

Delta算子系统简述

杨洪玖¹, 夏元清^{2†}, 李惠光¹

(1. 燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004; 2. 北京理工大学 自动化学院, 北京 100084)

摘要: 本文围绕Delta算子系统基本理论, 对Delta算子系统的最新进展做了简要的综述. 首先, 本文介绍Delta算子系统的研究背景. 其次, 给出Delta算子系统的基本性能, 并与传统移位算子离散系统进行性能对比. 再次, 阐述了Delta算子系统在鲁棒控制、滤波器设计、时滞系统、故障诊断及滑模控制上的研究进展. 然后, 对Delta算子系统在有限频域和网络化控制两个方向上的未来研究工作做出了展望. 最后, 通过一个仿真表明Delta算子系统在快速采样条件下具有数值优势.

关键词: Delta算子系统; 鲁棒控制; 故障诊断; 滑模控制; 网络化控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

An overview of Delta operator systems

YANG Hong-jiu¹, XIA Yuan-qing^{2†}, LI Hui-guang¹

(1. Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China;

2. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100084, China)

Abstract: Concerning the basic theory of Delta operator systems, we give a brief overview for its latest progress. Firstly, the background of Delta operator systems is introduced. Secondly, basic performances of Delta operator systems and performance comparisons with traditional shift operator discrete-time systems are given subsequently. Thirdly, some recent results on robust control, filter design, time delays and fault detection are presented for Delta operator systems. Fourthly, some perspective researches are proposed for Delta operator systems in finite frequency and networked control. Finally, a numerical example is given to illustrate the advantages of Delta operator systems in numerical properties at high sampling rates.

Key words: Delta operator systems; robust control; fault detection; sliding-mode control; networked control

1 研究背景(Background of study)

据现有文献可知, 国内最早关于Delta算子系统综述的文章在1998年发表^[1], 国内第1本关于Delta算子系统的专著于2005年出版^[2]. 近10年来, 控制理论的研究在国内得到了迅猛的发展. 与此同时, 对各类Delta算子系统的研究也取得了大量的成果. 本文除了对Delta算子系统研究内容作基本的介绍外, 主要对近年来关于Delta算子系统的最新进展做简要综述.

Delta算子定义为

$$\delta = (q - 1)/T,$$

其中: q 是移位算子表示为 $qx(k) = x(k+1)$, T 表示采样周期. 进一步地, s 平面、 z 平面和 δ 平面之间的关系如下:

$$z = e^{sT}, \quad \delta = \frac{z - 1}{T}.$$

令 $s = \sigma + jw$, 则可以得到

$$z = e^{(\sigma + jw)T} = e^{\sigma T} e^{jwT},$$

其中: $|z| = e^{\sigma T}$, $\angle z = wT$, 并且

$$\delta = \frac{z - 1}{T} = \frac{e^{\sigma T} - 1}{T} = \frac{e^{\sigma T} e^{jwT} - 1}{T}.$$

进一步可得

$$\delta + \frac{1}{T} = \frac{1}{T} e^{\sigma T} e^{jwT},$$

$$|\delta + \frac{1}{T}| = \frac{1}{T} e^{\sigma T}, \quad \angle(\delta + \frac{1}{T}) = wT.$$

由以上结果可得, 当 $\sigma = 0$ 时, $s = jw$ 为虚轴, s 平面虚轴映射到 z 平面以原点为圆心, 以1为半径的单位圆. 而在 δ 平面, s 平面的虚轴映射到 δ 平面以 $(-1/T, j0)$ 为圆心, $1/T$ 为半径的左复半平面的圆. 当 $\sigma < 0$ 时, $s < jw$ 为 s 平面的左半平面, 相应地对应关系为 $|z| < 1$

和 $|\delta + 1/T| < 1/T$. 这说明 s 平面的左平面映射到 z 平面是以原点为圆心, 以1为半径的单位圆内, 映射到 δ 平面是以 $(-1/T, j0)$ 为圆心, $1/T$ 为半径的圆内. 3个平面的稳定区域如图1所示阴影部分.

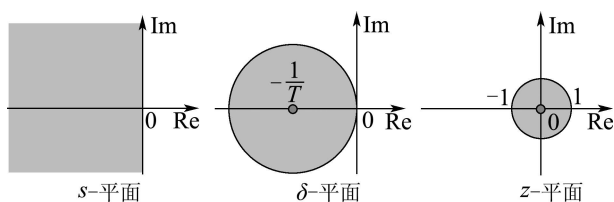


图1 s 域、 δ 域、 z 域内的稳定区域

Fig. 1 Stability regions s -domain, δ -domain and z -domain

Delta算子的概念早期是在进行算法的数值特性分析时以Euler逼近方式或 z 变换的改进形式提出的, 并被应用于数字滤波领域^[1]. 但是, Delta算子离散方法的研究当时没有在控制领域引起足够重视. 众所周知, 在要求快速采样的条件下, 有限字长的计算机中实现对连续的控制系统进行离散化时, 采用传统的移位算子将导致采样系统的所有极点位于稳定边界上, 将引起量化误差、极限环振荡等数值不稳定问题, 且易引入非最小相位零点, 使离散化后的系统稳定性变差. 为此, 著名学者Goodwin教授等建议采用Delta算子来离散化连续系统, 在快速采样情形下使其离散模型趋近于原来的连续模型^[3]. Delta算子离散方法现已成为连续时间模型和离散时间模型的统一描述方法. 它既避免了 z 变换引起的数值不稳定问题, 又使得传统的用于连续域的各类设计方法可直接用于离散域设计.

此外, Delta算子方法还克服了移位算子方法高速采样时引发的一系列难题, 在高速信号处理、宽带通讯与数字采样控制方面等众多领域获得成功. Middleton和Goodwin的研究论文^[4]发表之后, 特别是他们合著的《Digital Control and Estimation—a Unified Approach》一书出版以后^[5], Delta算子作为一种快速采样条件下的离散化方法引起了从事控制理论和信号处理方面研究人员的普遍关注和研究兴趣, 得到较为系统的研究并取得了许多研究成果, 如在最优滤波、信号处理、滑模控制、网络控制等控制领域取得一系列的新进展和新成果. 近几年的IEEE自动控制汇刊和信号处理汇刊、国际控制杂志、美国控制会议(ACC)以及IEEE控制与决策会议(CDC)均有多篇关于Delta算子的研究论文发表. 关于Delta算子系统的研究在国内也取得了丰富的研究成果.

特别地, 国内第1部关于Delta算子系统的专著《Delta算子控制及其鲁棒控制理论基础: 统一连续域、离散域的控制理论》介绍了Delta算子的定义和性质, s 域、 z 域和Delta域的根轨迹, 以及Delta算子系统的多项式稳定性理论、状态空间分析与设计和最优控制等内容. 2012年4月Springer出版的《Analysis and

Synthesis of Delta Operator Systems》一书详细地介绍了Delta算子系统与滑模控制方法、时滞系统、卡尔曼滤波理论、马尔科夫跳变系统、有限频域理论及网络化控制系统相结合的最新成果^[6]. Delta算子系统理论在许多控制与估计领域获得成功, 如信号处理^[7-9]、系统辨识^[10]、2D系统^[11]、执行器饱和控制^[12]、自适应控制^[13]、容错控制^[14-15]、感应电机模型参数估计^[16-17]和电力系统^[18-20]等. 综上所述, 利用Delta算子描述离散采样系统的优点可总结如下:

- 1) 在采样周期趋近于零时, Delta算子系统模型参数趋近于相应的连续时间模型参数;
- 2) Delta算子算法的数字特性优于传统移位算子, 如有限字长特性和系数灵敏度等;
- 3) Delta算子模型中的采样周期作为显式参数, 便于观察和分析不同采样周期下系统的性能.

2 研究现状(Research status)

近年来, 关于Delta算子系统的研究成果有很多, 其中有研究Delta算子和移位算子的性能比较的文献. 此外, Delta算子系统在鲁棒控制、滤波器设计、时滞系统及故障检测等方面也有深入研究.

2.1 与移位算子的性能对比(Performance comparison with shift operator)

随着工业自动化等领域实际需要的迅猛增加和计算机技术的飞速发展, 离散控制理论越来越重要. Delta算子和移位算子作为两种采样连续时间系统的方法分别具有各自的特点. 通过传统的移位算子得到的离散系统在采样周期较小的时候具有其不可避免的缺陷. Delta算子方法避免了高速采样时传统的移位算子方法引起的数值不稳定问题, 且当采样周期趋近于零时, Delta算子模型趋近于离散化前的连续模型. 众多文献资料从不同的角度对比了Delta算子和传统的移位算子性能. 文献^[21]研究了Delta算子系统的输出反馈 H_2 最优控制, 分析证明存在输出反馈控制器使闭环系统内稳定且满足从 w 到 z 的传递矩阵 T_{zw} 的 H_2 -范数最小的充要条件, 得到两个Delta算子的Riccati方程, 并给出了连续系统、 z 变换所得到的离散系统和Delta算子所描述系统三者的 H_2 控制问题的比较. 文献^[22]在双闭环直流调速系统中应用了Delta算子方法. 文献^[23]利用线性矩阵不等式的方法在Delta域内研究了 H_∞ 状态反馈问题, 并给出了连续系统、 z 变换所得到的离散系统和Delta算子所描述系统中 H_∞ 控制性能的比较.

在应用方面, 文献^[24]研究了Delta算子的视觉伺服机器人最优控制方法. 文献^[25]在快速热处理中的应用了一个带分布时滞的多变量随机Delta算子系统. 文献^[26]介绍了在动态物理系统中Delta算子和移位算子之间根据二项式系数的直接转换. 文献^[27]系统

地分析比较了Delta算子和移位算子的状态空间参数的有限字长误差对实际传递函数的影响. 文献[28]详细介绍了使用Delta算子方法和移位算子方法考虑有限字长时的控制参数实现闭环系统稳定性的灵敏度, 所得结果证明考虑有限字长影响数字控制器在Delta域内有更好的闭环系统鲁棒稳定性. 文献[29]研究了有限精度数字控制器的执行问题, 提出了控制器结构在移位算子和Delta算子的参数化设计. 文献[30]从离散时间控制的角度分析了较小采样周期下的Delta算子和移位算子的数字特性.

线性时不变连续时间系统状态空间模型给出如下:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t),\end{aligned}$$

其中: 状态变量 $x(t) \in \mathbb{R}^n$, 控制向量 $u(t) \in \mathbb{R}^m$, 输出向量 $y(t) \in \mathbb{R}^p$, A , B 和 C 为相应维数的常值矩阵. 相对应的 z 域离散时间系统模型为

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A_z x(k) + B_z u(k), \\ y(k) &= C_z x(k),\end{aligned}$$

其中: $A_z = e^{AT}$, $B_z = \int_0^T e^{A(T-s)} B ds$, $C_z = C$. 对应的离散系统在Delta域内的状态空间模型为

$$\begin{aligned}\delta x(t_k) &= A_\delta x(t_k) + B_\delta u(t_k), \\ y(t_k) &= C_\delta x(t_k),\end{aligned}$$

其中: $A_\delta = (A_z - I)/T$, $B_\delta = B_z/T$, $C_\delta = C$.

笔者知道, s 域、 z 域和Delta域中的Lyapunov方程与Riccati方程是不同的.

假设 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Q = Q^T$, 则下面关于 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 的矩阵方程称为 s 域的Lyapunov方程:

$$PA + A^T P = -Q.$$

上述方程存在惟一解的充要条件是

$$\lambda_i(A) + \lambda_j(A) \neq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

假设 $A_z \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Q = Q^T$, 则下面关于 $P_z \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 的矩阵方程称为 z 域的Lyapunov方程:

$$P_z - A_z^T P_z A_z = Q.$$

上述方程存在惟一解的充要条件是

$$\lambda_i(A_z) \lambda_j(A_z) \neq 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

假设 $A_\delta \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Q = Q^T$, 则下面关于 $P_\delta \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 的矩阵方程称为Delta域的Lyapunov方程有两种表达形式:

$$\begin{aligned}A_\delta^T P_\delta + P_\delta A_\delta + T A_\delta^T P_\delta A_\delta + Q &= 0, \\ P_\delta - (T A_\delta^T + I) P_\delta (T A_\delta + I) &= T Q.\end{aligned}$$

上述方程存在惟一解的充要条件是

$$[(T \lambda_i(A_\delta) + 1)(T \lambda_j(A_\delta) + 1)] \neq 1,$$

其中 $i, j = 1, 2, \dots, n$.

除此之外, 文献[2]中还给出了 s 域的Riccati方程

$$XA + A^T X - XBB^T X + C^T C = 0.$$

z 域的Riccati方程

$$A_z^T (I + X B_z B_z^T)^{-1} X A_z - X + C^T C = 0.$$

Delta域的Riccati方程

$$\begin{aligned}(T A_\delta^T + I)(I + T X R)^{-1} X (T A_\delta + I) - \\ X + T Q = 0.\end{aligned}$$

可见, 在Delta域的Lyapunov方程与Riccati方程中采样周期均为显示参数, 而 s 域与 z 域中方程不具备这样的特点.

2.2 鲁棒控制研究(Study of robust control)

控制系统鲁棒性是指系统在一定的参数摄动下, 维持某些性能的特性. H_∞ 控制方法是鲁棒控制理论发展的最突出标志之一, 分析和设计鲁棒控制问题使用较多的方法是线性矩阵不等式方法. 因为这种方法克服了解Riccati方程方法的缺陷. 同时 H_∞ 鲁棒控制理论的实际应用研究也很广泛, 如对航天飞机重返大气层的侧轴飞行控制系统的设计^[31]等等. 连续系统和传统的离散系统鲁棒性能的研究已经取得了大量的成果, 其理论研究也有了很大的进展. 但是, 有关离散时间系统和采样数据系统的研究相对比较薄弱. 而Delta算子描述的系统的鲁棒控制与 H_∞ 控制的研究虽然不是很多, 但也取得了新的进展.

文献[32]讨论了Delta算子描述的离散系统鲁棒稳定性, 给出了保证系统稳定的特征方程系数的最大摄动区间. 文献[33]研究了Delta算子描述的离散系统鲁棒稳定性, 给出了保证系统稳定的特征方程系数的最大摄动区间. 文献[34]研究了Delta算子离散系统的控制器的设计方法, 并用例子证明了当采样周期 T 趋于零时, 离散控制器趋于连续控制器. 文献[35]研究了Delta算子的不确定奇异系统的鲁棒容许性分析和鲁棒容许控制. Delta算子系统与D稳定性方面也有很多结合点. 文献[36]研究了具有执行器故障的Delta算子线性不确定系统鲁棒D稳定可靠控制问题, 即设计控制器消除系统不确定性和执行器故障的影响, 并且保证闭环系统极点落在复平面指定圆盘区域内. 文献[37]在Delta域内研究了非线性系统的建模与辨识问题. 文献[38-39]同时研究了一类具有变时滞切换Delta算子系统的 l_1 -增益控制问题, 针对这类系统的鲁棒 H_∞ 状态反馈问题在文献[40]中给出. 文献[41]利用T-S模糊方法研究了一类带执行器饱和条件的非线性Delta算子系统鲁棒控制问题.

考虑一组带不确定参数的Delta算子系统, 描述为

$$\delta x(t_k) = (A + \Delta A(t_k))x(t_k) + Bu(t_k),$$

其中: $x(t_k) \in \mathbb{R}^q$ 为状态变量, $u(t_k) \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入. 另外, $\Delta A(t_k)$ 可以为常用的范数有界不确定参数矩阵, 描述如下:

$$\Delta A(t_k) = DF(t_k)E, F^T(t_k)F(t_k) \leq I,$$

其中 D, G 与 E 为已知合适维数的常值矩阵. 除此之外, $\Delta A(t_k)$ 还可以描述为线性分式不确定参数, 定义如下:

$$\begin{aligned} \Delta A(t_k) &= D\hat{F}(t_k)E, \\ \hat{F}(t_k) &= F(t_k)[I - GF(t_k)]^{-1}, \end{aligned}$$

其中: D, G 与 E 为已知合适维数的常值矩阵, $F(t_k)$ 为未知的时变矩阵且满足 $F^T(t_k)F(t_k) \leq I$. 对于任何的 $F(t_k)$ 与 $I - G^T G > 0$, 假设 $[I - GF(t_k)]^{-1}$ 是可逆的. 可以看出这类线性参数不确定是一类比范数有界不确定更广泛的参数不确定, 因为只要令线性分式不确定参数中的 $G = 0$, 上面两类参数不确定表达式是等价的. 由此可见, Delta算子系统鲁棒性的研究空间还很大, 需要大家的共同努力探究.

2.3 滤波器设计(Design for filter)

滤波器是一种用来消除干扰杂讯的器件, 将输入或输出经过过滤而得到纯净的直流电, 其功能就是得到一个特定频率或消除一个特定频率. 近年来, 很多学者致力于研究滤波问题. 连续系统和离散系统的滤波理论经过了最优滤波和鲁棒滤波两个阶段. 将含有不确定性和未建模动态的系统滤波问题统称为鲁棒滤波. 在滤波器的设计中, 卡尔曼滤波和 H_∞ 滤波取得了一定的成果. 文献[42]设计了Delta域中的卡尔曼滤波器, 并对所设计的卡尔曼滤波器的收敛性进行了分析. 近年来, Delta算子系统的鲁棒滤波取得了一系列进展, 鲁棒控制理论最突出的标志之一就是 H_∞ 控制. 如果系统不存在干扰影响, 这是一个状态观测器设计问题; 如果系统受到干扰, 且仅知道干扰的统计特性, 则可以利用随机估计理论得到最小方差准则下的最优状态估计, 这是一个随机滤波问题.

文献[43]利用线性矩阵不等式的方法在Delta域内设计了 H_∞ 滤波器. 在线性分式参数不确定和时变时滞情况下, 文献[44]考虑了Delta算子系统的鲁棒 H_∞ 滤波器的问题. 文献[45]提出了圆形区域极点配置约束下的Delta算子系统非脆弱滤波器的设计. 文献[46]提出了前向差分Delta算子方法所描述的最小均方自适应滤波, 该算法有效地加快了系统的收敛速度, 并有效地改善了系统的跟踪性能. 文献[47]在Delta算子系统中研究了低灵敏度与系数变化条件下的滤波器设计问题. 文献[48]研究了多面体Delta算子系统的 H_∞ 滤波问题, 主要目的是获得一个稳定的线性滤波器, 使得滤波误差系统保持稳定. 文献[49]提出了Delta算子高性能的数字滤波器变频器应用, 给出了

Delta算子较移位算子数字实现无限脉冲响应滤波器的优势, 同时讨论了移位算子滤波器如何转到以Delta算子滤波器的方法. 文献[50]研究了在Delta算子区域内采用最小二乘误差准则为基础的条件下设计2-D数字滤波器.

在众多文献资料中笔者仍了解到, 格型滤波器结构在离散时间信号的滤波和预测中有着深入的研究, 探讨了连续和离散格子滤波之间的联系后发现, 在采样连续时间信号过程中离散滤波问题产生, 当采样周期趋于零时, 离散格型滤波器收敛到适当的连续时间滤波器. 由上述的各类文献了解到, Delta域内滤波器的研究已经取得了一定成果, 在Delta算子域内对滤波器的继续深入研究探讨是非常有意义的.

Delta域中的系统方程描述为

$$\begin{aligned} \delta x(t_k) &= Ax(t_k) + Bu(t_k) + Dw(t_k), \\ y(t_k) &= Cx(t_k) + v(t_k), \end{aligned}$$

其中: A, B, C 和 D 是常数矩阵, $w(t_k) \in \mathbb{R}^n$, $v(t_k) \in \mathbb{R}^m$ 为不相关的高斯白噪声且满足

$$\begin{aligned} w(t_k) &\sim (0, Q), Q = Q_s, \\ v(t_k) &\sim (0, R), R = R_s, \end{aligned}$$

其中 Q 与 R 为协方差矩阵, 初始条件为

$$\begin{aligned} \hat{x}(0) &= E[x(0)], \\ P(0) &= E[(\hat{x}(0) - x(0))(\hat{x}(0) - x(0))^T]. \end{aligned}$$

Delta域中设计的卡尔曼滤波公式为

$$\begin{aligned} K(t_k) &= P(t_k)C^T(CP(t_k)C^T + R)^{-1}, \\ \delta \hat{x}(t_k) &= A\hat{x} + Bu(t_k) + K(t_k)[y(t_k) - C\hat{x}] - \\ &\quad TK(t_k)C[A\hat{x} + B(u(t_k))], \\ \delta P(t_k) &= -KCP(t_k) + AP(t_k) + P(t_k)A^T - \\ &\quad T[AK(t_k)CP(t_k) + K(t_k)CP(t_k)A^T]. \end{aligned}$$

2.4 时滞系统研究(Study of delay systems)

时滞出现在很多动态系统中, 例如生物系统、化学系统、冶炼加工系统、核反应堆、液压系统和电网等. 在近些年来, 对存在于网络控制中复杂时滞问题的研究进入了一个新的领域. 时滞是震荡、不稳定和性能差的根源, 很多探索研究已被应用到线性时滞系统的不同方面. 在时滞控制系统中除了不确定性或扰动所造成的困难外, 延迟的引进使得系统的分析更加复杂. 因此, 稳定分析和时滞控制系统受到了越来越多的关注.

文献[51]受到Delta算子的启发, 在线性控制法中提出了使用合理传递函数实现分布式延迟. 对于网络控制中的随机长时间延迟这种情况, 文献[52]建立了鲁棒模糊控制和Delta算子系统框架的桥梁, 通过Delta算子的方法解决了具有时滞的T-S模糊系统的

H_∞ 控制. 在一类不确定系统状态和输入均有时滞的情况下, 文献[53]研究了Delta算子方法最优保持成本控制. 文献[54]研究了不确定Delta算子系统时滞依赖鲁棒滤波器的设计. 文献[55]考虑Delta算子的不确定时延交换系统鲁棒控制问题, 提出带有时延交换的系统稳定充分条件. 文献[56]研究了Delta算子方法带有时延和不确定的离散系统鲁棒 H_∞ 滤波问题.

也有一些文献考虑了Delta域中时变时滞的问题, 如文献[57]研究了Delta域中带有时变时延的神经网络的时滞依赖稳定性判据问题. 文献[58]提出用Delta算子方法设计时变时滞离散系统的状态反馈控制器, 该文献所提出方法可以结合连续和离散系统时滞问题统一到Delta算子系统体系框架中. 文献[59]研究Delta算子的带有时变时延的线性局部跳变系统鲁棒 H_∞ 状态反馈控制. 文献[60]研究Delta算子的不确定时滞系统鲁棒控制问题, 通过模型变换, 将带有时变时延的Delta算子系统转换成内部相关联的系统, 这样方便处理不确定项. 文献[61]给出了Delta算子的带有时变时滞的双向联想记忆神经网络系统渐近稳定性分析. 文献[62]考虑Delta算子的带有时变时滞的不确定线性系统渐近稳定与镇定问题, 在Delta域内在对时滞系统的研究主要难点在于考虑设计符合各种时滞情况的Lyapunov函数并减小保守性.

下面给出如下带有时变时延的Delta算子系统模型:

$$\delta x(t_k) = Ax(t_k) + A_d x(t_k - d(k)),$$

其中: $x(t_k) \in \mathbb{R}^q$ 是状态变量, 时间延时 $d(k)$ 为一个时变函数, 满足 $0 \leq d_m \leq d(k) \leq d_M$, $d_m = n_m T$, $d_M = n_M T$, n_m, n_M 是两个已知的正整数. 对系统进行了鲁棒稳定性分析, 选择如下Lyapunov函数:

$$V(x(t_k)) = \sum_{i=1}^5 V_i(x(t_k)),$$

其中:

$$V_1(x(t_k)) = x^T(t_k) P x(t_k),$$

$$V_2(x(t_k)) = T \sum_{i=1}^n x^T(t_k - iT) Q x(t_k - iT),$$

$$V_3(x(t_k)) = T \sum_{i=1}^{n_M} x^T(t_k - iT) S x(t_k - iT),$$

$$V_4(x(t_k)) = T^2 \sum_{i=n_m}^{n_M} \sum_{j=1}^i x^T(t_k - jT) Q x(t_k - jT),$$

$$V_5(x(t_k)) = \sum_{i=1}^{n_M} \sum_{j=1}^i e^T(t_k - jT) R e(t_k - jT),$$

其中: $e(j) = x(j) - x(j+T)$, 并且 P, Q, R 和 S 为正定矩阵.

2.5 故障诊断研究(Study of fault detection)

控制系统的故障检测与诊断技术为提高实际系统

的可靠性、可维修性和安全性提供了一项重要途径, 由于其在各种控制系统中保证更高的安全性和可靠性, 故障检测在研究领域中显得越发重要, 取得了许多成果. 近年来学者对观测器故障检测的基本方法是通过输出估计误差进行适当转换生成残差信号来构建不同类型的观测器. 文献[63]研究具有执行器故障的Delta算子线性不确定系统的可靠鲁棒 H_∞ 问题, 设计控制器确保在执行器发生故障时闭环系统仍能保持鲁棒稳定, 且满足给定的 H_∞ 指标. Delta算子方法在故障检测与容错控制中的应用也取得了一些研究成果^[64].

目前, 滤波器的鲁棒故障检测备受关注, 而延时又广泛存在于实际控制系统中. 文献[65]提出了随着控制延迟下Delta算子的鲁棒故障检测滤波器的设计. 文献[66]利用传统鲁棒故障检测滤波器和线性矩阵不等式的方法, 研究了带有时延的网络化控制系统的故障诊断问题. 文献[67]研究Delta算子的T-S模糊系统容错控制问题, 首先设计模糊故障检测观测器在非线性系统中建立了一种新的故障估计的方法, 然后设计控制器保证在系统发生故障时候能够实现有效地容错控制. 文献[68]考虑Delta算子的有限频域的故障检测, 在外界扰动和故障同时存在的情况下保证设计的故障检测滤波器对故障的灵敏度最大, 对扰动的灵敏度最小. 文献[69]利用T-S模糊Delta算子系统描述一类非线性系统, 并在此基础上研究故障诊断与容错控制方法.

考虑存在故障的Delta算子系统为

$$\delta x(t_k) = Ax(t_k) + Bu(t_k) + B_d d(t_k) + B_f f(t_k),$$

$$y(t_k) = Cx(t_k) + Du(t_k) + D_d d(t_k) + D_f f(t_k),$$

其中: $d(t_k) \in \mathbb{R}^{n_d}$ 表示扰动向量, $f(t_k) \in \mathbb{R}^{n_f}$ 表示故障输入向量. 设计的故障检测滤波器为

$$\delta \hat{x}(t_k) = A \hat{x}(t_k) + Bu(t_k) + L(y(t_k) - \hat{y}(t_k)),$$

$$\hat{y}(t_k) = C \hat{x}(t_k) + Du(t_k),$$

$$r(t_k) = y(t_k) - \hat{y}(t_k),$$

其中 $r(t_k) \in \mathbb{R}^{n_r}$ 为残差信号. Delta域中选择的残差估计函数 $J_r(n)$ 为

$$J_r(n) = \sqrt{\frac{T}{n} \sum_{k=k_0}^{k_0+n} r^T(t_k) r(t_k)},$$

$$J_{th} = \sup_{f=0} J_r(n),$$

其中 J_{th} 表示阈值. 当满足以下条件时可以检测出故障:

$$\begin{cases} J_r(n) \leq J_{th}, & \text{不报警,} \\ J_r(n) > J_{th}, & \text{报警.} \end{cases}$$

2.6 滑模控制研究(Study of sliding mode control)

滑模控制本质上属于一类特殊的非线性控制,且非线性表现为控制的不连续性.与其他控制的不同之处在于系统的结构并不固定,而是可以在动态过程中根据系统当前的状态有目的地不断变化,迫使系统按预定的“滑动模态”的状态轨迹运动.变结构滑模控制中抖震的存在是一个不可克服的缺点.当采样周期比较小时可以有效地控制抖震对系统性能的影响.因此,适用于快速采样的Delta算子离散方法在研究滑模控制中具有天然的优势.文献[70]研究了Delta算子的一类不确定参数的时滞鲁棒滑模控制面.文献[71]则在一类不确定非线性扰动Delta算子系统下研究了滑模控制的观测器问题.在较早文献[72]中Delta算子方法已经被用于一类离散系统的自适应滑模控制.文献[73]在不确定Delta算子系统框架下提出了离散鲁棒自适应滑模控制器,自适应控制与滑模的有效结合减小了扰动,使控制器具有良好的性能.文献[74]研究了Delta算子系统最优滑模控制的综合问题,设计了Delta算子系统的最佳滑模控制器,不仅保证了系统在有限时间内趋近最优滑模面,而且有效地消弱了系统的抖振.

考虑下面的线性Delta算子系统:

$$\delta x(t_k) = Ax(t_k) + B(u(t_k) + w(t_k, x(t_k))),$$

其中: $x(t_k) \in \mathbb{R}^n$ 是状态变量, $u(t_k) \in \mathbb{R}^m$ 是控制输入, $w(t_k) \in \mathbb{R}^m$ 是不确定扰动项. 选择一个非奇异矩阵 Ψ , 满足

$$\Psi B = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(n-m) \times m} \\ B_2 \end{bmatrix},$$

其中: $B_2 \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 是非奇异矩阵, $\Psi = [U_2 \ U_1]^T$, 并且 $U_1 \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 与 $U_2 \in \mathbb{R}^{n \times (n-m)}$ 满足

$$B = [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} \Sigma \\ \mathbf{0}_{(n-m) \times m} \end{bmatrix} V^T.$$

上式中, $\Sigma \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 是对角线正定矩阵, $V \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 是酉矩阵, 通过状态转换 $z(t_k) = \Psi x(t_k)$, Delta域中的状态方程变为

$$\delta z(t_k) = \bar{A}z(t_k) + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} (u(t_k) + w(t_k, x(t_k))),$$

其中 $\bar{A} = \Psi A \Psi^{-1}$. 上述系统可以写成以下形式:

$$\begin{aligned} \delta z_1(t_k) &= \bar{A}_{11}z_1(t_k) + \bar{A}_{12}z_2(t_k), \\ \delta z_2(t_k) &= \bar{A}_{21}z_1(t_k) + \bar{A}_{22}z_2(t_k) + B_2(u(t_k) + \\ &\quad w(t_k, x(t_k))). \end{aligned}$$

上述第1个系统代表系滑动模态. 因此, 选择如下的滑动面:

$$S(t_k) = [C \ I]z(t_k) = Cz_1(t_k) + z_2(t_k) = 0,$$

其中 $C \in \mathbb{R}^{m \times (n-m)}$ 是滑模面参数矩阵, 将式子 $z_2(t_k) = -Cz_1(t_k)$ 与前面系统相结合, 则得到以下动态滑模系统:

$$\delta z_1(t_k) = (\bar{A}_{11} - \bar{A}_{12}C)z_1(t_k).$$

在此基础上, 设计了具有自适应的控制器使Delta域中的系统能够在有限时间内达到滑模面并保持在滑模面上运动^[73]. 但在Delta算子系统中对滑模控制的研究还不是很成熟, Delta域内滑模面的选取和Delta算子逆算子的应用是一个难点, 还有很大的发展空间.

3 研究前景(Research prospects)

Delta算子系统可以和控制领域中的诸多内容有结合点, 值得进行深入研究. 以下探讨Delta算子系统与控制领域中的有限频域和网络化控制结合的创新点和难点.

3.1 有限频域(Finite frequency)

在控制系统的设计中, 每个设计规范并不是被赋予整个频率范围内, 而通常是在一个有限频域范围内. 在频域稳定区域图1中可以清楚地看出, 快速采样时使用传统移位算子极点会位于稳定的边界, 而且离散系统在计算机有限字长时会失去稳定性. 文献[75]利用频域不等式在有限和半无限频率范围内研究了开环鲁棒PID控制, 在这篇文献中给出了Delta域内的扩展的 Kalman-Yakubovič-Popov(KYP) 引理. 文献[76]研究了在Delta域内的一个低频范围内的正实控制问题, 并进一步推广了Delta域内的KYP引理. 文献[77]分析了Delta域内高频网络控制系统的稳定性, 并在反馈通道中设计了网络预测控制方案来弥补网络引起的延迟和数据丢包.

针对线性Delta算子系统分别给出满足高中低频条件下的KYP引理, 即下面两个条件等价:

1) 有限频域不等式

$$\begin{bmatrix} (\rho I - A)^{-1}B \\ I \end{bmatrix}^* \Theta \begin{bmatrix} (\rho I - A)^{-1}B \\ I \end{bmatrix} < 0.$$

2) 在矩阵 $P, Q \in H_n$ 满足 $Q > 0$,

$$\begin{bmatrix} A & B \\ I & 0 \end{bmatrix}^T \Xi \begin{bmatrix} A & B \\ I & 0 \end{bmatrix} + \Theta < 0,$$

其中: $\rho = (e^{j\theta} - 1)/T$, $\theta \in \Lambda$, 并且

$$\Lambda := \{\lambda \in |\sigma(\lambda, \Phi) = 0, \sigma(\lambda, \Phi) \geq 0\}.$$

另外, Ξ 的取值在表1中给出. 在表1中:

$$\vartheta_c := (\vartheta_1 + \vartheta_2)/2, \vartheta_o := (\vartheta_2 - \vartheta_1)/2,$$

$$\kappa_l = 1 - \cos \vartheta_1, \kappa_m = \cos \vartheta_c - \cos \vartheta_o,$$

$$\kappa_h = \cos \vartheta_c - 1,$$

LF, HF与MF分别代表低频($|\theta| \leq \vartheta_1$), 中频($\vartheta_1 \leq$

$\theta \leq \vartheta_2$)和低频($|\theta| \geq \vartheta_h$).

表1 三矩阵取值

Table 1 The matrix values of Ξ	
	Ξ
LF	$\begin{bmatrix} T^2P & TP + TQ \\ TP + TQ & 2\kappa_l Q \end{bmatrix}$
MF	$\begin{bmatrix} T^2P & TP + Te^{j\vartheta_c}Q \\ TP + Te^{-j\vartheta_c}Q & 2\kappa_m Q \end{bmatrix}$
HF	$\begin{bmatrix} T^2P & TP - TQ \\ TP - TQ & 2\kappa_h Q \end{bmatrix}$

可见,在Delta算子系统中对限频的研究还很少,主要难点在于加权函数和频域网格方法具有各自的缺点,目前Delta域内广义KYP引理还不成熟只能适用于简单的线性Delta算子系统并不能适用于复杂的非线性控制系统.

3.2 网络化控制(Networked control)

当今时代,网络已经逐渐进入人们的视野,并引领控制系统的结构发生着变化.而由通信引起的有限带宽、数据包丢失、数据包延迟等实际问题使得网络控制系统的分析设计有些困难.近年来,网络化控制被广泛的应用到各个领域,对网络化控制系统的关注也越来越多.从众多有关网络控制的文献中可知,网络引起的延迟和丢包是网络系统中关键的两个问题,而采样周期越短,网络控制系统的性能就越好,但采样周期短会增加网络拥塞的可能性.而在Delta算子系统中采样周期是明确的参数,它可以根据网络负载的条件选择一个适当的值.因此,在采样网络控制系统中应用Delta算子方法比移位算子的方法可以获得更好的控制结果.

文献[78]详细介绍了通过Delta算子系统对依赖模式下的时滞Markovian跳变系统的稳定性,并给出了在快速采样条件下时滞与Markovian跳变模态相关时对网络控制系统的描述.文献[79]研究了网络控制系统的非均匀采样周期下的稳定性,得到了一种Delta算子系统中新型的延迟交换来解决网络控制系统的稳定性问题.文献[80]研究了Delta算子的带有饱和执行器的网络化控制系统的稳定性问题.文献[81]研究的网络控制系统是一种带有时延的马尔科夫链的Delta算子系统,为了处理网络时延和丢包,考虑了网络服务质量.文献[82]利用网络测量的方法研究了Delta算子系统的增益调度控制问题.

假设网络化控制系统中标称时延的上界最大值是 $h_{\max} = NT$,也就是存在以下公式:

$$0 \leq h_k = n_k T \leq NT = h_{\max}.$$

在反馈通道中考虑标称时延 $h_k = n_k T$ 是输入时变时延,带有输入时延的系统可以写成如下Delta算子系

统:

$$\delta \hat{x}(t_k) = A \hat{x}(t_k) + Bu(t_k - h_k),$$

其中网络控制信号 $u(t_k)$ 是如下形式的分段函数:

$$u(t_k - h_k) = F \hat{x}(t_k - h_k), \forall t_k \in [nT - h_k, nT),$$

其中 F 为适当大小的矩阵增益.上述系统和控制器可以写成带有时变时延的Delta算子系统:

$$\delta \hat{x}(t_k) = A \hat{x}(t_k) + BF \hat{x}(t_k - h_k).$$

系统又可以写成

$$\begin{aligned} \delta \hat{x}(t_k) = & A \hat{x}(t_k) + BF \hat{x}(t_k) - BF \hat{x}(t_k) + BF \hat{x}(t_k - h_k) = \\ & (A + BF) \hat{x}(t_k) - BF \cdot T \sum_{i=1}^{n_k} \delta \hat{x}(t_k - iT). \end{aligned}$$

上式又可以写成

$$\begin{aligned} \delta \hat{x}(t_k) &= A_F \hat{x}(t_k) + Bw(t_k), \\ z(t_k) &= C \hat{x}(t_k) + Dw(t_k), \end{aligned}$$

其中: $z(t_k) = F \delta \hat{x}(t_k)$, $A_F = A + BF$, $C = FA$, $D = FB$, 并且

$$w(t_k) = -TF \sum_{i=k-n_k}^{k-1} \delta \hat{x}(t_i).$$

定义一个分布式时延算子 $\Delta_F: z \mapsto w$, 可得

$$w = \Delta_F z \Leftrightarrow w(t_k) = -T \sum_{i=k-n_k}^{k-1} z(t_i).$$

由上可得,在前向通道中设计的带有时延的网络化控制系统的鲁棒性变得容易.这个分布式时延算子使得处理网络化控制系统在前向通道的时滞鲁棒性更加容易.这个方法的主要思想是把时滞系统的分析转化为分析一个线性系统与受扰时滞算子 Δ_F 的内连形式.然后计算引入的增益算子 Δ_F 的最大值,应用小增益定理可以做出稳定性分析.

Delta算子系统与网络控制系统结合的文章还不是很多,对于Delta算子在网络控制系统接下来的研究中可以尝试在已有成果的基础上设计新的传感器、控制器和执行器.

4 数值例子(Numerical example)

设连续时间系统状态空间表达式为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \\ y(t) &= [1 \ 1] x(t). \end{aligned}$$

对此系统离散化可以得到在 z 域内与 δ 域内相关的离散系统.当采样周期 $T = 1$ 时,得到

$$\begin{aligned} A_z &= \begin{bmatrix} 0.3679 & 0 \\ 0.2325 & 0.1353 \end{bmatrix}, B_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.4323 \end{bmatrix}, \\ A_\delta &= \begin{bmatrix} -0.6321 & 0 \\ 0.2325 & -0.8647 \end{bmatrix}, B_\delta = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.4323 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

当 $T = 0.55$ 时, 得到

$$A_z = \begin{bmatrix} 0.5769 & 0 \\ 0.2441 & 0.3329 \end{bmatrix}, B_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3336 \end{bmatrix},$$

$$A_\delta = \begin{bmatrix} -0.7692 & 0 \\ 0.4438 & -1.2130 \end{bmatrix}, B_\delta = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.6065 \end{bmatrix}.$$

当 $T = 0.1$ 时, 得到

$$A_z = \begin{bmatrix} 0.9048 & 0 \\ 0.0861 & 0.8187 \end{bmatrix}, B_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0906 \end{bmatrix},$$

$$A_\delta = \begin{bmatrix} -0.9516 & 0 \\ 0.8611 & -1.8127 \end{bmatrix}, B_\delta = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.9063 \end{bmatrix}.$$

考虑上述离散系统的输出结果, z 域内与 δ 域内的不同采样周期的输出曲线分别在图2与图3中给出。

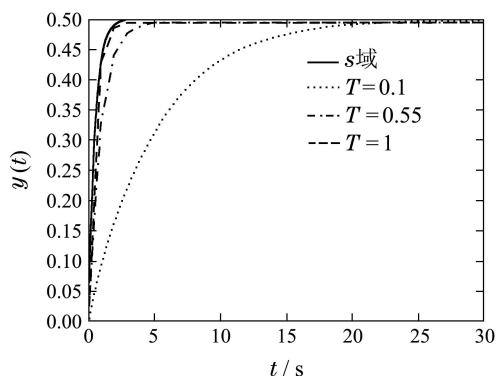


图2 z 域内的输出曲线

Fig. 2 Trajectories of the output in z -domain

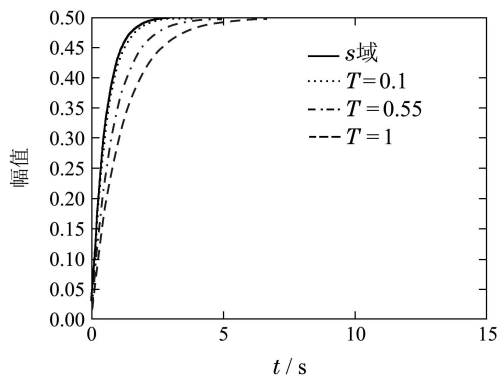


图3 δ 域内的输出曲线

Fig. 3 Trajectories of the output in δ -domain

5 总结(Conclusions)

Delta算子系统的控制理论体系正处于蓬勃发展时期, 近年来有大量新的研究成果发表, 同样还有许多新的问题有待深入研究与挖掘。笔者有理由相信结合当前国际上新的控制理论的研究方向, 可以取得更多更好的研究成果。

参考文献(References):

[1] 张端金, 杨成梧. 反馈控制系统Delta算子理论的研究与发展 [J]. 控制理论与应用, 1998, 15(2): 153 – 160.

(ZHANG Duanjin, YANG Chengwu. Delta-operator theory for feedback control system—A survey [J]. *Control Theory & Applications*, 1998, 15(2): 153 – 160.)

- [2] 李惠光, 武波, 李国友, 等. Delta算子控制及其鲁棒控制理论基础: 统一连续域、离散域的控制理论 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2005. (LI Huiguang, WU Bo, LI Guoyou, et al. *Basic Theory of Delta Operator Control and Robust Control: A Theory Unifying in Continuous Domain and Discrete Domain* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2005.)
- [3] GOODWIN G C, MIDDLETON R H. Rapprochement between continuous and discrete model reference adaptive control [J]. *Automatica*, 1986, 22(2): 199 – 207.
- [4] MIDDLETON R E, GOODWIN G C. Improved finite word length characteristics in digital control using delta operators [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1986, 31(11): 1015 – 1021.
- [5] MIDDLETON R E, GOODWIN G C. *Digital Control and Estimation – a Unified Approach* [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1990.
- [6] YANG H, XIA Y, SHI P, et al. *Analysis and Synthesis of Delta Operator Systems* [M]. Berlin Heidelberg: Springer, 2012.
- [7] JABBARI F. Lattice filter for RLS estimation of a delta operator based model [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(7): 869 – 875.
- [8] KADIRKAMANATHAN V, ANDERSON S. Maximum-likelihood estimation of delta-domain model parameters from noisy output signals [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3765 – 3771.
- [9] LI Q, FAN H. On properties of information matrices of delta-operator based adaptive signal processing algorithms [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(10): 2454 – 2467.
- [10] VIJAYAN R, POOR H V, MOORE J, et al. A levinson-type algorithm for modeling fast sampled data [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(3): 314 – 321.
- [11] I-HUNG K, REDDY H C, RAJAN P K. Delta operator based 2-D filters: symmetry, stability, and design [C] // *Proceedings of the 2003 International Symposium on Circuits and Systems*. Piscataway, NJ: IEEE, 2003, 3: 690 – 693.
- [12] YANG H, SHI P, LI Z, et al. Analysis and design for delta operator systems with actuator saturation [J]. *International Journal of Control*, 2014, 87(5): 987 – 999.
- [13] ZHANG D, LIU X, ZHANG W. Adaptive decision feedback equalizer using the delta operator [C] // *The 6th World Congress on Intelligent Control and Automation*. Dalian: IEEE, 2006, 1: 1731 – 1734.
- [14] ZHANG D, ZHANG L, DING S. D-stable H_∞ fault-tolerant control for delta operator systems with actuator failure [C] // *CCCM'08 ISECS International Colloquium on Computing, Communication, Control, and Management*. Guangzhou: IEEE, 2008, 2: 327 – 331.
- [15] 张洛花, 李晓辉. 具有执行器故障的Delta算子系统D稳定 H_∞ 鲁棒容错控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 31(2): 6 – 10. (ZHANG Luohua, LI Xiaohui. D-stable H_∞ robust fault-tolerant control of delta operator systems with actuator failures [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 31(2): 6 – 10.)
- [16] RIBEIRO L, JACOBINA C, LIMA A, et al. Real-time estimation of the electric parameters of an induction machine using sinusoidal PWM voltage waveforms [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2000, 36(3): 743 – 754.
- [17] DAGBAGI M, IDKHAJINE L, MONMASSON E, et al. FPGA implementation of a synchronous motor real-time emulator based on delta operator [C] // *2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. Gdansk: IEEE, 2011: 1581 – 1586.
- [18] KHODABAKHSHIAN A, GOSBELL V, COOWAR F. Discretization of power system transfer functions [J]. *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 1994, 9(1): 255 – 261.

- [19] LUVIANO-JUAREZ A, CORTES-ROMERO J, SIRA-RAMIREZ H. Algebraic identification and control of an uncertain DC motor using the delta operator approach [C] // *Proceeding of the 7th International Conference on Electrical Engineering Computing Science and Automatic Control*. Tuxtla, Gutierrez: IEEE, 2010: 482 – 487.
- [20] SAEZ V, RODRIGUEZ A, RIZO M, et al. Fixed point implementation of IIR filters using delta operator applied to distributed power generation systems [C] // *Proceeding of the 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*. Glendale, AZ: IEEE, 2010: 1709 – 1714.
- [21] 李惠光, 李国友, 关新平. δ 算子的输出反馈 H_2 最优控制 [J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(3): 368 – 372.
(LI Huiguang, LI Guoyou, GUAN Xinping. Output feedback H_2 optimal controller design based on δ operator [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2004, 26(3): 368 – 372.)
- [22] 薛雅丽, 李惠光. δ 算子方法的双闭环直流调速系统 [J]. 国外电子测量技术, 2008, 27(1): 24 – 26.
(XUE Yali, LI Huiguang. δ operator of double-loop DC converter system [J]. *Foreign Electronic Measurement Technology*, 2008, 27(1): 24 – 26.)
- [23] 李惠光, 武波, 杨晨影, 等. 基于LMI的Delta域内的 H_∞ 状态反馈设计 [J]. 控制与决策, 2001, 16(6): 775 – 778.
(LI Huiguang, WU Bo, YANG Chenying, et al. H_∞ state feedback controller design using δ operator based on LMI [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(6): 775 – 778.)
- [24] LI H, ZHU X, WANG P. Optimal control law of robot based on delta operator in visual servoing [C] // *Proceedings of the 2004 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. New York: IEEE, 2004, 1: 533 – 537.
- [25] WON W, LEE K S. Identification of a multivariable delta-operator stochastic state-space model with distributed time delays: Application to a rapid thermal processor [J]. *Computers & Chemical Engineering*, 2012, 40: 223 – 230.
- [26] NEUMAN C P. Transformations between delta and forward shift operator transfer function models [J]. *IEEE Transactions on Systems*, 1993, 23(1): 294 – 297.
- [27] LI G, GEVERS M. Comparative study of finite wordlength effects in shift and delta operator parameterizations [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, 38(5): 802 – 807.
- [28] CHEN S, ISTEPANIAN R H, WU J, et al. Comparative study on optimizing closed-loop stability bounds of finite-precision controller structures with shift and delta operators [J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 40(3): 153 – 163.
- [29] CHEN S, LI G, ISTEPANIAN R H, et al. Shift and delta operator realisations for digital controllers with finite word length considerations [J]. *IEE Proceedings—Control Theory & Applications*, 2000, 147(6): 664 – 672.
- [30] LENNARTSON B, MIDDLETON R. H, GUSTAFSSON I. Numerical sensitivity of linear matrix inequalities using shift and delta operators [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(11): 2874 – 2876.
- [31] DOYLE J C, LENZ K, PACKARD A. Design examples using μ -synthesis: space shuttle lateral axis FCS during reentry [C] // *Proceeding of the 25th IEEE Conference on Decision and Control*. Athens, Greece: IEEE, 1986: 2218 – 2223.
- [32] SOH C B. Robust stability of discrete-time systems using delta operators [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(3): 377 – 380.
- [33] SOH C B. Robust discrete time systems using delta operator [J]. *International Journal of Control*, 1991, 54(2): 453 – 464.
- [34] EMMANUEL G, COLLINS J R, SONG T. A delta operator approach to discrete-time H_∞ control [J]. *International Journal of Control*, 1999, 72(4): 315 – 320.
- [35] DONG X, TIAN W, MAO Q, et al. Robust admissibility analysis and synthesis of uncertain singular systems via delta operator [C] // *Proceeding of the 10th IEEE International Conference on Control and Automation*. Hangzhou: IEEE, 2013: 1059 – 1064.
- [36] 肖民卿, 彭庆, 曹长修. Delta算子系统的鲁棒D稳定可靠控制 [J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(6): 1506 – 1509.
(XIAO Mingqing, PENG Qing, CAO Changxiu. Reliable robust D-stabilization control of Delta operator systems with actuator failure [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(6): 1506 – 1509.)
- [37] ANDERSON S, KADIRKAMANATHAN V. Modelling and identification of non-linear deterministic systems in the delta-domain [J]. *Automation*, 2007, 43(11): 1859 – 1868.
- [38] LI S, XIANG Z, KARIMI H R. Stability and l_1 -gain control of positive switched systems with time-varying delay via delta operator approach [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, DOI: 10.1155/2013/515362.
- [39] LI S, XIANG Z, KARIMI H R. Finite-time l_1 -gain control for positive switched systems with time-varying delay via delta operator approach [J]. *Abstract and Applied Analysis*, 2014, DOI: 10.1155/2014/872158.
- [40] QIN C, XIANG Z, KARIMI H R. Robust stability and H_∞ stabilization of switched systems with time-varying delay using delta operator approach [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, DOI: 10.1155/2013/230576.
- [41] YANG H, LI X, LIU Z, et al. Robust fuzzy-scheduling control for nonlinear systems subject to actuator saturation via delta operator approach [J]. *Information Sciences*, 2014, 272: 158 – 172.
- [42] YANG H, XIA Y, SHI P, et al. A novel delta operator Kalman filter design and convergence analysis [J]. *Information Sciences*, 2011, 58(10): 2458 – 2468.
- [43] 杨晨影, 李惠光. 基于LMI的Delta域内的 H_∞ 滤波器问题 [J]. 广东自动化与信息工程, 2002, 23(2): 4 – 6.
(YANG Chenying, LI Huiguang. H_∞ Filter LMI-based in delta domain [J]. *Guangdong Automation & Information Engineering*, 2002, 23(2): 4 – 6.)
- [44] YANG H, SHI P, QIU J, et al. Robust H_∞ filtering for a class of Markovian jump systems with time-varying delays based on delta operator approach [J]. *Asian Journal of Control*, 2011, 13(3): 1 – 10.
- [45] GUO X, YANG G. Non-fragile H_∞ filter design for delta operator formulated systems with circular region pole constraints: an LMI optimization approach [J]. *Asian Journal of Control*, 2009, 35(9): 1209 – 1215.
- [46] 李惠光, 张尚斌, 王墨琦. 基于前向差分Delta算子的LMS自适应滤波算法 [J]. 数据采集与处理, 2009, 24(2): 189 – 192.
(LI Huiguang, ZHANG Shangbin, WANG Moqi. Adaptive lms algorithm using forward Delta operator [J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2009, 24(2): 189 – 192.)
- [47] GUO X, YANG G. H_∞ filter design for delta operator formulated systems with low sensitivity to filter coefficient variations [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2011, 5(15): 1677 – 1688.
- [48] ZHANG Y, ZHANG R, LI B, et al. Improved robust H_∞ filtering for polytopic delta operator systems [J]. *World Congress on Intelligent Control and Automation*, 2012, 15(5): 2011 – 2016.
- [49] NEWMAN M J, HOLMES D G. Delta operator digital filters for high performance inverter applications [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2003, 18(1): 447 – 455.
- [50] KHOO I H, REDDY H C, RAJAN P K. Symmetry study for delta-operator-based 2-D digital filters [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 2006, 53(9): 2036 – 2047.
- [51] ZHONG Q. On distributed delay in linear control laws-part II: rational implementations inspired from the delta-operator [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(5): 729 – 735.

- [52] YANG H, SHI P, ZHANG J, et al. Robust stability and H_∞ control for a class of discrete time fuzzy systems via delta operator approach [J]. *Information Sciences*, 2012, 184(1): 230 – 245.
- [53] QIU J, YANG H, ZHANG J. Optimal guaranteed cost control for a class of uncertain systems with both state and input delays via delta operator approach [C] // *Eight ACIS International Conference on Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking, and Parallel/Distributed Computing*. Qingdao: IEEE, 2007, 3: 417 – 422.
- [54] XIAO X, ZHOU L, ZHANG Z, et al. Delay-dependent robust l_2 - l_∞ filter design for uncertain delta-operator time delay systems [C] // *Proceeding of the 27th Chinese Control Conference*. Kunming, IEEE, 2008: 653 – 657.
- [55] XING J, WANG R, WANG P, et al. Robust control for a class of uncertain switched time delay systems using delta operator [C] // *Proceeding of the 12th International Conference on Control Automation Robotics & Vision*. Guangzhou: IEEE, 2012: 518 – 523.
- [56] YANG H, XIA Y, QIU J, et al. Filtering for a class of discrete-time systems with time-delays via delta operator approach [J]. *International Journal of Systems Science*, 2010, 41(4): 423 – 433.
- [57] YUAN Y, SUN F. Delay-dependent stability criteria for time-varying delay neural networks in the delta domain [J]. *Neurocomputing*, 2014, 125(11): 518 – 523.
- [58] QIU J, XIA Y, YANG H, et al. Robust stabilisation for a class of discrete-time systems with time-varying delays via delta operators [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2008, 2(1): 87 – 93.
- [59] QIU J, YANG H, SHI P, et al. Robust H_∞ control for a class of discrete-time Markovian jump systems with time-varying delays based on delta operator [J]. *Circuits, Systems and Signal Processing*, 2009, 27(5): 627 – 6433.
- [60] GAO H, XIE X, YIN S, et al. Stabilization of uncertain discrete time-delayed systems via delta operator approach [C] // *Proceeding of the 9th Asian Control Conference*. Istanbul: IEEE, 2013: 1 – 6.
- [61] ZHAO Z, LIU F, XIE X, et al. Asymptotic stability of bidirectional associative memory neural networks with time-varying delays via delta operator approach [J]. *Neurocomputing*, 2013, 117(6): 40 – 46.
- [62] XIE X, YIN S, GAO H, et al. Asymptotic stability and stabilisation of uncertain delta operator systems with time-varying delays [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2013, 7(8): 1071 – 1078.
- [63] 陈金玉, 肖民卿. 基于连续故障模型的Delta算子系统可靠鲁棒 H_∞ 控制 [J]. 控制与决策, 2009, 24(9): 1394 – 1397.
(CHEN Jinyu, XIAO Mingqing. Reliable robust H_∞ control for Delta operator systems with continuous failure model [J]. *Control and Decision*, 2009, 24(9): 1394 – 1397.)
- [64] 张爱玲, 张端金. Delta算子描述的离散系统故障检测滤波器 [J]. 控制与决策, 2008, 23(3): 273 – 277.
(ZHANG Ailing, ZHANG Duanjin. Fault detection filter for Delta operator formulated discrete time systems [J]. *Control and Decision*, 2008, 23(3): 273 – 277.)
- [65] MENG S, ZHANG D. Fault detection filter design of delta operator systems with control delays [C] // *Proceeding of the 24th Chinese Control and Decision Conference*. Taiyuan: IEEE, 2012: 3414 – 3419.
- [66] ZHANG D, ZHOU H. Fault detection of delta operator formulated networked control systems [C] // *Proceeding of the 25th Chinese Control and Decision Conference*. Guiyang: IEEE, 2013: 1039 – 1043.
- [67] YANG H, SHI P, LI X, et al. Fault-tolerant control for a class of T-S fuzzy systems via delta operator approach [J]. *Signal Processing*, 2014, 98: 166 – 173.
- [68] YANG H, XIA Y, ZHANG J. Generalized finite frequency KYP lemma in delta domain and applications to fault detection [J]. *International Journal of Control*, 2011, 84(3): 511 – 925.
- [69] YANG H, LI X, LIU Z, et al. Fault detection for uncertain fuzzy systems based on the delta operator approach [J]. *Circuits, Systems and Signal Processing*, 2014, 33(3): 733 – 759.
- [70] XIA Y, FU M, YANG H, et al. Robust sliding mode control for uncertain time-delay systems based on delta operator [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(9): 3646 – 3655.
- [71] YANG H, XIA Y, SHI P. Observer-based sliding mode control for a class of discrete systems via delta operator approach [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2010, 347(7): 1199 – 1213.
- [72] CHAN C. Discrete adaptive sliding mode control of a state-space system with a bounded disturbance [J]. *Automatica*, 1998, 34(12): 1631 – 1635.
- [73] YANG H, XIA Y, FU M, et al. Robust adaptive sliding mode control for uncertain delta operator systems [J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2010, 24(8): 623 – 632.
- [74] LIU Y, WANG Y, GAO Z, et al. Optimal sliding mode control for delta operator system [C] // *Proceeding of the 32nd Chinese Control Conference*. Xi'an: IEEE, 2013: 3152 – 3157.
- [75] IWASAKI T, SHIOKATA D. Robust PID control using generalized KYP synthesis: direct open-loop shaping in multiple frequency ranges [J]. *IEEE Control Systems*, 2006, 26(1): 80 – 91.
- [76] YANG H, XIA Y. Low frequency positive real control for delta operator systems [J]. *Automatica*, 2012, 48(8): 1791 – 1795.
- [77] YANG H, XIA Y, SHI P, et al. Stability analysis for high frequency networked control systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(10): 2694 – 2700.
- [78] YANG H, XIA Y, SHI P, et al. Stability of Markovian jump systems over networks via delta operator approach [J]. *Circuits, Systems and Signal Processing*, 2012, 31(1): 107 – 125.
- [79] YANG H, XIA Y, SHI P. Stabilization of networked control systems with nonuniform random sampling periods [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, 21(5): 501 – 926.
- [80] LIZ, YANG H, LI H, et al. Stabilization of networked control systems with actuator saturation via delta operator approach [C] // *Proceeding of the 32nd Chinese Chinese Control Conference*. Xi'an: IEEE, 2013: 6600 – 6604.
- [81] YANG H, XIA Y, SHI P, et al. Guaranteed cost control of networked control systems based on delta operator Kalman filter [J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2013, 27(8): 701 – 717.
- [82] LI H, SUN F, YANG H, et al. Gain scheduling control of delta operator system using network-based measurements [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement*, 2014, 63(3): 538 – 547.

作者简介:

杨洪玖 (1981-), 男, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为网络化控制系统, E-mail: yanghongjiu@ysu.edu.cn;

夏元清 (1971-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为网络化信息处理与控制, E-mail: xia_yuanqing@bit.edu.cn;

李惠光 (1947-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为机器人视觉伺服与控制, E-mail: ydlhg@163.com.