

线性电机伺服系统的自适应鲁棒控制

张扬名¹, 闫 鹏^{1,2†}

(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191; 2. 山东大学 机械工程学院, 山东 济南 250061)

摘要: 通过对一类音圈电机直驱式精密伺服系统运动控制问题的研究, 在只考虑系统标称模型的情况下, 采用分数阶形式的趋近律, 得到了一种有限时间滑模控制算法; 与此同时, 当系统存在参数不确定和外界干扰的情况下, 将有限时间滑模控制方法和自适应控制理论相结合, 构造了一种自适应滑模控制律. 另一方面, 本文还考虑了系统具有输入饱和约束的情况, 通过引入一个辅助系统, 进而设计了一种自适应抗饱和控制律. 而且, 文中对闭环系统的稳定性进行了证明. 最后, 仿真和实验对所提出控制策略的有效性和伺服精度进行了对比、分析和验证.

关键词: 有限时间控制; 高精度伺服系统; 自适应控制系统; 滑模控制; 输入饱和; 运动控制

中图分类号: TP29 文献标识码: A

Adaptive robust control for linear motor servo systems

ZHANG Yang-ming¹, YAN Peng^{1,2†}

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. School of Mechanical Engineering, Shandong University, Jinan Shandong 250061, China)

Abstract: A high precision linear servo system for the voice coil motor (VCM) is studied. The nominal system model without uncertainties is first investigated, for which a finite-time sliding-mode control algorithm is developed based on the fractional-order reaching law. An adaptive sliding-mode control strategy is further designed by combining the finite-time sliding mode control approach with adaptive control theory for the case with parameter uncertainties and external disturbances. Considering the actuator saturation problem frequently occurred in such systems, we propose an adaptive anti-windup control structure by introducing an auxiliary design system on top of the adaptive sliding-mode algorithm. The stability of the closed loop systems with the proposed control architecture is proved. Finally, computer simulations and real time control experiments are performed to validate the proposed design. Comparisons of various algorithms are also provided and analyzed.

Key words: finite-time control; high precision servo system; adaptive control systems; sliding-mode control; input saturation; motion control

1 引言(Introduction)

现代精密机电系统对其运动和操控的精度要求越来越高^[1], 并在各类新兴工业领域和高端仪器装备等方面得到了重要的应用. 为了满足这类自动控制系统对运动精度、稳定性、快速响应以及鲁棒性的需求, 许多基于控制理论的伺服算法得到了深入的研究. 采用内模控制设计思想, 文献[2-3]提出了一种基于内模的跟踪控制方法. 针对并联机床电机伺服系统, 文献[4-5]中提出了一种参数优化的PID算法. 在考虑摩擦力的情况下, 一种自适应摩擦补偿方法被有效用于一类机电伺服系统^[6]. 在伺服电机低速运行的时候, 为了克服各种影响系统控制性能的因素, 文献[7]中提

出了一种基于扰动转矩观测器的控制方法. 文献[8-9]基于摩擦动力学模型, 设计了一种鲁棒控制器. 为了提高收敛速度, 文献[10]将扩张状态观测器和有限时间控制相结合, 得到了一种复合控制方法. 在上述大部分参考文献中, 控制律的设计都要依赖于电机伺服系统的精确模型. 然而, 在实践工程应用中, 由于受到测量传感器精度的限制, 以及外界干扰, 系统的精确模型很难获得.

另一方面, 如参考文献[11-16]虽然考虑了系统参数的不确定, 但是这些控制律只能达到渐近收敛, 也就是从理论上来说, 只有当时间趋于无穷大的时候, 系统才能获得最佳的运动性能. 因此, 提高系统的响

收稿日期: 2014-08-13; 录用日期: 2014-11-04.

†通信作者. E-mail: yanpeng@buaa.edu.cn.

国家自然科学基金项目(61327003), 中央高校基础科研业务经费项目(10062014YWF-14-ZDHXY-018)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61327003) and Fundamental Research Funds for the Central Universities (10062014YWF-14-ZDHXY-018).

应速度也许仍然是一个问题。

为了克服上述的问题,尤其是考虑超精密直线驱动伺服系统对性能的苛刻要求以及实际工程应用中遇到的问题,本文提出了3种适应于不同条件下的控制策略.在系统参数不确定的情况下,采用自适应控制技术来估计未知的参数,并结合滑模控制的设计思想,设计了一种新型的自适应滑模控制律.而且,为了消除滑模控制带来的机电系统抖动问题,本文提出了一种分数阶形式的趋近律,该趋近律使得系统的跟踪误差在只考虑标称模型的情况下,能在有限时间收敛到零.同时,本文所提出的跟踪控制律有效考虑了外界未知干扰的影响,具有较好的抗干扰特性.另一方面,

面对工程应用中执行器饱和的问题,本文又提出了一种自适应抗饱和控制算法.最后,通过跟踪不同的轨迹,验证了本文所提出方法的有效性.

2 问题描述(Problem description)

本文考虑了一类直线驱动精密伺服系统的跟踪控制问题.在本文中如图1所示,该伺服系统以双自由度移动线圈式音圈电机为执行机构,以Micro-E公司高精度直线光栅作为位置传感器.该系统以电流驱动执行机构进行精密运动,采用自行研制的高带宽电流驱动模块(带内置模拟电流环路)产生控制电流.实验平台以xPCTarget和dSPACE高速数据采集卡组成实时控制的快速成型系统.

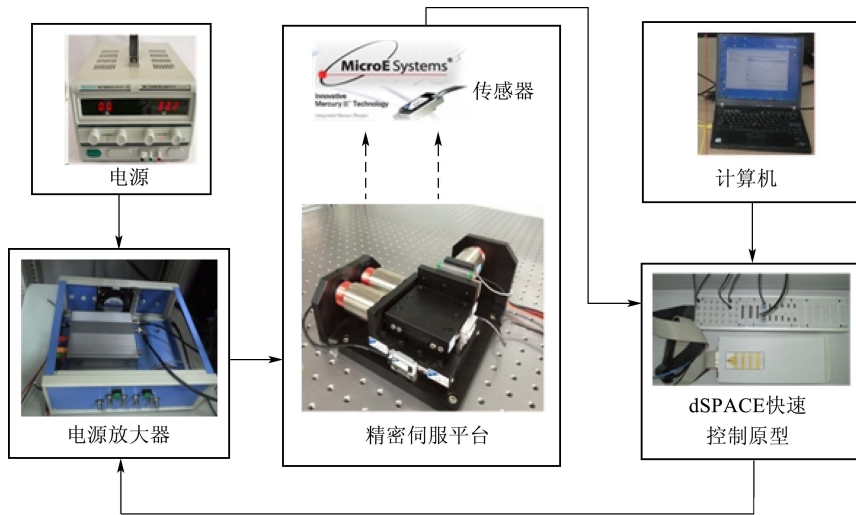


图1 线性电机伺服系统

Fig. 1 Linear motor servo system

基于该线性电机伺服系统的结构特点和实际工作情况,其系统动力学方程^[2-3]可以写成

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F + d_z, \quad (1)$$

式中: x , \dot{x} 和 \ddot{x} 分别为电机的位移、速度和加速度, M 为实际运动质量, C 为等效阻尼系数, K 为等效刚度, F 为音圈电机所产生的驱动力, d_z 表示如库伦摩擦力和涡流损耗等未知的非线性干扰; 其中: $F = K_F I_x = K_F K_{u_i} u$, K_F 表示音圈电机的力常数, I_x 为提供给音圈电机的电流, K_{u_i} 为直流常数, u 表示控制输入. 由式(1), 该电机伺服系统的动力学模型可以变成

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = K_F K_{u_i} u + d_z. \quad (2)$$

面对实际的应用中,由于外界干扰以及传感器测量精度的制约,笔者很难获得系统的精确模型.在这里,首先给出下列假定.

假设1 等效阻尼系数 $C = C_0 + \Delta C$, 其中 C_0 是已知的系统标称阻尼系数, ΔC 为一阶可微的不

确定项.

假设2 等效刚度 $K = K_0 + \Delta K$, 其中: K_0 是已知的系统标称刚度, ΔK 是一阶可微的不确定项.

根据以上的假设,由式(2)可以得到

$$M\ddot{x} + (C_0 + \Delta C)\dot{x} + (K_0 + \Delta K)x = K_F K_{u_i} u + d_z. \quad (3)$$

将式(3)两边同时除以 M , 那么

$$\ddot{x} + \left(\frac{C_0}{M} + \frac{\Delta C}{M}\right)\dot{x} + \left(\frac{K_0}{M} + \frac{\Delta K}{M}\right)x = \frac{K_F K_{u_i}}{M} u + \frac{d_z}{M}. \quad (4)$$

选择 $x_1 = x$ 和 $x_2 = \dot{x}_1 = \dot{x}$ 作为系统的状态变量, 可得

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -A_1 x_1 - A_2 x_2 - a_1 x_1 - \\ \quad a_2 x_2 + bu + d, \end{cases} \quad (5)$$

$$y = x_1, \quad (6)$$

式中: $A_1 = \frac{K_0}{M}$, $A_2 = \frac{C_0}{M}$ 和 $b = \frac{K_F K_{u_i}}{M}$ 是已知参数, 而 $a_1 = \frac{\Delta K}{M}$, $a_2 = \frac{\Delta C}{M}$ 和 $d = \frac{d_z}{M}$ 是未知参数.

假设3 非线性未知干扰 d 满足 $|d| \leq D$, 其中 D 是未知参数.

令 $y_d(t)$ 表示给定的参考轨迹, t 表示时间, 且 $y_d(t)$ 的一阶导 $\dot{y}_d(t)$ 和二阶导数 $\ddot{y}_d(t)$ 都存在. 本文的目的就是设计一个控制输入 u 使得输出 y 尽量精确地跟踪参考轨迹 y_d .

3 控制律设计(Control law design)

在这部分, 本文设计了3种不同的控制律. 为了方便使用, 根据线性电机伺服系统(5)–(6), 首先定义跟踪误差 e 为

$$e = y_d - y = y_d - x_1. \quad (7)$$

由式(7), 可以得到速度误差 \dot{e} 为

$$\dot{e} = \dot{y}_d - \dot{x}_1 = \dot{y}_d - x_2. \quad (8)$$

由式(8), 又可以得到加速度误差 \ddot{e} 为

$$\ddot{e} = \ddot{y}_d - \dot{x}_2, \quad (9)$$

其中: y_d 为系统的参考轨迹, x_1, x_2 和 \dot{x}_2 分别表示系统运动的位移、速度和加速度.

引理1 如果 $\phi, \dot{\phi}$ 有界, 且 ϕ 是绝对可积, 那么 $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t) = 0$ ^[17].

3.1 有限时间滑模控制(Finite-time sliding mode control)

为了设计该伺服系统的有限时间滑模跟踪控制律, 首先给出相关的引理.

引理2 一阶线性系统

$$\dot{z} = u_1 \quad (10)$$

可被下列控制律在有限时间内镇定, 即

$$u_1 = -z - \alpha z - \beta z^{q_0/p_0}, \quad (11)$$

其中: $x \in \mathbb{R}$ 为状态变量, $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $p_0 > 0$, $q_0 > 0$ 都是正奇数, 且满足 $q_0/p_0 < 1$.

证 将式(11)代入式(10), 可得

$$\dot{z} = -z - \alpha z - \beta z^{q_0/p_0}. \quad (12)$$

由式(12), 可得

$$z^{-\frac{q_0}{p_0}} \frac{dz}{dt} + (1 + \alpha)z^{1-q_0/p_0} = -\beta. \quad (13)$$

令 $y_1 = z^{1-\frac{q_0}{p_0}}$, 则 $\frac{dy_1}{dt} = \frac{p_0 - q_0}{p_0} z^{-q_0/p_0} \frac{dz}{dt}$, 那么式(13)可以写成

$$\frac{dy_1}{dt} + \frac{p_0 - q_0}{p_0} (1 + \alpha)y_1 = \frac{p_0 - q_0}{p_0} \beta. \quad (14)$$

根据一阶线性微分方程 $\frac{dy_1}{dz} + P(z)y_1 = Q(z)$ 的通解为

$$y_1 = e^{-\int P(z)dz} \left(\int Q(z)e^{P(z)dz} dz + C_1 \right). \quad (15)$$

由于当 $t = 0$ 时, $C_1 = y_1(0)$, 从而

$$y_1 = e^{-\frac{p_0 - q_0}{p_0} (1 + \alpha)t} \left(\int_0^t -\frac{p_0 - q_0}{p_0} \times \beta e^{\frac{p_0 - q_0}{p_0} (1 + \alpha)t} dt + y_1(0) \right) = -\frac{\beta}{1 + \alpha} + \frac{\beta}{1 + \alpha} e^{-\frac{p_0 - q_0}{p_0} (1 + \alpha)t} + y_1(0) e^{-\frac{p_0 - q_0}{p_0} (1 + \alpha)t}. \quad (16)$$

又当 $z = 0$ 时, $y_1 = 0$ 且 $t = t_s$, 上式可变成

$$e^{\frac{p_0 - q_0}{p_0} (1 + \alpha)t_s} = \frac{\beta + (1 + \alpha)y_1(0)}{\beta}. \quad (17)$$

因此, 从式(17), 可以求得在滑动模态上从任意初始状态 $z(0) \neq 0$ 收敛到平衡状态 $z = 0$ 时的时间为

$$t_s = \frac{p_0}{(1 + \alpha)(p_0 - q_0)} \ln \frac{(1 + \alpha)z(0)^{\frac{p_0 - q_0}{p_0}} + \beta}{\beta}.$$

另一方面, 为了分析系统(12)的稳定性, 可以选取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} z^2, \quad (18)$$

那么, V 沿着系统轨迹(18)的导数为

$$\dot{V} = z\dot{z} = z(-z - \alpha z - \beta z^{q_0/p_0}) = -z^2 - \alpha z^2 - \beta z^{\frac{q_0 + p_0}{p_0}}. \quad (19)$$

由于 p_0 和 q_0 都是正奇数, 所以

$$\dot{V} \leq 0. \quad (20)$$

很显然, 平衡点是系统的唯一平衡点. 证毕.

若系统的不确定项 $\Delta C = 0$ 和 $\Delta K = 0$, 且未知干扰 $d_z = 0$. 那么系统动力学方程(5)可以改写成

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -A_1 x_1 - A_2 x_2 + bu. \end{cases} \quad (21)$$

根据系统(21)的特点, 本文将滑模函数设计为

$$s = ce + \dot{e}, \quad (22)$$

这里 c 为正数. 式(22)沿着轨迹(21)对时间求导, 可得

$$\dot{s} = c\dot{e} + \ddot{e} = c\dot{e} + \ddot{y}_d + A_1 x_1 + A_2 x_2 - bu. \quad (23)$$

另一方面, 为了消除滑模控制的抖动, 一种新型分数阶趋近律设计成

$$\dot{s} = -s - \alpha_1 s - \beta_1 s^{q_1/p_1}, \quad (24)$$

式中: α_1 与 β_1 是正常数, q_1 和 p_1 是正奇数, 且 q_1/p_1

< 1. 联立式(23)与式(24), 可得

$$\begin{aligned} c\dot{e} + \ddot{y}_d + A_1x_1 + A_2x_2 - bu = \\ -s - \alpha_1s - \beta_1s^{q_1/p_1}, \end{aligned} \quad (25)$$

从而

$$\begin{aligned} u = \frac{1}{b}(c\dot{e} + \ddot{y}_d + A_1x_1 + A_2x_2 + \\ s + \alpha_1s + \beta_1s^{q_1/p_1}). \end{aligned} \quad (26)$$

定理 1 考虑标称线性电机伺服系统(21), 通过设计有限时间滑模控制律(26), 使得闭环系统在有限时间内稳定, 并且跟踪误差将最终收敛到零.

证 可以选择Lyapunov函数

$$V = \frac{1}{2}s^2. \quad (27)$$

沿着轨迹(21), 对式(27)取导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = s\dot{s} = s(-s - \alpha_1s - \beta_1s^{q_1/p_1}) = \\ -s^2 - \alpha_1s^2 - \beta_1s^{(p_1+q_1)/p_1}. \end{aligned} \quad (28)$$

又因为 $\alpha_1 > 0$, $\beta_1 > 0$, $q_1 > 0$, $p_1 > 0$, 且满足 q_1 , p_1 都是奇数, $q_1/p_1 < 1$, 所以

$$\dot{V} \leq 0. \quad (29)$$

根据引理 2, 该一阶系统 (24) 将在 t_1 时刻到达 $s = 0$, t_1 的值由式(34)为

$$t_1 = \frac{p_1}{(1 + \alpha_1)(p_1 - q_1)} \ln \frac{(1 + \alpha_1)s(0)^{\frac{p_1 - q_1}{p_1}} + \beta_1}{\beta_1}.$$

由于 $s = ce + \dot{e}$, 则 e 和 \dot{e} 有界, 根据引理 1, 则跟踪误差 e 最终将趋于零. 证毕.

3.2 自适应滑模控制 (Adaptive sliding mode control)

考虑线性电机系统(5)–(6), 在满足假设1–3的情况下, 本文通过自适应控制律来估计未知参数 a_1 , a_2 和 D , 从而得到了一种自适应滑模控制律.

由式(5)和式(9)可得

$$\ddot{e} = \ddot{y}_d + A_1x_1 + A_2x_2 + a_1x_1 + a_2x_2 - bu - d. \quad (30)$$

根据线性电机系统(5)–(6)的特点, 同样, 将滑模函数设计为式(22)的形式. 那么, 式(22)沿着轨迹(5)对时间求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{s} = c\dot{e} + \ddot{e} = \\ c\dot{e} + \ddot{y}_d + A_1x_1 + A_2x_2 + a_1x_1 + a_2x_2 - bu - d. \end{aligned} \quad (31)$$

由于有3个参数 a_1 , a_2 以及 D 未知. 因此, 本文将自适应滑模控制律设计成

$$u = \frac{1}{b}(c\dot{e} + \ddot{y}_d + A_1x_1 + A_2x_2 +$$

$$\begin{aligned} \hat{a}_1x_1 + \hat{a}_2x_2 + \text{sgn}(s)\hat{D} + \\ s + \alpha_2s + \beta_2s^{q_2/p_2}), \end{aligned} \quad (32)$$

式中: \hat{a}_1 , \hat{a}_2 和 \hat{D} 分别是 a_1 , a_2 和 D 的估计值, $\text{sgn}(\cdot)$ 是符号函数. 而且, α_2 与 β_2 是正常数, q_2 和 p_2 是正奇数, 满足 $q_2/p_2 < 1$. 取参数自适应律 $\dot{\hat{a}}_1$, $\dot{\hat{a}}_2$ 和 $\dot{\hat{D}}$ 分别如下:

$$\dot{\hat{a}}_1 = \gamma_1sx_1, \quad (33)$$

$$\dot{\hat{a}}_2 = \gamma_2sx_2, \quad (34)$$

$$\dot{\hat{D}} = \gamma_3|s|, \quad (35)$$

在这里, 参数 γ_1 , γ_2 和 γ_3 分别满足 $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$ 和 $\gamma_3 > 0$.

定理 2 考虑线性电机伺服系统(5)–(6)满足假设1–3, 基于滑模函数(22), 通过设计自适应滑模控制律(32)和自适应律(33)–(35), 能够保证闭环系统全局一致渐近稳定, 并且跟踪误差将最终趋于零.

证 选取选取Lyapunov函数为

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{a}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{a}_2^2 + \frac{1}{2\gamma_3}\tilde{D}^2, \quad (36)$$

其中:

$$\tilde{a}_1 = a_1 - \hat{a}_1, \quad (37)$$

$$\tilde{a}_2 = a_2 - \hat{a}_2, \quad (38)$$

$$\tilde{D} = D - \hat{D}. \quad (39)$$

式(36)对时间求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = s\dot{s} - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{a}_1\dot{\hat{a}}_1 - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{a}_2\dot{\hat{a}}_2 - \frac{1}{\gamma_3}\tilde{D}\dot{\hat{D}} = \\ s(c\dot{e} + \ddot{e}) - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{a}_1\dot{\hat{a}}_1 - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{a}_2\dot{\hat{a}}_2 - \frac{1}{\gamma_3}\tilde{D}\dot{\hat{D}} = \\ s(c\dot{e} + \ddot{y}_d - \dot{x}_2) - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{a}_1\dot{\hat{a}}_1 - \\ \frac{1}{\gamma_2}\tilde{a}_2\dot{\hat{a}}_2 - \frac{1}{\gamma_3}\tilde{D}\dot{\hat{D}} = \\ s(c\dot{e} + \ddot{y}_d + A_1x_1 + A_2x_2 + a_1x_1 + \\ a_2x_2 - bu - d) - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{a}_1\dot{\hat{a}}_1 - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{a}_2\dot{\hat{a}}_2 - \frac{1}{\gamma_3}\tilde{D}\dot{\hat{D}}. \end{aligned} \quad (40)$$

将控制律(32)代入式(40), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = s(\tilde{a}_1x_1 + \tilde{a}_2x_2 - \text{sgn}(s)\hat{D} - \\ d - s - \alpha_2s - \beta_2s^{q_2/p_2}) - \\ \frac{1}{\gamma_1}\tilde{a}_1\dot{\hat{a}}_1 - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{a}_2\dot{\hat{a}}_2 - \frac{1}{\gamma_3}\tilde{D}\dot{\hat{D}} = \\ s(\tilde{a}_1x_1 + \tilde{a}_2x_2 - \text{sgn}(s)\hat{D} - d + \\ \text{sgn}(s)\hat{D} - s - \alpha_2s - \beta_2s^{q_2/p_2}) - \\ \frac{1}{\gamma_1}\tilde{a}_1\dot{\hat{a}}_1 - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{a}_2\dot{\hat{a}}_2 - \frac{1}{\gamma_3}\tilde{D}\dot{\hat{D}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{a}_1 x_1 s + \tilde{a}_2 x_2 s - |s|D - ds + \\ & |s|\tilde{D} - s^2 - \alpha_2 s^2 - \beta_2 s^{(q_2+p_2)/p_2} - \\ & \frac{1}{\gamma_1} \tilde{a}_1 \dot{\hat{a}}_1 - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{a}_2 \dot{\hat{a}}_2 - \frac{1}{\gamma_3} \tilde{D} \dot{\hat{D}}. \end{aligned} \quad (41)$$

由于 $|s|D + ds \geq 0$, 那么

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \tilde{a}_1(x_1 s - \frac{1}{\gamma_1} \dot{\hat{a}}_1) + \tilde{a}_2(x_2 s - \frac{1}{\gamma_2} \dot{\hat{a}}_2) + \\ & \tilde{D}(|s| - \frac{1}{\gamma_3} \dot{\hat{D}}) - s^2 - \alpha_2 s^2 - \\ & \beta_2 s^{(q_2+p_2)/p_2}. \end{aligned} \quad (42)$$

将自适应律(33)–(35)代入式(42), 可得

$$\dot{V} \leq -s^2 - \alpha_2 s^2 - \beta_2 s^{(q_2+p_2)/p_2}. \quad (43)$$

很显然,

$$\dot{V} \leq 0. \quad (44)$$

由式(36)和式(44), 且 $s = ce + \dot{e}$, 可知跟踪误差 e 、速度误差 \dot{e} , 以及参数估计误差 \tilde{a}_1 , \tilde{a}_2 和 \tilde{D} 是全局一致有界的. 又因为 $\tilde{a}_1 = a_1 - \hat{a}_1$, $\tilde{a}_2 = a_2 - \hat{a}_2$ 和 $\tilde{D} = D - \hat{D}$, 那么估计参数 \hat{a}_1 , \hat{a}_2 和 \hat{D} 也全局一致有界. 而又因为 $e = y_d - x_1$, $\dot{e} = \dot{y}_d - x_2$ 是一致有界, 且 y_d, \dot{y}_d 是有界参考信号, 那么 x_1, x_2 也是全局一致有界的. 由此可见, 控制输入 u 也是有界的.

因此, 笔者证明了电机伺服系统所有的内部信号都是有界的. 由式(44), 以及一致有界跟的踪误差 e 和一致有界的速度误差 \dot{e} , 根据引理1, 可以知道跟踪误差 e 将随时间 t 而趋于零. 这也就意味着系统输出 y 将随时间 t 而收敛到参考轨迹 y_d . 证毕.

3.3 自适应抗饱和控制(Adaptive anti-windup control)

根据线性电机动力学方程(5), 假定控制输入 u 满足

$$-u_m \leq u \leq u_M, \quad (45)$$

其中 $-u_m$ 和 u_M 分别表示控制输入 u 的最小值和最大值. 因而, 可以得到

$$u = \text{sat}(v) = \begin{cases} u_M, & \text{if } v > u_M, \\ v, & \text{if } -u_m \leq v \leq u_M, \\ -u_m, & \text{if } v < -u_m, \end{cases} \quad (46)$$

式中 v 是需要被设计的控制律. 同样, 将滑模函数设计成式(22)的形式. 为了设计关于 v 的控制律, 引入如下辅助设计系统^[18]:

$$\dot{\vartheta} = \begin{cases} -\rho\vartheta - \frac{1}{\vartheta^2} f(\cdot)\vartheta + \Delta u, & |\vartheta| \geq \varepsilon, \\ 0, & |\vartheta| < \varepsilon, \end{cases} \quad (47)$$

式中: $\vartheta \in \mathbb{R}$ 是辅助设计系统的状态, $\rho > 0$, $f(\cdot) = |s \cdot b \cdot \Delta u| + \frac{1}{2} \Delta u^2$, $\Delta u = v - u$, 参数 ε 是正常数.

考虑输入饱和的影响, 自适应抗饱和控制律设

计为

$$\begin{aligned} v = & \frac{1}{b}(ce + \ddot{y}_d + A_1 x_1 + A_2 x_2 + \\ & \hat{a}_1 x_1 + \hat{a}_2 x_2 + \text{sgn}(s)\hat{D} - \\ & k_1 \vartheta + s + \alpha_3 s + \beta_3 s^{q_3/p_3}), \end{aligned} \quad (48)$$

式中: $k_1 > 0$, $\alpha_3 > 0$, $\beta_3 > 0$, p_3 和 q_3 是正奇数, $q_3/p_3 < 1$, \hat{a}_1 , \hat{a}_2 和 \hat{D} 用来估计参数 a_1, a_2 和 D , $\text{sgn}(\cdot)$ 是符号函数.

为了达到控制的目的, 设计自适应律如式(33)–(35)所示. 那么可以得到下列定理.

定理3 考虑线性电机伺服系统(5)–(6)满足假设1–3和式(45), 基于滑模函数(22), 通过设计自适应控饱和控制律(48)和自适应律(33)–(35), 能够保证闭环系统全局一致渐近稳定, 并且跟踪误差将最终趋于零.

证 当 $|\vartheta| \geq \varepsilon$, 选取Lyapunov函数为

$$V = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} \vartheta^2 + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{a}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{a}_2^2 + \frac{1}{2\gamma_3} \tilde{D}^2, \quad (49)$$

其中:

$$\tilde{a}_1 = a_1 - \hat{a}_1, \tilde{a}_2 = a_2 - \hat{a}_2, \tilde{D} = D - \hat{D}.$$

式(49)对时间求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & s(ce + \ddot{y}_d + A_1 x_1 + A_2 x_2 + a_1 x_1 + \\ & a_2 x_2 - bu - d) + \vartheta \dot{\vartheta} - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{a}_1 \dot{\hat{a}}_1 - \\ & \frac{1}{\gamma_2} \tilde{a}_2 \dot{\hat{a}}_2 - \frac{1}{\gamma_3} \tilde{D} \dot{\hat{D}}. \end{aligned} \quad (50)$$

注意到

$$\vartheta \dot{\vartheta} = -\rho\vartheta^2 - |s \cdot b \cdot (v - u)| - \frac{1}{2} \Delta u^2 + \Delta u \cdot \vartheta$$

和

$$\Delta u \cdot \vartheta \leq \frac{1}{2} \Delta u^2 + \frac{1}{2} \vartheta^2,$$

那么

$$\vartheta \dot{\vartheta} \leq -(\rho - \frac{1}{2})\vartheta^2 - |s \cdot b \cdot (v - u)|. \quad (51)$$

由式(50)和式(51)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & s(ce + \ddot{y}_d + A_1 x_1 + A_2 x_2 + a_1 x_1 + \\ & a_2 x_2 - bu - d) - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{a}_1 \dot{\hat{a}}_1 - \\ & \frac{1}{\gamma_2} \tilde{a}_2 \dot{\hat{a}}_2 - \frac{1}{\gamma_3} \tilde{D} \dot{\hat{D}} - (\rho - \frac{1}{2})\vartheta^2 - \\ & |s \cdot b \cdot (v - u)| \leq \\ & s(ce + \ddot{y}_d + A_1 x_1 + A_2 x_2 + a_1 x_1 + \\ & a_2 x_2 - bv - d) - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{a}_1 \dot{\hat{a}}_1 - \\ & \frac{1}{\gamma_2} \tilde{a}_2 \dot{\hat{a}}_2 - \frac{1}{\gamma_3} \tilde{D} \dot{\hat{D}} - (\rho - \frac{1}{2})\vartheta^2. \end{aligned} \quad (52)$$

将控制律(48)代入式(52), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \tilde{a}_1 x_1 s + \tilde{a}_2 x_2 s - |s|D - ds + \\ & |s|\tilde{D} - s^2 - \alpha_3 s^2 - \beta_3 s^{(q_3+p_3)/p_3} + \\ & k_1 \frac{\vartheta^2 + s^2}{2} - (\rho - \frac{1}{2})\vartheta^2 - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{a}_1 \dot{\hat{a}}_1 - \\ & \frac{1}{\gamma_2} \tilde{a}_2 \dot{\hat{a}}_2 - \frac{1}{\gamma_3} \tilde{D} \dot{\hat{D}}. \end{aligned} \quad (53)$$

由于 $|s|D + ds \geq 0$, 那么

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \tilde{a}_1 x_1 s + \tilde{a}_2 x_2 s + |s|\tilde{D} - s^2 - \alpha_3 s^2 - \\ & \beta_3 s^{(q_3+p_3)/p_3} + k_1 \frac{\vartheta^2 + s^2}{2} - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{a}_1 \dot{\hat{a}}_1 - \\ & (\rho - \frac{1}{2})\vartheta^2 - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{a}_2 \dot{\hat{a}}_2 - \frac{1}{\gamma_3} \tilde{D} \dot{\hat{D}} = \\ & \tilde{a}_1 (x_1 s - \frac{1}{\gamma_1} \dot{\hat{a}}_1) + \tilde{a}_2 (x_2 s - \frac{1}{\gamma_2} \dot{\hat{a}}_2) + \\ & \tilde{D} (|s| - \frac{1}{\gamma_3} \dot{\hat{D}}) - (1 + \alpha_3 - \frac{k_1}{2})s^2 - \\ & \beta_3 s^{(q_3+p_3)/p_3} - (\rho - \frac{1}{2} - \frac{k_1}{2})\vartheta^2. \end{aligned} \quad (54)$$

取 $k_1 \leq \min\{2(1+\alpha_3), 2\rho - 1\}$, 并将自适应律(33)–(35)代入式(54), 可得

$$\dot{V} \leq -\beta_3 s^{(q_3+p_3)/p_3} \leq 0. \quad (55)$$

由于 $s = ce + \dot{e}$ 和 $c > 0$, 从式(49)和式(55)可知, e 和 \dot{e} 全局一致有界, 根据引理1, 可以知道跟踪误差 e 将随时间 t 而趋于零. 这也就意味着系统输出 y 将随时间 t 而收敛到参考轨迹 y_d . 另一方面, 当 $|\vartheta| < \varepsilon$, 这意味着系统不存在输入饱和约束. 重新考虑式(49)–(55), 同理可以得到上述结论. 证毕.

4 计算机仿真研究(Computer simulation study)

由于有限时间控制技术是针对一种无干扰无不确定的标称系统而言, 但是真实的物理世界, 由于受到各种非线性的影响, 很难获得一个系统的精确模型. 另一方面, 之所以能获得有限时间收敛, 主要是因为有限时间滑模控制律(26)中出现了分数阶项 $\beta_1 s^{q_1/p_1}$ 的作用. 所以本文分别采用控制律(26)和去掉分数阶的类滑模控制律 $u = \frac{1}{b}(c\dot{e} + \ddot{y}_d + A_1 x_1 + A_2 x_2 + \mu s)$ 对标称系统(21)进行仿真, 跟踪一个正弦信号 $y_d = 2 \times 10^{-4} \sin(8\pi t)$ m, 在这里 $\mu > 0$. 结合式(27)–(29), 很容易证明在类滑模控制律下, 关于模型(21)的闭环系统是渐近稳定的. 假定系统(21)在 X 轴方向的标称参数是 $A_1 = 117.7$, $A_2 = 94.63$ 和 $b = 19.73$, 选择有限时间滑模控制律(26)的参数分别为 $\alpha_1 = 140$, $\beta_1 = 120$, $p_1 = 7$, $q_1 = 5$, $c = 200$, 而类滑模控制律的参数除了 $\mu = 141$ 以外, 其

他参数的取值与上述参数相同. 为了验证有限时间收敛的优点, 这里只给出跟踪误差收敛趋势的仿真图, 取仿真时间为0.5 s, 其仿真结果如图2所示. 在图2中: 实线代表采用有限时间滑模控制律(26)控制的结果, 虚线代表采用一般的类滑模控制律控制的结果. 采用有限时间滑模控制律(26)控制, 其跟踪误差的收敛速度为0.03317 s, 而在一般的类滑模控制律的控制下, 其跟踪误差的收敛速度为0.05224 s. 很显然, 采用有限时间控制技术的设计的控制律能够取得更快的收敛速度.

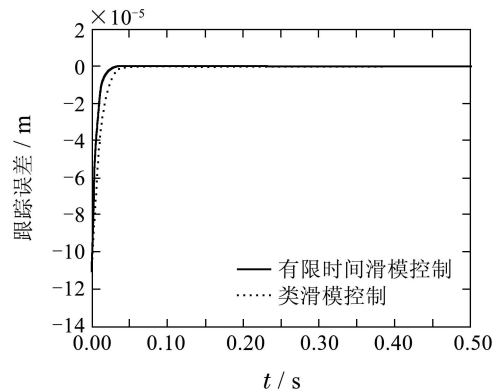


图2 跟踪误差收敛趋势

Fig. 2 Tracking error convergence tendency

5 系统辨识与实验结果(System identifying and experimental results)

本次采用的实验平台如图1所示, 是一种双轴音圈电机 X - Y 精密定位平台. X 轴方向采用单电机驱动, Y 轴方向采用双电机驱动. 位置光栅传感器测量精度为50 nm, 具有带宽为500 Hz的电流放大器用来产生控制输入.

为了获得线性电机系统(5)–(6)标称参数 A_1 , A_2 和 b 的值, 本文采用频域辨识的方法. 以正弦扫频电压信号输入给线性功率放大器, 作为系统的激励信号. 再通过Levi数据拟合的方法, 就可以获得系统的传递函数. 然后, 再将系统传递函数的形式转换为状态空间的形式, 就可以获得标称参数 A_1 , A_2 和 b 的值. 现在给出电机伺服系统在 X 轴方向的标称参数是 $A_1 = 117.7$, $A_2 = 94.63$ 和 $b = 19.73$. 另外, 如图1所示的实验平台, 其物理参数如表格1所示.

表1 X 轴方向线性电机伺服平台的系统参数

Table 1 System parameters of the linear motor servo gantry in X -axis direction

$M/$ kg	$C/$ ($N \cdot s \cdot m^{-1}$)	$K/$ ($N \cdot m^{-1}$)	$K_F/$ ($N \cdot A^{-1}$)	$K_{u_i}/$ ($A \cdot V^{-1}$)
0.82	77.60	96.51	32.36	0.5

由于自适应滑模控制律(32)可以当做为自适应抗饱和控制律(48)在不输入饱和和情况下的一种特殊情况,所以下面只采用单轴实验来验证有限时间滑模控制律(26)和自适应抗饱和控制律(48)的有效性.取采样频率 $f_s = 10\text{ kHz}$. X 轴方向跟踪的期望轨迹为 $y_d = 1 \times 10^{-4} \sin(8\pi t)\text{ m}$.3种控制律的实验结果如下所示:

1) 有限时间滑模控制:对于有限时间滑模控制律(26),选定参数为 $\alpha_1 = 900, \beta_1 = 800, p_1 = 7, q_1 = 5, c = 2200$,那么,可以得到其实验结果如图3-5所示.从图4,不难看出,系统的稳定误差峰-峰值在 $0.4\ \mu\text{m}$ 以下.

2) 自适应抗饱和控制:选定自适应抗饱和控制律(48)及自适应律(33)-(35)的参数分别为

$$\begin{aligned} k_1 &= 900, \alpha_3 = 2000, \beta_3 = 1950, \\ c &= 3500, p_3 = 9, q_3 = 5, \\ \gamma_1 &= 1.8, \gamma_2 = 1.6, \gamma_3 = 0.8, \end{aligned}$$

那么其实验结果如图3-5所示.从图4,不难看出,系统的稳定误差峰-峰值在 $0.2\ \mu\text{m}$ 以下.

3) PID控制:PID控制律设计为

$$u = K_P e + K_I \int e dt + K_D \dot{e}.$$

选定参数

$$K_P = 50000, K_I = 58000, K_D = 50,$$

其实验结果如图3-5所示.从图4不难看出,系统的稳定误差峰-峰值在 $1\ \mu\text{m}$ 以上.

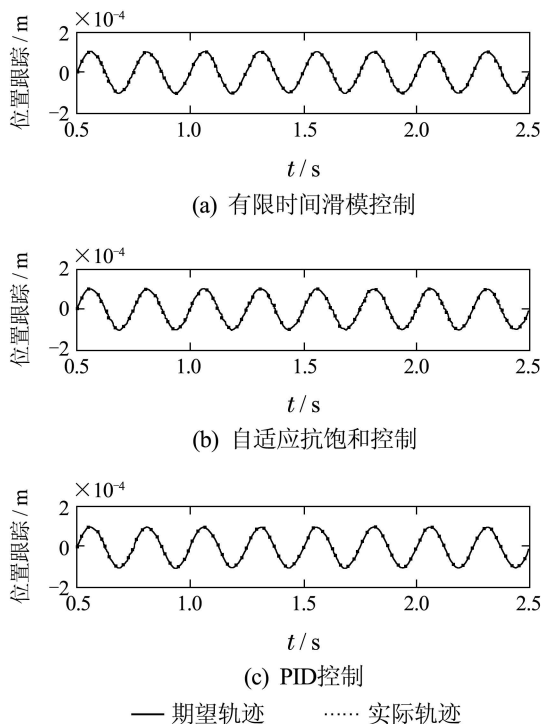


图3 位置跟踪

Fig. 3 Position tracking

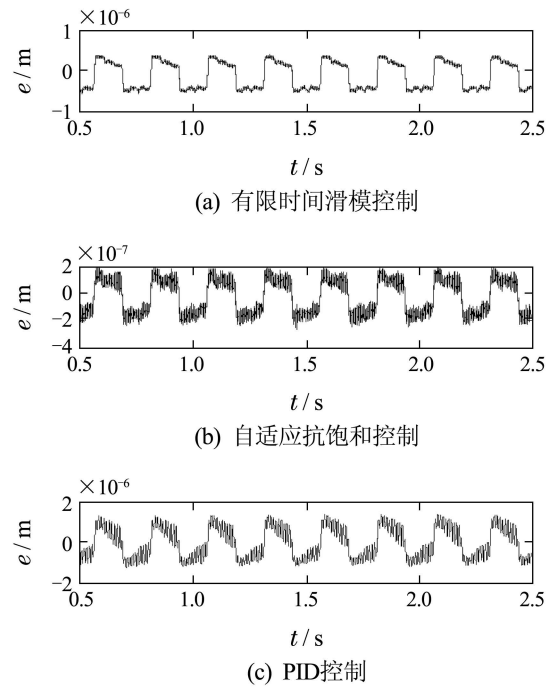


图4 跟踪误差

Fig. 4 Tracking error

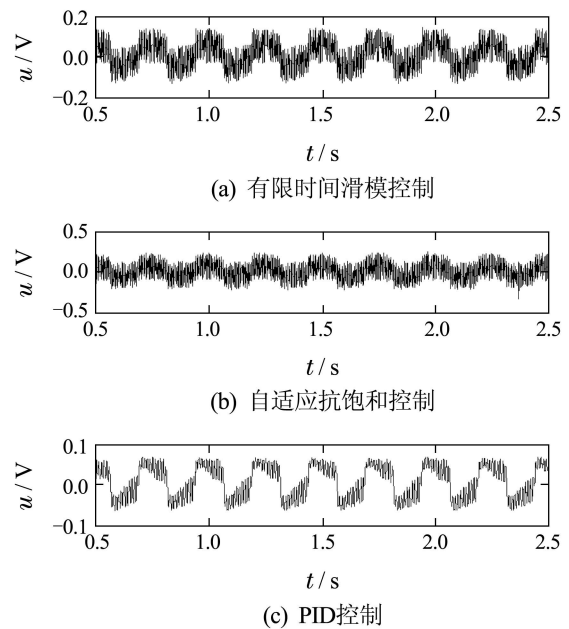


图5 控制输入

Fig. 5 Control input

6 结论(Conclusions)

本文针对一类直线驱动精密伺服系统的跟踪控制问题进行了研究,面对实际工程应用中系统建模的不确定性、未知的外界干扰以及输入饱和的挑战,提出了一种自适应抗饱和控制方法.该方法采用自适应律获得系统的不确定参数,结合有限时间和滑模控制技术,使得系统取得了较好的跟踪性能.本文主要可以从以下几个方面概括.

1) 本文从理论上证明了采用分数阶形式的趋近律, 可以使得闭环系统在有限时间内稳定, 从而有效改善了系统的响应特性.

2) 通过采用自适应控制技术, 获得了系统的不确定信息, 并将其用于系统控制律的设计. 而且, 自适应控制还被用于估计未知干扰的上界, 从而使得设计的控制律具有抗干扰的特性.

3) 由于饱和输入常常会引起系统性能下降, 甚至系统崩溃. 本文在考虑饱和输入的影响, 引入了一个辅助系统, 用来直接补偿系统饱和限制.

4) 通过采用Lyapunov的方法, 分析了闭环系统的稳定性, 并给出了必要的证明.

5) 通过频域辨识的方法, 获得了系统的标称参数.

6) 通过比较实验, 验证了本文所提出的方法的有效性. 并从实验结果, 可以看出, 比起PID控制方法, 本文所提出的控制律获得了更高的跟踪精度.

参考文献(References):

- [1] XUL, YAO B. Adaptive robust precision motion control of linear motors with negligible electrical dynamics: theory and experiments [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2001, 6(4): 444 – 452.
- [2] ZHANG Z, YAN P, LU C, et al. Time-varying internal model-based tracking control for a voice coil motor servo gantry [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Washington, DC: IEEE, 2013: 2872 – 2877.
- [3] ZHANG Z, LU C, LENG T, et al. A discrete time-varying internal model based approach for high precision tracking [C] // *Proceedings of the 12th European Control Conference*. Zurich: IEEE, 2013: 1353 – 1358.
- [4] 郝齐, 关立文, 王立平. 基于遗传算法并联机床电机伺服系统控制参数整定 [J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2010, 50(11): 1801 – 1806. (HAO Qi, GUAN Liwen, WANG Liping. GA-based control parameter tuning of parallel machine tool motor servo systems [J]. *Journal of Tsinghua University (Natural Science)*, 2010, 50(11): 1801 – 1806)
- [5] 刘金凌, 王先逵, 吴丹, 等. 直线电机伺服系统的模糊推理自校正PID控制 [J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 1998, 38(2): 44 – 46. (LIU Jinling, WANG Xiankui, WU Dan, et al. Fuzzy-reasoning based self-tuning control for servo drive in linear motor [J]. *Journal of Tsinghua University (Natural Science)*, 1998, 38(2): 44 – 46.)
- [6] 张国柱, 陈杰, 李志平. 直线电机伺服系统的自适应模糊摩擦补偿 [J]. *电机与控制学报*, 2009, 13(1): 154 – 160. (ZHANG Guozhu, CHEN Jie, LI Zhiping. Adaptive fuzzy friction compensation for linear motor servo systems [J]. *Electric Machines and Control*, 2009, 13(1): 154 – 160.)
- [7] 纪科辉, 沈建新. 采用扰动转矩观测器的低速电机伺服系统 [J]. *中国电机工程学报*, 2012, 32(15): 100 – 106. (JI Kehui, SHEN Jianxin. A low speed servo motor drive system with disturbance torque observers [J]. *Proceeding of the CSEE*, 2012, 32(15): 100 – 106.)
- [8] 赵威, 任雪梅. 含摩擦的双电机伺服系统快速终端滑模控制 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2014, 46(3): 119 – 123. (ZHAO Wei, REN Xuemei. The fast terminal sliding mode control of dual-motor driving servo systems with friction [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2014, 46(3): 119 – 123.)
- [9] 王毅, 何朕. 伺服系统的摩擦补偿 [J]. *电机与控制学报*, 2013, 17(8): 107 – 112. (WANG Yi, HE Zhen. Friction compensation for servo systems [J]. *Electric Machines and Control*, 2013, 17(8): 107 – 112.)
- [10] 孙振兴, 李世华, 张兴华. 基于扩张状态观测器和有限时间控制的感应电机直接转矩控制 [J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(6): 748 – 756. (SUN Zhenxing, LI Shihua, ZHANG Xinghua. Direct torque control of induction motor based on extended state observer and finite time control scheme [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(6): 748 – 756.)
- [11] 刘强, 冯姝婷, 尔联洁. 高精度机械伺服系统的一种新型自适应滑模控制方法 [J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(2): 239 – 241. (LIU Qiang, FENG Shuting, ER Lianjie. Novel adaptive sliding mode control scheme of high precision mechanical servo system [J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(2): 239 – 241.)
- [12] 郭亚军, 王晓锋, 马大为, 等. 自适应反演滑模控制在火箭炮交流伺服系统中的应用 [J]. *兵工学报*, 2011, 32(4): 493 – 497. (GUO Yajun, WANG Xiaofeng, MA Dawei, et al. Application of adaptive backstepping sliding mode controlling in alternative current servo system of rocket gun [J]. *Acta Armamentarii*, 2011, 32(4): 493 – 497.)
- [13] 郭亚军, 王晓锋, 马大为, 等. 自适应模糊滑模控制在火箭炮耦合系统中的应用 [J]. *南京理工大学学报*, 2012, 36(4): 618 – 623. (GUO Yajun, WANG Xiaofeng, MA Dawei, et al. Application of adaptive fuzzy sliding mode control to rocket coupling system [J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 2012, 36(4): 618 – 623.)
- [14] 杜仁慧, 吴益飞, 陈威, 等. 考虑LuGre摩擦的伺服系统自适应模糊控制 [J]. *控制与决策*, 2013, 28(8): 1253 – 1256. (DU Renhui, WU Yifei, CHEN Wei, et al. Adaptive fuzzy control for the servo system with LuGre friction [J]. *Electric Machines and Control*, 2013, 28(8): 1253 – 1256.)
- [15] 郭健, 季晶晶, 杨帆, 等. 基于LuGre摩擦模型的伺服系统自适应鲁棒控制器 [J]. *南京理工大学学报*, 2013, 37(6): 779 – 784. (GUO Jian, JI Jingjing, YANG Fan, et al. Adaptive robust controller for servo system based on LuGre model of friction [J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 2013, 37(6): 779 – 784.)
- [16] 张碧陶, 皮佑国. 基于分数阶滑模控制技术的永磁同步电机控制 [J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(9): 1193 – 1197. (ZHANG Bitao, PI Youguo. Fractional order sliding-mode control for permanent magnet synchronous motor [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(9): 1193 – 1197.)
- [17] 闵颖颖, 刘允刚. Barbalat引理及其在系统稳定性分析中的应用 [J]. *山东大学学报(工学版)*, 2007, 37(1): 51 – 55. (MIN Yingying, LIU Yungang. Barbalat Lemma and its application in analysis of system stability [J]. *Journal of Shandong University (Natural Science)*, 2007, 37(1): 51 – 55.)
- [18] CHEN M, GE S S, REN B B. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems with input constraints [J]. *Automatica*, 2011, 47(3): 452 – 465.

作者简介:

张扬名 (1987–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为超精密机电系统控制、自适应控制, E-mail: ymz716@126.com;

闫鹏 (1975–), 男, 教授, 博士生导师, 中组部“青年千人计划”入选者, 目前研究方向为微纳机电系统与超精密数字伺服技术、鲁棒控制、切换控制, E-mail: yanpeng@buaa.edu.cn.