

# 飞翼布局无人机分数阶积分滑模姿态控制

谭 健<sup>1†</sup>, 周 洲<sup>1</sup>, 祝小平<sup>2</sup>, 张 乐<sup>1</sup>

(1. 西北工业大学 无人机特种技术重点实验室, 陕西 西安 710065; 2. 西北工业大学 无人机研究所, 陕西 西安 710065)

**摘要:** 针对存在复合干扰的飞翼布局无人机(UAV)姿态控制问题, 提出了一种基于分数阶积分滑模与双幂次趋近律的姿态跟踪控制方案。结合分数阶微积分及滑模变结构控制理论, 设计了分数阶积分滑模面。为解决传统趋近律收敛时间长和抖振严重等不足, 提出一种具有二阶滑模特性且有限时间收敛的双幂次趋近律。在名义控制律的基础上, 设计super twisting滑模干扰观测器, 实现对复合干扰的估计和补偿, 增强内外环控制器应对复合干扰的鲁棒性。为充分利用冗余操纵面与解决非线性舵效问题, 在飞行控制系统中引入了非线性控制分配环节。仿真结果验证了所提方案的有效性。

**关键词:** 无人机; 分数阶积分; 滑模控制; 双幂次趋近律; super twisting; 干扰观测器; 控制分配

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Attitude control for flying wing unmanned aerial vehicles based on fractional order integral sliding-mode

TAN Jian<sup>1†</sup>, ZHOU Zhou<sup>1</sup>, ZHU Xiao-ping<sup>2</sup>, ZHANG Le<sup>1</sup>

(1. National Key Laboratory of UAV Special Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710065, China;  
2. UAV Research Institute, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710065, China)

**Abstract:** For the attitude control of flying wing unmanned aerial vehicles (UAV) with unknown external disturbances, an attitude tracking control scheme based on fractional order integral sliding mode and dual power reaching law is proposed. Combining fractional order calculus with sliding-mode variable structure control theory, we design a fractional order integral sliding surface. To tackle the problems of long convergence time and serious buffeting of traditional reaching law, we propose a dual power reaching law with second order sliding-mode properties and finite time convergence. Together with the nominal sliding-mode control law, a super twisting sliding-mode disturbance observer is designed to estimate and compensate for disturbances, which improve both the robustness and control performance of the control system. To take full advantage of the redundant control surfaces and improve the nonlinear control efficiency, the nonlinear control allocation is applied in the flight control system. Simulation results show the effectiveness of the proposed control scheme.

**Key words:** UAV; fractional order integral; sliding-mode control; dual power reaching law; super twisting; disturbance observer; control allocation

## 1 引言(Introduction)

大展弦比飞翼布局无人机的稳定性存在很多不足, 具有纵向稳定性弱、航向中立稳定、横航向运动耦合强等一些问题, 而此类无人机作为高空长航时无人机的理想布局形式, 应用在高亚音速下执行运输、轰炸或侦察等任务, 对航迹稳定及姿态控制的精准性要求很高<sup>[1]</sup>。无人机的姿态动力学模型具有非线性、强耦合、多输入多输出等特点, 而且受到复合干扰的影响, 具有良好鲁棒性的非线性控制器得到了重视<sup>[2-3]</sup>。

滑模变结构控制是一种物理实现简单、鲁棒性很强的非线性控制方法, 当系统进入滑动模态运动后,

对干扰具有不变性, 近年来被广泛应用于航空器的姿态控制系统设计中<sup>[4-5]</sup>。为提高控制器的精度与鲁棒性, Chern等在滑模面的设计中引入积分项<sup>[6]</sup>, 由于存在初始误差, 积分滑模面对初始误差的积分会导致超调和较长的调节时间, 使暂态性能恶化, 甚至导致整个控制系统不稳定。分数阶微积分是整数阶微积分理论的推广, 使整数阶微积分的描述能力得到了扩展<sup>[7]</sup>。近年来, 基于分数阶微积分与滑模控制理论而产生的分数阶滑模控制已经得到了一些研究成果。文献[8]设计了永磁同步电机模糊分数阶滑模控制器, 有效地削弱了传统整数阶滑模控制器的抖震, 而且控制器对扰

收稿日期: 2014-06-23; 录用日期: 2015-01-20。

<sup>†</sup>通信作者。E-mail: flight\_control@126.com。

国家自然科学基金项目(11302178)资助。

Supported by National Natural Science Foundation of China (11302178).

动也具有良好的鲁棒性。文献[9]针对挠性航天器姿态跟踪控制问题,在控制器的设计中引入了分数阶微分算子,提出一种具有强鲁棒性的分数阶滑模控制器,数值仿真验证了该控制器的良好控制性能。

为保证滑动模态的实现,高为炳提出了等速趋近律、指数趋近律、幂次趋近律等传统趋近律<sup>[10]</sup>,针对传统趋近律抖振严重和收敛时间长等不足,近年来有学者提出了双幂次趋近律<sup>[11]</sup>,然而文献[11]的双幂次趋近律还存在参数多、收敛时间计算复杂等问题。采用趋近律方法设计无人机姿态控制系统,由于姿态控制模型存在复合干扰,系统状态只能收敛到滑模面的邻域,为保证姿态控制的性能,必须有效抑制复合干扰的影响。采用滑模干扰观测器(SMDO)观测与补偿干扰在控制系统的设计中得到广泛的应用,但SMDO包含符号函数,这样会导致干扰补偿不连续且存在抖振现象。Levant<sup>[12]</sup>提出了super twisting二阶滑模有限时间收敛算法,基于此算法设计的super twisting二阶滑模干扰观测器,将符号函数隐藏在积分项里实现了干扰估计的连续性,不仅避免了抖振造成误差动态系统的不稳定,而且有限时间收敛的特性保证了对复合干扰估计与补偿的实时性。文献[13]在运输机的飞行控制系统中,设计了基于super twisting算法的二阶滑模干扰观测器,实现了对复合干扰的实时估计与补偿且无抖振现象,提高了控制器的鲁棒性。

基于以上分析,对于存在复合干扰的飞翼布局无人机姿态控制问题,为改善传统积分滑模控制导致的大超调和长调节时间,利用分数阶积分对过去逐渐遗忘的特性设计分数阶积分滑模面。为使系统快速无抖振收敛到分数阶滑模面上,提出了一种有限时间收敛具有二阶滑模特性的双幂次趋近律。考虑到扰动的存在,采用super twisting滑模算法设计干扰观测器实现对干扰的估计和补偿。最后在其飞行控制系统中引入了非线性控制分配环节,按照阻力系数最小的优化目标将控制力矩分配到舵面上。数值仿真验证了控制器的良好控制性能。

## 2 分数阶微积分的定义(Definition of fractional order calculus)

分数阶微积分是研究任意阶微分和积分的理论,是将微分和积分从传统的整数阶向非整数阶的推广,用符号 ${}_{t_0}D_t^c$ 表示分数阶微积分算子<sup>[7]</sup>:

$${}_{t_0}D_t^c = \begin{cases} \frac{d^c}{dt^c}, & c > 0, \\ 1, & c = 0, \\ \int_{t_0}^t (d\tau)^c, & c < 0, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $t_0$ 和 $t$ 分别表示算子中的下限和上限, $c \in \mathbb{R}$ 是

算子的阶次。分数阶积分算子 ${}_0I_t^\eta$ 有如下定义:

**定义1** Riemann-Liouville(R-L)分数阶积分算子 ${}_0I_t^\eta$ <sup>[14]</sup>

$${}_0I_t^\eta f(t) = {}_0D_t^{-\eta} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\eta)} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-\eta}} d\tau, \quad (2)$$

其中: $\eta \in (0, 1)$ ,  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\Gamma(\cdot)$ 为gamma函数,且

$$\Gamma(\eta) = \int_0^\infty e^{-u} u^{\eta-1} du. \quad (3)$$

在下文中,利用符号 $D^\eta$ 代替符号 ${}_0D_t^\eta$ 。

## 3 飞翼布局无人机姿态模型(Attitude model of fly wing unmanned aerial vehicles (UAV))

本文研究的大展弦比飞翼布局无人机如图1所示,该无人机无水平尾翼和垂直尾翼,舵面配置为4组8个舵面,舵1为升降舵,舵2舵3为升降副翼,升降副翼是滚转和俯仰复合舵面,舵4为开裂式方向舵。

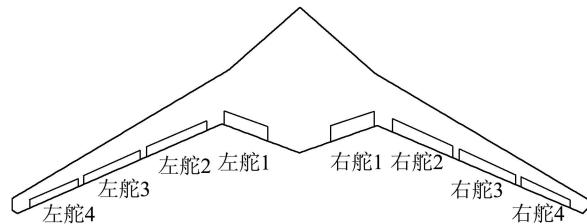


图1 飞翼布局无人机舵面配置

Fig. 1 Flying wing UAV control surfaces configures

忽略飞翼布局无人机弹性振动的影响,且同时考虑建模误差及外部干扰的影响,则飞翼布局无人机的姿态动力学方程为如下包含不确定项的非线性系统:

$$\dot{\Omega} = f_s + g_s \omega + \Delta_s, \quad (4)$$

$$\dot{\omega} = f_f + g_f M_c + \Delta_f, \quad (5)$$

其中: $\Omega = [\alpha \beta \mu]^T$ 为迎角、侧滑角和速度滚转角, $\omega = [p \ q \ r]^T$ 为滚转角速率、俯仰角速率和偏航角速率, $f_s = [f_\alpha \ f_\beta \ f_\mu]^T$ , $f_f = [f_p \ f_q \ f_r]^T$ 为姿态模型精确建模的 $3 \times 1$ 维已知项, $g_s$ 为与无人机状态变量相关的 $3 \times 3$ 维矩阵, $g_f$ 为与无人机惯量矩相关的 $3 \times 3$ 维矩阵, $M_c$ 为 $3 \times 1$ 维舵面控制力矩向量, $\Delta_s$ , $\Delta_f$ 为建模误差及外部干扰等产生的复合干扰,具体表达式为

$$\left\{ \begin{array}{l} f_\alpha = (MV \cos \beta)^{-1} (Mg \cos \mu \cos \gamma - L - T \sin \alpha), \\ f_\beta = (MV)^{-1} (Y + Mg \sin \mu \cos \gamma - T \cos \alpha \sin \beta), \\ f_\mu = (MV)^{-1} (-Mg \cos \gamma \cos \mu \tan \beta + L \tan \beta + L \sin \mu \tan \gamma + Y \cos \mu \tan \gamma \cos \beta + T \sin \alpha \tan \beta + T \sin \alpha \sin \mu \tan \gamma - T \cos \alpha \cos \mu \tan \gamma \sin \beta), \\ g_s = \begin{bmatrix} -\tan \beta \cos \alpha & 1 & -\tan \beta \sin \alpha \\ \sin \alpha & 0 & -\cos \alpha \\ \sec \beta \cos \alpha & 0 & \sec \beta \sin \alpha \end{bmatrix}, \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} f_p = I_{xx}^{-1}[l_{aero} + (I_{yy} - I_{zz})qr], \\ f_q = I_{yy}^{-1}[m_{aero} + (I_{zz} - I_{xx})pr], \\ f_r = I_{zz}^{-1}[n_{aero} + (I_{xx} - I_{yy})pq], \\ g_f = \text{diag}\{I_{xx}^{-1}, I_{yy}^{-1}, I_{zz}^{-1}\}, \\ \Delta_s = \Delta f_s + \Delta g_s \omega + d_s, \\ \Delta_f = \Delta f_f + \Delta g_f M_c + d_f, \end{cases}$$

其中:  $M, V$  为飞翼布局无人机的质量和速度,  $T$  为发动机推力,  $L = QS_w C_L, Y = QS_w C_Y$  为无人机的升力和侧力,  $Q$  为动压,  $S_w$  为机翼参考面积,  $C_L, C_Y$  为无人机升力系数和侧力系数,  $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$  分别为绕机体  $x, y, z$  轴的转动惯量,  $l_{aero}, m_{aero}, n_{aero}$  为无人机非舵面控制力矩在机体坐标轴系  $x, y, z$  3 个方向的分解量,  $\Delta f_s, \Delta f_f, \Delta g_s, \Delta g_f$  为系统的建模误差,  $d_s, d_f$  外部干扰.

式(4)–(5)为无人机姿态控制系统的外回路和内回路, 姿态控制系统的设计目的是考虑复合干扰和舵效非线性, 设计舵偏角指令使无人机跟踪上姿态角指令. 基于多时间尺度划分无人机姿态模型, 鉴于内环的动态响应速率远快于外环, 首先设计外回路控制器以产生内回路控制指令, 然后设计内回路控制器产生舵面控制力矩, 最后采用基于非线性规划方法的非线性控制分配, 将舵面控制力矩分配到舵面上.

#### 4 外回路分数阶积分滑模控制律设计(Fractional order integral sliding mode control law of outside loop)

##### 4.1 外回路分数阶积分滑模面(Fractional order integral sliding mode surface of outside loop)

文献[6]为提高控制器的精度与鲁棒性, 采用了如下的积分滑模面:

$$S = e_s + c_1 \int_0^t e_s(\tau) d\tau, \quad (6)$$

其中:  $e_s = \Omega - \Omega_c, c_1 = \text{diag}\{c_{1,1}, c_{1,2}, c_{1,3}\}$  且各分量大于 0,  $S = [S_1 \ S_2 \ S_3]^T$ . 式(6)所定义的一阶整数积分滑模面, 对姿态跟踪误差的积分为全局积分, 当初始误差比较大时, 对初始误差的积分会导致暂态性能恶化, 尤其是无人机舵面饱和时, 甚至会导致姿态控制系统的不稳定. 为解决这一问题, 本文姿态控制系统外回路设计了一种分数阶积分滑模面:

$$S = e_s + c_1 D^{-\eta_1} e_s, \quad (7)$$

其中  $0 < \eta_1 < 1$ . 从式(7)可看出, 分数阶积分滑模面比一阶整数阶积分滑模面的自由度多一个. 分数阶积分有如下表达式:

$$\begin{aligned} {}_0 D_t^{-\eta_1} e_s &= \frac{1}{\Gamma(\eta_1)} \int_0^t \frac{e_s(\tau)}{(t-\tau)^{1-\eta_1}} d\tau = \\ &= \frac{1}{\Gamma(\eta_1)} \int_0^t \Phi_{\eta_1}(t-\tau) e_s(\tau) d\tau, \quad (8) \end{aligned}$$

其中  $\Phi_{\eta_1}(t-\tau) = \frac{1}{(t-\tau)^{1-\eta_1}}$  为误差积分的权函数, 考虑到权函数的性质

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \Phi_{\eta_1}(t) = +\infty, \quad (9)$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \Phi_{\eta_1}(t) = 0^+. \quad (10)$$

从上式可知分数阶积分具有的物理意义为: 若将积分看成是对量的储存, 分数阶积分对量的储存有记忆, 近则储存, 对过去的量逐渐遗忘. 利用这一性质设计分数阶积分滑模面, 随着时间的推移, 初始误差的积分权重会越来越小, 和常规积分滑模面相比, 可以显著减小超调现象.

##### 4.2 新型双幂次趋近律(New dual power reaching law)

为实现系统状态快速趋近滑模面, 文献[10]提出了如下的指数趋近律:

$$\dot{S} = -k_1 S - k_2 \text{sgn } S, \quad (11)$$

其中  $k_j = \text{diag}\{k_{j,1}, k_{j,2}, k_{j,3}\}$  ( $j = 1, 2$ ), 且各分量大于零. 从指数趋近律的形式可以看出, 当系统状态收敛到滑模面  $S = 0$  时, 滑模面的导数不为零, 使得系统状态重新离开滑模面, 趋近律不具备二阶滑模特性, 造成系统的抖振较大. 如果采用饱和函数代替切换函数, 则又会牺牲系统的鲁棒性. 为实现系统状态快速无抖振趋近滑模面, 本文提出一种具有二阶滑模特性的双幂次趋近律

$$\begin{aligned} \dot{S} = -k_1 \text{diag}\{|S|^{1-\gamma}\} \text{sgn } S - \\ k_2 \text{diag}\{|S|^{1+\gamma}\} \text{sgn } S, \quad (12) \end{aligned}$$

其中:  $\gamma \in (0, 1)$ ,

$$\begin{aligned} \text{diag}\{|S|^{1-\gamma}\} &= \text{diag}\{|S_1|^{1-\gamma}, |S_2|^{1-\gamma}, |S_3|^{1-\gamma}\}, \\ \text{diag}\{|S|^{1+\gamma}\} &= \text{diag}\{|S_1|^{1+\gamma}, |S_2|^{1+\gamma}, |S_3|^{1+\gamma}\}. \end{aligned}$$

当系统状态距离滑模面较近时, 收敛速度主要由式(12)右边第1项决定, 其Lipschitz性质使得收敛速度很快, 当系统状态距离滑模面较远时, 其收敛速度主要由式(12)右边第2项决定, 具有比指数收敛更快的速度, 两项结合可以保证系统状态在趋近滑模面过程中具有较快的收敛速度.

**定理1** 对于新型双幂次趋近律(12), 滑模面  $S$  和导数  $\dot{S}$  在有限时间内收敛到零.

证 由式(12)得

$$dt_i = \frac{dS_i}{-k_{1,i}|S_i|^{1-\gamma} \text{sgn } S_i - k_{2,i}|S_i|^{1+\gamma} \text{sgn } S_i}, \quad (13)$$

其中  $i = 1, 2, 3$ . 式(13)的收敛时间为

$$t_i = \int_0^{|S_i(0)|} \frac{dS_i}{k_{1,i}S_i^{1-\gamma} + k_{2,i}S_i^{1+\gamma}} =$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{|S_i(0)|} \frac{S_i^{r-1} dS_i}{k_{1,i} + k_{2,i} S_i^{2\gamma}} = \\ & \frac{1}{\gamma} \int_0^{|S_i(0)|} \frac{dS_i^\gamma}{k_{1,i} + k_{2,i} S_i^{2\gamma}}. \end{aligned} \quad (14)$$

令  $\sigma_i = S_i^\gamma$ , 式(14)变为

$$\begin{aligned} t_i &= \frac{1}{\gamma} \int_0^{|S_i(0)|^\gamma} \frac{d\sigma_i}{k_{1,i} + k_{2,i} \sigma_i^2} = \\ &= \frac{1}{\gamma \sqrt{k_{1,i} k_{2,i}}} \arctan\left(\sqrt{\frac{k_{2,i}}{k_{1,i}}} |S_i(0)|^\gamma\right). \end{aligned} \quad (15)$$

根据反正切函数  $\arctan(\cdot) \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ , 可得

$$t_i < \frac{\pi}{2\gamma \sqrt{k_{1,i} k_{2,i}}}. \quad (16)$$

可见, 滑模面  $S$  在有限时间内收敛到零, 进一步, 当  $S$  为零时, 由式(12)得,  $\dot{S}$  也为零. 由于  $\dot{S} = 0$ , 系统状态保持在滑模面上, 减小了系统的抖振, 定理得证.

证毕.

**注 1** 文献[11]提出了一种双幂次趋近律, 其形式为  $\dot{S} = -k_1|S|^a \operatorname{sgn} S - k_2|S|^b \operatorname{sgn} S$ , 其中幂次参数为  $0 < a < 1$ ,  $b > 1$ , 和本文提出的双幂次趋近律一样, 这种趋近律的双幂次特性使得不管系统状态是否远离滑模面, 都具有较快的收敛速度, 但是其参数多, 收敛时间计算复杂, 文献[15]给出了其收敛时间的计算公式如下:

$$\begin{aligned} T &= \frac{|S_i(0)|^{1-b}}{1-b} k_{2,i}^{(1-b)/b} \cdot \\ &\quad F\left(1, \frac{b-1}{b-a}; \frac{2b-a-1}{b-a}; -k_{1,i} k_{2,i}^{-1} |S_i(0)|^{a-b}\right), \end{aligned} \quad (17)$$

其中  $F$  为高斯超几何函数. 而本文的双幂次趋近律参数较少, 收敛时间计算较为简单, 根据姿态控制收敛特性的要求选择控制器参数更为方便.

### 4.3 Super twisting滑模干扰观测器(Super twisting sliding mode disturbance observer)

令外回路复合干扰  $\Delta_s = 0$ , 联合式(4)(7)(12)得到外回路的名义滑模控制律为

$$\begin{aligned} \omega_{\text{nor}} &= -g_s^{-1} [f_s - \dot{\Omega}_c + c_1 D^{1-\eta_1} e_s + \\ &\quad k_1 \operatorname{diag}\{|S|^{1-\gamma}\} \operatorname{sgn} S + \\ &\quad k_2 \operatorname{diag}\{|S|^{1+\gamma}\} \operatorname{sgn} S]. \end{aligned} \quad (18)$$

由于外回路(4)具有建模误差和外界干扰等产生的复合干扰, 系统状态只能收敛到滑模面的邻域, 增加如下的扰动控制量以抑制复合干扰的影响:

$$\omega_d = -g_s^{-1} v_s. \quad (19)$$

此时, 姿态控制系统外回路滑模控制律变为

$$\omega_c = \omega_{\text{nor}} + \omega_d. \quad (20)$$

**引理 1** 考虑如下受扰super twisting二阶滑模控制算法<sup>[16]</sup>:

$$\dot{s}(t) + \chi |s(t)|^{1/2} \operatorname{sgn}(s(t)) +$$

$$\zeta \int sgn(s(\tau)) d\tau = \Delta(t), \quad (21)$$

其中: 干扰  $\Delta(t)$  连续可微而且一阶导数有界, 即有  $|\dot{\Delta}(t)| \leq \phi$ ,  $\phi$  为干扰导数的上界,  $s(t)$  为状态,  $\chi$  和  $\zeta$  为常数. 如果  $\chi \geq 1.5\sqrt{\phi}$  且  $\zeta \geq 1.1\phi$ , 则  $s(t)$  和  $\dot{s}(t)$  在有限时间  $t_r$  收敛到零,

$$t_r \leq \frac{7.6s(0)}{\zeta - \phi}. \quad (22)$$

对于无人机姿态控制系统外回路, 如果复合干扰  $\Delta_s = [\Delta_{s,1} \ \Delta_{s,2} \ \Delta_{s,3}]^T$  连续可微且一阶导数有界, 即有  $|\dot{\Delta}_{s,i}| \leq \phi_{s,i}$  ( $i = 1, 2, 3$ ), 构造辅助滑模变量为  $s_s = \Omega - \hat{\Omega}$ , 干扰观测器设计如下:

$$\dot{\hat{\Omega}} = f_s + g_s \omega + v_s. \quad (23)$$

式(4)减去式(23)可得

$$\dot{s}_s = \Delta_s - v_s. \quad (24)$$

如果选择合适的滑模控制, 使得辅助滑模变量以及其导数收敛到零, 则能够通过滑模控制估计复合干扰. 由引理1可得, 采用如下的super twisting滑模控制, 则  $\dot{s}_s = \Delta_s - v_s$  将会在有限时间内收敛到0:

$$v_s = \chi_s \operatorname{diag}\{\sqrt{|s_s|}\} \operatorname{sgn} s_s + \zeta_s \int \operatorname{sgn} s_s dt, \quad (25)$$

其中:

$$\chi_s = \operatorname{diag}\{\chi_{s,1}, \chi_{s,2}, \chi_{s,3}\}, \chi_{s,i} \geq 1.5\sqrt{\phi_{s,i}}$$

$$\zeta_s = \operatorname{diag}\{\zeta_{s,1}, \zeta_{s,2}, \zeta_{s,3}\}, \zeta_{s,i} \geq 1.1\phi_{s,i},$$

$$\operatorname{diag}\{\sqrt{|s_s|}\} = \operatorname{diag}\{\sqrt{|s_{s,1}|}, \sqrt{|s_{s,2}|}, \sqrt{|s_{s,3}|}\}.$$

可以看出super twisting算法通过将不连续切换项  $\operatorname{sgn}$  隐藏在积分里, 因而实现了干扰估计的连续性.

**定理 2** 对于无人机姿态控制系统外回路, 如果复合干扰  $\Delta_s = [\Delta_{s,1} \ \Delta_{s,2} \ \Delta_{s,3}]^T$  连续可微且一阶导数有界, 即有  $|\dot{\Delta}_{s,i}| \leq \phi_{s,i}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). 采用如式(18)–(20)(25)所示基于super twisting滑模干扰观测器的分数阶积分滑模控制器时, 外回路闭环是渐近稳定的.

证 选取Lyapunov函数为

$$V_s = 0.5 S^T S, \quad (26)$$

$$\dot{V}_s = S^T \dot{S} =$$

$$S^T (f_s + g_s \omega_c + \Delta_s - \dot{\Omega}_c + c_1 D^{1-\eta_1} e_s) =$$

$$S^T (\Delta_s - v_s) - S^T k_1 \operatorname{diag}\{|S|^{1-\gamma}\} \operatorname{sgn} S -$$

$$S^T k_2 \operatorname{diag}\{|S|^{1+\gamma}\} \operatorname{sgn} S. \quad (27)$$

已知在有限时间内有  $\Delta_s - v_s = 0$ , 考虑到控制律已实现了各通道间的解耦, 对于单个通道有

$$V_{s,i} = 0.5 S_i^2, \quad (28)$$

$$\dot{V}_{s,i} = -k_{1,i} |S_i|^{2-\gamma} - k_{2,i} |S_i|^{2+\gamma} \leq$$

$$-2^{(2-\gamma)/2} k_{1,i} V_{s,i}^{(2-\gamma)/2} -$$

$$2^{(2+\gamma)/2} k_{2,i} V_{s,i}^{(2+\gamma)/2}. \quad (29)$$

因此, 系统轨迹会在有限时间内到达每一个通道的滑模面  $S_i = 0 (i = 1, 2, 3)$ , 即有  $S = 0$ , 当系统有限时间收敛到分数阶积分滑模面后, 就开始进行滑模运动

$$S = e_s + c_1 D^{-\eta_1} e_s = 0, \quad (30)$$

即有  $e_s = -c_1 D^{-\eta_1} e_s$ , 可得  $D^{\eta_1} e_s = -c_1 e_s$ .

根据分数阶系统稳定性理论可知, 当方程系数  $c_{1,1}, c_{1,2}, c_{1,3} > 0$  时, 有

$$|\arg(-c_{1,i})| > \frac{\eta_1 \pi}{2}. \quad (31)$$

即所设计的分数阶积分滑模面是稳定的, 采用分数阶积分滑模的控制系统能渐进稳定的收敛到零点.

## 5 内回路分数阶积分滑模控制律设计(Fractional order integral sliding mode control law of inner loop)

内回路的控制器设计方法与外回路类似, 直接给出设计结果, 对内回路设计的分数阶积分滑模面为

$$\rho = e_f + c_2 D^{-\eta_2} e_f. \quad (32)$$

分数阶积分滑模控制律设计如下:

$$s_f = \omega - \hat{\omega}, \quad (33)$$

$$v_f = \chi_f \text{diag}\{\sqrt{|s_f|}\} \text{sgn } s_f + \zeta_f \int \text{sgn } s_f dt, \quad (34)$$

$$M_{\text{nor}} = -g_f^{-1}[f_f + c_2 D^{-\eta_2} e_f - \dot{\omega}_c + \lambda_1 \text{diag}\{|\rho|^{1-\gamma}\} \text{sgn } \rho + \lambda_2 \text{diag}\{|\rho|^{1+\gamma}\} \text{sgn } \rho], \quad (35)$$

$$M_d = -g_f^{-1} v_f, \quad (36)$$

$$M_c = M_{\text{nor}} + M_d. \quad (37)$$

式中各变量的定义与外回路类似, 显然, 内回路控制律可实现对连续可微且一阶导数有界复合干扰的有效抑制, 确保姿态控制系统内回路闭环是渐近稳定的.

## 6 非线性控制分配(Nonlinear control allocation)

采用分层结构设计无人机的飞行控制系统, 外回路和内回路控制器设计得到的是滚转、俯仰和偏航方向上的控制力矩, 大展弦比飞翼布局无人机配置有多个舵面, 多舵面布置增加了系统的冗余, 提高了飞控系统的可靠性, 但是多舵面布置也带来了如何协调偏转产生所需控制力矩的问题, 控制分配作为解决上述问题的有效途径, 得到广泛的研究. 目前控制分配的研究大多基于线性舵效模型的假设, 有以下几种方法: 广义逆分配、链式递增分配、动态控制分配、直接分配和线性规划分配方法, 线性舵效模型是真实非线性舵效模型的近似, 当舵效非线性特征非常显著时, 基

于线性舵效模型研究控制分配会带来显著的控制分配误差, 这种分配误差必定会降低整个飞控系统的鲁棒性. 飞翼布局无人机各个舵面非线性舵效特征显著, 需要采用考虑非线性舵效的非线性控制分配方法. 舵面偏转角与控制力矩的非线性映射关系如下:

$$\begin{cases} G(\delta) = M_c, \\ \delta_{\min} \leq \delta \leq \delta_{\max}, \end{cases} \quad (38)$$

其中:  $\delta, \delta_{\min}, \delta_{\max}$  为  $8 \times 1$  维向量,  $\delta$  为无人机 8 个舵面的舵面偏角,  $\delta_{\min}, \delta_{\max}$  为无人机舵面偏角的最小和最大位置约束,  $G(\delta)$  为  $3 \times 1$  维向量, 是与舵面偏角相关的非线性函数.

飞翼布局无人机在不同的任务阶段对诸如雷达反射面积最小、舵面偏转量最低、巡航状态阻力最小等性能指标具有特殊要求, 在实现操纵力矩指令的精确分配外, 还需考虑性能指标的优化. 正常布局飞机舵面偏转附加的气动力一般较小, 可以忽略其影响, 本文的大展弦比飞翼布局无人机由于纵向尺寸较短, 为获得足够的操纵能力, 舵面面积较大, 使舵面在产生操纵力矩的同时还会产生较大的附加气动力, 此外, 飞翼布局无人机还采用新型的开裂式阻力方向舵, 与通过侧力产生偏航操纵力矩的常规侧力方向舵不同, 开裂式阻力方向舵通过舵面偏转所附加的阻力来产生偏航力矩. 开裂式阻力方向舵有如下特点: 双侧舵面偏转相同角度时, 产生的偏航力矩相互抵消, 总偏航操纵力矩为 0, 却会引起较大的阻力. 为此, 本文以姿态控制时舵面附加阻力系数最小为优化目标

$$J = \min \Delta C_D(\delta), \quad (39)$$

其中:  $J$  为优化目标,  $\Delta C_D(\delta)$  为无人机舵面附加阻力系数, 结合约束函数式(38)和优化目标函数式(39), 本文飞翼布局无人机以舵面附加阻力系数最小为优化目标的非线性控制分配问题描述如下:

$$\begin{cases} G(\delta) = M_c, \\ \delta_{\min} \leq \delta \leq \delta_{\max}, \\ J = \min \Delta C_D(\delta). \end{cases} \quad (40)$$

存在非线性舵效与舵面附加力的飞翼布局无人机非线性控制分配问题(40)为一个非线性优化问题, 非线性规划算法是解决非线性优化问题的良好方法, 本文通过文献[17]所提出的非线性规划控制分配方法对这一问题进行求解, 既能够实现舵面控制力矩的精确分配, 又能够实现舵面附加阻力系数最小的优化目标. 具体过程参见文献[17].

## 7 仿真与结果分析(Simulation and result analysis)

### 7.1 仿真参数(Simulation parameters)

飞翼布局无人机质量为 4500 kg, 平均气动弦长为 2.9 m, 参考面积为  $45 \text{ m}^2$ , 标称转动惯量为  $J_{\text{UAV}} =$

$\text{diag}\{39750, 8620, 48630\} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 初始状态为  $V = 0.6 \text{ Ma}$ ,  $\alpha_0 = 1.8^\circ$ ,  $\beta_0 = 0^\circ$ ,  $\mu_0 = 0^\circ$ ,  $p_0 = q_0 = r_0 = 0 \text{ rad/s}$ . 无人机姿态跟踪的目标指令为  $\alpha_c = 5^\circ$ ,  $\beta_c = 4^\circ$ ,  $\mu_c = 3^\circ$ . 设在仿真零时刻开始, 姿态角与角速率量测存在幅值0.05的高斯白噪声, 同时采用滤波器  $\frac{50}{s + 50}$  进行滤波, 转动惯量施加-20%不确定, 气动参数施加-30%的不确定, 施加的时变干扰力矩为

$$\Delta M = 5000 \begin{bmatrix} \sin(2t) + 2 \cos(0.5t) \\ 0.2 \sin(2.5t) + 0.24 \cos(0.8t) \\ \sin(1.5t) + \cos(0.8t) \end{bmatrix}.$$

为了验证本文所提方法的有效性, 现对分数阶积分滑模控制器(FOISM)、普通积分滑模控制器(ISMC)和文献[18]提出的动态逆PID控制器(DIPID)进行仿真对比. DIPID控制器内回路采用动态逆设计飞行控制律, 并在外回路将动态逆与PID控制相结合, DIPID控制律设计如下:

$$\begin{aligned} \omega_c &= -g_s^{-1} [2e_s + 0.1 \int_0^t e_s(\tau) dt + 0.15 \dot{e}_s + f_s], \\ M_c &= -g_f^{-1} (16e_f + f_f). \end{aligned}$$

ISMC与FOISM两种控制方案所选取的控制器参数相同:  $c_1 = c_2 = \text{diag}\{0.5, 0.5, 0.5\}$ ,  $\gamma = 0.5$ ,  $\eta_1 = \eta_2 = 0.1$ ,  $k_1 = k_2 = \text{diag}\{0.2, 0.2, 0.2\}$ ,  $\lambda_1 = \lambda_2 = \text{diag}\{1.2, 1.2, 1.2\}$ ,  $\chi_s = \zeta_s = \text{diag}\{2, 2, 2\}$ ,  $\chi_f = \zeta_f = \text{diag}\{3, 3, 3\}$ .

## 7.2 仿真结果分析(Simulation result analysis)

图2为3种控制方案的姿态角响应曲线, 在具有复合干扰的情况下, FOISM和ISMC两种控制器都跟踪上了控制指令, 而DIPID控制器没有跟踪上控制指令. 本文在设计分数阶积分滑模控制器时, 考虑到复合干扰的存在, 用super twisting滑模干扰观测器来实现对复合干扰的估计与补偿, 如图3所示, FOISM内回路各通道观测器的干扰估计与实际扰动曲线基本重合, 干扰观测器很好的实现了对扰动的估计, 因此FOISM跟踪上了控制指令, 鲁棒性很好. 同理, 采用了super twisting滑模干扰观测器的控制方案ISMC同样也具有良好的鲁棒性, 跟踪上了控制指令. 由于动态逆控制只能补偿系统精确建模的已知项, 无法补偿由建模误差和外界干扰等产生的复合干扰, 虽然DIPID控制器外回路采用了动态逆结合PID控制器, 然而PID控制中的积分项仅对常值干扰具有很好的抑制作用, 对于本文姿态控制系统存在的时变复合干扰, DIPID控制器控制效果很差, 跟踪误差大、超调很大、姿态角振荡且无收敛趋势.

从图2还可看出, 分数阶积分滑模控制器超调很小, 而普通积分滑模控制器超调比较大. 普通积分滑模面在整个时间段里对姿态跟踪误差的积分权重是相同的, 对大的初始误差的积分会导致暂态性能恶化,

超调比较大. 而本文采用了分数阶积分滑模面, 分数阶积分的积分权重在时间段里的分布与分数阶阶次有关, 对误差的积分具有近则储存, 过去的则逐渐遗忘的特点. 通过选择合适的分数阶阶次, 很好地抑制了积分饱和现象, 使得姿态控制系统的超调很小.

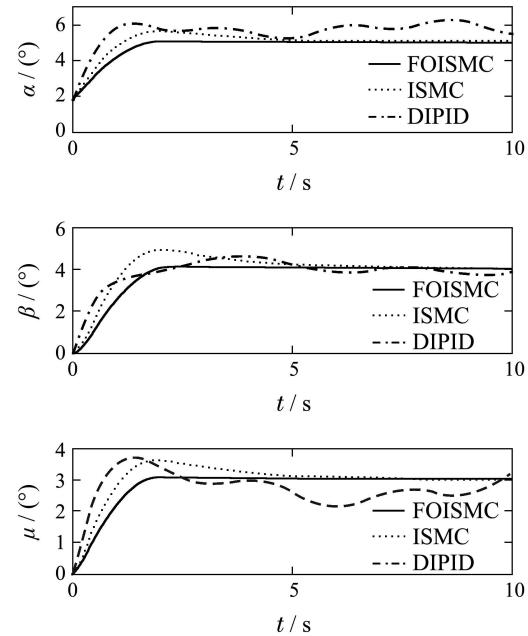


图2 姿态角响应曲线

Fig. 2 Response curves of attitude angle

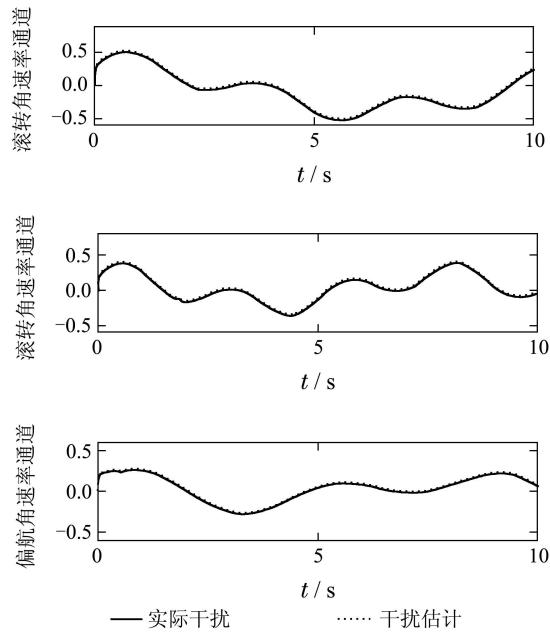


图3 FOISM内回路各通道实际干扰与干扰估计  
Fig. 3 Disturbance and disturbance estimation of FOISM inner loop

图4为采用FOISM的舵面偏角曲线, 本文控制器采用了具有二阶滑模特性的双幂次趋近律, 滑模面有限时间内收敛到  $S = \dot{S} = 0$ , 由于滑模面导数  $\dot{S} = 0$ , 系统状态无离开滑模面的趋势, 减小了系统的抖振,

舵面偏角平滑无抖振。开裂式阻力方向舵产生偏航力矩是以较大的阻力为代价的,从图4可看出,由于非线性控制分配以舵面附加阻力最小为优化目标,左右两侧开裂式阻力方向舵始终单侧偏转,不存在两侧开裂式阻力方向舵同时偏转的现象。开裂式阻力方向舵始

终单侧偏转与规划目标附加阻力系数最小一致,如图5所示,FOISMC舵面附加阻力系数非常小,实现了附加阻力系数最小的优化目标。

综上,本文方案从控制的超调、鲁棒性、稳态跟踪精度、收敛速度都具有较好的效果,达到了设计目的。

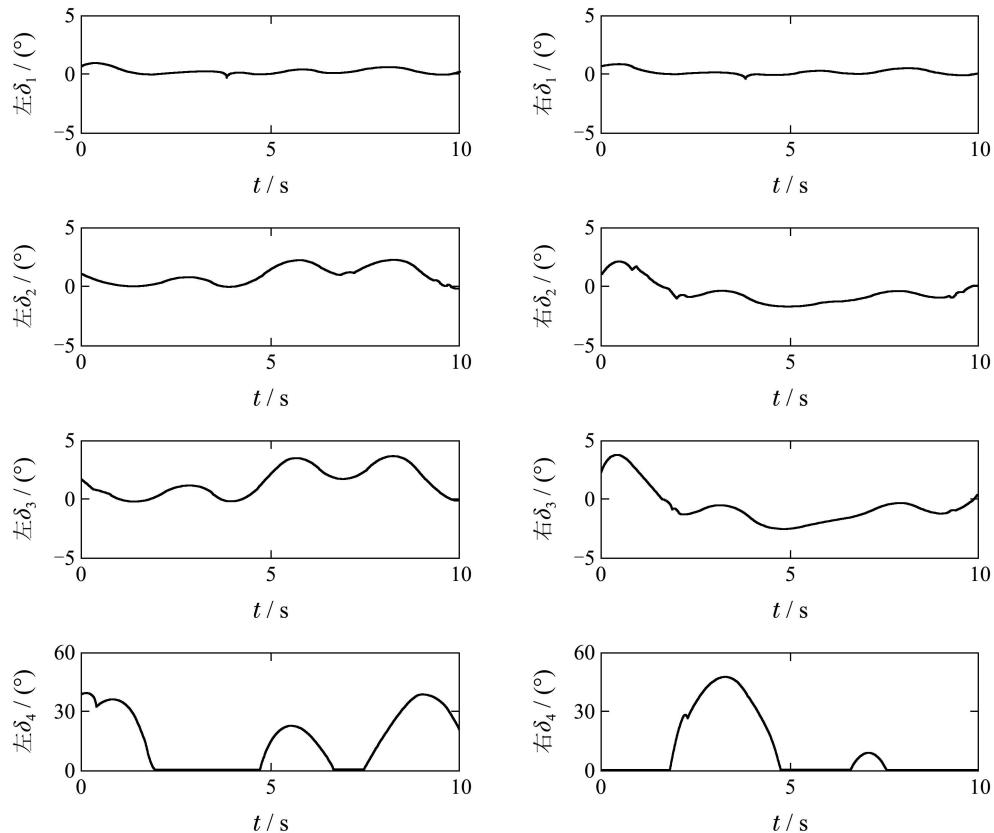


图4 分数阶积分滑模控制器舵面偏角

Fig. 4 Control surfaces deflection of FOISMC

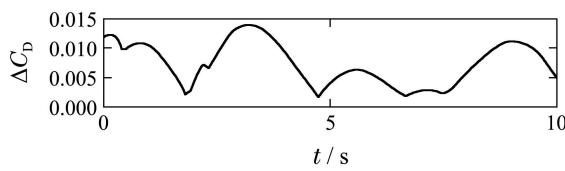


图5 分数阶积分滑模控制器舵面附加阻力系数

Fig. 5 Additional drag coefficient of FOISMC control surfaces

## 8 结论(Conclusions)

针对受扰飞翼布局无人机姿态控制问题,设计分数阶积分滑模面减小了普通积分滑模面的超调现象,采用super twisting滑模干扰观测器实现了对干扰的估计和补偿,提出具有二阶滑模特性且有限时间收敛的双幂次趋近律,姿态跟踪速度快且舵面偏角平滑无抖振,引入非线性控制分配方法,在将期望控制力矩精确分配到无人机舵面的基础上,实现了舵面附加阻力系数最小的优化目标。仿真结果验证了该方案的良好效果。

## 参考文献(References):

- [1] 李林, 马超, 王立新. 大展弦比飞翼构型的横向操纵特性 [J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(10): 1186 – 1190.  
(LI Lin, MA Chao, WANG Lixin. Lateral-directional control characteristics of high aspect-ratio flying wing configurations [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2007, 33(10): 1186 – 1190.)
- [2] BESNARD L, SHTESSEL Y B, LANDRUM B. Quadrotor vehicle control via sliding mode controller driven by sliding mode disturbance observer [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2012, 349(2): 658 – 684.
- [3] MOHAMMADI M, SHAHRI A M. Adaptive nonlinear stabilization control for a quadrotor UAV: theory, simulation and experimentation [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2013, 72(1): 105 – 122.
- [4] 张强, 吴庆宪, 姜长生, 等. 考虑执行器动态和输入受限的近空间飞行器鲁棒可重构跟踪控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(10): 1263 – 1271.  
(ZHANG Qiang, WU Qingxian, JIANG Changsheng, et al. Robust reconfigurable tracking control of near space vehicle with actuator dynamic and input constraints [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(10): 1263 – 1271.)
- [5] KHATRI A K, SINGH J, SINHA N K. Aircraft maneuver design using bifurcation analysis and sliding mode control techniques [J].

- Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012, 35(5): 1435 – 1449.
- [6] CHERN T L, WU Y C. Design of integral variable structure controller and application to electrohydraulic velocity servosystems [J]. *IEE Proceedings D (Control Theory and Applications)*, 1991, 138(5): 439 – 444.
- [7] DELAVARI H, GHADERI R, RANJBAR A, et al. Fuzzy fractional order sliding mode controller for nonlinear systems [J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2010, 15(4): 963 – 978.
- [8] 张碧陶, 皮佑国. 基于分数阶滑模控制技术的永磁同步电机控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(9): 1193 – 1197.  
(ZHANG Bitao, PI Youguo. Fractional order sliding-mode control for permanent magnet synchronous motor [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(9): 1193 – 1197.)
- [9] 邓立为, 宋申民. 基于分数阶滑模的挠性航天器姿态鲁棒跟踪控制 [J]. 航空学报, 2013, 34(8): 1915 – 1923.  
(DENG Liwei, SONG Shenmin. Flexible spacecraft attitude robust tracking control based on fractional order sliding mode [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(8): 1915 – 1923.)
- [10] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1996: 241 – 254.  
(GAO Weibing. *Theory and Design Method for Variable Sliding Mode Control* [M]. Beijing: Science Press, 1996: 241 – 254.)
- [11] 张合新, 范金锁, 孟飞, 等. 一种新型滑模控制双幂次趋近律 [J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 289 – 293.  
(ZHANG Hexin, FAN Jinsuo, MENG Fei, et al. A new double power reaching law for sliding mode control [J]. *Control and Decision*, 2013, 28(2): 289 – 293.)
- [12] LEVANT A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control [J]. *International Journal of Control*, 1993, 58(6): 1247 – 1263.
- [13] ZHANG C, CHEN Z J, WEI C. Sliding mode disturbance observer-based backstepping control for a transport aircraft [J]. *Science China Information Sciences*, 2013, 57(5): 1 – 16.
- [14] AGHABABA M P. Finite-time chaos control and synchronization of fractional-order nonautonomous chaotic (hyperchaotic) systems using fractional nonsingular terminal sliding mode technique [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 69(1/2): 247 – 261.
- [15] YANG L, YANG J Y. Nonsingular fast terminal sliding-mode control for nonlinear dynamical systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, 21(16): 1865 – 1879.
- [16] HALL C E, SHTESSEL Y B. Sliding mode disturbance observer based control for a reusable launch vehicle [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2006, 29(6): 1315 – 1328.
- [17] 王磊, 王立新, 贾重任. 多操纵面飞翼布局作战飞机的控制分配方法 [J]. 航空学报, 2011, 32(4): 571 – 579.  
(WANG Lei, WANG Lixin, JIA Zhongren. Control allocation method for combat flying wing with multiple control surfaces [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011, 32(4): 571 – 579.)
- [18] 谢蓉, 王新民, 李俨. 超机动飞机动态逆-PID控制器设计 [J]. 飞行力学, 2009, 27(2): 67 – 71.  
(XIE Rong, WANG Xinmin, LI Yan. Dynamic inversion-PID controller of a supermaneuverable aircraft [J]. *Flight Dynamics*, 2009, 27(2): 67 – 71.)

### 作者简介:

谭 健 (1989–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为无人机飞行控制, E-mail: flight\_control@126.com;

周 洲 (1966–), 女, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为无人机总体设计, E-mail: zhouchou@nwpu.edu.cn;

祝小平 (1963–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为无人机系统总体设计、控制与制导;

张 乐 (1988–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为无人机气动隐身一体化, E-mail: 568498886@qq.com.