

# 一类无冲突轨迹规划方案

韩云祥<sup>1</sup>, 汤新民<sup>2†</sup>, 张 明<sup>2</sup>

(1. 江苏理工学院 汽车与交通工程学院, 江苏 常州 213000; 2. 南京航空航天大学 民航学院, 江苏 南京 210016)

**摘要:** 在新一代空中交通管理自动化系统实施方案中, 航迹规划模块在基于航迹的航空器运行过程中扮演着重要角色. 为了在大流量、高密度和小间隔条件下获取多航空器无冲突航迹, 针对不同的航路空间分布结构, 基于航路冲突点保护区竞争机制, 构建了空域多航空器极大代数耦合模型和多航空器冲突预调配模型, 根据管制间隔约束建立了模型输入、状态和输出之间的约束关系. 采用调整航空器过冲突点时刻和初始放行时刻两种策略, 提出了一种多航空器航迹规划优化模型. 算例分析表明, 所提出的多航空器航迹规划模型可行有效.

**关键词:** 民用航空; 航空运输; 航空器; 空中交通管制; 间隔; 航迹; 优化; 数学模型

**中图分类号:** TP277      **文献标识码:** A

## Conflict-free trajectory planning scheme

HAN Yun-xiang<sup>1</sup>, TANG Xin-min<sup>2†</sup>, ZHANG Ming<sup>2</sup>

(1. School of Automobile and Traffic Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou Jiangsu 213000, China;

2. Civil Aviation College, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

**Abstract:** The trajectory planning module plays an important role in the new generation air traffic management automation system. For the planning of multiple aircraft conflict-free strategic trajectories under the condition of great traffic flow, high density, and small separation, the multi-aircraft max-algebra coupled model and conflict pre-deployment model are proposed based on competition mechanism as well as space distribution structure of air routes. The relationship between input variable, state variable and output variable is established according to the air traffic control separation constraints. The trajectory optimization model is formulated by adjusting the time of aircraft arrival and departure. Besides, the simulation results demonstrated the optimization model proposed in this paper is effective and feasible.

**Key words:** civil aviation; air transportation; aircraft; air traffic control; separation; trajectories; optimization; mathematical models

## 1 引言(Introduction)

随着全球航空运输业快速发展与空域资源有限矛盾的日益突出, 在空中交通流密集的复杂空域, 采用飞行计划结合空管调配的空中交通管理方式逐渐显示出其落后性. 在此情况下, 欧洲和美国分别计划并实施其下一代空中交通管理系统, 即美国的新一代空中运输系统(next generation air transportation system, NGATS)<sup>[1]</sup>和欧洲共同体的单一欧洲天空空中交通系统研究(single European sky air traffic research system, SESAR)<sup>[2]</sup>. 在大流量、高密度和小间隔空域运行条件下对多航空器实施无冲突航迹规划是新一代空管自动化系统最为核心的技术之一<sup>[3]</sup>. 目前战术层面的航空器航迹推测研究中出现的算法主要分为两种: 基于数据挖掘模型的航迹推测和基于航空器模型的航

迹推测. 前者不依赖于空气动力学和牛顿力学模型, 也不需要获取航空器的动力学参数, 主要通过大量的实际飞行数据进行统计分析来进行航迹推测<sup>[4-5]</sup>. 后者则基于航空器飞行性能, 从航空器运行的水平剖面、垂直剖面和速度剖面出发, 分析各个剖面不同航段上的飞机运动学模型并依此生成航空器航迹<sup>[6-7]</sup>. 基于多航空器运行状态的非线性, Lympelopoulos等采用序贯蒙特卡洛仿真方法进行多航空器航迹推测<sup>[8-9]</sup>. 陈强等依据安全间隔对飞行计划进行自动探测, 检测飞行计划之间存在的潜在冲突, 用于调整原有飞行计划<sup>[10]</sup>. 吴舜歆等针对飞行计划探测中航迹交叉时的横向间隔冲突探测给出了判定模型<sup>[11]</sup>.

在地面交通极大代数理论应用方面, Goverde等应用极大代数理论对交通系统进行建模, 针对交通系统

收稿日期: 2014-10-31; 录用日期: 2015-04-12.

†通信作者. E-mail: tangxinmin@nuaa.edu.cn; Tel: +86 13813952160.

国家自然科学基金项目(61174180, 71271113, U1233101)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61174180, 71271113, U1233101).

的周期性、稳定性和鲁棒性等关键特性进行分析<sup>[12]</sup>. Olsder等针对交通运行网络, 基于极大代数理论, 针对交通工具运行时间, 在考虑随机因子的前提下对交通系统进行理论分析<sup>[13-15]</sup>. Schutter等针对铁路系统的列车延误问题和生产过程的加工安排问题, 借鉴极大代数理论和模型预测控制理论对列车运行状态和生产过程进行规划调整<sup>[16-17]</sup>. 李勇建等在极大代数框架下给出了循环排队网络的系统状态方程, 分析了系统的稳定性等特征<sup>[18-19]</sup>.

总体来看, 相关文献仅对飞行计划中可能存在的冲突进行预测, 没有给出具体的产生无冲突航迹规划的方法, 这是因为多航空器无冲突航迹规划过程是一类典型的非线性规划问题, 规划过程所涉及到的约束条件存在严重的逻辑非线性特征, 这对于直接研究各航空器的航迹规划过程造成了很大困难. 因此, 为了提高多航空器航迹的可用性, 需要以单航空器航迹推测模型和航路航线特征为基础, 从全局和系统的角度对多航空器航迹进行规划. 本文针对多航空器航迹规划问题, 从以下4个方面展开研究: 1) 单航段交通流代数模型构建; 2) 多航段交通流代数模型构建; 3) 空域交通流代数模型构建; 4) 多航空器轨迹优化模型构建.

## 2 单航段交通流代数模型构建(Single segment traffic flow algebra model formulation)

极大代数理论是由英国学者Cuninghame-Green等提出的<sup>[20-21]</sup>, 法国学者Cohen及其合作者将其成功地运用到了离散事件动态系统的建模和分析中<sup>[22-23]</sup>, 下面简要给出极大代数中的基本运算规则:

- 1) 设 $\mathbb{R}$ 为实数域, “ $-\infty$ ”为负无穷大, 则极大代数运算的定义域为 $\bar{R} = R \cup \{-\infty\}$ ;
- 2) 设 $a, b \in \bar{R}$ 为任意两个标量, 则定义“ $\oplus$ ”为“取大”运算, 即 $a \oplus b = \max(a, b)$ ;
- 3) 设 $a, b \in \bar{R}$ 为任意两个标量, 则定义“ $\otimes$ ”为“取和”运算, 即 $a \otimes b = a + b$ ;
- 4) 零元 $\varepsilon$ 定义为“负无穷大”, 关于极大代数更多的运算规则, 可参见文献[24].

本节以图1所示航段 $AB$ 上运行的航空器流为研究对象, 重点讨论航空器流的状态演化及其在代数层次上的建模问题. 对于单航段情形, 航空器交通流的状态演化过程可以用 $n$ 个航段 $M_1, M_2, \dots, M_n$ 对 $m$ 个航空器 $P_1, P_2, \dots, P_m$ 的服务过程来表征, 其中 $\{1, 2, \dots, m\}$ 表示航空器的编号, 设定各个航段的长度为空管规则规定的最小水平安全间隔 $d_{\min}$ . 按照特定的飞行路径, 各个航空器 $P_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 均要接受 $n$ 个航段 $M_1, M_2, \dots, M_n$ 的顺次服务并且每个航段 $M_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 都要对 $m$ 个航空器 $P_1, P_2, \dots, P_m$ 顺次服务. 在该串行服务过程中, 称航段对航空器的服务过程为“服务活动”, 航空器和航段构成服务

活动的共享资源, 称航空器开始进入某航段或某航段开始为航空器服务为资源输入, 航空器飞离某航段或某航段对航空器服务完毕为资源输出. 因而, 服务过程包含 $mn$ 个独立的服务活动, 分别有 $(m + n)$ 个资源输入和 $(m + n)$ 个资源输出. 对串行服务过程的建模, 归结为推导反映服务过程的系统变量间的逻辑和时间关系, 即“状态方程”和“输出方程”, 下面首先对系统的变量(状态变量、输入变量和输出变量)和参数(服务时间)进行定义<sup>[24]</sup>.

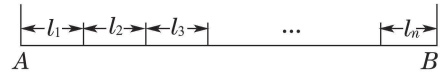


图 1 单航段结构划分

Fig. 1 The division of single segment

**定义 1** 定义 $x_{ij}$ 为状态变量, 且 $x_{ij}$  = “相对于一个批次服务过程中, 航段 $M_j$ 对航空器 $P_i$ 服务活动的最早开始时间”, 其中:  $j = 1, 2, \dots, n$ 和 $i = 1, 2, \dots, m$ .

**定义 2** 定义 $u_l$ 为输入变量, 且 $u_l$  = “相对于一个批次服务过程中, 第 $l$ 个资源投入其第1个服务活动的开始时间”, 其中:  $l = 1, 2, \dots, n + m$ , 资源的序号按先航段后航空器进行排序.

**定义 3** 定义 $y_l$ 为输出变量, 且 $y_l$  = “对于一个批次服务过程中, 第 $l$ 个资源从服务过程中完全释放的最早时间”, 其中:  $l = 1, 2, \dots, n + m$ , 资源的序号按先航段后航空器进行排序.

**定义 4** 定义 $t_{ij}$ 为服务时间, 且 $t_{ij}$  = “相对于一个批次服务过程中, 航段 $M_j$ 对航空器 $P_i$ 的服务时间”, 其中:  $j = 1, 2, \dots, n$ 和 $i = 1, 2, \dots, m$ .

此外, 在讨论串行服务过程在代数层面上的建模问题时, 需要先给出作为分析服务过程基础的“航段对航空器服务得以开始进行的条件”和作为建立系统模型基础的服务过程应满足的“时间-逻辑”规则. 对所讨论的串行服务过程, 航段 $M_j$ 对航空器 $P_i$ 的服务得以开始进行, 当且仅当“航段 $M_j$ 可利用”和“航空器 $P_i$ 处于该航段入口”这两个条件同时满足, 其中 $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ . 对所讨论的串行服务过程, 在考虑航空器间的间隔是最小安全间隔的前提下, 基于以上所给出的“航段对航空器服务条件”, 可得到服务过程应遵循的“时间-逻辑”规则为:

**规则 1**  $i = 1$ 和 $j = 1$ 时, 对航空器 $P_1$ 和航段 $M_1$ , 航段对航空器服务条件可表征为

$$x_{11} = \max\{u_1, u_{n+1}\}. \quad (1)$$

**规则 2**  $i = 1$ 和 $j \neq 1$ 时, 对航空器 $P_1$ 和航段 $M_j (j = 2, 3, \dots, n)$ , 航段对航空器服务条件对应于“航段 $M_{j-1}$ 对航空器 $P_1$ 服务完毕和航段 $M_j$ 可利用”, 可表征为

$$x_{1j} = \max\{u_j, x_{1,j-1} + t_{1,j-1}\}. \quad (2)$$



其中  $E$  为极大代数意义下的单位矩阵, 对于状态方程, 逐次左圈乘矩阵  $E, A, A^2, \dots$  和  $A^{p-1}$ , 可以得到:

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \mathbf{Ax} \oplus \mathbf{Bu}, \\ \mathbf{Ax} = \mathbf{A}^2\mathbf{x} \oplus \mathbf{ABu}, \\ \mathbf{A}^2\mathbf{x} = \mathbf{A}^3\mathbf{x} \oplus \mathbf{A}^2\mathbf{Bu}, \\ \vdots \\ \mathbf{A}^{p-2}\mathbf{x} = \mathbf{A}^{p-1}\mathbf{x} \oplus \mathbf{A}^{p-2}\mathbf{Bu}, \\ \mathbf{A}^{p-1}\mathbf{x} = \mathbf{A}^p\mathbf{x} \oplus \mathbf{A}^{p-1}\mathbf{Bu}. \end{cases} \quad (11)$$

根据矩阵  $A$  的特性, 可以导出:

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \mathbf{A}^* \mathbf{Bu}, \\ \mathbf{y} = \mathbf{CA}^* \mathbf{Bu}. \end{cases} \quad (12)$$

### 3 多航段交通流代数模型构建(Multi-segment traffic flow algebra model formulation)

以上讨论的是单一航段上基于极大代数理论的航空器流约束模型的构建, 下文着重讨论交叉航段上航空器流约束模型的构建, 包括3种情形, 即汇聚飞行、分散飞行和交叉飞行. 限于篇幅, 下面仅讨论最为典型的交叉航段代数模型. 如图2所示, 图中

$$|C_2D_1| = |C_1D_2| = |E_1F_2| = |E_2F_1| = d_{\min}.$$

在航段  $A_1OB_1$  上, 可将其划分为  $n_1$  个子段, 除子段  $C_1F_1$  外, 其余每一子段的长度均为  $d_{\min}$ . 同理, 可将航段  $A_2OB_2$  划分为  $n_2$  个子段, 除子段  $C_2F_2$  外, 其余每一子段的长度均为  $d_{\min}$ .

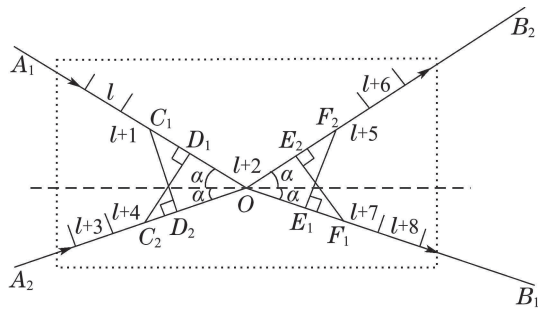


图 2 交叉航段子段划分

Fig. 2 The division of crossover segment

在交叉航段内, 飞行冲突点是位于交叉点附近的各个航段分段点. 若飞越交叉点  $O$  的前后两航空器  $i$  和  $j$  的运行航段相同(均为  $A_1OB_1$  或  $A_2OB_2$ ), 那么此种状况类似于单一航段情形, 本节不再进一步讨论. 下文主要讨论它们的运行航段不交叉时的冲突调配问题, 其中一架航空器的运行航段为  $A_1OB_1$ , 而另一架航空器的运行航段为  $A_2OB_2$ . 不失一般性, 对于在航段  $A_1OB_1$  上运行的航空器  $g$  和在航段  $A_2OB_2$  上运行的航空器  $h$ , 若航空器  $g$  先到达交叉点  $O$ , 按照先到先服务原则(即对某个固定的位置点来讲, 先对到达该位置点所用时间少的航空器提供服务), 在航段  $A_1OB_1$  和  $A_2OB_2$  上运行的航空器流需

满足的约束同前文所述. 此外, 在交叉点  $O$  处还需满足以下约束条件:

$$\begin{cases} x_{h,l+4} = x_{g,l+2} \otimes t_{g,l+2} \oplus x_{h,l+3} \otimes t_{h,l+3}, \\ x_{h,l+2} = x_{g,l+7} \otimes t_{g,l+7} \oplus x_{h,l+4} \otimes t_{h,l+4}. \end{cases} \quad (13)$$

### 4 空域交通流代数模型构建(Airspace traffic flow algebra model formulation)

以上讨论的是单航段以及多航段单交叉点的情形, 在航空器实际运行中, 一个基本空域单元内(如包含多个机场的终端管制区或高空管制区)可能存在各种各样的飞行冲突, 包括汇聚冲突、发散冲突、交叉冲突或追赶冲突等. 因此, 有必要以单航段串行服务极大代数模型为基础, 建立空域单元的极大代数合成模型. 根据以上讨论, 可将空域单元的合成模型视为由单个基本冲突控制模型串联的结果, 不妨设第  $(i-1)$  个冲突控制模型  $\sum_{i-1}(A_{i-1}, B_{i-1}, C_{i-1})$  与第  $i$  个冲突控制模型  $\sum_i(A_i, B_i, C_i)$  为如图3所示的串联关系.

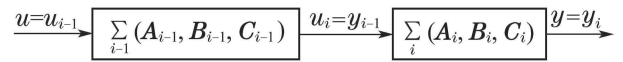


图 3 子模型串联结构

Fig. 3 The series connection of sub-models

因此, 合成后的模型可以描述为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i-1} \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{i-1,i} \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i-1} \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} \oplus \mathbf{B}_{i-1,i} \otimes \mathbf{u}_{i-1}, \\ \mathbf{y}_i = \mathbf{C}_{i-1,i} \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i-1} \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} \oplus \mathbf{D}_{i-1,i} \otimes \mathbf{u}_{i-1}. \end{cases} \quad (14)$$

运用向量-矩阵方程的表示形式, 合成后系统的状态方程和输出方程表达式分别为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i-1} \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{i-1} & \epsilon \\ \mathbf{B}_i \otimes \mathbf{C}_{i-1} \otimes \mathbf{A}_{i-1} & \mathbf{A}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i-1} \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{i-1} \\ \mathbf{B}_i \otimes \mathbf{C}_{i-1} \otimes \mathbf{B}_{i-1} \end{bmatrix} \mathbf{u}_{i-1}, \quad (15)$$

$$\mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_i \otimes \mathbf{B}_i \otimes \mathbf{C}_{i-1} \otimes \mathbf{A}_{i-1} \\ \mathbf{C}_i \otimes \mathbf{A}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i-1} \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} \oplus (\mathbf{C}_i \otimes \mathbf{B}_i \otimes \mathbf{C}_{i-1} \otimes \mathbf{B}_{i-1}) \mathbf{u}_{i-1}. \quad (16)$$

同理, 当从第  $(i-1)$  个冲突控制模型直到第  $(i+n-2)$  个冲突控制模型, 即存在  $n$  个冲突控制模型串联时, 则合成后的系统矩阵、输入矩阵、输出矩阵和直接传输矩阵分别如下所示. 根据冲突控制模型合成后的系统状态方程, 可以判断多航空器无冲突航迹规划方

案是否可行,若不可行,那么可依据系统状态方程给出新的多航空器无冲突航迹规划方案.

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_{i-1} \\ A_{i-1} B_i C_{i-1} \\ A_{i-1} \sum_{j=i}^{i+1} \otimes B_j \sum_{j=i-1}^i \otimes C_j A_{i+1} \\ \vdots \\ A_{i-1} \sum_{j=i}^{i+n-2} \otimes B_j \sum_{j=i-1}^{i+n-3} \otimes C_j \cdots A_{i+n-2} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B_{i-1} \\ B_{i-1} \otimes B_i \otimes C_{i-1} \\ \sum_{j=i-1}^{i+1} \otimes B_j \otimes \sum_{j=i-1}^i \otimes C_j \\ \vdots \\ \sum_{j=i-1}^{i+n-2} \otimes B_j \otimes \sum_{j=i-1}^{i+n-3} \otimes C_j \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} A_{i-1} \otimes \sum_{j=i}^{i+n-2} \otimes B_j \sum_{j=i-1}^{i+n-2} \otimes C_j \\ A_i \otimes \sum_{j=i+1}^{i+n-2} \otimes B_j \sum_{j=i}^{i+n-2} \otimes C_j \\ \vdots \\ A_{i+n-2} \otimes C_{i+n-2} \end{bmatrix}^T, \quad (19)$$

$$\bar{D} = \sum_{j=i-1}^{i+n-2} \otimes B_j \otimes \sum_{j=i-1}^{i+n-2} \otimes C_j. \quad (20)$$

## 5 多航空器轨迹优化模型构建(Multi-aircraft trajectory optimization model formulation)

假设所有存在冲突状况的航空器预计离场时刻不变,则它们必然在多个航段内进行调速.在实际运行中,为了降低管制员和飞行员工作负荷以及提高航班运行的经济性,通常将航空器的空中等待转化为地面等待.因此,空中交通流量管理部门倾向于采取调整起飞时刻的方法,通过控制航空器到达关键航路点的时刻来避免飞行冲突.无论是调整航空器运行速度还是调整其到达航段入口的时刻,其必然影响同一航段上或相邻航段上后续多个航空器的运行.从以上两种航空器运行状态调整出发,由前文所构建的极大代数模型可知,调整航空器到达航段入口的时刻本质上就是调整状态方程中变量 $u$ 的数值,调整航空器的航段运行速度本质上就是调整状态方程中变量 $A$ 和 $C$ 的数值.设需要调整航段运行状态的航空器数量为 $m$ ,从减少航空器空中总延误和减小对原始放行时刻的调整量两个角度出发,多航空器无冲突航迹规划调整策略可以描述为如下的优化问题:

$$\min \left\{ \alpha \sum_{k=n+1}^{n+m} R \Delta u(k) + \beta \sum_{k=n+1}^{n+m} Q \Delta y(k) \right\},$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x + \Delta x = (A + \delta(\beta, 0) \Delta A) \otimes (x + \Delta x) \oplus B \otimes (u + \delta(\alpha, 0) \Delta u), \\ y + \Delta y = (C + \delta(\beta, 0) \Delta C) \otimes (x + \Delta x), \\ \Delta u_{\min} \leq \Delta u \leq \Delta u_{\max}, \\ \Delta A_{\min} \leq \Delta A \leq \Delta A_{\max}, \\ \Delta C_{\min} \leq \Delta C \leq \Delta C_{\max}, \end{cases} \quad (21)$$

其中: $\alpha$ 和 $\beta$ 分别表示调整航空器原始放行时刻和运行速度两种措施的权系数, $R$ 和 $Q$ 分别表示两种调整措施下各航空器的权系数, $\Delta u$ , $\Delta A$ 和 $\Delta C$ 为决策变量, $[(\cdot)_{\min}, (\cdot)_{\max}]$ 表示变量 $(\cdot)$ 的两个边界约束值,且

$$\alpha + \beta = 1, \alpha \geq 0, \beta \geq 0,$$

$$R = [r_1 \ r_2 \ \cdots \ r_m], \sum_{i=1}^m r_i = 1 (r_i \geq 0),$$

$$Q = [q_1 \ q_2 \ \cdots \ q_m], \sum_{i=1}^m q_i = 1 (q_i \geq 0).$$

定义 $\delta(x, y)$ 为“逆克罗奈克函数”,即:当 $x = y$ 时, $\delta(x, y) = 0$ ;当 $x \neq y$ 时, $\delta(x, y) = 1$ .根据以上所构建的多航空器无冲突航迹规划目标函数和约束条件,通过选取适当的权系数 $\alpha$ 和 $\beta$ ,可以构造多种无冲突航迹规划模型,具体包括:

1) 若 $\alpha = 1, \beta = 0$ ,此种情况下仅通过调整航空器原始放行时刻来避免冲突.

2) 若 $\alpha = 0, \beta = 1$ ,此种情况下仅通过调整航空器在航段上的运行速度来避免冲突.

3) 若 $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ ,此种情况下通过调整航空器原始放行时刻和航空器在航段上的运行速度两种方案来避免冲突.

## 6 仿真验证(Simulation validation)

为验证多航空器无冲突航迹规划模型的有效性,不失一般性,以6架航空器的交叉飞行情形为例进行无冲突航迹规划,6架航空器的速度分别为

$$v_1 = 850 \text{ km/h}, v_2 = 750 \text{ km/h}, v_3 = 800 \text{ km/h},$$

$$v_4 = 850 \text{ km/h}, v_5 = 650 \text{ km/h}, v_6 = 750 \text{ km/h},$$

各航空器的调速范围均为 $[600 \text{ km/h}, 900 \text{ km/h}]$ .航空器运行的航路结构如图4所示,其中航空器1、航空器3和航空器4所在的航段为 $A_1 B_1$ ,航空器2、航空器5和航空器6所在的航段为 $A_2 B_2$ , $O$ 为航段交叉点且 $\alpha = 15^\circ$ .

此外,航段上各个位置点的距离参数分别为

$$|G_1 H_1| = |H_1 I_1| = |H_2 I_2| = 60 \text{ km},$$

$$|G_2 H_2| = 50 \text{ km}, |I_1 C_1| = 80 \text{ km}, |I_2 C_2| = 100 \text{ km},$$

$$|C_1 O| + |O F_1| = |C_2 O| + |O F_2| = 40 \text{ km},$$

$$|C_1 D_2| = |C_2 D_1| = |E_1 F_2| = |E_2 F_1| = 10 \text{ km}.$$

在各航空器不调整其自身状态的前提下,若以 $P_i(t_0) = A(i = 1, 2, \dots, 6)$ 表示初始时刻 $t_0$ 航空器 $i$ 所在的

位置点是  $A$ , 那么  $t_0$  时刻各航空器在航段上的位置分别为  $P_1(t_0) = I_1, P_3(t_0) = H_1, P_4(t_0) = G_1, P_2(t_0) = I_2, P_5(t_0) = H_2, P_6(t_0) = G_2$ . 根据以上条件可知, 航空器 1 和航空器 2 的运行状态在交叉点  $O$  处不满足前文所述的“时间-逻辑”规则, 由于航空器 1 的运行状况会影响到航空器 3 和航空器 4 且航空器 2 的运行状况会影响到航空器 5 和航空器 6, 因此需要根据相关指标函数对以上 6 架航空器运行状态进行统一调整.

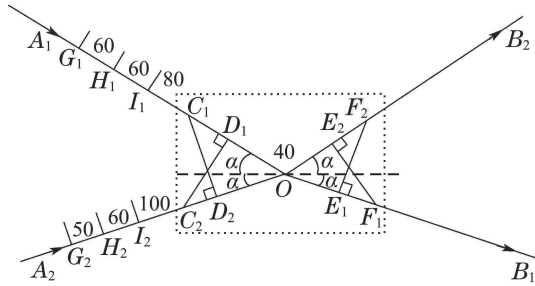


图 4 交叉航段结构参数

Fig. 4 The parameters of crossover segment

取  $R = Q = [1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6]$ ,  $a_{i,\min} = c_{i,\min} = 42\text{ s}$ ,  $a_{i,\max} = c_{i,\max} = 55\text{ s}$ , 根据多航空器无冲突航迹规划模型的情形(1), 通过计算得到航空器 2、航空器 3、航空器 4、航空器 5 和航空器 6 的推迟时间分别为  $0.0078\text{ h}, 0.0195\text{ h}, 0.0092\text{ h}, 0.0454\text{ h}$  和  $0.0731\text{ h}$ . 在各航空器根据以上时间进行调整后, 航空器间均满足前文所讨论的“时间-逻辑”规则. 根据多航空器无冲突航迹规划模型的情形(2), 结合优化结果和航空器状态的连续改变过程, 得到航空器 2、航空器 3、航空器 4、航空器 5 和航空器 6 的速度调整过程分别如图 5-9 所示, 图中圆圈符号分别代表各采样时刻的航空器状态, 其中: “1”, “0” 和 “-1” 分别表示加速状态、匀速状态和减速状态, 航空器 2、航空器 3、航空器 4、航空器 5 和航空器 6 离开交叉点  $O$  的时刻为  $0.2016\text{ h}, 0.2492\text{ h}, 0.3052\text{ h}, 0.2436\text{ h}$  和  $0.3192\text{ h}$ . 在各航空器根据以上状态进行调整后, 航空器间同样满足前文所讨论的“时间-逻辑”规则. 此外, 在调整航空器运行状态时, 它们的速度变化过程均是连续的.

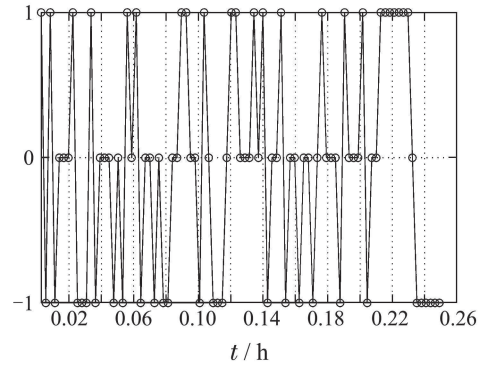


图 6 航空器 3 速度调整过程

Fig. 6 The speed adjustment of aircraft 3

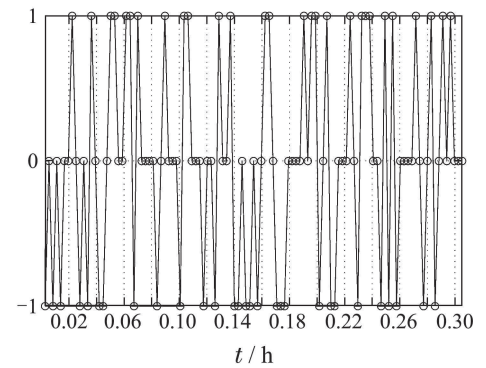


图 7 航空器 4 速度调整过程

Fig. 7 The speed adjustment of aircraft 4

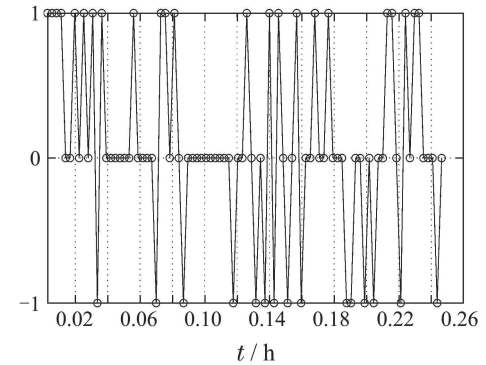


图 8 航空器 5 速度调整过程

Fig. 8 The speed adjustment of aircraft 5

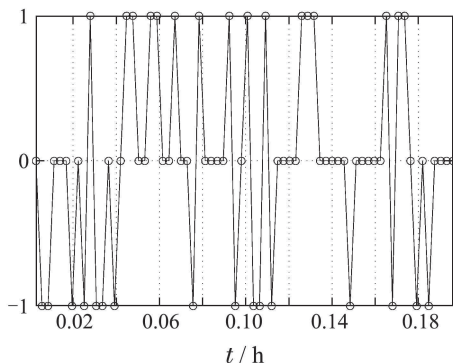


图 5 航空器 2 速度调整过程

Fig. 5 The speed adjustment of aircraft 2

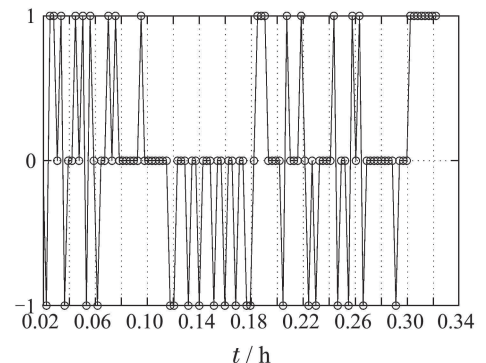


图 9 航空器 6 速度调整过程

Fig. 9 The speed adjustment of aircraft 6

## 7 结论(Conclusions)

依据空域内航空器流的运行特性, 通过将航路分段并考虑航段间的结构, 借鉴极大代数理论, 以航空器流的运行特性为基础, 建立了基于航路冲突点保护区竞争的极大代数耦合模型. 依据空中交通管制规则确定了模型输入变量、状态变量和输出变量之间的关系, 采用调整航空器运行速度和起飞时刻两种策略, 建立了极大代数意义下多航空器航迹规划模型. 未来的研究将侧重于分析输入扰动对输出之间的关系, 进而分析输出受输入影响的敏感性.

## 参考文献(References):

- [1] HARRY S, RICHARD B, MICHAEL L. *Next generation air transportation system (NGATS) air traffic management (ATM)-airspace project* [R]. Washington: National Aeronautics and Space Administration, 2006.
- [2] OLAF D, THORSTEN A, CRISTIANO B, et al. *SESAR D3 ATM target concept* [R]. Montreal: European Organization for the Safety of Air Navigation, 2007.
- [3] 吕小平. 中国民航新一代空中交通管理系统发展总体框架 [J]. 中国民用航空, 2007, 80(8): 24 – 26.  
(LV Xiaoping. The development framework of next generation civil aviation air traffic management system [J]. *China Civil Aviation*, 2007, 80(8): 24 – 26.)
- [4] 彭瑛, 胡明华, 张颖. 动态航迹推测方法 [J]. 交通运输工程学报, 2005, 5(1): 61 – 65.  
(PENG Ying, HU Minghua, ZHANG Ying. Conjecture method of dynamic flying track [J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2005, 5(1): 61 – 65.)
- [5] PREVOST C G, DESBIENS A, GAGNON E. Extended kalman filter for state estimation and trajectory prediction of a moving object detected by an unmanned aerial vehicle [C] // *American Control Conference*. New York: IEEE, 2007: 1805 – 1810.
- [6] COPPENBARGER R A. Climb trajectory prediction enhancement using airline flight-planning information [C] // *Proceedings of the AIAA Aviation Systems*. Portland: AIAA, 1999: 1 – 11.
- [7] 汤新民, 韩云祥, 韩松臣. 基于混杂系统模型的航空器4D航迹推测 [J]. 南京航空航天大学学报, 2012, 44(1): 105 – 112.  
(TANG Xinmin, HAN Yunxiang, HAN Songchen. Aircraft 4D trajectory estimation based on hybrid system model [J]. *Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2012, 44(1): 105 – 112.)
- [8] LYMPEROPOULOS I, LYGEROS J, LECCHINI A. Model based aircraft trajectory prediction during take-off [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. Colorado: AIAA, 2006: 1 – 12.
- [9] LYMPEROPOULOS I, LYGEROS J. Sequential monte-carlo methods for multi-aircraft trajectory prediction in air traffic management [J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2010, 24(10): 830 – 849.
- [10] 陈强, 游志胜, 杨波, 等. 飞行计划冲突预探测在ATC中的应用 [J]. 中国民航飞行学院学报, 2003, 14(2): 21 – 23.  
(CHEN Qiang, YOU Zhisheng, YANG Bo, et al. The application of flight plan conflict advance detection in ATC [J]. *Journal of China Civil Aviation Flying College*, 2003, 14(2): 21 – 23.)
- [11] 吴舜歆, 彭炜, 李瑞芳. 飞行计划冲突预探测算法研究 [J]. 计算机工程与设计, 2006, 27(3): 430 – 432.  
(WU Shunxin, PENG Wei, LI Ruifang. Study on flight plan conflict advance detection algorithm [J]. *Computer Engineering and Design*, 2006, 27(3): 430 – 432.)
- [12] GOVERDE R M, BOVY P H, OLSDER G J. The max-plus algebra approach to transportation problems [C] // *World Transport Research: Selected Proceedings of the 8th World Conference on Transport Research*. Antwerp: Elsevier, 1999: 377 – 390.
- [13] OLSDER G J, RESING J C, DE VRIES R E, et al. Discrete event systems with stochastic processing times [C] // *Proceedings of the 27th IEEE Conference on Decision and Control*. Austin: IEEE, 1988: 214 – 219.
- [14] OLSDER G J. Applications of the theory of stochastic discrete event systems to array processors and scheduling in public transportation [C] // *Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control*. Tampa: IEEE, 1989: 2012 – 2017.
- [15] OLSDER G J. Max algebra approach to discrete event systems [C] // *IEEE Colloquium on Discrete Event Systems: A New Challenge for Intelligent Control Systems*. London: IEEE, 1993: 6/1 – 6/3.
- [16] SCHUTTER B D, BOOM T D, HEGYI A. Model predictive control approach for recovery from delays in railway systems [J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2002, 1793(1): 15 – 20.
- [17] SCHUTTER B D, BOOM T D. Model predictive control for max-plus-linear discrete event systems [J]. *Automatica*, 2001, 37(7): 1049 – 1056.
- [18] 李彦平, 王梅生, 刘长有, 等. 离散事件动态系统稳定性分析 [J]. 控制理论与应用, 1992, 9(2): 135 – 140.  
(LI Yanping, WANG Meisheng, LIU Changyou, et al. Stability analysis of discrete event dynamic system [J]. *Control Theory & Applications*, 1992, 9(2): 135 – 140.)
- [19] 李勇建, 涂莘生, 贾春福. 循环排队网络的极大代数描述、稳定性与扰动分析 [J]. 控制理论与应用, 2002, 19(4): 527 – 531.  
(LI Yongjian, TU Fengsheng, JIA Chunfu. Max-algebra description, stability and perturbation analysis of cyclic queue network [J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(4): 527 – 531.)
- [20] CUNINGHAME-GREEN R. *Minimax Algebra: Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* [M]. Berlin: Springer, 1979.
- [21] CUNINGHAME-GREEN R, BUTKOVIC P. Generalised eigen problem in max-algebra [C] // *Proceedings of the 9th International Workshop on Discrete Event Systems*. Goteborg: IEEE, 2008: 236 – 241.
- [22] COHEN G, DUBOIS D, QUADRAT J, et al. A linear-system-theoretic view of discrete-event processes and its use for performance evaluation in manufacturing [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1985, 30(3): 210 – 220.
- [23] COHEN G, GAUBERT S, QUADRAT J. Max-plus algebra and system theory: where we are and where to go now [J]. *Annual Reviews in Control*, 1999, 23(1): 207 – 219.
- [24] 郑大钟, 赵千川. 离散事件动态系统 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.  
(ZHENG Dazhong, ZHAO Qianchuan. *Discrete Event Dynamic System* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000.)

## 作者简介:

**韩云祥** (1985–), 男, 博士, 讲师, 研究方向为交通运输规划, E-mail: hannuaa@126.com;

**汤新民** (1979–), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为交通运输规划和场面引导控制, E-mail: tangxinmin@nuaa.edu.cn;

**张明** (1975–), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为终端空域规划与评估, E-mail: zhangm@nuaa.edu.cn.