

## 核电站蒸汽发生器水位模糊预测控制

姜 頔, 刘向杰†

(华北电力大学 新能源电力系统国家重点实验室, 北京 102206)

**摘要:** 在核电站运行过程中, U形管蒸汽发生器的水位作为重要参数需维持在安全的范围内. U形管蒸汽发生器结构复杂、系统逆动态、大范围变工况下具有强非线性, 尤其在低负荷下, 采用常规控制难以取得良好效果. 本文建立了蒸汽发生器水位模糊模型, 提出了能够满足系统输入输出约束的基于模糊模型的准-最小-最大预测控制方法. 为了减轻在线运算负担, 通过线性矩阵不等式离线计算椭圆不变集合及其对应的反馈控制律, 然后依据系统的状态, 二等分搜索对应的椭圆不变集参数, 将在线计算简化为一个简单的优化问题. 针对水位设定值跟踪和负荷变化的仿真结果表明了本文所提出控制策略的有效性.

**关键词:** 模型预测控制; 离线计算; U形管蒸汽发生器; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Fuzzy-model predictive control on water level of U-tube steam generator

JIANG Di, LIU Xiang-jie†

(State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

**Abstract:** In a nuclear power plant, the water level of the U-tube steam generator (UTSG) is an important process parameter which must be maintained in a safe range. Traditional control methods encounter difficulties due to the complexity, strong nonlinearity and inverse response dynamics, especially at low operating power levels. In this paper, the steam generator water level dynamics is modeled into a set of fuzzy rules to represent its nonlinear dynamics. Quasi-min-max fuzzy model predictive controller (FMPC) with constraints handling is then developed. In order to reduce the online computational burden, a bank of ellipsoid invariant sets together with the corresponding feedback control laws are obtained by off-line solving some linear matrix inequalities (LMIs). Based on the UTSG states, the online part is simplified to a constrained optimization problem with a bisection search for the corresponding ellipsoid invariant set. Simulations, considering both the water level set-point tracking and the power-level changing, are given to show the effectiveness of the proposed controllers.

**Key words:** model predictive control; off-line computation; U-tube steam generator; linear matrix inequalities

### 1 引言(Introduction)

核电站机组是高能量密度、低污染物排放的发电设备. 安全性是核电站最关注的问题, 其中U形管蒸汽发生器(U-tube steam generator, UTSG)是核电站机组的重要组成部分. 如图1所示, UTSG将一回路的物质与二回路的物质进行分离, 阻止放射性物质的外泄并且提供蒸汽驱动汽轮机发电. UTSG的水位必须维持在安全范围内, 高水位将会导致汽轮机叶片损坏; 低水位将会导致U形管损坏或者反应堆散热出现问题. 水位(尤其在低负荷下)超出安全范围是反应堆停机的主要原因<sup>[1]</sup>. 核电机组成部分说明如表1所示.

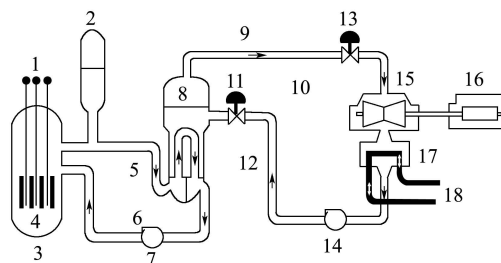


图1 核电机组成示意图

Fig. 1 Layout of a pressurized water reactor (PWR)

UTSG是高度复杂的非线性系统, 在实际控制中有以下几个难点: UTSG的动态特性在全负荷区域

收稿日期: 2014-10-14; 录用日期: 2015-06-25.

†通信作者. E-mail: liuxj@ncepu.edu.cn; Tel.: +86 13391709506.

国家自然科学基金项目(61273144, 61273144), 北京市自然科学基金项目(4122071), 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2015XS65)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61273144, 61273144), National Science Foundation of Beijing (61174024) and Fundamental Research Funds for the Central Universities (2015XS65).

内大范围变化;管束区域内给水和蒸汽两相混合物的热力学性质导致了虚假水位特性,这种特性在低负荷下更加明显;负荷的升降以及过程噪声等带来蒸汽流量扰动;给水流量和水位必须满足生产过程的物理约束.针对UTSG水位控制难题,许多学者提出了各种先进控制策略,包括 $H_\infty$ 控制<sup>[1-2]</sup>、模糊神经控制<sup>[3-4]</sup>、输出反馈耗散控制<sup>[5]</sup>、增益调度控制<sup>[6]</sup>、基于逆控制的设定函数法<sup>[7]</sup>.

表1 核电机组组成部分  
Table 1 Component of PWR

序号	说明	序号	说明
1	控制棒	10	二回路
2	增压器	11	给水阀门
3	反应堆容器	12	给水
4	核燃料	13	涡轮控制阀
5	水	14	给水泵
6	一回路	15	汽轮机
7	反应堆冷却剂泵	16	发电机
8	UTSG	17	冷凝器
9	蒸汽	18	冷却水

模型预测控制(model predictive control, MPC)是在工业生产中广泛采用的先进控制技术. MPC采用滚动时域思想,采样时刻在线求解未来一段时间内的优化问题,将得到的满足约束的控制量作用于被控对象,在下一时刻重复上面的过程. MPC已广泛应用于火电厂的控制<sup>[8-10]</sup>. MPC能够处理非线性系统的输入和输出约束,这对于核电站水位控制的可靠性和安全性是十分重要的. 文[11]最早针对UTSG水位控制设计了MPC;文[12]采用基于扩展最小二乘法的递归参数估计算法,构造了广义预测控制. Na采用模型预测自动调节PID的增益设计了自适应控制器<sup>[13]</sup>. 针对UTSG水位控制存在的扰动和不确定性问题, Kothare提出了鲁棒模型预测控制(robust model predictive control, RMPC),根据模型误差将UTSG动态特性划分为分段线性模型组来预测UTSG水位的动态,然后利用卡尔曼滤波来校正系统的误差<sup>[14]</sup>. 文[15]使用局部标准模型和一个多胞模型来近似蒸汽发生器的非线性动态. 文[16]根据蒸汽发生器的分段不确定模型提出了改善的RMPC. 文[17]采用分段蕴含的方法,用一组线性变参数模型近似非线性系统,设计了切换RMPC.

针对UTSG的动态特性,需要构造非线性预测控制策略<sup>[18]</sup>. 然而,常规非线性鲁棒预测控制器结构复杂,难以在线实施. 由于UTSG的动态特性依赖于核电站的负荷大小,因此可以采用模糊规则来建模UTSG的非线性动态. 文[19]利用模糊模型得到非线性系统状态预测值,然后基于最优控制理论计算出控制律. 这种方法没有处理系统约束,同时将采样时刻的线性模型作为预测模型具有一定的保守

性. 采用并行分布补偿(parallel distributed compensation, PDC)策略来构建鲁棒模糊控制器可以降低保守性,约束处理,稳定性分析和控制器的设计可以简化为求解LMIs<sup>[20]</sup>. 文[21]采用了模糊李雅普诺夫函数和扩展李雅普诺夫函数降低了保守性. 文[22]基于准-最小-最大策略设计了FMPC. 文[23]对具有不确定参数和持续扰动的离散模糊系统提出了鲁棒模糊预测控制(robust fuzzy model predictive control, RFMPC). RFMPC继承了MPC和鲁棒模糊控制的优点,适合应用于UTSG的水位控制.

本文首先建立UTSG的模糊模型. 设计终端约束集使得状态在蒸汽扰动下保持在终端约束集中,保证了系统的稳定性. 由于水位是状态的仿射函数,更小的终端约束集代表更好的水位控制,可以通过求解LMIs,来最小化终端约束集. 采用模糊李雅普诺夫函数设计控制器,在减小控制器保守性的同时,增大了需要求解的LMIs个数,导致了在线计算量增大. 离线设计<sup>[24-27]</sup>,将单一反馈控制律,扩展到多步反馈控制律,扩大了初始可行域,通过选取不同的性能指标上界进行离线设计,然后利用离线参数进行在线优化,近年来成为RMPC降低在线计算量的重要手段. 本文首先离线计算一系列满足物理约束的终端约束集,然后根据系统状态选取对应的不变集参数,构造部分离线准-最小-最大RFMPC.

## 2 UTSG系统和模糊模型(UTSG system and its fuzzy model representation)

Irving提出了核电站蒸汽发生器水位四阶模型<sup>[28]</sup>,该模型参数依赖于核电站反应堆的负荷. 其传递函数为

$$Y(s) = \frac{G_1}{s}(Q_w(s) - Q_v(s)) - \frac{G_2}{1 + \tau_2 s}(Q_w(s) - Q_v(s)) + \frac{G_3 s}{\tau_1^{-2} + 4\pi^2 T^{-2} + 2\tau_1^{-1} s + s^2} Q_w(s), \quad (1)$$

其中:  $Y(s)$ ,  $Q_w(s)$ 和 $Q_v(s)$ 分别为水位、给水流量和蒸汽流量.  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ 和 $T$ 是阻尼时间常数和振荡周期. 图2给出了UTSG模型框图,不同负荷条件下的模型参数可参见文[2, 28].

令给水流量为输入量 $u = Q_w$ , 蒸汽流量为扰动量 $d = Q_v$ , 输出水位 $y = Y$ ,  $\theta$ 表示核反应堆的负荷. 等式(1)可写成如下的状态空间方程:

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) = A_c(\theta)x_c(t) + B_c(\theta)u(t) + W_c(\theta)d(t), \\ y(t) = C_c x_c(t). \end{cases} \quad (2)$$

采样时间为2 s, 系统(2)对应的离散模型为

$$\begin{cases} x_d^+ = A_d(\theta)x_d + B_d(\theta)u + W_d(\theta)d, \\ y = C_d x_d. \end{cases} \quad (3)$$

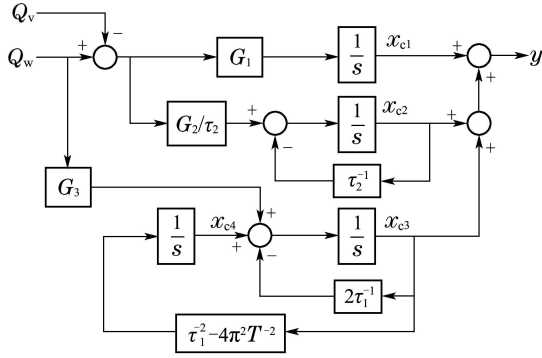


图 2 蒸汽发生器模型框图  
Fig. 2 The diagram of UTSG

对于系统(3), 给水流量的增量约束是硬约束, 所以将模型(3)进一步写成增广模型

$$\begin{cases} x^+ = A(\theta)x + B(\theta)\Delta u + W(\theta)\Delta\tilde{d}, \\ y = Cx, \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $x^+$  表示下一时刻的系统状态,  $\Delta\tilde{d}(k) = \Delta d(k) + \tilde{d}(k)$ ,  $\tilde{d}(k)$  表示零均值白噪声.

模糊增广模型描述如下:

$R^l$ : If  $\theta$  is  $Y^l$ , Then  $x(k+1) = A_l x(k) + B_l \Delta u(k) + W_l \Delta\tilde{d}(k)$ ,  $l \in \{1, 2, \dots, m\}$ , 其中:  $R^l$  表示第  $l$  个模糊推理规则,  $m$  表示推理规则个数,  $Y^l$  表示模糊集合.

增广模型(4)的模糊隶属度函数如图3所示,  $\mu$  为 UTSG 系统的隶属度. 从图3中可以看出整个负荷区域(5%~100%)包含了14条规则, 其中12条规则用来描述低负荷区域( $\leq 30\%$ )的 UTSG 模型.  $\Theta$  表示规则数集合  $1, \dots, 14$ . 通过单点模糊化、乘积模糊推理和中心平均去模糊化方法, UTSG 系统的模糊离散增广模型为

$$x(k+1) = A_\mu x(k) + B_\mu \Delta u(k) + W_\mu \Delta\tilde{d}(k), \quad (5)$$

其中  $A_\mu = \sum_{i=1}^{14} \mu_i(\theta) A_i$ .

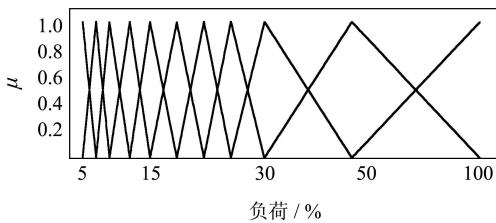


图 3 蒸汽发生器 T-S 模型隶属度函数

Fig. 3 Membership functions of the UTSG T-S fuzzy systems

### 3 核电站蒸汽发生器水位的模糊模型预测控制(Fuzzy MPC for UTSG water level control)

#### 3.1 终端约束集(Terminal constraint set of FMPC)

在 UTSG 水位控制中, 蒸汽流量作为扰动由两部分构成, 一个是和负荷相适应的蒸汽流量  $d$ ; 另一个

是零均值白噪声  $\tilde{d}$ , 并假设  $\tilde{d}^T \tilde{d} \leq \delta^2$ ,  $\delta$  是已知参数, 那么蒸汽流量增量的实际值在  $[\Delta d - \delta \quad \Delta d + \delta]$  之间随机变化, 如图4. 定义性能指标为

$$J(k) := \ell(k) + V_t(x(k+1|k)), \quad (6)$$

$$\ell(k) := \|x(k)\|_Q^2 + \|\Delta u(k)\|_R^2 - \tau \|\tilde{d}(k)\|_2^2, \quad (7)$$

$V_t(x(k))$  是终端代价函数, 定义为

$$V_t(x(k)) = \sum_{i=1}^{14} \mu_i x(k)^T P_i x(k), \quad (8)$$

其中:  $\|\cdot\|_R^2 := (\cdot)^T R(\cdot)$ ,  $Q, R$  是维度合适的正定矩阵, 相似的性能指标的定义可以参考文[23]. 注意到性能指标中加入了扰动, 所以考虑最小化最差情况下的性能指标.

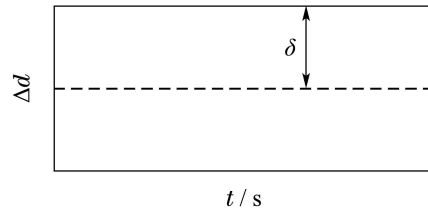


图 4 蒸汽流量

Fig. 4 Steam flow-rate

下面根据模型(5), 求解终端约束集  $\Omega$ , 控制 UTSG 的状态保持在该不变集中, 并且通过求解 LMI 最小化求得的  $\Omega$ . 定义终端约束集  $\Omega$  为

$$\Omega := \{x \mid \sum_{i=1}^{14} \mu_i x^T P_i x \leq \gamma\}. \quad (9)$$

终端不变集  $\Omega$  需要蕴含鲁棒不变集(robust positively invariant set, RPIs) 特性并满足下面的条件[23]:

$$V_t(x^+) - V_t(x) \leq -\|x\|_Q^2 - \|\Delta u\|_R^2 + \tau \|\tilde{d}\|_2^2, \quad (10)$$

其中  $\tau$  是描述蒸汽流量白噪声对 UTSG 系统性能指标影响的常量. 采用 PDC 策略, 整体的控制器为

$$\Delta u(k) = \sum_{i=1}^{14} \mu_i K_i x(k). \quad (11)$$

RPIs 可以表述为  $x \in \Omega$  且  $x^+ \in \Omega$ , 根据二次有界的方法可知[29],  $\Omega$  是鲁棒不变集, 需要在下面条件基础上:

$$\frac{1}{\gamma} \|x\|_{P_\mu}^2 \geq \frac{1}{\delta^2} \|\tilde{d}\|_2^2$$

并满足

$$\frac{1}{\gamma} \|x^+\|_{P_{\mu^+}}^2 - \frac{1}{\gamma} \|x\|_{P_\mu}^2 \leq 0. \quad (12)$$

式(12)可以用 S-procedure 转化为: 存在正的标量  $\lambda$ , 满足

$$\left(\frac{1}{\gamma}\|x^+\|_{P_{\mu^+}}^2 - \frac{1}{\gamma}\|x\|_{P_{\mu}}^2\right) - \lambda\left(\frac{1}{\delta^2}\|\tilde{d}\|_2^2 - \frac{1}{\gamma}\|x\|_{P_{\mu}}^2\right) \leq 0, \tag{13}$$

其中:  $P_{\mu} := \sum_{i=1}^{14} \mu_i(\theta)P_i$ ,  $P_{\mu^+} := \sum_{i=1}^{14} \mu_i(\theta^+)P_i$ . 引入非奇异矩阵  $G_j$  并定义  $X_i = \gamma P_i^{-1}$ ,  $K_j = F_j G_j^{-1}$ , 式(13)可以转化成LMIs条件<sup>[23]</sup>:

$$\begin{bmatrix} (-1 + \lambda)(G_j^T + G_j - X_i) & * & * \\ 0 & -\frac{\lambda}{\delta^2} & * \\ A_i G_j + B_i F_j & W_i & -X_l \end{bmatrix} \leq 0, \tag{14}$$

其中:  $i, j, l \in \Theta$ ,  $A_i, B_i, W_i$  是增广模型(5)对应的模糊子模型参数.

**注1**  $\lambda$  是已知参数. 如果将  $\lambda$  当作变量, 那么式(14)是双线性矩阵不等式(BMI). 现有的一些求解器(例如PENBMI)可以处理双线性不等式.

类似地, 式(10)可以转化为LMIs:

$$\begin{bmatrix} X_i - G_j^T - G_j & * & * & * & * \\ 0 & -\tau\gamma & * & * & * \\ A_i G_j + B_i F_j & \gamma W_i & -X_l & * & * \\ QG_j & 0 & 0 & -\gamma Q & * \\ RF_j & 0 & 0 & 0 & -\gamma R \end{bmatrix} \leq 0. \tag{15}$$

给水流量的约束  $\|\Delta u(k + i|k)\|_2 \leq \Delta u_{\max}$  以及水位约束  $\|y(k + i|k)\|_2 \leq y_{\max}$  可以表示为<sup>[30]</sup>

$$\begin{bmatrix} \Delta u_{\max}^2 I & F_j \\ * & G_i + G_i^T - X_i \end{bmatrix} \geq 0, \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} G_j + G_j^T - X_i & * \\ C(A_i G_j + B_i F_j) & y_{\max}^2 I \end{bmatrix} \geq 0. \tag{17}$$

求解下面的优化问题得到最小终端约束集:

$$\begin{aligned} \min \max_{l \in \Theta} \text{tr}(X_l), \\ \text{s.t. 式(14) - (17)}. \end{aligned} \tag{18}$$

求解约束优化问题(18), 得到最小终端约束集  $\Omega$  以及对应的矩阵参数  $\{X_j, G_j, F_j\}$ , 那么状态反馈增益矩阵为  $K_j = F_j G_j^{-1}$ .

### 3.2 控制策略(Control strategies)

#### 3.2.1 在线算法(Online algorithm)

根据第3.1节的介绍, 如果在  $k$  采样时刻, UTSG系统的状态  $x(k) \in \Omega$ , 那么采用反馈控制律  $\Delta u(k + i|k) = K_{\mu} x(k + i|k)$ , 下面的式子成立:

$$\begin{aligned} V_t(x(k + i + 1|k)) - V_t(x(k + i|k)) \leq \\ -\ell(k + i|k). \end{aligned} \tag{19}$$

在式(19)两边同时由  $i = 0 \rightarrow \infty$  相加, 得到

$$J_0^{\infty}(k) := \sum_{i=0}^{\infty} \ell(k + i|k) \leq V_t(x(k)). \tag{20}$$

由式(20)可知  $V_t(x(k))$  是  $J_0^{\infty}(k)$  的上界, 在线算法在每个采样时刻求出控制律, 并且最小化该上界. 根据  $\Omega$  的定义, 如果  $x(k) \in \Omega$ , 那么下式成立:

$$\sum_{i=1}^{14} \mu_i x^T P_i x \leq \gamma. \tag{21}$$

同时注意到  $V_t(x) = \sum_{i=1}^{14} \mu_i x^T P_i x$ , 那么式(21)等价于  $V_t(x) \leq \gamma$ ,  $\gamma$  是性能指标的上界. 求解优化问题  $\min \gamma, \text{ s.t. } V_t(x) \leq \gamma$ .

$V_t(x) \leq \gamma$  的充分条件可以写为LMIs:

$$\begin{bmatrix} 1 & * \\ x(k) & X_l \end{bmatrix} \geq 0, l \in \Theta. \tag{22}$$

在采样时刻  $k$ , 在线算法是求解优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{X_i, G_j, F_j, \gamma} \gamma, \\ \text{s.t. 式(14) - (17)(22)}. \end{aligned} \tag{23}$$

在采样时刻  $k$ , 求解优化问题(23)得到给水流量增量为  $\Delta u(k) = K_u x(k) = \sum_{i=1}^{14} \mu_i(\theta) F_i G_i^{-1} x(k)$ , 将  $\Delta u(k)$  代入到式(5), 得到  $x(k + 1)$ , 重复上述过程.

#### 3.2.2 部分离线算法(Partial off-line algorithm)

在线算法是在每个采样时刻在线求解问题(23)得到给水流量, 然而蒸汽流量白噪声是一直存在的, 控制器只能控制系统状态进入到稳态点附近的范围内, 所以当系统状态进入到这个范围内时, 继续求解问题(23)显然是不必要的; 另一方面, 由于采用模糊建模和模糊李雅普诺夫函数, 问题(23)需要在线求解大量的LMIs, 这阻碍了控制器的实施. 所以, 离线设计是必要的.

离线设计: 选取若干单调递增的  $\Delta d_h, h = 1, \dots, n$ . 根据模型(5), 得到系统状态的初值为  $x_h = W(\theta) \Delta d_h$ , 然后求解优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{X_{i,h}, G_{j,h}, F_{j,h}, \gamma_h} \gamma_h, \\ \text{s.t.} \end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & * \\ x_h & X_{l,h} \end{bmatrix} \geq 0, \tag{25}$$

$$\begin{bmatrix} (-1 + \lambda_h)(G_{j,h}^T + G_{j,h} - X_{i,h}) & * & * \\ 0 & -\frac{\lambda_h}{\delta^2} & * \\ A_i G_{j,h} + B_i F_{j,h} & W_i & -X_{l,h} \end{bmatrix} \leq 0, \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta u_{\max}^2 I & F_{j,h} \\ * & G_{i,h} + G_{i,h}^T - X_{i,h} \end{bmatrix} \geq 0, \tag{27}$$

$$\begin{bmatrix} G_{j,h} + G_{j,h}^T - X_{i,h} & * \\ C(A_i G_{j,h} + B_i F_{j,h}) & y_{\max}^2 I \end{bmatrix} \geq 0, \tag{28}$$

$$\begin{bmatrix} X_{l,h} - G_{l,h}^T - G_{l,h} & * & * & * \\ A_i G_h + B_i F_{j,h} & -X_{l,h} & * & * \\ QG_{j,h} & 0 & -\gamma_h Q & * \\ RF_{j,h} & 0 & 0 & -\gamma_h R \end{bmatrix} < 0, \quad (29)$$

得到  $\Omega_h := \{x | \sum_{i=1}^{14} \mu_i x^T P_{i,h} x \leq \gamma_h\}$  和对应的控制器参数  $\{P_{l,h}, X_{l,h}, K_{i,h}, \gamma_h\}$ ,  $X_{l,h} = \gamma_h P_{l,h}^{-1}$ ,  $K_{j,h} = F_{j,h} G_h^{-1}$ . 式(25)是离线设计加入的额外约束; 式(27)–(28)保证了给水流量和水位约束; 式(26)保证了  $\Omega_h$  是鲁棒不变集; 式(29)用来进行在线优化, 等价于

$$(A_i + B_i K_{j,h})^T P_{l,h} (A_i + B_i K_{j,h}) - P_{i,h} \leq -K_{j,h}^T R K_{j,h} - Q. \quad (30)$$

在线计算: 假设在采样时刻  $k$ ,  $x(k) \in \Omega_h$ , 将  $\Delta u(k)$  当作自由变量, 未来时刻的控制量为  $\Delta u(k+i|k) = K_{\mu,h} x(k+i|k)$ ,  $x(k+i|k) \in \Omega_h$ , 采用式(5)的标准模型作为预测模型进行在线优化:

$$\begin{aligned} \bar{x}(k+1) &= A(\theta)\bar{x}(k) + B(\theta)\Delta u(k) + \\ &W(\theta)\Delta d(k). \end{aligned} \quad (31)$$

注意到  $\bar{x}(k) = x(k)$ , 那么式(6)改写为

$$\begin{aligned} \bar{J}(k) &:= \|x(k)\|_Q^2 + \|\Delta u(k)\|_R^2 + \\ &\sum_{i=1}^{\infty} \bar{\ell}(k+i|k), \end{aligned} \quad (32)$$

其中  $\bar{\ell}(k+i|k) = \|\bar{x}(k+i|k)\|_Q^2 + \|\Delta u(k+i|k)\|_R^2$ .

由式(30)可以得到

$$\begin{aligned} \|\bar{x}(k+i+1|k)\|_{P_{\mu,h}}^2 - \|\bar{x}(k+i|k)\|_{P_{\mu,h}}^2 < \\ -\|\bar{x}(k+i|k)\|_Q^2 - \|\Delta u(k+i|k)\|_R^2. \end{aligned} \quad (33)$$

将式(33)同时由  $i = 1 \rightarrow \infty$  相加, 得到

$$\sum_{i=1}^{\infty} \bar{\ell}(k+i|k) \leq \|\bar{x}(k+1|k)\|_{P_{\mu,h}}^2. \quad (34)$$

将式(34)代入式(32)得

$$\begin{aligned} \bar{J}(k) &\leq \|x(k)\|_Q^2 + \|\Delta u(k)\|_R^2 + \\ &\|\bar{x}(k+1|k)\|_{P_{\mu,h}}^2. \end{aligned} \quad (35)$$

部分离线算法是在每个采样时刻求解下面优化问题,  $\min_{\Delta u(k)} \gamma$ , s.t.  $\bar{J}(k) \leq \gamma$ ,  $|\Delta u(k)| \leq \Delta u_{\max}$ .

经过一些标准的变换, 上述优化问题可以转化为求解下面的LMIs<sup>[31]</sup>:

$$\min_{\Delta u(k)} \gamma, \quad (36)$$

$$\text{s.t. } |\Delta u(k)| \leq \Delta u_{\max}, \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * & * \\ \bar{x}(k+1|k) & \gamma P_{l,h}^{-1} & * & * \\ Qx(k) & 0 & \gamma Q & * \\ R\Delta u(k) & 0 & 0 & \gamma R \end{bmatrix} \geq 0. \quad (38)$$

控制算法总结为:

离线部分:

**Step 1** 选取  $\Delta d_h, h = 1, \dots, n$ .

**Step 2** 求解式(24), 得到离线终端约束集  $\Omega_h$  和对应的矩阵参数  $\{P_{l,h}, X_{l,h}, K_{i,h}, \gamma_h\}$ .

在线部分:

**Step 1** 在  $k$  时刻, 得到 UTSG 系统状态  $x(k)$ , 转到 Step 2;

**Step 2** 如  $x(k) \in \Omega_1$ , 那么施加在系统上的控制量  $\Delta u(k) = K_{\mu,1} x(k)$ , 转到 Step 4, 否则, 转到 Step 3.

**Step 3** 二分搜索寻找  $h$ , 使得  $x(k) \in \Omega_h / \Omega_{h-1}$ , 求解优化问题(36), 得到控制量  $\Delta u(k)$  施加到系统, 转到 Step 4.

**Step 4** 采样时间  $k = k + 1$ , 返回 Step 1.

### 3.3 在线算法复杂度分析(Analysis of the online computing time complexity)

式(23)(36)都需要在线计算 LMIs, 求解这些 LMIs 具有  $O(MN^3)$  的复杂度<sup>[32]</sup>,  $M$  是 LMIs 的行数,  $N$  是变量的个数. 在线算法(23)的复杂度为  $O((8\alpha^3 + 4\alpha^2 + 2\alpha)N_1^3)$ ,  $N_1 = 45\alpha + 2$ ,  $\alpha = 2$  为激活的隶属度函数的个数. 在部分离线算法(36)中, 二分搜索的复杂度为  $O(n_s^2 \log_2 n)$ ,  $n_s = 5$  是状态变量的个数<sup>[33]</sup>. 需要求解 LMIs 的复杂度为  $O(4N_2^3)$ ,  $N_2 = 2$ , 所以部分离线算法整体的复杂度为  $O(n_s^2 \log_2 n + 4N_2^3)$ . 由于  $\log_2 n$  通常不会太大, 并且  $N_1 > N_2$ , 所以部分离线算法的负担时间大大降低.

## 4 仿真研究(Simulation study)

核电站水位控制的基本任务是克服蒸汽扰动、满足负荷要求的前提下控制水位恒定. 仿真研究水位设定值跟踪与蒸汽流量扰动以及斜坡变负荷下水位的控制效果, 并与经典的控制方法进行比较. 仿真使用的是 MATLAB YALMIP 工具箱, 运行机器为 Intel i3 3.4 GHz 计算机.

**仿真 1** 水位设定值跟踪与蒸汽流量扰动. 假设系统初始时刻处在 5% 负荷的稳定状态, 在第 20 步采样时刻, 令水位设定值阶跃上升到 20 mm, 在第 150 个采样时刻时给予蒸汽流量 30 kg/s 的阶跃扰动. 给水流量增量约束为 10 kg/s, 水位约束为 90 mm, 加权矩阵  $Q = \text{diag}\{0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 1\}$ ,  $R = 0.1$ . 表 2 列出了本文和文[25]控制器参数的选取. 其中  $\Delta d_h = 10$  对应的终端约束集矩阵为

$$X_1 = \begin{bmatrix} 617 & -286.7 & 208.4 & 8.8 & 64.5 \\ -286.7 & 1454.9 & -931.4 & -54.8 & -491 \\ 208.4 & -931.4 & 779.9 & 26.9 & -76.4 \\ 8.8 & -54.8 & 26.9 & 2.9 & 22.4 \\ 64.5 & -491 & -76.4 & 22.4 & 1735.9 \end{bmatrix},$$

对应的性能指标上界 $\gamma_1 = 4164$ , 反馈控制律 $K_1 = [-14.1413 \ -2.5112 \ 1.268 \ -15.2237 \ -0.0435]$ , 可以验证离线设计的终端不变集合参数 $X_1$ 以及反馈控制律 $K_1$ 满足给水流量和水位的约束以及鲁棒稳定性条件(10). 这表明了本文提出的RFMPC在满足物理约束的同时保证了稳定性.

表 2 控制器参数

Table 2 The controller parameters

本文算法	文[25]算法
$\Delta d = \{10, 20, 30\}$	$n_1 = 3, \gamma_1 = 10^7$
$\lambda = 0.1, \delta = 0.5$	$n_2 = 2, \gamma_2 = 10^4$

由图5-6看出, 在线和部分离线算法都能控制给水流量使得水位稳定在5%负荷的设定值附近. 但是在在线算法的复杂度 $O(MN^3)$ 远大于部分离线算法. 文[25]的离线计算复杂度与选取的性能指标上界个数以及控制反馈时域有关, 因而一般大于本文提出的部分离线算法.

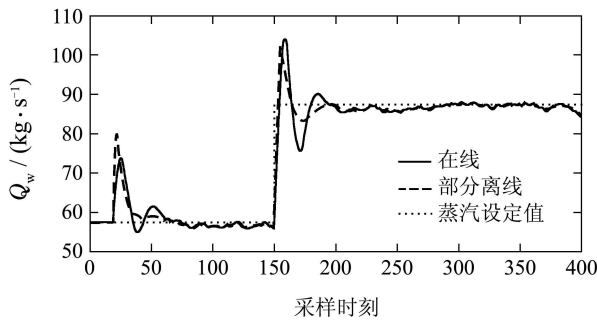


图 5 5%负荷下给水流量变化

Fig. 5 Feed-water flow-rate performance of the proposed controller (5% power)

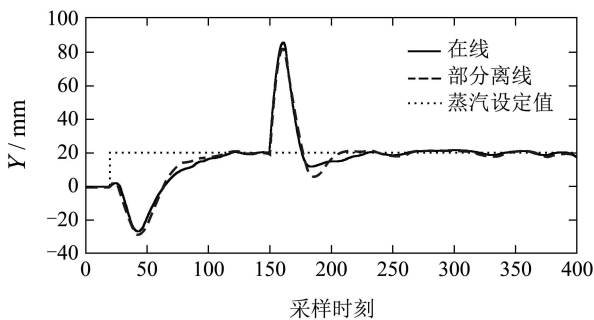


图 6 5%负荷下水位控制效果

Fig. 6 Water level performance of the proposed controller (5% power)

表3列出了在线、部分离线算法和文[29]离线算法复杂度的比较. 图7表示部分离线和在线算法的性能指标变化, 可以看到在线算法的性能指标要小于部分离线算法.

表 3 控制器复杂度比较

Table 3 Comparison of controller complexity

算法	$M$	$N$	运行时间/s
在线	84	92	34.2
部分离线	4	2	2.6
文[25]离线	12	7	4.5

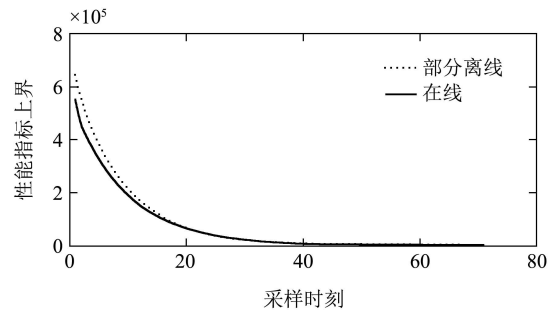


图 7 性能指标上界, 初值 $x = [0, 0, 0, 0, -20]$   
Fig. 7 The upper bounds of the infinite horizon cost function estimated by different control strategies with  $x = [0, 0, 0, 0, -20]$

**仿真 2** 斜坡变负荷工况. 在实际核电站水位控制中, 常常需要在大范围变负荷下维持水位在恒定范围内, 这在低负荷条件下尤其具有挑战性. 为验证本文所构造模糊模型预测控制器的性能, 仿真中, 功率由5%以5%/min的速率上升至30%. 控制器相关参数选择与仿真一相同.

图8-9显示了系统的水位和给水流量的响应过程. 本文提出的算法根据当前负荷大小, 得到一个线性模型以及离线终端不变集合 $\{\Omega_h\}$ , 将未来时刻的系统看作一个多胞模型, 二分搜索离线参数, 在线求解一个简单的约束优化问题, 控制给水流量快速匹配蒸汽流量(图10). 图10中: 圆形为离线终端不变集合 $\{\Omega_h\}$ ; “·”为 $x_d(k-1)$ ; “×”为 $x_d(k)$ ;  $\{\theta_i\}$ 为图2中模糊建模选取的离散负荷点. 表4给出了本文提出的算法针对不同负荷区间以5%/min升负荷的调节时间大小以及所能克服的最大蒸汽流量扰动范围, 其中最大蒸汽流量扰动定义为满足水位和给水流量约束条件下, 使得系统稳定的最大的蒸汽流量扰动大小, 调节时间的定义为 $\{t || y(t)/y_{max}| \leq 2\% \}$ .

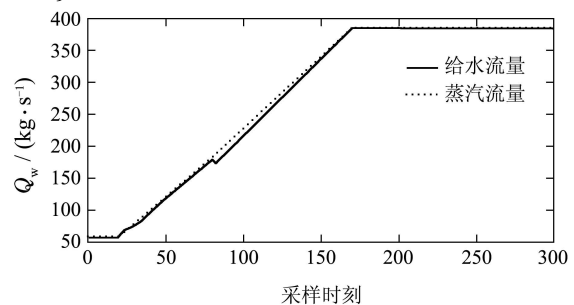


图 8 5%~30%斜坡升负荷给水流量变化

Fig. 8 Feed-water flow-rate responses to power ramp-up from 5% to 30%

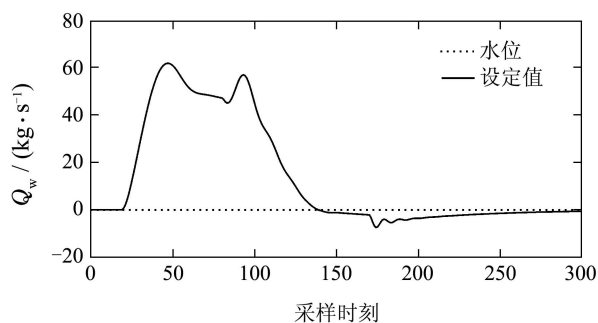


图 9 5%~30%斜坡升负荷水位变化

Fig. 9 Water level responses to power ramp-up from 5% to 30%

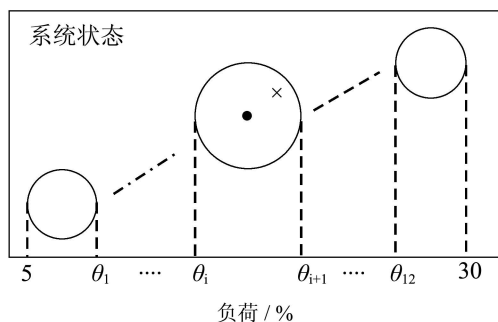


图 10 部分离线控制策略

Fig. 10 Partial off-line control strategy

表 4 UTSG系统的控制性能

Table 4 Control performance for UTSG

负荷/%	调节时间/s	扰动大小/(%·min <sup>-1</sup> )
[5 10]	106	[-1.5 +1.5]
[10 20]	205	[-1.5 +1.5]
[20 30]	162	[-6.5 +6.5]

**仿真 3** 与经典控制方法的比较. 假设水位处于 5% 负荷下的稳定状态. 在第 20 个采样时刻, 加入蒸汽流量幅值为 30 kg/s 的阶跃干扰, 并且以 2 kg/s 的速率逐渐上升到 187.4 kg/s. 在第 170 个采样时刻时, 水位的设定值阶跃变化为 50 mm. 相关参数与前述仿真研究一致. 将本文提出的部分离线控制器与传统 LQR 以及文[25] 的方法进行比较, 仿真结果如图 11-12 所示.

由图 11-12 可以看出, LQR 得出的给水流量变化更加剧烈. 在升负荷的过程中, LQR 采用不同负荷下的线性模型得到反馈控制律, 没有考虑未来时刻 UTSG 系统参数的变化, 由于 UTSG 的虚假水位动态, 给出了相反的控制作用, 同时给水流量变化较为剧烈. 本文的部分离线模糊策略和文[25] 离线的方法将未来时刻 UTSG 系统看作一个多胞模型, 将鲁棒控制器的设计转化为求解若干 LMIs, 得到满足物理约束的给水流量, 能够处理 UTSG 系统的虚假

水位现象, 控制给水流量快速跟踪蒸汽流量变化. 值得注意的是, UTSG 水位控制系统具有逆动态、蒸汽流量扰动和随负荷变化表现出来的强非线性, 文[25] 提出的方法随着控制反馈时域的增加, 可行域的大小迅速收敛到最大范围; 另一方面, UTSG 水位的控制目标是在蒸汽流量的扰动下, 快速调节水位, 所以, 系统的初始值和扰动有清晰的物理描述, 在这种情况下, 选择若干离散的状态点, 对这些状态点分别设计反馈控制律, 得到恰好包含这些初始状态的椭圆不变集以及反馈控制律, 然后在线求解一个简单的优化问题得到的给水流量是系统最优性和稳定性以及计算量之间的折衷, 因而取得较好的控制效果.

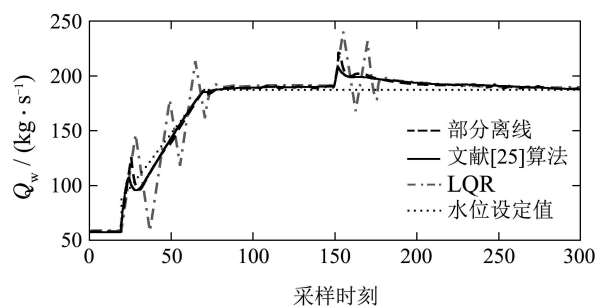


图 11 水位设定值和蒸汽扰动下的给水流量变化

Fig. 11 Feed-water flow-rate responses for changes in water level set point and steam flow-rate)

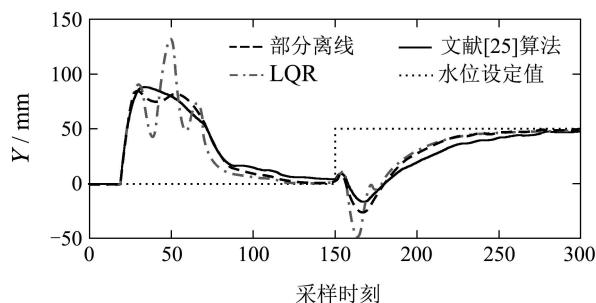


图 12 水位设定值和蒸汽扰动下的水位变化

Fig. 12 Water level responses for changes in water level set point and steam flow-rate)

## 5 结论(Conclusions)

本文针对核电站蒸汽发生器水位提出了准-最小-最大模糊预测控制策略. 针对控制对象模型复杂、运算量大、不易于实时在线优化的情况, 首先离线求解不同初始值下的不变集, 然后将在线优化简化为简单的约束优化问题. 这种方法在损失少量控制性能的同时大大减轻了在线的运算量. 仿真结果表明, 在核电站机组处于不同负荷时, 本文所提出的控制器可以克服蒸汽流量变化给水位带来的扰动, 在核电站机组大范围变负荷的过程中, 将水位维持在安全的范围内.

## 参考文献(References):

- [1] PARLOS A G, RAIS O T. Nonlinear control of U-tube steam generators via  $H_\infty$  control [J]. *Control Engineering Practice*, 2000, 8(8): 921 – 936.
- [2] CHO B H, NO H C. Design of stability and performance robust fuzzy logic gain scheduler for nuclear steam generators [J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 1997, 44(3): 1431 – 1441.
- [3] MUNASINGHE S R, KIM M S, LEE J J. Adaptive neurofuzzy controller to regulate UTSG water level in nuclear power plants [J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2005, 52(1): 421 – 429.
- [4] FAKHRAZARI A, BOROUSHAKI M. Adaptive critic-based neuro-fuzzy controller for the steam generator water level [J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2008, 55(3): 1678 – 1685.
- [5] DONG Z, HUANG X J, FENG J T. Water level control for the U-tube steam generator of nuclear power plants based on output feedback dissipation [J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2009, 56(3): 1600 – 1612.
- [6] ANSARIFAR G R, DAVILU H, TALEBI H A. Gain scheduled dynamic sliding mode control for nuclear steam generators [J]. *Progress in Nuclear Energy*, 2011, 53(6): 651 – 663.
- [7] AKKAWI M, JIANG J. An inverse control based set-point function for steam generator level control in nuclear power plants [J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2011, 58(6): 3291 – 3304.
- [8] LIU X J, GUAN P, CHAN C W. Nonlinear multi-variable power plant coordinate control by constrained predictive scheme [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(5): 1116 – 1125.
- [9] LIU X J, CHAN C W. Neuro-fuzzy generalized predictive control of boiler steam temperature [J]. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2006, 21(4): 900 – 908.
- [10] LIU X J, KONG X B. Nonlinear fuzzy model predictive iterative learning control for drum-type boiler-turbine system [J]. *Journal of Process Control*, 2013, 23(8): 1023 – 1040.
- [11] KOTHARE M V, METTLER B, MORARI M, et al. Linear parameter varying model predictive control for steam generator level control [J]. *Computers & Chemical Engineering*, 1997, 21(Suppl): S861 – S866.
- [12] NA M G, SIM Y R, LEE Y J. Design of an Adaptive Predictive Controller for Steam Generators [J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2003, 50(1): 186 – 193.
- [13] NA M G. Auto-tuned PID controller using a model predictive control method for the steam generator water level [J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2001, 48(5): 1664 – 1671.
- [14] KOTHARE M V, METTLER B, MORARI M, et al. Level control in the steam generator of a nuclear power plant [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2000, 8(1): 55 – 69.
- [15] HU K, YUAN J Q. Multi-model predictive control method for nuclear steam generator water level [J]. *Energy Conversion and Management*, 2008, 49(5): 1167 – 1174.
- [16] WANG F H, LIU X J. Improved RMPC based on piecewise uncertain model for UTSG water level control [C] // *The 25th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*. Piscataway, NJ: IEEE, 2013, 5: 1435 – 1440.
- [17] 赵敏, 李少远. 约束非线性系统切换鲁棒预测控制 [J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(4): 495 – 500.  
(ZHAO Min, LI Shaoyuan. Switching robust model predictive control strategy for constrained nonlinear system [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(4): 495 – 500.)
- [18] 何德峰, 丁宝苍, 于树友. 非线性系统模型预测控制若干基本特点与主题回顾 [J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(3): 273 – 287.  
(HE Defeng, DING Baocang, YU Shuyou. Review of fundamental properties and topics of model predictive control for nonlinear systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(3): 273 – 287.)
- [19] 王书斌, 胡品慧, 林立. 基于T-S模糊模型的状态反馈预测控制 [J]. *控制理论与应用*, 2007, 24(5): 819 – 824.  
(WANG Shubin, HU Pinhui, LIN Li. State feedback predictive control based on T-S fuzzy model [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(5): 819 – 824.)
- [20] WANG H O, TANAKA K, GRIFFIN M F. An approach to fuzzy control on nonlinear system: stability and design issues [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 14 – 22.
- [21] GUERRA T M, KRUSZEWSKI A, LAUBER J. Discrete Takagi-Sugeno models for control: Where are we? [J]. *Annual Reviews in Control*, 2009, 33(1): 37 – 47.
- [22] YANG W L, FENG G, ZHANG T J. Quasi min-max fuzzy model predictive control of direct methanol fuel cells [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2014, 248(1): 39 – 60.
- [23] YANG W L, FENG G, ZHANG T J. Robust model predictive control for discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy system with structured uncertainties and persistent disturbances [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2014, 22(5): 1213 – 1228.
- [24] 席裕庚, 李德伟. 预测控制定性综合理论的基本思路和研究现状 [J]. *自动化学报*, 2008, 34(10): 1225 – 1234.  
(XI Yugeng, LI Dewei. Fundamental philosophy and status of qualitative synthesis of model predictive control [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(10): 1225 – 1234.)
- [25] LI D W, XI Y G. Constrained robust feedback model predictive control for uncertain systems with polytopic description [J]. *International Journal of Control*, 2009, 82(7): 1267 – 1274.
- [26] LI D W, XI Y G. Design of robust model predictive control based on multi-step control set [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2009, 35(4): 433 – 437.
- [27] DING B C, XI Y G, CYCHOWSKI M T, et al. A synthesis approach for output feedback robust constrained model predictive control [J]. *Automatica*, 2008, 44(1): 258 – 264.
- [28] IRVING E, MIOSSEC C, TASSART J. Toward efficient full automatic operation of the PWR steam generator with water level adaptive control [C] // *Proceedings of the 2nd International Conference on Boiler Dynamics and Control in Nuclear Power Stations*. London: BNES, 1980, 10: 309 – 329.
- [29] ALESSANDRI A, BAGLIETTO M, BATTISTELLI G. On estimation error bounds for receding-horizon filters using quadratic boundedness [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(8): 1350 – 1355.
- [30] CUZZOLA F A, GEROMEL J C, MORARI M. An improved approach for constrained robust model predictive control [J]. *Automatica*, 2002, 38(7): 1183 – 1189.
- [31] LU Y H, ARKUN Y. Quasi-min-max MPC algorithms for LPV systems [J]. *Automatic*, 2000, 36(4): 527 – 540.
- [32] GAHINET P, NEMIROVSKI A, LAUB A J, et al. *LMI Control Toolbox: For Use with MATLAB* [M]. Natick, MA: The Mathworks, Inc., 1995.
- [33] WAN Z, KOTHARE M V. An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities [J]. *Automatica*, 2003, 39(5): 837 – 846.

## 作者简介:

姜 颀 (1989–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为鲁棒模型预测控制, E-mail: fyjiangdi@126.com;

刘向杰 (1966–), 男, 博士生导师, 主要从事非线性预测控制理论、方法及应用、复杂工业系统的智能化控制、电站节能与优化控制等方面的研究, E-mail: liuxj@ncepu.edu.cn.