control problem of the unmanned aerial vehicle (UAV) is investigated. To deal with the model uncertainty and external disturbance, we propose an attitude tracking control method by which the controller and observer is designed respectively, based on the attitude error model. Firstly, according to the attitude dynamics of the servo system with quaternion as attitude parameters, the nonlinear error model is built. After that, the nonlinear disturbance observer (NDOB) is employed to online estimate the unknown compound disturbance and make compensation to the control input. Then, a nonlinear generalized predictive controller is designed to stabilize the error system and realize the attitude tracking. Finally, the performance of NDOB is analyzed by using the theory of frequency domain. The simulation and experiment results suggest that in the case of compound disturbance, the proposed method guarantees the system attitude to accurately track the desired value.

Key words: UAV; attitude tracking control; quaternion; nonlinear generalized predictive controller; nonlinear disturbance observer

1 引言(Introduction)

近年来,随着无人驾驶飞行器(unmanned aerial vehicles, UAV)在军用与民用的市场应用前景越来越广阔,其研究也成为近年来控制领域的热点问题.其中姿态控制是UAV一系列应用的基础,其控制律的设计结果对UAV其他控制包括位置控制、自主飞行的影响至关重要.然而,UAV是一种结构非常复杂的被控对象,其系统具有多变量、非线性、强耦合等特点,这些特点给其控制器的设计带来很大的困难,另外无人机系统存在的模型不确定性和外界未知扰动,也给控

制带来了很大的挑战.针对UAV控制问题,国内外学者进行了大量的研究^[1-6].常用的方法是通过简化系统模型等理想手段进行设计的^[1-3],并且没有考虑系统的模型不确定性和扰动问题.遗憾的是,这与实际情况难以吻合往往在实际应用中很难达到期望效果.

对大多数实际控制系统来说,扰动一直是影响系统性能的重要因素之一.控制系统的扰动抑制研究由来已久,已有研究者提出了多种方法并取得了很好的控制效果^[7-10].韩京清提出的自抗扰控制技术是一种基于扩张状态观测器的新型实用技术,不过自抗扰控

制需要选取的参数过多, 很难给出其参数整定方法^[11-12]. 针对这种问题, 高志强提出了一种线性自抗扰控制方法, 减少了控制参数的选取个数, 便于观测器的设计与应用^[13]. 干扰观测器(disturbance observer, DOB)因其设计简单和在解决系统存在模型不确定性和外部未知扰动情况下控制问题的高效性在工业领域中得到广泛的应用. 实际的控制系统, 很难得到其准确的数学模型, 这也是已有的先进控制算法难以找到其应用的原因. DOB不需要建立准确的系统数学模型, 它将系统的模型误差、参数摄动及外部扰动等效成控制输入端扰动, 进而引入相应的补偿. DOB已在实际工业系统中取得了很多的应用成果^[14-15], 然而DOB的设计过程要求系统是最小相位的线性系统, 文献[16]给出了一种针对非最小相位线性系统的DOB的设计方法. 实际上大多数的应用系统都是非线性的, 传统的线性DOB很难应用到非线性系统上, 这极大地限制了DOB的应用范围. 近年来, Chen^[17]提出了针对非线性系统的非线性干扰观测器(nonlinear disturbance observer, NDOB)用来估计系统的不确定性和外部扰动, 并已在实际系统中取得了良好的效果^[17-18]. 虽然NDOB在非线性系统中取得了很多的应用成果, 然而由于非线性系统的复杂性, 导致了NDOB设计实现的复杂性, 其稳定性分析也一直未得到很好的解决. 大多数研究者假设系统的不确定性和外部扰动的变化非常缓慢并在此基础上分析系统的稳定性^[18-20], 这个假设在实际应用中具有一定的局限性, 系统的复合扰动的变化率取决于外部扰动和系统的内部状态, 而系统的内部状态通常是时变的. 本文通过选取一种线性NDOB增益, 并从频域分析NDOB的性质, 得出了系统实际复合扰动与估计扰动之间的传递函数关系等价为一阶滤波器的结论, 并在此基础上分析NDOB在UAV应用中的稳定性. 从而在保证系统扰动抑制性能的前提下简化了NDOB在UAV应用中的设计过程.

本文首先以四元数为姿态参数, 建立系统的姿态误差模型; 由于非线性广义预测控制算法对非线性系统的不确定性和扰动具有一定的鲁棒性^[21], 结合NDOB一起使用可以提高系统的抗复合扰动性能. 本文基于系统的姿态误差模型, 首先针对系统存在的模型不确定性和外界扰动, 设计了非线性干扰观测器, 将系统镇定成标称模型; 其次基于非线性广义预测控制算法设计系统的控制器, 进而得到最终的系统控制律从而实现UAV姿态的快速、精确跟踪控制.

2 系统模型和问题阐述 (System model and problem statement)

飞行器的控制问题主要涉及两个坐标系, 载体坐标系和地理坐标系. 飞行器的姿态表示有多种方法,

其中欧拉角法由于需要解复杂的超越方程以及存在奇异点等问题, 应用受到了很大的限制. 本文以四元数为姿态参数, 以飞行器姿态模型为基础, 建立系统的姿态误差模型^[22]:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{q}}_0 = -\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{q}}^T\tilde{\boldsymbol{\omega}}, \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \frac{1}{2}(\tilde{q}_0 I_3 + [\tilde{\mathbf{q}}\times])\tilde{\boldsymbol{\omega}}, \\ \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} = J^{-1}[-(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{R}\boldsymbol{\omega}_d) \times J(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{R}\boldsymbol{\omega}_d) + F\mathbf{u}] - (\tilde{R}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d - [\tilde{\boldsymbol{\omega}}\times]\tilde{R}\boldsymbol{\omega}_d), \end{cases} \quad (1)$$

式中: q_0 和 \mathbf{q} 分别表示单位四元数 $\bar{\mathbf{q}} = [q_0, \mathbf{q}]$ 的标量和矢量部分, 且满足约束条件 $\mathbf{q}^T\mathbf{q} + q_0^2 = 1$; $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$ 表示载体的角速度, $\boldsymbol{\omega}_d$ 表示载体的期望角速度, I_3 为三阶单位阵; J 表示载体的转动惯量矩阵, 为三阶正定对称阵; $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$ 为系统的控制量输入, F 为三阶矩阵, $F\mathbf{u}$ 表示作用在飞行器动力学模型上的转矩. 本文考虑满足完整驱动条件的飞行器模型, 此时, 矩阵 F 是可逆的. 算子 $[\cdot\times]$ 表示向量的反对称矩阵, 对于 $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T \in \mathbb{R}^3$, 其反对称矩阵的表达式为

$$[\mathbf{q}\times] = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

对于任何两个向量 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^3$, $\mathbf{x} \times \mathbf{y} = [\mathbf{x}\times]\mathbf{y}$.

四元数的乘法运算 \otimes 可参考^[23]:

$$\bar{\mathbf{q}}_1 \otimes \bar{\mathbf{q}}_2 = \begin{bmatrix} q_{01}q_{02} - \mathbf{q}_1^T\mathbf{q}_2 \\ q_{01}\mathbf{q}_2 + q_{02}\mathbf{q}_1 + [\mathbf{q}_1\times]\mathbf{q}_2 \end{bmatrix}.$$

对于四元数 $\bar{\mathbf{q}}$ 定义四元数的逆 $\bar{\mathbf{q}}^{-1} = [q_0, -\mathbf{q}]$, 并且有 $\bar{\mathbf{q}} \otimes \bar{\mathbf{q}}^{-1} = \bar{\mathbf{q}}^{-1} \otimes \bar{\mathbf{q}} = (1, 0, 0, 0)$. 由载体坐标系到期望姿态的四元数误差和角速度的误差为^[23]

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{q}} = \bar{\mathbf{q}} \otimes \bar{\mathbf{q}}_d^{-1}, \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega} - \tilde{R}\boldsymbol{\omega}_d, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\tilde{R} = RR_d^T$ 表示姿态误差矩阵. 姿态矩阵 $R \in SO(3)$ 是一个三阶正交阵, 其表达式为

$$R = I_3 - 2q_0[\mathbf{q}\times] + [\mathbf{q}\times]^2.$$

考虑系统存在内部不确定性和外界扰动时的飞行器的误差模型. 假设矩阵 F 的标称值为 F_0 , 其误差为 $\Delta F = F - F_0$. 转动惯量矩阵 J 的标称值为 J_0 , 其误差为 $\Delta J = J - J_0$. 可将系统的误差模型改写为

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} &= J_0^{-1}F_0\mathbf{u} + J_0^{-1}L(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{R}\boldsymbol{\omega}_d)J_0^* + \\ &J_0^{-1}F_0(\mathbf{d} + \mathbf{f}) + (\tilde{R}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d - [\tilde{\boldsymbol{\omega}}\times]\tilde{R}\boldsymbol{\omega}_d), \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$L(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{R}\boldsymbol{\omega}_d)J_0^* = (\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{R}\boldsymbol{\omega}_d) \times J_0(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{R}\boldsymbol{\omega}_d).$$

本文可以认为外部扰动 \mathbf{d} 范数有界且上确界为 \bar{d} . \mathbf{f} 是

系统的内部不确定性, 可以表示为如下形式:

$$\mathbf{f} = -[\delta\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} + L(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{R}\boldsymbol{\omega}_d)\delta^* + \delta(\tilde{R}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d - [\tilde{\boldsymbol{\omega}} \times] \tilde{R}\boldsymbol{\omega}_d)], \quad (4)$$

其中 $\delta \triangleq (FF_0)^{-1}(F_0\Delta J - \Delta FJ_0)$.

由姿态矩阵的正交性和上文中的相关定义可知, 当且仅当 $\tilde{\mathbf{q}} = (0, 0, 0)$ 时满足 $\mathbf{q} = \mathbf{q}_d$, 并且有 $\tilde{R} = I_3$. 由 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ 的定义可知, 当且仅当 $\tilde{R} = I_3$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\omega}} = (0, 0, 0)$ 时有 $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_d$. 系统的控制目标变为设计控制器使误差系统稳定至平衡点 ($\tilde{\mathbf{q}} = (0, 0, 0)$, $\tilde{\boldsymbol{\omega}} = (0, 0, 0)$). 这表明镇定姿态误差系统与跟踪系统期望姿态是一致的.

3 控制系统设计(Control system design)

3.1 控制目标(Control objective)

考虑系统的模型不确定性和外部未知扰动, 利用NDOB对系统复合扰动进行在线估计, 从而将飞行器姿态误差模型补偿为标称模型. 进而, 基于非线性广义预测算法设计控制器镇定姿态误差系统, 以实现飞行器对期望姿态的快速、精确跟踪. 基于飞行器姿态误差模型的控制系统的结构框图如下图1所示.

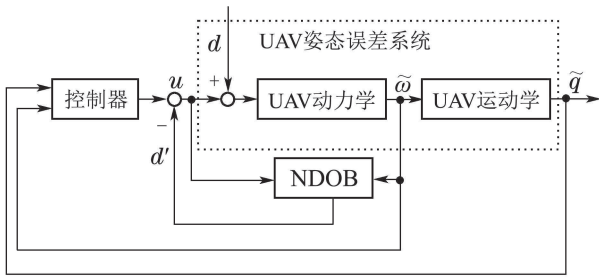


图1 控制系统框图

Fig. 1 Framework of the control system

3.2 NDOB设计(Design of NDOB)

系统的复合扰动不仅会影响系统的控制性能, 甚至可能导致系统的发散. 这里系统的复合扰动由NDOB进行观测, 并在控制输入端使用扰动估计进行补偿. 定义系统的复合扰动为

$$\mathbf{d}'(t) = \mathbf{d} + \mathbf{f}. \quad (5)$$

定义 \mathbf{F} 为式(3)中的非线性部分, 并记

$$\mathbf{F} = J_0^{-1}L(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{R}\boldsymbol{\omega}_d)J_0^* + (\tilde{R}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d - [\tilde{\boldsymbol{\omega}} \times] \tilde{R}\boldsymbol{\omega}_d). \quad (6)$$

根据式(3)(5)–(6)可得系统误差模型:

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} = \mathbf{F} + J_0^{-1}F_0(\mathbf{u} + \mathbf{d}'), \quad (7)$$

根据式(7)中所表示的系统误差模型, 因此, 可设计如下NDOB:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{d}}} = \mathbf{z} + \mathbf{p}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}), \\ \dot{\mathbf{z}} = -l(\tilde{\boldsymbol{\omega}})\mathbf{z} - l(\tilde{\boldsymbol{\omega}})(\mathbf{p}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}) + \mathbf{F} + J_0^{-1}F_0\mathbf{u}), \end{cases} \quad (8)$$

其中: $\hat{\mathbf{d}}$ 和 \mathbf{z} 分别表示观测器对复合扰动的估计和

NDOB的内部状态. $\mathbf{p}(\tilde{\boldsymbol{\omega}})$ 为待设计的函数向量, 观测器增益

$$l(\tilde{\boldsymbol{\omega}}) = \frac{\partial \mathbf{p}(\tilde{\boldsymbol{\omega}})}{\partial \tilde{\boldsymbol{\omega}}} \quad (9)$$

为三阶矩阵. 定义观测器的估计误差 $\tilde{\mathbf{d}} = \mathbf{d}' - \hat{\mathbf{d}}$, 根据式(7)–(9)则有

$$\dot{\tilde{\mathbf{d}}} = \dot{\mathbf{d}}' - \dot{\hat{\mathbf{d}}} = \dot{\mathbf{d}}' - \dot{\mathbf{z}} - \frac{\partial \mathbf{p}(\tilde{\boldsymbol{\omega}})}{\partial \tilde{\boldsymbol{\omega}}} \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} = -l(\tilde{\boldsymbol{\omega}})\tilde{\mathbf{d}} + \dot{\mathbf{d}}'. \quad (10)$$

3.3 控制器设计(Controller design)

本文基于非线性广义预测算法设计误差系统的跟踪控制器, 利用NDOB估计得到的系统复合扰动对控制输入进行补偿从而获得完整的控制规律.

首先基于系统姿态误差模型(7)设计非线性广义预测控制律. 系统的控制目标是使误差系统稳定至平衡点, $\tilde{\mathbf{q}}$ 的期望值为 $(0, 0, 0)$. 定义 $t + \tau$ 时刻的四元数误差的近似预测值为 $\hat{\tilde{\mathbf{q}}}(t + \tau)$, 则系统的预测误差 $\hat{\mathbf{e}}(t + \tau) = \hat{\tilde{\mathbf{q}}}(t + \tau)$, 预测时长为 T . 为了减少非线性预测算法的计算量, 这里利用当前输入的各阶导数构造未来输出的Taylor级数预测模型^[24], 并以预测输出跟踪误差的范数最小为性能指标. 设计预测控制律使性能指标

$$I = \frac{1}{2} \int_0^T [\mathbf{e}^T(t + \tau)\mathbf{e}(t + \tau) + \dot{\mathbf{e}}^T(t + \tau)\dot{\mathbf{e}}(t + \tau) + \ddot{\mathbf{e}}^T(t + \tau)\ddot{\mathbf{e}}(t + \tau)] d\tau \quad (11)$$

取最小值. 在指标中, 含 \mathbf{e} , $\dot{\mathbf{e}}$ 和 $\ddot{\mathbf{e}}$ 的项反映了对系统跟踪效果的优化要求.

根据式(1)和式(7)改写误差系统方程为

$$\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} = -B(\tilde{\mathbf{q}})\dot{B}(\tilde{\mathbf{q}})^{-1}\dot{\tilde{\mathbf{q}}} + B(\tilde{\mathbf{q}})\mathbf{F} + BJ_0^{-1}F_0(\mathbf{u} + \mathbf{d}'), \quad (12)$$

其中 $B(\tilde{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2}(\tilde{q}_0 I_3 + [\tilde{\mathbf{q}} \times])$, 式(12)为标准的二阶机械系统模型.

应用Taylor公式, $t + \tau$ 时刻的误差及其1, 二阶导数的预测值表示如下:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{e}}(t + \tau) \sum_{i=0}^4 \frac{\tau^{(i)}}{i!} \tilde{\mathbf{q}}^{(i)}(t) = H_1(\tau)\mathbf{y}, \\ \dot{\hat{\mathbf{e}}}(t + \tau) \sum_{i=1}^4 \frac{\tau^{(i-1)}}{(i-1)!} \tilde{\mathbf{q}}^{(i)}(t) = H_2(\tau)\mathbf{y}, \\ \ddot{\hat{\mathbf{e}}}(t + \tau) \sum_{i=2}^4 \frac{\tau^{(i-2)}}{(i-2)!} \tilde{\mathbf{q}}^{(i)}(t) = H_3(\tau)\mathbf{y}, \end{cases} \quad (13)$$

其中:

$$\mathbf{y} = [\mathbf{e}^T(t) \quad \dot{\mathbf{e}}^T(t) \quad \ddot{\mathbf{e}}^T(t) \quad \mathbf{e}^{(3)T}(t) \quad \mathbf{e}^{(4)T}(t)]^T, \quad \begin{cases} H_1(\tau) = [I_3 \quad \tau I_3 \quad \frac{\tau^2}{2} I_3 \quad \frac{\tau^3}{6} I_3 \quad \frac{\tau^4}{24} I_3], \\ H_2(\tau) = [0_{3 \times 3} \quad I_3 \quad \tau I_3 \quad \frac{\tau^2}{2} I_3 \quad \frac{\tau^3}{6} I_3], \\ H_3(\tau) = [0_{3 \times 3} \quad 0_{3 \times 3} \quad I_3 \quad \tau I_3 \quad \frac{\tau^2}{2} I_3]. \end{cases} \quad (14)$$

由式(13)–(14)可以得到误差系统(12)的性能优化指标表达式(11)可表示为 $I = \mathbf{y}^T R \mathbf{y}$, 式中

$$R = \int_0^T [H_1^T H_1 + H_2^T H_2 + H_3^T H_3] d\tau$$

为 15×15 的常值对称矩阵。

由式(12)可得到

$$\begin{cases} \ddot{\tilde{\mathbf{q}}} = m_1(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) + B J_0^{-1} F_0(\mathbf{u} + \mathbf{d}'), \\ \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(3)} = m_2(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) + B J_0^{-1} F_0(\dot{\mathbf{u}} + \dot{\mathbf{d}}') + \mathbf{p}_1, \\ \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(4)} = m_3(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) + B J_0^{-1} F_0(\ddot{\mathbf{u}} + \ddot{\mathbf{d}}') + \mathbf{p}_2, \end{cases} \quad (15)$$

式中:

$$\begin{cases} m_1(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) = -B(\tilde{\mathbf{q}})\dot{B}(\tilde{\mathbf{q}})^{-1}\dot{\tilde{\mathbf{q}}} + B(\tilde{\mathbf{q}})\mathbf{F}, \\ m_2(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) = \frac{\partial m_1(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})}{\partial \tilde{\mathbf{q}}}\dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \\ m_3(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) = \frac{\partial m_2(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})}{\partial \tilde{\mathbf{q}}}\dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \end{cases}$$

$$p_1(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}, \mathbf{u}, \mathbf{d}') =$$

$$\frac{\partial B(\tilde{\mathbf{q}})}{\partial \tilde{\mathbf{q}}}\dot{\tilde{\mathbf{q}}} J_0^{-1} F_0(\mathbf{u} + \mathbf{d}') + \frac{\partial m_1(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})}{\partial \dot{\tilde{\mathbf{q}}}}\ddot{\tilde{\mathbf{q}}},$$

$$p_2(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}, \tilde{\mathbf{q}}^{(3)}, \mathbf{u}, \mathbf{d}', \dot{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{d}}') =$$

$$\frac{\partial m_2(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})}{\partial \dot{\tilde{\mathbf{q}}}}\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} + \dot{p}_1(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}, \mathbf{u}, \mathbf{d}') +$$

$$\frac{\partial B(\tilde{\mathbf{q}})}{\partial \tilde{\mathbf{q}}}\dot{\tilde{\mathbf{q}}} J_0^{-1} F_0(\dot{\mathbf{u}} + \dot{\mathbf{d}}').$$

定义 $\tilde{\mathbf{y}} = [\tilde{\mathbf{q}}^T \ \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^T]^T$ 和 $\tilde{\mathbf{p}} = [m_1(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})^T \ m_2(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})^T \ m_3(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})^T]^T$, 则由式(15)知

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}} \\ \tilde{\mathbf{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{n}(\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{d}}') \end{bmatrix}, \quad (16)$$

其中:

$$\bar{\mathbf{u}} = [\mathbf{u}^T \ \dot{\mathbf{u}}^T \ \ddot{\mathbf{u}}^T]^T,$$

$$\bar{\mathbf{d}}' = [\mathbf{d}'^T \ \dot{\mathbf{d}}'^T \ \ddot{\mathbf{d}}'^T]^T,$$

$$\mathbf{n}(\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{d}}') = \begin{bmatrix} B J_0^{-1} F_0(\mathbf{u} + \mathbf{d}') \\ \mathbf{p}_1 + B J_0^{-1} F_0(\dot{\mathbf{u}} + \dot{\mathbf{d}}') \\ \mathbf{p}_2 + B J_0^{-1} F_0(\ddot{\mathbf{u}} + \ddot{\mathbf{d}}') \end{bmatrix}.$$

将矩阵 R 写成如下形式:

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{12}^T & R_{22} \end{bmatrix},$$

其中: $R_{11} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $R_{12} \in \mathbb{R}^{6 \times 9}$, $R_{22} \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$.

则由式(16)可得

$$\frac{\partial I}{\partial \bar{\mathbf{u}}} = \frac{\partial \mathbf{y}^T}{\partial \bar{\mathbf{u}}} R \mathbf{y} =$$

$$\frac{\partial \mathbf{n}(\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{d}}')}{\partial \bar{\mathbf{u}}} ([R_{12}^T \ R_{22}] \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}} \\ \tilde{\mathbf{p}} \end{bmatrix} + R_{22} \mathbf{n}(\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{d}}')).$$

又有

$$\frac{\partial \mathbf{n}(\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{d}}')}{\partial \bar{\mathbf{u}}} = \text{diag}\{B J_0^{-1} F_0, B J_0^{-1} F_0, B J_0^{-1} F_0\},$$

其中 $\text{diag}\{\cdot\}$ 算子表示矩阵的对角线元素。

由上式可知 $\frac{\partial \mathbf{n}(\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{d}}')}{\partial \bar{\mathbf{u}}}$ 可逆, R_{22} 可逆, 则得到性能指标最小的必要条件为 $\frac{\partial I}{\partial \bar{\mathbf{u}}} = \mathbf{0}$, 等价于

$$\mathbf{n}(\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{d}}') = -R_{22}^{-1} R_{12}^T \tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{p}}. \quad (17)$$

定义 K_1 为 $R_{22}^{-1} R_{12}^T$ 前3行前3列构成的方阵, K_2 为 $R_{22}^{-1} R_{12}^T$ 前3行后3列构成的方阵, 则由式(17)可得使性能指标最小的预测控制律为

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & -J_0^{-1} F_0 B (K_1 \tilde{\mathbf{q}} + K_2 \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) + J_0^{-1} F_0 \dot{B}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{q}}} - \\ & \mathbf{d}' + F_0^{-1} L (\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{R} \boldsymbol{\omega}_d) J_0^* + \\ & F_0^{-1} J_0 (\tilde{R} \dot{\boldsymbol{\omega}}_d - [\tilde{\boldsymbol{\omega}} \times] \tilde{R} \boldsymbol{\omega}_d). \end{aligned} \quad (18)$$

由于系统模型的不确定性和外部未知扰动的影响, 设计的控制律很难实现对姿态的准确快速的跟踪, 利用NDOB对复合扰动的估计补偿控制器的输出得到最终的控制律的输出为

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & -J_0^{-1} F_0 B (K_1 \tilde{\mathbf{q}} + K_2 \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) + \\ & J_0^{-1} F_0 \dot{B}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{q}}} - \hat{\mathbf{d}} + F_0^{-1} L (\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{R} \boldsymbol{\omega}_d) J_0^* + \\ & F_0^{-1} J_0 (\tilde{R} \dot{\boldsymbol{\omega}}_d - [\tilde{\boldsymbol{\omega}} \times] \tilde{R} \boldsymbol{\omega}_d). \end{aligned} \quad (19)$$

3.4 稳定性分析(Stability analysis)

将系统的预测控制律式(18)代入系统姿态误差模型(12)可得系统的闭环方程为

$$\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} + K_2 \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + K_1 \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{0}. \quad (20)$$

由于 K_1, K_2 均为正定对角阵, 所以很容易证明系统是渐进稳定的. 实际上考虑NDOB的扰动估计值与系统的实际复合扰动之间的传递关系后, 文献[25]已证明这种情况下误差系统也是稳定的.

4 非线性干扰观测器频域分析(Frequency analysis of NDOB)

线性DOB已在线性系统中取得了众多的应用成果, 但其无法适用于非线性系统, 这限制了DOB的应用范围. NDOB是一种应用在非线性系统中估计系统的不确定性和外部扰动的有效方法, 是DOB应用的拓展延伸.

这里 $\mathbf{p}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}) = [l_1 \tilde{\omega}_1 \ l_2 \tilde{\omega}_2 \ l_3 \tilde{\omega}_3]^T$, 其中 $\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2, \tilde{\omega}_3$ 分别为向量 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ 的3个元素. 则由式(9)可得

$$l = \begin{bmatrix} l_1 & 0 & 0 \\ 0 & l_2 & 0 \\ 0 & 0 & l_3 \end{bmatrix},$$

代入式(10)可得

$$\hat{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \frac{l_1}{s+l_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l_2}{s+l_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l_3}{s+l_3} \end{bmatrix} \mathbf{d},$$

其中 l_1, l_2, l_3 分别表示复合扰动的每一维分量对应的NDOB的线性增益. 这里取 $l_1 = l_2 = l_3 = l$, 则有

$$\hat{\mathbf{d}} = \frac{l}{s+l} \mathbf{d}. \quad (21)$$

由式(21)可知, 本文通过线性选取NDOB的增益可将NDOB的估计扰动和实际复合扰动之间的传递函数关系等价为一阶滤波器. 这表明NDOB在非线性系统中的应用在某些条件下和DOB是一致的. 这里NDOB主要用于估计扰动中的低频分量, 对高频信号则加以抑制. 将 $s = j\omega$ 代入可得式(21)的频域表达式为

$$\hat{\mathbf{d}} = \frac{l}{j\omega + l} \mathbf{d}. \quad (22)$$

由上式可知当频率 $\omega = 0$ 时, 复合扰动为常值扰动, $\hat{\mathbf{d}}$ 能最优估计 \mathbf{d} ; 当 $\omega \neq 0$ 时, l 取值越大, 对扰动的估计效果越好. 当 l 取不同值时NDOB的频域特性如图2所示, NDOB₁, NDOB₂, NDOB₃的截止频率依次取为1 rad/s, 10 rad/s, 30 rad/s. 由频率响应曲线可知NDOB的增益选取得越大, 其截止频率越大, 可估计的扰动的频率范围越大, 然而过大的增益会使系统的带宽增大, 系统的鲁棒性变差甚至导致系统的不稳定给系统的实现带来一定的难度.

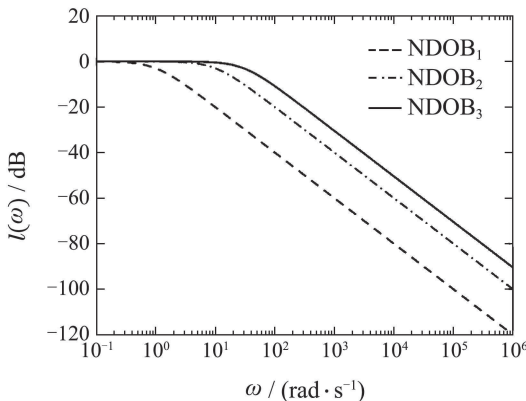


图2 NDOB的频域响应

Fig. 2 Frequency of NDOB

5 仿真与实验验证(Simulation and experimental verification)

5.1 仿真结果与分析(Simulation results and analysis)

为了验证本文提出的方法的有效性, 本节以一个四旋翼无人飞行器作为被控对象, 进行飞行器姿态跟

踪的仿真与实验. 为了与系统模型表达一致, 本节以四元数表示系统的姿态. 给定系统的期望姿态

$$\begin{cases} q_{1d} = 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{15}t + 0.5\pi\right), \\ q_{2d} = 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{15}t - 0.5\pi\right), \\ q_{3d} = 0. \end{cases}$$

仿真参数与实际实验对象参数相同如表1所示, 观测器增益取 $l = 20$. 仿真过程中作者加入如下式所示的正弦扰动以验证本文方法的扰动抑制性能:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right) + 0.3 \\ 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + 0.1 \cos\left(\frac{\pi}{10}t\right) + 0.4 \\ 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{10}t + \frac{\pi}{4}\right) + 0.3 \end{bmatrix}.$$

表1 飞行器参数^[25]

Table 1 The parameter of UAV^[25]

变量	参数	描述
C_T	0.012	升力系数
C_Q	0.93×10^{-3}	转矩系数
$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1.184	空气密度
A/m^2	0.0515	螺旋桨桨盘面积
r/m	0.128	螺旋桨半径
l/m	0.25	电机力臂
$J_\phi/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.014	横滚轴转动惯量
$J_\theta/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.014	俯仰轴转动惯量
$J_\psi/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.024	航向轴转动惯量

仿真姿态跟踪效果如图3-5所示, 扰动估计效果如图6-8所示. 仿真过程中角速度误差的变化如图9所示. 由仿真曲线图9可以看出, 实际姿态值在开始很短时间内有较小波动, 但很快就达到期望值, NDOB的输出能快速精确的跟踪加入的扰动值. 由仿真结果可知, 本文方法能有效抑制扰动给系统性能带来的影响.

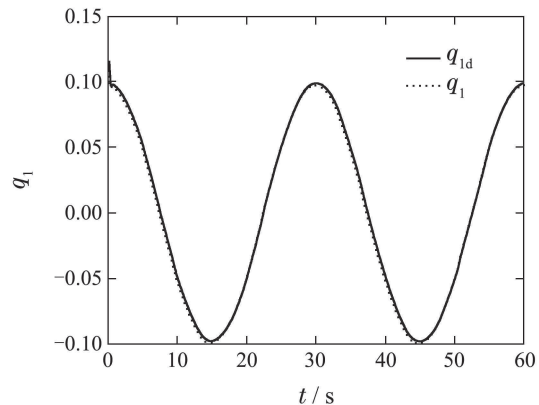


图3 q_1 跟踪效果

Fig. 3 Tracking performance of q_1

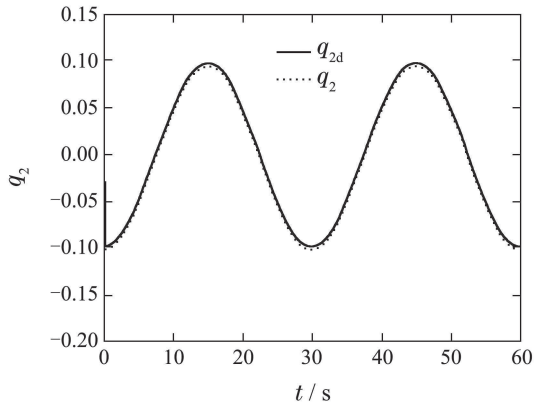


图 4 q_2 跟踪效果

Fig. 4 Tracking performance of q_2

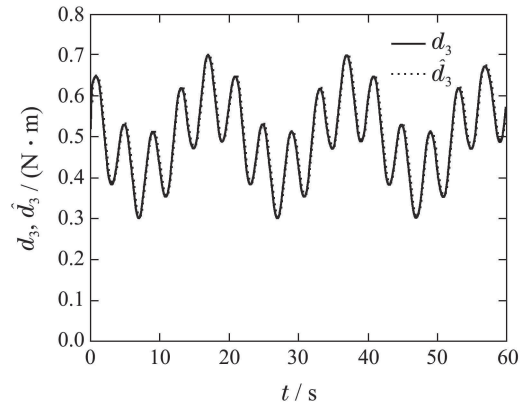


图 8 d_3 估计效果

Fig. 8 Estimation result of d_3

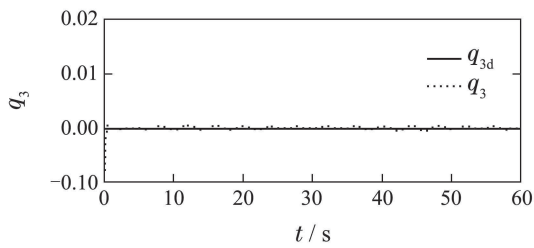


图 5 q_3 跟踪效果

Fig. 5 Tracking performance of q_3

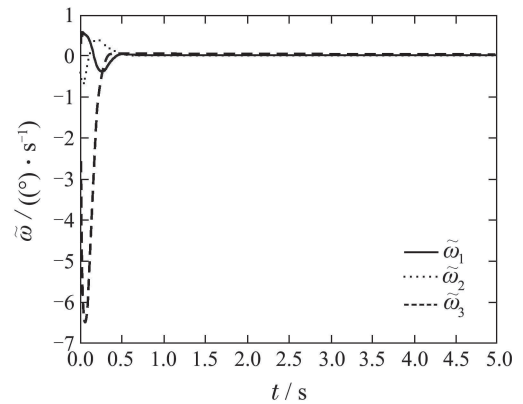


图 9 角速度误差

Fig. 9 Error of angle velocity

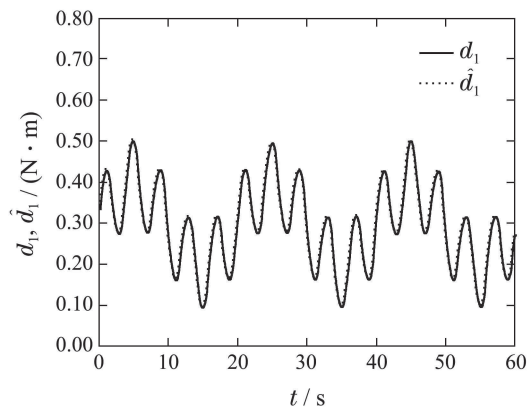


图 6 d_1 估计效果

Fig. 6 Estimation result of d_1

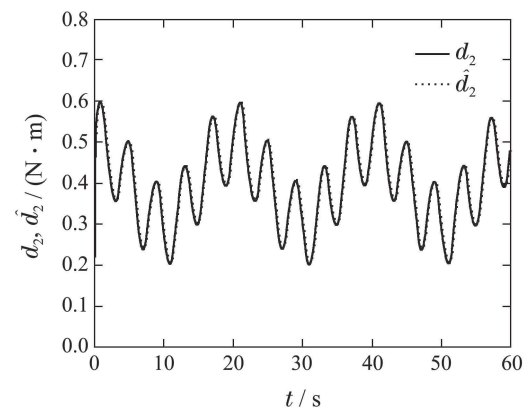


图 7 d_2 估计效果

Fig. 7 Estimation result of d_2

5.2 实验验证与分析(Experiment verification and analysis)

为了进一步验证方法的实用性, 本文在自行研制的四旋翼飞行器平台上进行姿态跟踪实验. 实验所用的飞行器平台的控制系统主要由微处理器、惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)等部分组成. 实验时, 飞行器通过无线传输模块将飞行器姿态数据实时传输到上位机, 通过上位机程序分析显示姿态曲线来观察实验效果. 飞行器实验平台如下图10所示.



图 10 飞行器实验平台

Fig. 10 UAV test platform

本实验所采用的四旋翼飞行器固定于一球纹结构

上,其俯仰角和横滚角可在 $\pm 30^\circ$ 范围内变化,航向角则没有任何限制.设 $\omega_T = 240 \text{ rad/s}$ 为系统电机的初始转速用以抵消飞行器重力在垂直方向上的影响,假设 \mathbf{u} 的数值远小于 ω_T ,通过将转矩计算部分在 ω_T 处线性化,得到矩阵 F 为

$$F = \text{diag}\{4C_T \rho A r^2 l \omega_T, 4C_T \rho A r^2 l \omega_T, 8C_Q \rho A r^3 \omega_T\}, \quad (23)$$

式中各变量的物理含义及数值见表1.

为了验证本文提出的方法在系统运行过程中的扰动抑制性能,实验的过程中,在飞行器的俯仰轴和横滚轴依次分别加入 $0.04 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的扰动力矩,观察飞行器在NDOB和扰动作用下的姿态变化情况.采用本文提出的方法,观测器增益取 $l = 18.5$,实验过程中姿态跟踪效果如图11–13所示,图14为姿态跟踪误差曲线,系统的角速度误差曲线如图15所示.在系统稳定后加入扰动,由图可以看出加入扰动的瞬间姿态产生一定的偏差,随后又迅速恢复到期望值.去掉扰动的瞬间由于NDOB的输出仍然存在,系统姿态在产生反方向的偏差后又迅速恢复到期望值.实验结果表明,本文提出的方法能够有效抑制系统复合扰动对系统的影响,实现了对飞行器姿态的快速、精确跟踪.

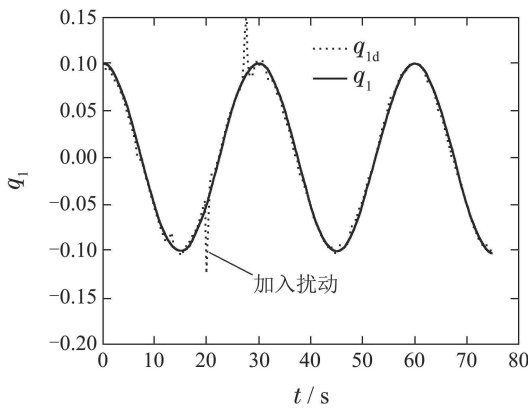


图 11 q_1 跟踪效果
Fig. 11 Tracking performance of q_1

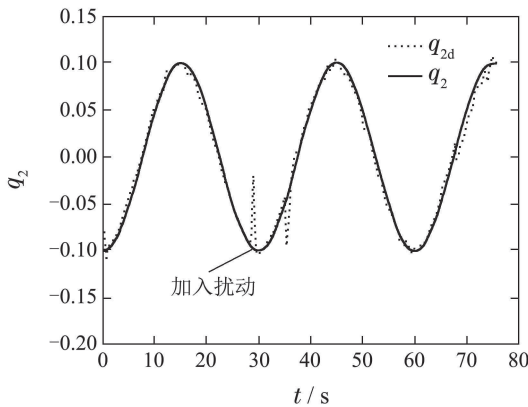


图 12 q_2 跟踪效果
Fig. 12 Tracking performance of q_2

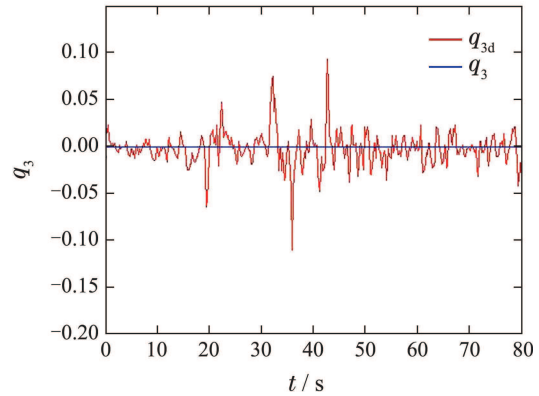


图 13 q_3 跟踪效果
Fig. 13 Tracking performance of q_3

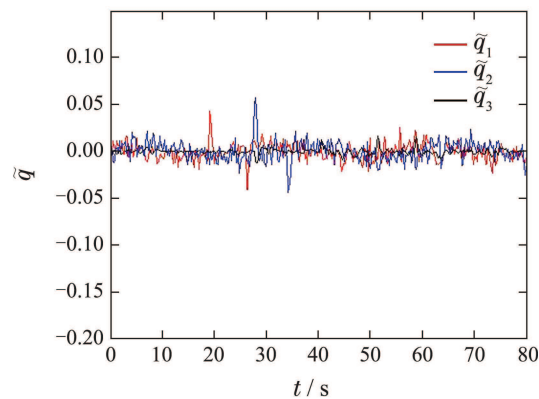


图 14 姿态跟踪误差
Fig. 14 Attitude tracking error

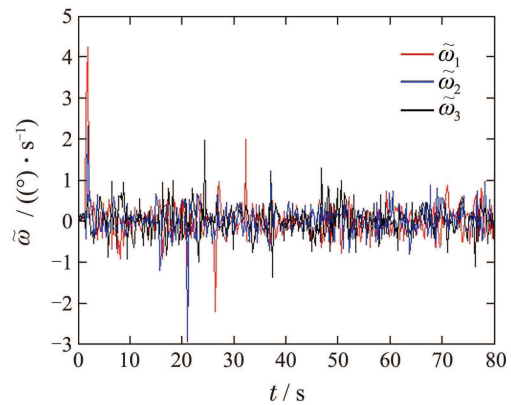


图 15 角速度误差
Fig. 15 Error of angle velocity

6 结论(Conclusion)

本文针对具有不确定性和未知外部扰动的飞行器姿态跟踪问题.首先以四元数为姿态参数建立系统的姿态误差模型.其次,基于姿态误差模型设计相应的NDOB在线估计系统的复合扰动从而将系统补偿成标称模型,然后基于非线性广义预测算法设计误差系统的跟踪控制器,从而得出最终的控制输出,实现对系统姿态的准确、快速跟踪.最后,基于频域理论分析了NDOB的扰动抑制性能,得出了NDOB可将估计扰动和实际复合扰动之间的传递函数关系等价为一阶

滤波器的结论. 仿真与实验结果表明本文提出的方法可以有效提高系统的扰动抑制性能从而实现对飞行器姿态的快速、精确跟踪.

参考文献(References):

- [1] NICOL C, MZCNAB C J B, RAMIREZ-SERRANO A. Robust adaptive control of a quadrotor helicopter [J]. *Mechatronics*, 2011, 21(6): 927 – 938.
- [2] EFE M O. Neural network assisted computationally simple control of a quadrotor UAV [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2011, 7(2): 354 – 361.
- [3] ZEMALACHE K M, MAAREF H. Controlling a drone: comparison between a based model method and a fuzzy inference system [J]. *Applied Soft Computing*, 2009, 9(2): 553 – 562.
- [4] WANG L, JIA H. The trajectory tracking problem of quadrotor UAV: global stability analysis and control design based on the cascade theory [J]. *Asian Journal of Control*, 2014, 16(2): 1 – 15.
- [5] LONG Y, WANG L, CAPPELLERI D J. Modeling and global trajectory tracking control for an over-actuated MAV [J]. *Advanced Robotics*, 2014, 28(3): 144 – 155.
- [6] 鲜斌, 古训, 刘祥, 等. 小型无人直升机姿态非线性鲁棒控制设计 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(4): 409 – 416.
(XIAN Bin, GU Xun, LIU Xiang, et al. Nonlinear robust attitude control for a miniature unmanned helicopter [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(4): 409 – 416.)
- [7] 苏剑波, 邱文彬. 基于自抗扰控制器的机器人无标定手眼协调 [J]. 自动化学报, 2003, 29(2): 161 – 167.
(SU Jianbo, QIU Wenbin. Robotic calibration-free hand-eye coordination based on auto disturbances rejection controller [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(2): 161 – 167.)
- [8] 方勇纯, 申辉, 孙秀云, 等. 无人直升机航向自抗扰控制 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(2): 238 – 243.
(FANG Yongchun, SHEN Hui, SUN Xiuyun, et al. Active disturbance rejection control for heading of unmanned helicopter [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(2): 238 – 243.)
- [9] KEMPF C J, KOBAYASHI S. Disturbance observer and feedforward design for a high-speed direct-drive positioning table [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1999, 7(5): 513 – 526.
- [10] KIM B K, CHUNG W K. Advanced disturbance observer design for mechanical positioning systems [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2003, 50(6): 1207 – 1216.
- [11] 韩京清. 非线性PID控制器 [J]. 自动化学报, 1994, 20(4): 487 – 490.
(HAN Jingqing. Nonlinear PID controller [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1994, 20(4): 487 – 490.)
- [12] HAN J Q. The “extended state observer” of a class of uncertain systems [J]. *Control and Decision*, 1995, 10(1): 85 – 88.
- [13] GAO Z Q. Active disturbance rejection control: a paradigm shift in feedback control system design [C] // *Proceedings of the 2006 American Control Conference*. Minneapolis, Minnesota: IEEE, 2006: 2399 – 2405.
- [14] KOBAYASHI H, KATSURA S, OHNISHI K. An analysis of parameter variations of disturbance observer for motion control [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2007, 54(6): 3414 – 3421.
- [15] KATSURA S, MATSUMOTO Y, OHNISHI K. Modeling of force sensing and validation of disturbance observer for force control [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2007, 54(1): 530 – 538.
- [16] NAM H J, HYUNGBO S, YOUNG I S. Disturbance observer for non-minimum phase linear systems [J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2010, 8(5): 994 – 1002.
- [17] CHEN W H. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2000, 47(4): 932 – 938.
- [18] CHEN W H. Nonlinear disturbance observer-enhanced dynamic inversion control of missiles [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2003, 26(1): 161 – 166.
- [19] YANG J, CHEN W H, LI S. Non-linear disturbance observer-based robust control for systems with mismatched disturbances/uncertainties [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2011, 5(18): 2053 – 2062.
- [20] LIU Z, SVOBODA J. A new control scheme for nonlinear systems with disturbances [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(1): 176 – 181.
- [21] ERROUSSI R, OUHROUCHE M, CHEN W H, et al. Robust nonlinear predictive controller for permanent-magnet synchronous motors with an optimized cost function [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(7): 2849 – 2858.
- [22] TAYEBI A. Unit quaternion-based output feedback for the attitude tracking problem [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(6): 1516 – 1520.
- [23] KRISTIANSEN R, NICKLASSON P J, GRAVDAHL J T. Satellite attitude control by quaternion-based backstepping [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, 17(1): 227 – 232.
- [24] CHEN W H, BALANCE D J, GAWTHROP P J. Optimal control of nonlinear systems: a predictive control approach [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 39(4): 633 – 641.
- [25] 王璐, 苏剑波. 基于干扰抑制控制的飞行器姿态跟踪 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1608 – 1615.
(WANG Lu, SU Jianbo. Attitude tracking of the aircraft based on disturbance rejection control [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1608 – 1615.)

作者简介:

黄廷国 (1988–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为干扰抑制控制、无人机系统, E-mail: tingguohuang@163.com;

王璐 (1987–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为非线性系统控制技术、无人飞行器系统, E-mail: wanglu1987@sju.edu.cn;

苏剑波 (1969–), 男, 教授, 主要研究方向为机器人控制、多传感器信息融合、机器学习与人机交互, E-mail: jbsu@sju.edu.cn.