

区间二型随机模糊系统的稳定性分析和控制设计

张彪^{1,2}, 周绍生^{1†}

(1. 杭州电子科技大学 信息与控制研究所, 浙江 杭州 310018; 2. 杭州电子科技大学 理学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 本文主要研究了一类基于T-S模型的区间二型随机模糊系统的稳定性问题. 旨在设计一个状态反馈控制器, 使得闭环系统随机渐近稳定. 利用随机李雅普诺夫方法, 建立了系统随机稳定的充分条件. 利用区间二型模糊集合隶属函数的特性, 引入松弛矩阵, 得到一个保守性更好的稳定性结果. 最后通过两个仿真例子, 验证了所设计方法优势和有效性.

关键词: 区间二型模糊系统; 随机稳定; 松弛矩阵

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Stability analysis and control design for interval type-2 stochastic fuzzy systems

ZHANG Biao^{1,2}, ZHOU Shao-sheng^{1†}

(1. Institute of Information and Control, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou Zhejiang 310018, China;

2. College of Science, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou Zhejiang 310018, China)

Abstract: This paper considers the stabilization problem of a class of T-S model-based interval type-2 stochastic fuzzy systems. The objective is to design a state feedback fuzzy controller such that the closed-loop system is stochastically asymptotically stable. Sufficiency conditions of stochastic stability for the systems are established by using the stochastic Lyapunov approach. Considering the properties of the interval type-2 membership functions, we introduce some slack matrices in order to derive a less conservative result. Finally, two simulation examples are given to illustrate the advantages and effectiveness of the proposed method.

Key words: interval type-2 fuzzy system; stochastic stability; slack matrix

1 引言(Introduction)

作为对传统模糊集合理论的扩展, Zadeh教授在1975年引入了二型模糊集合^[1]. 在最近十年间, 二型模糊集合理论与应用取得了快速发展, 逐渐成为模糊理论的一个新的研究领域^[2-4]. 二型模糊集合是在传统模糊集合基础上进行了扩维处理, 使一个单一的模糊变量由两个不同层次的隶属函数来描述, 其推理和设计的自由度得到了扩展, 因此二型模糊集合具有描述多重不确定信息的能力.

由于区间二型模糊集合既具有二型模糊集合描述不确定性问题的优势, 同时又避免了二型模糊集合运算量过大的问题, 因此目前大多数基于二型模糊集合理论的应用都采用区间二型模糊系统^[5]. 近几年, 区间二型模糊系统的研究已经成为热点^[6-10]. H.K.Lam

利用包含在不确定域中的信息, 引入松弛矩阵, 得到了区间二型T-S模糊系统保守性更好的稳定性条件^[6], 并研究了在不完全匹配条件下区间二型模糊系统的控制器设计问题^[7]; 在文[10]中, 作者利用区间二型模糊集合隶属函数的特性研究了带有时滞的区间二型模糊系统的稳定性问题. 另一方面, 随机干扰在实际中是广泛存在的, 随机系统是指含有内部随机参数、外部随机干扰和观测噪声等随机变量的系统, 随机系统是不确定系统的一种, 是由随机性引起的, 随机系统的研究受到越来越多人的关注^[11-18]. 文献[12]研究了带有时滞的不确定随机系统的控制器设计问题; 在文[14]中, 作者研究了一类不确定Itô随机T-S模糊系统的鲁棒随机镇定问题.

到目前为止还很少有关于区间二型随机模糊系统

收稿日期: 2014-07-14; 录用日期: 2015-04-21.

†通信作者. E-mail: sszhou65@163.com; Tel.: +86 13282126860.

国家重点基础研究“973”计划项目(2012CB821204), 国家自然科学基金项目(61273093, 61333009), 浙江省重点自然科学基金项目(LZ12F03001)资助.

Supported by the “973” Program (2012CB821204), National Natural Science Foundation of China (61273093, 61333009) and National Natural Science Foundation of Zhejiang Province (LZ12F03001).

的研究. 受此启发, 本文主要研究基于T-S模型的区间二型随机模糊系统的稳定性分析和控制器设计. 利用随机李雅普诺夫函数方法得到了随机系统稳定的充分条件. 在这个结果的基础上, 利用区间二型模糊集合上、下隶属函数的特性, 引入松弛矩阵, 得到一个保守性更小的稳定性结果. 最后通过仿真例子, 验证了所设计方法的优势和有效性.

2 预备知识(Preliminaries)

定义 1 给定论域 X , 二型模糊集合 \tilde{A} 由隶属函数 $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$ 表示为

$$\tilde{A} = \{((x, u), \mu_{\tilde{A}}(x, u)) | \forall x \in X, \forall u \in \mathbf{J}_x \subseteq [0, 1]\},$$

$\mu_{\tilde{A}}(x, u)$ 为二型模糊集合的隶属函数且 $0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x, u) \leq 1$, 其中 $x \in X, u \in \mathbf{J}_x \subseteq [0, 1], \mathbf{J}_x$ 表示 x 的主隶属度. 若论域 X 为连续的, \tilde{A} 可表示为

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in \mathbf{J}_x} \frac{\mu_{\tilde{A}}(x, u)}{(x, u)}, \mathbf{J}_x \subseteq [0, 1],$$

如果论域为离散的, 用 \sum 取代公式中的 \int 即可.

定义 2 如果对于每一个 $x \in X$, 任意的 $u \in \mathbf{J}_x \subseteq [0, 1]$, 都满足 $\mu_{\tilde{A}}(x, u) = 1$, 则 \tilde{A} 是区间二型模糊集合. 若论域 X 为连续的, 区间二型模糊集合 \tilde{A} 表示为

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in \mathbf{J}_x} \frac{1}{(x, u)}, \mathbf{J}_x \subseteq [0, 1].$$

定义 3 对于区间二型模糊集合 \tilde{A} 中任一元素 $x = x'$, 以 u 和 $\mu_{\tilde{A}}(x', u)$ 为坐标轴的二维平面称为 $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$ 的一个垂直切面, 一个次隶属函数就是 $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$ 的一个垂直切面, 即 $\mu_{\tilde{A}}(x = x', u)$, 其中: $x' \in X, \forall u \in \mathbf{J}_{x'} \subseteq [0, 1]$, 可以表示为

$$\mu_{\tilde{A}}(x', u) \equiv \mu_{\tilde{A}}(x') = \int_{u \in \mathbf{J}_{x'}} \frac{1}{u}, \mathbf{J}_{x'} \subseteq [0, 1]. \quad (1)$$

定义 4 区间二型模糊集合 \tilde{A} 的次隶属函数的定义域称为主隶属度, 在式(1)中 $\mathbf{J}_{x'}$ 是 x' 的主隶属度.

例 1 图1表示离散型区间二型模糊集合的隶属函数, 从图中可以看出区间二型模糊隶属函数有5个垂直切面, 当 $x = 4$, 其次隶属函数可以表示为

$$\mu_{\tilde{A}}(4) = \frac{1}{0} + \frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.4} + \frac{1}{0.6} + \frac{1}{0.8}.$$

从图1中可以看出:

$$\mathbf{J}_3 = \{0.4, 0.6\},$$

$$\mathbf{J}_1 = \mathbf{J}_2 = \mathbf{J}_4 = \mathbf{J}_5 = \{0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8\}.$$

定义 5 区间二型模糊集合 \tilde{A} 的所有主隶属度 \mathbf{J}_x 的并集称为集合 \tilde{A} 的不确定域. 记作 $\text{FOU}(\tilde{A})$, 如图2中阴影区域所示, 表示为

$$\text{FOU}(\tilde{A}) = \bigcup_{x \in X} \mathbf{J}_x.$$

定义 6 区间二型模糊集合 \tilde{A} 的上隶属函数和下

隶属函数是分别对应于 $\text{FOU}(\tilde{A})$ 边界的两个一型隶属函数. 上隶属函数(UMF)是 $\text{FOU}(\tilde{A})$ 中所有最大隶属度的并集, 记作 $\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)$, 如图2中实线所示. 下隶属函数(LMF)是 $\text{FOU}(\tilde{A})$ 中所有最小隶属度的并集, 记作 $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$, 如图2中虚线所示, 即

$$\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x) \equiv \overline{\text{FOU}}(\tilde{A}), \forall x \in X,$$

$$\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x) \equiv \underline{\text{FOU}}(\tilde{A}), \forall x \in X.$$

区间二型模糊集合的不确定域可以由其上下隶属函数来描述:

$$\text{FOU}(\tilde{A}) = \bigcup_{x \in X} [\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x), \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)].$$

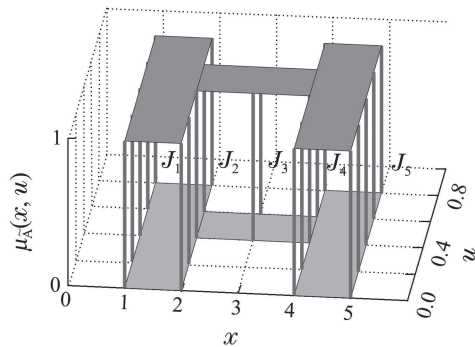


图1 离散型的区间二型模糊集合的隶属函数
Fig. 1 An interval type-2 membership function for discrete universes

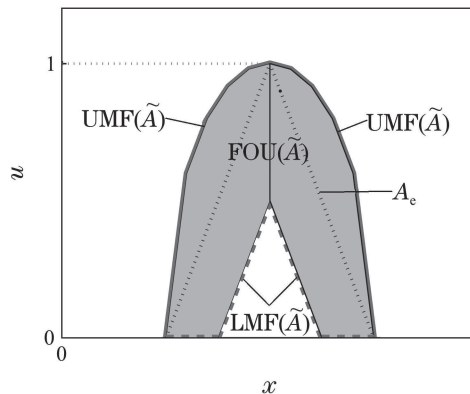


图2 不确定域(阴影区域), 上隶属函数(实线), 下隶属函数(虚线), 内嵌的一型模糊集合(点线)
Fig. 2 FOU (shaded), LMF (dashed), UMF (solid) and an embedded type-1 fuzzy set (dotted)

定义 7 对于离散论域 X , 从区间二型模糊集合 \tilde{A} 中每一个主隶属度 $\mathbf{J}_{x_1}, \dots, \mathbf{J}_{x_N}$ 分别取出一个元素, 即 u_1, \dots, u_N , 其中: $u_1 \in \mathbf{J}_{x_1}, \dots, u_N \in \mathbf{J}_{x_N}$, 且每个元素的次隶属度都为1, 内嵌区间二型模糊集合可表示为

$$\tilde{A}_e = \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{u_i} \right] / x_i, u_i \in \mathbf{J}_{x_i} \subseteq [0, 1], i = 1, \dots, N.$$

定义 8 内嵌二型模糊集合的主隶属度的并集做内嵌一型模糊集合. 对于离散论域 X , 一个内嵌的

一型模糊集合 A_e 有 N 个元素, 即 u_1, \dots, u_N , 其中: $u_1 \in \mathbf{J}_1, \dots, u_N \in \mathbf{J}_N$, 如图 2 中的点线所示, 表示为

$$A_e = \sum_{i=1}^N \frac{u_i}{x_i}, u_i \in \mathbf{J}_{x_i} \subseteq [0, 1].$$

3 系统描述(System description)

考虑区间二型 Itô 随机 T-S 模糊系统模型, 用 IF-THEN 规则描述为

Rule i : IF $f_1(x)$ is $\tilde{M}_1^i, \dots, f_\psi(x)$ is \tilde{M}_ψ^i , THEN

$$dx = (A_i x + B_i u)dt + C_i x d\omega(t), \quad (2)$$

其中: \tilde{M}_α^i 是区间二型模糊集合, 并且 $\alpha = 1, 2, \dots, \psi, i = 1, 2, \dots, p, A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}, B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}, C_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 分别为已知的实常数系数矩阵; $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 是系统的状态变量, $u \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 是控制输入, $\omega(t)$ 表示全概率空间 (Ω, F, P) 上满足 $\{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}$ 的单维纳过程, 则第 i 个模糊规则的激活强度由区间模糊集合 $\tilde{\theta}_i(x)$ 表示如下:

$$\tilde{\theta}_i(x) = [\theta_i^L(x), \theta_i^U(x)], i = 1, 2, \dots, p, \quad (3)$$

其中:

$$\theta_i^L(x) = \prod_{\alpha=1}^p \mu_{\tilde{M}_\alpha^i}(f_\alpha(x)) \geq 0,$$

$$\theta_i^U(x) = \prod_{\alpha=1}^p \bar{\mu}_{\tilde{M}_\alpha^i}(f_\alpha(x)) \geq 0,$$

$\mu_{\tilde{M}_\alpha^i}(f_\alpha(x))$ 和 $\bar{\mu}_{\tilde{M}_\alpha^i}(f_\alpha(x))$ 分别是函数 $f_\alpha(x)$ 上下隶属度, 并且 $\bar{\mu}_{\tilde{M}_\alpha^i}(f_\alpha(x)) \geq \mu_{\tilde{M}_\alpha^i}(f_\alpha(x))$, 所以对于模糊规则 i 有 $\theta_i^U(x) \geq \theta_i^L(x)$. 区间二型随机模糊系统为

$$dx = \sum_{i=1}^p \theta_i(x) [(A_i x + B_i u)dt + C_i x d\omega(t)], \quad (4)$$

其中:

$$\theta_i(x) = \frac{\hat{\theta}_i(x)}{\sum_{i=1}^p \hat{\theta}_i(x)}, \sum_{i=1}^p \hat{\theta}_i(x) = 1,$$

$$\hat{\theta}_i(x) = \theta_i^L(x) \underline{v}_i(x) + \theta_i^U(x) \bar{v}_i(x) \in [0, 1], \quad (5)$$

式中: $\underline{v}_i(x) \in [0, 1], \bar{v}_i(x) \in [0, 1]$ 是非线性函数, 且满足 $\underline{v}_i(x) + \bar{v}_i(x) = 1$.

注 1 区间二型模糊系统的优势是它可以直接处理系统中存在的不确定性^[19]. 从式(5)可以看出, 在系统模型中用非线性函数 $\underline{v}_i(x)$ 和 $\bar{v}_i(x)$ 来描述系统的不确定信息. 同时式(5)也说明了不确定域中的内嵌一型模糊集合的隶属函数可以通过 $\underline{v}_i(x)$ 和 $\bar{v}_i(x)$ 由区间二型模糊集合的上、下隶属函数重构得到, 在文献[6]中, 作者举例阐明了这一点.

运用平行分布补偿原理设计状态反馈控制器, 该控制器的第 j 个规则描述如下:

Rule j : IF $f_1(x)$ is $\tilde{M}_1^j, \dots, f_\psi(x)$ is \tilde{M}_ψ^j , THEN

$$u = K_j x, \quad (6)$$

其中: $K_j \in \mathbb{R}^{m \times n}, j = 1, 2, \dots, p$ 是第 j 个控制规则

的反馈增益. 区间二型模糊控制器被表述为

$$u = \sum_{j=1}^p (\underline{\theta}_j(x) + \bar{\theta}_j(x)) K_j x, \quad (7)$$

其中:

$$\underline{\theta}_j(x) = \frac{\theta_j^L(x)}{\sum_{k=1}^p (\theta_k^L(x) + \theta_k^U(x))} \geq 0,$$

$$\bar{\theta}_j(x) = \frac{\theta_j^U(x)}{\sum_{k=1}^p (\theta_k^L(x) + \theta_k^U(x))} \geq 0,$$

且满足 $\sum_{j=1}^p (\underline{\theta}_j(x) + \bar{\theta}_j(x)) = 1$, 将式(7)代入式(4)得到闭环系统为

$$dx = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i(\underline{\theta}_j + \bar{\theta}_j) (A_i + B_i K_j) x dt + \sum_{i=1}^p \theta_i C_i x d\omega(t). \quad (8)$$

引理 1^[14] 假定存在一个正定函数 $V(x, t) \in C^{2,1}(S_h \times [t_0, \infty); \mathbb{R}_+)$, 对所有的 $(x, t) \in S_h \times [t_0, \infty)$.

1) 如果满足 $\mathcal{L}V(x, t) \leq 0$, 则系统(4)是随机稳定的.

2) 如果 $V(x, t)$ 是有上下界的函数, 且 $\mathcal{L}V(x, t)$ 是负定的, 则系统(4)是随机渐近稳定的.

3) 如果 $V(x, t)$ 是径向无界且有上下界的函数, 且 $\mathcal{L}V(x, t)$ 是负定的, 则系统(4)在大范围内是随机渐近稳定的.

记 $S_h = \{x \in \mathbb{R}^n : |x| < h\}, \mathbb{R}_+ = [0, \infty)$. 给定 $h > 0$, 用 $C^{2,1}(S_h \times \mathbb{R}_+; \mathbb{R}_+)$ 表示所有定义在数域 $S_h \times \mathbb{R}_+$ 上的非负函数 $V(x, t)$ 的集合.

4 稳定性分析(Stability analysis)

当 $u = 0$, 系统(4)可以描述为

$$dx = \sum_{i=1}^p \theta_i A_i x dt + \sum_{i=1}^p \theta_i C_i x d\omega(t). \quad (9)$$

定理 1 区间二型随机模糊系统(9)随机渐近稳定的充分条件是: 存在正定矩阵 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 满足下面的矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} A_i P + P A_i^T & * \\ C_i P & -P \end{bmatrix} < 0, i = 1, 2, \dots, p. \quad (10)$$

证 选取 Lyapunov 函数

$$V(x) = x^T P^{-1} x, \quad (11)$$

其中 $P^{-1} \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0$. 显然 $V(x)$ 是正定的, 同时可知下面 3 个等式成立:

$$V_t = 0, V_x = 2x^T P^{-1},$$

$$V_{xx} = \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial x^T} = 2P^{-1}.$$

由系统方程(9)可知

$$\phi(x) = \sum_{i=1}^p \theta_i A_i x, \psi(x) = \sum_{i=1}^p \theta_i C_i x,$$

则微分算子 \mathcal{L} 沿着式(9)的轨线作用在函数 $V(x)$ 上,得

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V(x) &= \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \phi(x) + \frac{1}{2} \text{tr}[\psi^T(x) \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \psi(x)] = \\ &= 2 \sum_{i=1}^p \theta_i x^T P^{-1} A_i x + \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^p \theta_i \theta_k x^T (C_i^T P^{-1} C_k) x = \\ &= \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^p \theta_i \theta_k x^T (2P^{-1} A_i + C_i^T P^{-1} C_k) x = \\ &= \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^p \theta_i \theta_k x^T (P^{-1} A_i + \frac{1}{2} C_i^T P^{-1} C_k + A_i^T P^{-1} + \frac{1}{2} C_k^T P^{-1} C_i) x \leq \\ &= \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^p \theta_i \theta_k x^T (P^{-1} A_i + \frac{1}{2} C_i^T P^{-1} C_i + A_i^T P^{-1} + \frac{1}{2} C_k^T P^{-1} C_k) x = \\ &= \sum_{i=1}^p \theta_i x^T (P^{-1} A_i + A_i^T P^{-1} + C_i^T P^{-1} C_i) x. \end{aligned} \quad (12)$$

定义 $y = P^{-1}x$, 由式(12)可以得到

$$\mathcal{L}V(x) \leq \sum_{i=1}^p \theta_i y^T E_i y, \quad (13)$$

其中 $E_i = A_i P + P A_i^T + (C_i P)^T P^{-1} C_i P$. 在矩阵不等式(10)中, 由于 $-P < 0$, 应用舒尔补引理得 $E_i < 0$, 可知 $\mathcal{L}V(x) < 0$. 依据引理1, 可以得出系统(9)是随机渐近稳定的. 证毕.

5 控制器设计(Control design)

定理 2 由式(4)(7)构成的区间二型随机闭环系统(8)随机渐近稳定的充分条件是: 存在矩阵 $D_j \in \mathbb{R}^{n \times m}$, 正定矩阵 $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 满足下面的矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} A_i Q + Q A_i^T + B_i D_j + D_j^T B_i^T & Q C_i^T \\ * & -Q \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

其中反馈增益矩阵 $K_j = D_j Q^{-1}$, $j = 1, 2, \dots, p$.

证 选取Lyapunov函数

$$V(x) = x^T P x, \quad (15)$$

其中 $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0$. 由系统方程(8)可知

$$\phi(x) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i (\underline{\theta}_j + \bar{\theta}_j) (A_i + B_i K_j) x,$$

$$\psi(x) = \sum_{i=1}^p \theta_i C_i x,$$

则微分算子 \mathcal{L} 沿式(8)的轨线作用在函数 $V(x)$ 上,得

$$\mathcal{L}V(x) =$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \phi(x) + \frac{1}{2} \text{tr}[\psi^T(x) \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \psi(x)] = \\ & 2x^T P [\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i (\underline{\theta}_j + \bar{\theta}_j) (A_i + B_i K_j) x] + \\ & \frac{1}{2} \text{tr}[(\sum_{i=1}^p \theta_i C_i x)^T 2P (\sum_{k=1}^p \theta_k C_k x)] = \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i (\underline{\theta}_j + \bar{\theta}_j) x^T (2P (A_i + B_i K_j)) x + \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^p \theta_i \theta_k x^T (C_i^T P C_k) x = \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p \theta_i (\underline{\theta}_j + \bar{\theta}_j) \theta_k x^T [2P (A_i + B_i K_j) + C_i^T P C_k] x = \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p \theta_i (\underline{\theta}_j + \bar{\theta}_j) \theta_k x^T [P (A_i + B_i K_j) + (A_i + B_i K_j)^T P + \frac{1}{2} C_i^T P C_k + \frac{1}{2} C_k^T P C_i] x \leq \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p \theta_i (\underline{\theta}_j + \bar{\theta}_j) \theta_k x^T [P (A_i + B_i K_j) + (A_i + B_i K_j)^T P + \frac{1}{2} C_i^T P C_i + \frac{1}{2} C_k^T P C_k] x = \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i (\underline{\theta}_j + \bar{\theta}_j) x^T [P (A_i + B_i K_j) + (A_i + B_i K_j)^T P + C_i^T P C_i] x. \end{aligned} \quad (16)$$

定义 $Q = P^{-1}$, $z = Q^{-1}x$, $K_j = D_j Q^{-1}$, 其中 $D_j \in \mathbb{R}^{n \times m}$, 由式(16)可以得到

$$\mathcal{L}V(x) \leq \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i (\underline{\theta}_j + \bar{\theta}_j) z^T G_{ij} z = z^T \Theta z, \quad (17)$$

其中:

$$\Theta = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i (\underline{\theta}_j + \bar{\theta}_j) G_{ij}, \quad (18)$$

$$G_{ij} = A_i Q + B_i D_j + Q A_i^T + D_j^T B_i^T + (C_i Q)^T Q^{-1} C_i Q. \quad (19)$$

在矩阵不等式(14)中, 由于 $-Q < 0$, 应用舒尔补引理可得 $G_{ij} < 0$. 由此可知 $\mathcal{L}V(x) < 0$, 依据引理1, 可以得出系统(8)是随机渐近稳定的. 证毕.

对于区间二型随机模糊系统(8), 利用上下隶属函数的特性, 引入松弛矩阵, 可以得到保守性更小的稳定性条件.

定理 3 区间二型随机闭环系统(8)随机渐近稳定的充分条件是: 存在与状态变量无关的常量 α_{i1} , β_{i1} , γ_{i1} , α_{i2} , β_{i2} , γ_{i2} , 对于模糊基函数 $\theta_i, \underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i$, $i = 1, \dots, p$, 满足下面不等式:

$$-\theta_i + \alpha_{i1} \underline{\theta}_i + \beta_{i1} \bar{\theta}_i + \gamma_{i1} \geq 0, \quad (20)$$

$$\theta_i - \alpha_{i2} \underline{\theta}_i - \beta_{i2} \bar{\theta}_i + \gamma_{i2} \geq 0. \quad (21)$$

存在矩阵 $Q \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0$, $D_j \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $S_{ij} = S_{ji}^T \in$

$\mathbb{R}^{n \times n}$, $Y_{ij} = Y_{ji}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Z_{ij} = Z_{ji}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $T_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $U_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $W_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 以及对称矩阵 $R_j \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $V_j \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $N_j \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $M_{ij} = M_{ji}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 且 $M_{ij} \geq 0$, 满足下列线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} -S & T & U \\ T^T & -Y & -W \\ U^T & -W^T & -Z \end{bmatrix} < 0, \quad (22)$$

$$S_{ii} - \bar{S}_{ii} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (23)$$

$$Y_{ii} - \bar{Y}_{ii} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (24)$$

$$Z_{ii} - \bar{Z}_{ii} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (25)$$

$$W_{ij} + W_{ij}^T - \bar{W}_{ij} \leq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, p, \quad (26)$$

$$S_{ij} + S_{ij}^T - \bar{S}_{ij} - \bar{S}_{ji} \leq 0, \quad 1 \leq i < j \leq p, \quad (27)$$

$$Y_{ij} + Y_{ij}^T - \bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{ji} \leq 0, \quad 1 \leq i < j \leq p, \quad (28)$$

$$Z_{ij} + Z_{ij}^T - \bar{Z}_{ij} - \bar{Z}_{ji} \leq 0, \quad 1 \leq i < j \leq p, \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_{ij} - T_{ij} - T_{ij}^T & * \\ C_i Q & -Q \end{bmatrix} \leq 0, \quad i, j = 1, \dots, p, \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_{ij} - U_{ij} - U_{ij}^T & * \\ C_i Q & -Q \end{bmatrix} \leq 0, \quad i, j = 1, \dots, p, \quad (31)$$

其中:

$$\bar{S}_{ij} = - \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} M_{kj} + \sum_{k=1}^p \gamma_{k2} M_{ik} + M_{ij} -$$

$$\sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^p \gamma_{k1} \gamma_{l2} M_{kl} - R_j,$$

$$\bar{W}_{ij} = \alpha_{i1} \beta_{j2} M_{ij} + \beta_{j1} \alpha_{i2} M_{ji} + V_i + N_j,$$

$$\bar{T}_{ij} = - \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} \alpha_{j2} M_{kj} + \alpha_{j2} M_{ij} - R_i +$$

$$\sum_{k=1}^p \alpha_{j1} \gamma_{k2} M_{jk} + \alpha_{j1} M_{ji} + V_j +$$

$$A_i Q + Q A_i^T + B_i D_j + D_j^T B_i^T,$$

$$\bar{U}_{ij} = - \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} \beta_{j2} M_{kj} + \beta_{j2} M_{ij} - R_i +$$

$$\sum_{k=1}^p \beta_{j1} \gamma_{k2} M_{jk} + \beta_{j1} M_{ji} + N_j +$$

$$A_i Q + Q A_i^T + B_i D_j + D_j^T B_i^T,$$

$$\bar{Y}_{ij} = \alpha_{i1} \alpha_{j2} M_{ij} + V_j, \quad \bar{Z}_{ij} = \beta_{i1} \beta_{j2} M_{ij} + N_j,$$

$$T = [T_{ij}]_{p \times p}, \quad S = [S_{ij}]_{p \times p}, \quad Y = [Y_{ij}]_{p \times p},$$

$$U = [U_{ij}]_{p \times p}, \quad Z = [Z_{ij}]_{p \times p}, \quad W = [W_{ij}]_{p \times p}.$$

当这些条件都满足时, 反馈增益矩阵可由

$$K_j = D_j Q^{-1}, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (32)$$

求出.

证 由模糊基函数的性质 $\sum_{i=1}^p \theta_i = \sum_{j=1}^p (\underline{\theta}_j + \bar{\theta}_j)$

$= 1$, 可得到 $\sum_{i=1}^p (\theta_i - \underline{\theta}_i - \bar{\theta}_i) = 0$, 因此有

$$\Gamma = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p (\theta_i - \underline{\theta}_i - \bar{\theta}_i) (\theta_j R_j + \underline{\theta}_j V_j + \bar{\theta}_j N_j) = 0, \quad (33)$$

其中: $R_j = R_j^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $V_j = V_j^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $N_j = N_j^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 将上式中的第 1 个等号右边所有项展开得到

$$\begin{aligned} \Gamma = & - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\theta}_i \bar{\theta}_j (N_j + V_i) + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \theta_j R_j + \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \bar{\theta}_j (N_j - R_i) - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \bar{\theta}_i \bar{\theta}_j N_j + \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \underline{\theta}_j (V_j - R_i) - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\theta}_i \underline{\theta}_j V_j. \end{aligned} \quad (34)$$

假定模糊基函数满足不等式(20)-(21), 其中 $\alpha_{i1}, \beta_{i1}, \gamma_{i1}, \alpha_{i2}, \beta_{i2}, \gamma_{i2}$ 是已知的标量. 定义 $M_{ij} \geq 0$ 且 $M_{ij} = M_{ji}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是具有相应维数的对称矩阵, 因此

$$\begin{aligned} \Phi = & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p (-\theta_i + \alpha_{i1} \underline{\theta}_i + \beta_{i1} \bar{\theta}_i + \gamma_{i1}) \times \\ & (\theta_j - \alpha_{j2} \underline{\theta}_j - \beta_{j2} \bar{\theta}_j + \gamma_{j2}) M_{ij} \geq 0. \end{aligned} \quad (35)$$

展开上式中括号右边所有项得到

$$\begin{aligned} \Phi = & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p (-\theta_i \theta_j + \alpha_{j2} \theta_i \underline{\theta}_j + \beta_{j2} \theta_i \bar{\theta}_j - \gamma_{j2} \theta_i) M_{ij} + \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p (\gamma_{i1} \theta_j - \gamma_{i1} \alpha_{j2} \underline{\theta}_j - \gamma_{i1} \beta_{j2} \bar{\theta}_j + \gamma_{i1} \gamma_{j2}) M_{ij} + \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p (\alpha_{i1} \underline{\theta}_i \theta_j - \alpha_{i1} \alpha_{j2} \underline{\theta}_i \underline{\theta}_j - \alpha_{i1} \beta_{j2} \underline{\theta}_i \bar{\theta}_j + \\ & \alpha_{i1} \gamma_{j2} \underline{\theta}_i) M_{ij} + \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p (\beta_{i1} \bar{\theta}_i \theta_j - \beta_{i1} \alpha_{j2} \bar{\theta}_i \underline{\theta}_j - \beta_{i1} \beta_{j2} \bar{\theta}_i \bar{\theta}_j + \\ & \beta_{i1} \gamma_{j2} \bar{\theta}_i) M_{ij} = \\ & - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \theta_j \left[\sum_{k=1}^p \gamma_{k2} M_{ik} - \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^p \gamma_{k1} \gamma_{l2} M_{kl} \right] - \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\theta}_i \bar{\theta}_j [\alpha_{i1} \beta_{j2} M_{ij} + \beta_{j1} \alpha_{i2} M_{ji}] + \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \underline{\theta}_j [\alpha_{j2} M_{ij} + \alpha_{j1} M_{ji}] + \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \bar{\theta}_j [\beta_{j2} M_{ij} + \beta_{j1} M_{ji}] + \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\theta}_i \theta_j \sum_{k=1}^p \alpha_{i1} \gamma_{k2} M_{ik} + \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \bar{\theta}_i \theta_j \sum_{k=1}^p \beta_{i1} \gamma_{k2} M_{ik} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \underline{\theta}_j \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} \alpha_{j2} M_{kj} - \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \bar{\theta}_j \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} \beta_{j2} M_{kj} + \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \theta_j \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} M_{kj} - \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\theta}_i \underline{\theta}_j \alpha_{i1} \alpha_{j2} M_{ij} - \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \bar{\theta}_i \bar{\theta}_j \beta_{i1} \beta_{j2} M_{ij} - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \theta_j M_{ij} = \\
 & - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \theta_j \left[- \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^p \gamma_{k1} \gamma_{l2} M_{kl} + M_{ij} - \right. \\
 & \left. \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} M_{kj} + \sum_{k=1}^p \gamma_{k2} M_{ik} \right] + \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \underline{\theta}_j \left[- \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} \alpha_{j2} M_{kj} + \alpha_{j2} M_{ij} + \right. \\
 & \left. \sum_{k=1}^p \alpha_{j1} \gamma_{k2} M_{jk} + \alpha_{j1} M_{ji} \right] + \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \bar{\theta}_j \left[- \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} \beta_{j2} M_{kj} + \beta_{j2} M_{ij} + \right. \\
 & \left. \sum_{k=1}^p \beta_{j1} \gamma_{k2} M_{jk} + \beta_{j1} M_{ji} \right] - \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\theta}_i \bar{\theta}_j \left[\alpha_{i1} \beta_{j2} M_{ij} + \beta_{j1} \alpha_{i2} M_{ji} \right] - \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\theta}_i \underline{\theta}_j \alpha_{i1} \alpha_{j2} M_{ij} - \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \bar{\theta}_i \bar{\theta}_j \beta_{i1} \beta_{j2} M_{ij}. \tag{36}
 \end{aligned}$$

由式(18)(34)(36)可得

$$\begin{aligned}
 \Theta & \leq \Theta + \Gamma + \Phi = \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \underline{\theta}_j \left[- \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} \alpha_{j2} M_{kj} + \alpha_{j1} M_{ji} + \right. \\
 & \left. \sum_{k=1}^p \alpha_{j1} \gamma_{k2} M_{jk} + \alpha_{j2} M_{ij} + G_{ij} + V_j - R_i \right] + \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \bar{\theta}_j \left[- \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} \beta_{j2} M_{kj} + \beta_{j2} M_{ij} + \right. \\
 & \left. \sum_{k=1}^p \beta_{j1} \gamma_{k2} M_{jk} + \beta_{j1} M_{ji} + G_{ij} + N_j - R_i \right] - \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \theta_j \left[- \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^p \gamma_{k1} \gamma_{l2} M_{kl} - \sum_{k=1}^p \gamma_{k1} M_{kj} + \right. \\
 & \left. \sum_{k=1}^p \gamma_{k2} M_{ik} + M_{ij} - R_j \right] - \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\theta}_i \bar{\theta}_j \left[\alpha_{i1} \beta_{j2} M_{ij} + \beta_{j1} \alpha_{i2} M_{ji} + V_i + N_j \right] - \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \bar{\theta}_i \bar{\theta}_j \left[\beta_{i1} \beta_{j2} (M_{ij} + M_{ij}^T) + N_j \right] -
 \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\theta}_i \underline{\theta}_j \left[\alpha_{i1} \alpha_{j2} (M_{ij} + M_{ij}^T) + V_j \right]. \tag{37}$$

定义 $S_{ij} = S_{ji}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Y_{ij} = Y_{ji}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Z_{ij} = Z_{ji}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $T_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $U_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $W_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 并且满足式(23)–(31). 由式(17)(23)–(31)及式(37)可得

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}V(x) & \leq - \sum_{i=1}^p \theta_i^2 z^T S_{ii} z - \\
 & \sum_{j=1}^p \sum_{i < j} \theta_i \theta_j z^T (S_{ij} + S_{ij}^T) z - \\
 & \sum_{i=1}^p \theta_i^2 z^T Y_{ii} z - \sum_{i=1}^p \bar{\theta}_i^2 z^T Z_{ii} z - \\
 & \sum_{j=1}^p \sum_{i < j} \underline{\theta}_i \underline{\theta}_j z^T (Y_{ij} + Y_{ij}^T) z - \\
 & \sum_{j=1}^p \sum_{i < j} \bar{\theta}_i \bar{\theta}_j z^T (Z_{ij} + Z_{ij}^T) z + \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \theta_j z^T (T_{ij} + T_{ij}^T) z + \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \theta_i \bar{\theta}_j z^T (U_{ij} + U_{ij}^T) z - \\
 & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \underline{\theta}_i \bar{\theta}_j z^T (W_{ij} + W_{ij}^T) z = \\
 & \begin{bmatrix} r \\ s \\ h \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -S & T & U \\ T^T & -Y & -W \\ U^T & -W^T & -Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ s \\ h \end{bmatrix}, \tag{38}
 \end{aligned}$$

其中:

$$r = \begin{bmatrix} \theta_1 z \\ \theta_2 z \\ \vdots \\ \theta_p z \end{bmatrix}, \quad s = \begin{bmatrix} \underline{\theta}_1 z \\ \underline{\theta}_2 z \\ \vdots \\ \underline{\theta}_p z \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 z \\ \bar{\theta}_2 z \\ \vdots \\ \bar{\theta}_p z \end{bmatrix}.$$

由式(38)可知, 如果满足式(22)则 $\mathcal{L}V(x) < 0$. 依据引理1, 可以得出系统(8)是随机渐近稳定的. 证毕.

6 数值实例(Simulation examples)

例 2 考虑两个模糊规则的区间二型随机T-S模糊系统, 其模糊规则描述如下:

Rule i : IF x_1 is \tilde{M}_1^i , THEN

$$dx = (A_i x + B_i u)dt + C_i x d\omega(t), \quad i = 1, 2.$$

已知下列矩阵:

$$\begin{aligned}
 A_1 & = \begin{bmatrix} a & 1.01 \\ 1.0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ b \end{bmatrix}, \\
 A_2 & = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.40 \\ 1.0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \\
 C_1 & = \begin{bmatrix} -0.4 & -0.1 \\ 0.2 & -0.3 \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.8 \\ 0.7 & -0.9 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

其中 $-7 \leq a \leq -4$, $-1.5 \leq b \leq 1$. 假设模糊系统作用在 $x_1 \in [-10, 10]$ 上, 区间二型模糊系统的上、下隶属函数定义如下:

$$\theta_1^L(x_1) = 0.95 - \frac{0.925}{1 + e^{-\frac{(x_1+4.5)}{8}}},$$

$$\theta_1^U(x_1) = 0.95 - \frac{0.925}{1 + e^{-\frac{(x_1+3.5)}{8}}},$$

$$\theta_2^L(x_1) = 1 - \theta_1^U(x_1), \theta_2^U(x_1) = 1 - \theta_1^L(x_1).$$

设 $\underline{v}_i(x_1) = \sin^2(x_1)$, $\bar{v}_i(x_1) = 1 - \underline{v}_i(x_1)$. 令 $\alpha_{i1} = \beta_{i1} = 4$, $\gamma_{i1} = 0.1$, $\alpha_{i2} = \beta_{i2} = 1$, $\gamma_{i2} = -0.5$, 则不等式 (20)–(21) 成立. 由图 3 可以看出系统稳定性条件的保守性通过引入松弛矩阵 R_j, V_j, N_j, M_{ij} 得到了降低.

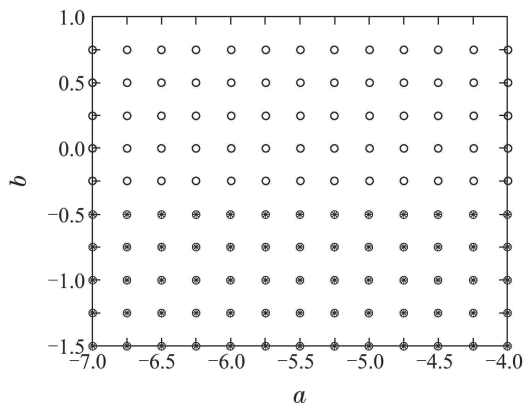


图 3 定理 2, 3 的稳定区域, 定理 2(*), 定理 3(o)

Fig. 3 Stability regions for Theorem 2 (*) and Theorem 3 (o)

例 3 考虑区间二型随机模糊系统(8), 其中 $p = 2$, 已知下列矩阵:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 1.01 \\ 1.0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.40 \\ 1.0 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -0.4 & -0.1 \\ 0.2 & -0.3 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.8 \\ 0.7 & -0.9 \end{bmatrix}.$$

区间二型模糊系统的上、下隶属函数定义如下:

$$\theta_1^L(x_1) = 0.95 - \frac{0.925}{1 + e^{-\frac{(x_1+4.5)}{8}}},$$

$$\theta_1^U(x_1) = 0.95 - \frac{0.925}{1 + e^{-\frac{(x_1+3.5)}{8}}},$$

$$\theta_2^L(x_1) = 0.025 + \frac{0.925}{1 + e^{-\frac{(x_1-4.5)}{8}}},$$

$$\theta_2^U(x_1) = 0.025 + \frac{0.925}{1 + e^{-\frac{(x_1-3.5)}{8}}}.$$

设 $\underline{v}_i(x_1) = 0.5$, $\bar{v}_i(x_1) = 0.5$. 令 $\alpha_{i1} = \beta_{i1} = 5$, $\gamma_{i1} = -0.116$, $\alpha_{i2} = \beta_{i2} = 0.01$, $\gamma_{i2} = 0.1422$, 则不等式 (20)–(21) 成立. 使用 MATLAB LMI 工具箱求解定理 3

中的稳定性条件, 得到如下可行解:

$$D_1 = [270.6682 \quad 110.7527],$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.0102 & -0.0030 \\ -0.0030 & 0.0118 \end{bmatrix},$$

$$D_2 = [268.6851 \quad 108.5405].$$

由 $K_j = D_j Q^{-1}$, $j = 1, 2$, 得出系统的状态反馈增益矩阵:

$$K_1 = [2.7561 \quad 0.4393], K_2 = [2.6858 \quad 0.4739].$$

为了说明定理 3 的结果, 这里给出 2 个仿真图. 即图 4–5. 下面给出一些仿真的初始参数: 系统的初始状态为 $x_1(0) = -0.5$, $x_2(0) = 0.8$, 仿真时间为 $t \in [0, T]$, 其中 $T = 25$. 扰动变量 $\delta t = T/N$, $N = 2^7$, 步长 $\Delta t = R\delta t$, $R = 2$.

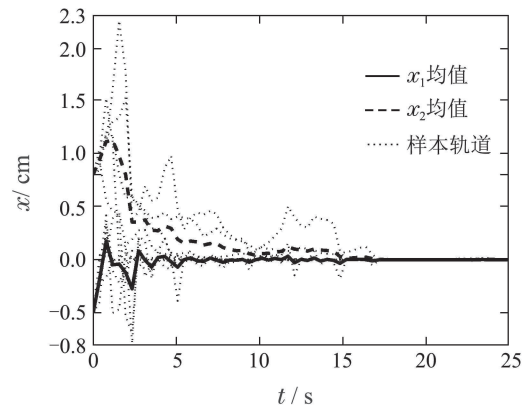


图 4 x_1 和 x_2 沿 5 条 Wiener 过程路径的响应曲线
Fig. 4 State responses of x_1 and x_2 along 5 paths of Wiener process

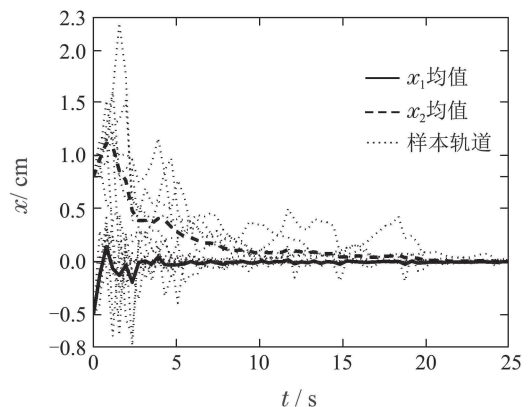


图 5 x_1 和 x_2 沿 10 条 Wiener 过程路径的响应曲线
Fig. 5 State responses of x_1 and x_2 along 10 paths of Wiener process

7 小结(Conclusions)

本文主要研究了一类基于 T-S 模型的区间二型随机模糊系统的稳定性问题. 依据 Itô 随机稳定性理论, 以线性矩阵不等式的形式给出系统稳定的充分条件. 在这个结果的基础上, 利用区间二型模糊集合隶属函

数的特性,引入松弛矩阵,得到系统的稳定性条件,此结果和前面的结果相比具有更好的保守性.最后的仿真例子进一步说明了这一点.

参考文献(References):

- [1] ZADEH L A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-1 [J]. *Information Sciences*, 1975, 8(3): 199 – 249.
- [2] MENDEL J M, JOHN R I B. Type-2 fuzzy sets made simple [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2002, 10(2): 117 – 127.
- [3] AZAR A T. Overview of type-2 fuzzy logic systems [J]. *International Journal of Fuzzy System Applications*, 2012, 2(4): 1 – 28.
- [4] MENDEL J M. Type-2 fuzzy sets and systems: an overview [J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2007, 2(1): 20 – 29.
- [5] MENDEL J M, JOHN R I, LIU F. Interval type-2 fuzzy logic systems made simple [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2006, 14(6): 808 – 821.
- [6] LAM H K, SENEVIRATNE L D. Stability analysis of interval type-2 fuzzy-model-based control systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2008, 38(3): 617 – 628.
- [7] LAM H K, LI H, DETERS C, et al. Control design for interval type-2 fuzzy systems under imperfect premise matching [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(2): 956 – 968.
- [8] WANG T, CHEN Y, TONG S. Fuzzy reasoning models and algorithms on type-2 fuzzy sets [J]. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control ICIC International*, 2008, 4(10): 2451 – 2460.
- [9] BIGLARBEGLIAN M, MELEK W W, MENDEL J M. On the stability of interval type-2 TSK fuzzy logic control systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2010, 40(3): 798 – 818.
- [10] SHENG L, MA X. Stability analysis and controller design of interval type-2 fuzzy systems with time delay [J]. *International Journal of Systems Science*, 2014, 45(5): 977 – 993.
- [11] XU S, CHEN T. H_∞ output feedback control for uncertain stochastic systems with time-varying delays [J]. *Automatica*, 2004, 40(12): 2091 – 2098.
- [12] CHEN Y, XUE A, ZHOU S, et al. Delay-dependent robust control for uncertain stochastic time-delay systems [J]. *Circuits Systems Signal Processing*, 2008, 27(4): 447 – 460.
- [13] WU H, BAI M. Stochastic stability analysis and synthesis for nonlinear fault tolerant control systems based on the TS fuzzy model [J]. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2010, 6(9): 3989 – 4000.
- [14] ZHOU S, REN W, LAM J. Stabilization for T-S model based uncertain stochastic systems [J]. *Information Sciences*, 2011, 181(4): 779 – 791.
- [15] ZHOU S, LAM J, ZHENG W. Control design for fuzzy systems based on relaxed nonquadratic stability and H_∞ performance conditions [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2007, 15(2): 188 – 199.
- [16] HUANG L, MAO X. Robust delayed-state-feedback stabilization of uncertain stochastic systems [J]. *Automatica*, 2009, 45(5): 1332 – 1339.
- [17] NIU Y, WC H D, LAM J. Robust integral sliding mode control for uncertain stochastic systems with time-varying delay [J]. *Automatica*, 2005, 41(5): 873 – 880.
- [18] ZHANG B, XU S, ZONG G, et al. Delay-dependent stabilization for stochastic fuzzy systems with time delays [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2007, 158(20): 2238 – 2250.
- [19] 生龙, 马晓雨, 张健. 自主平行泊车系统的二型模糊控制器设计 [J]. *控制工程*, 2013, 20(2): 231 – 234.
(SHENG Long, MA Xiaoyu, ZHANG Jian. Design of type-2 fuzzy controller for autonomous parallel parking on bumpy road [J]. *Control Engineering of China*, 2013, 20(2): 231 – 234.)

作者简介:

张彪 (1987-), 男, 硕士, 研究方向为非线性系统分析与设计,

E-mail: biao Zhang163@163.com;

周绍生 (1965-), 男, 博士, 教授, 研究方向为非线性系统、随机

系统、量子系统的分析与设计, E-mail: sszhou65@163.com.