

变体飞行器链式平滑切换控制

王青¹, 王通^{1†}, 董朝阳², 江未来²

(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191; 2. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

摘要: 针对变体飞行器在连续变形过程中的高度保持和姿态稳定问题, 提出了一种平滑切换状态反馈控制器设计方法. 建立了纵向运动的链式平滑切换系统模型, 相比于传统的任意切换律和硬切换方案, 所提出的模型能够更准确的反映变形过程的运动特性, 且降低了设计的保守性. 推导了链式平滑切换系统有限时间有界且具有鲁棒性能指标的充分条件, 将增稳控制器设计转化为具有线性矩阵不等式组约束的优化问题. 所设计的控制器虽然放宽了对系统渐近稳定性的要求, 但能够保证系统状态在变形时间段内有界稳定, 且兼顾了实际的舵偏响应. 控制算例和非线性仿真验证了所提方法的有效性.

关键词: 飞行控制; 姿态控制; 切换系统; 变体飞行器

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Chained smooth switching control for morphing aircraft

WANG Qing¹, WANG Tong^{1†}, DONG Chao-yang², JIANG Wei-lai²

(1. School of Automation Science & Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. School of Aeronautic Science & Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Considering the altitude-keeping and attitude-stabilization during the continuous transformation of the morphing aircraft, we propose a design method for the smooth switching state feedback controller. A class of chained smooth switched system model for the longitudinal motion is built. This model is more precise in approximating the transition dynamics than the hard switching scheme with arbitrary switching law; it can also reduce the conservatism of the control design. The sufficient condition is derived for ensuring the finite-time boundedness and the robustness performance of the chained smooth switched system. The design problem of the stability-enhancement controller is translated to an optimization problem involving linear matrix inequalities. Although the obtained controller relaxes the requirement of asymptotic stability, it guarantees that the system states to be boundedly stable during the variation process, and also synthesizes the elevator characteristics. The numerical example and nonlinear simulation are given to illustrate the efficacy of the proposed approach.

Key words: flight control; attitude control; switched system; morphing aircraft

1 引言(Introduction)

变体飞行器能够在飞行过程中主动改变外形, 以达到扩大飞行包线和适应不同飞行性能的目的, 从而满足多种任务模式的要求. 作为一类具有巨大发展潜力的新概念飞行器, 近年来变体飞行器的相关研究吸引了广泛的关注^[1-2].

变体飞行器控制系统的研究热点主要集中在机体变形控制系统和飞行控制系统的设计^[3-4], 后者是本文研究的主要问题. 针对变形过程中的运动建模与姿态控制, 国内外学者开展了一系列的研究^[5-9]. 文献[5]利用时变极点的概念建立了后掠翼快速变化的微型飞行器纵向模型, 指出由于变形时间和飞行器动

态特性具有相近的时间尺度, 必须考虑变形带来的时变特性. 文献[6]针对Z型翼变体飞机建立了纵向多体动力学模型, 进行了机翼折叠动态过程的气动特性数值模拟, 研究了重心位置移动和气动特性变化对变形动态特性的影响. 文献[7]考虑一类大尺度变形飞行器, 建立了具有附加力矩项的线性变参数模型, 针对纵向运动方程设计了镇定控制器和轨迹跟踪算法.

上述研究表明, 在变形过程中飞行器的结构、外形和气动参数大幅快速变化, 且变形引起附加的惯性力和力矩, 对稳定飞行带来严重影响, 需要重新考虑控制系统设计保证变形飞行的稳定性和控制性能. 在现有的飞行控制工程中, 增益调参控制得到了广泛应用,

但是其对于参数快速变化的变体飞行器已经很难适用^[8]. 线性变参数(linear parameter varying, LPV)系统模型及其鲁棒控制是一种代替方式, 由于系统参数可视为随外形参数连续变化, 因此LPV方法在变体飞行器控制中也得到了一定的应用. 文献[9]考虑一类无尾折叠翼飞行器, 建立了系统的LPV模型并设计了鲁棒 H_∞ 控制器保证变形过程的稳定性. 但是, LPV系统建模的复杂性也制约了其应用.

近年来, 部分学者应用切换系统模型描述飞行器的运动特性, 取得了一定的成果^[10-12]. 段广仁将多模型切换控制方法应用于倾斜转弯导弹的自动驾驶仪设计^[10]. Hou等将飞行器在大包线内的运动建模为一类切换系统, 并通过切换系统理论分析了系统的全局稳定性. 上述方法为变体飞行器的建模与控制提供了新的思路, 但是上述切换控制方法仍有局限性^[11]. 首先, 切换系统固有的离散信号与实际不符, 需要引入新的描述形式. 硬切换系统假设子系统切换具有瞬时性, 对于具有过渡过程的切换有失准确, 且易造成系统抖动. 为解决该问题, 文献[12]通过对近空间变结构飞行器的多模型子控制器引入模糊加权来实现软切换, 保证系统状态的平滑变化和较高的控制精度. 其次, 切换系统的稳定性分析通常在任意切换律下展开, 而未考虑实际系统具有受限切换序列的特点, 给系统的设计带来了较大的保守性. 文献[11]将飞行器在包线内不同工作点之间的飞行建模为具有局部重叠切换律的切换系统, 通过引入一类具有局部重叠特性的受限切换机制, 降低了设计的保守性.

综合上述考虑和机体变形的渐变特性, 本文引入时变权值建立一类平滑切换系统, 并提出链式切换律的概念, 建立变体飞行器的链式平滑切换系统模型, 合理反映了飞行器的运动特性和变形规律特征. 在控制综合方面, 由于变形过程仅持续较短的时间, 因此分析变形时间内的稳定性就显得更为重要. 另外, 由于变形引起的扰动较大, 通常很难保证所有状态始终收敛至平衡点, 这时只需保证各状态量(包括舵偏)的扰动在一定范围内即可. 因此, 保证系统在有限时间内有界稳定是对变体飞行器进行增稳控制的目标. 有限时间稳定概念的提出为研究系统在给定时间区间上的暂态性能提供了一条途径, 文献[13]针对具有时变参数不确定性和外部常值干扰的线性系统提出了鲁棒有限时间镇定的充分条件. 文献[14]针对切换时滞系统研究了系统有限时间有界且具有有限时间加权 L_2 增益的充分条件. 本文在上述研究基础上进一步为链式平滑切换系统设计有限时间鲁棒控制方案, 从而在变形过程中保持姿态稳定, 为变体飞行器控制系统设计提供了一条新的途径.

2 变体飞行器运动建模(Modelling of morphing aircraft)

选择具有变后掠机翼和滑动蒙皮的概念机作研究

对象, 无人靶机“火蜂”具有多种构型, 并可完成对不同机型的模拟, 可视为一类特殊的变体飞行器^[15]. 如图1, 该飞行器各构型具有不同的后掠角、展长和翼面积, 且可平滑变形过渡. 取后掠角为 15° 时的构型为基准构型, 且后掠角在 $15^\circ \sim 60^\circ$ 内连续变化.



图1 变体飞行器后掠变形示意图

Fig. 1 Sweepback transformation of morphing aircraft

为分析变形过程的运动特性, 给出以下假设:

假设 1 飞行器的外形变化始终关于纵向对称面对称, 则飞行器质心仅在机体系 X 轴上移动; 且在水平无侧滑飞行状态, 变形对横侧向运动不产生影响.

假设 2 由于变形引起的非定常气动力数值较小, 可以忽略不计, 认为变体飞行器变形过程中所受的气动力为当前构型对应的定常气动力.

定义变体飞行器基准构型质心位置为机体坐标系原点, 机体系坐标轴定义与传统定义相同. 则质心位置矢量为 $r_c = [x_c \ 0 \ 0]^T$, x_c 是质心在机体系 X 轴的坐标, 且随机翼的对称变形而变化. 由多刚体动力学可以得到变体飞行器的纵向短周期动力学方程式(1).

$$\begin{cases} mV(\dot{\alpha} - q) + mx_c(q^2 \sin \alpha - \dot{q} \cos \alpha) - \\ m\ddot{x}_c \sin \alpha - 2m\dot{x}_c q \cos \alpha = \\ -QSC_L + mg \cos(\theta - \alpha), \\ (I_y + mx_c^2)\dot{q} + 2mx_c\dot{x}_c q - \\ mx_c V\dot{\alpha} + mx_c Vq = \\ QSc_A C_m - mgx_c \cos \theta, \end{cases} \quad (1)$$

其中: m 是飞行器总质量; V 是飞行速度; q 是俯仰角速度; α 是攻角; g 是重力加速度; θ 是俯仰姿态角; I_y 是机体绕 Y 轴的转动惯量; Q 是动压; S 是参考面积; c_A 是平均气动弦长; C_L 和 C_m 分别是升力系数和俯仰力矩系数; δ_e 是升降舵偏, 其动态特性可近似如下:

$$\dot{\delta}_e = K_{\delta_e}(-\delta_e + u_{\delta_e}), \quad (2)$$

其中: K_{δ_e} 为惯性环节常数, u_{δ_e} 为升降舵偏指令. 由于变形中机体质心位移完全由机翼质心位移引起, 故有

$$x_c = \Delta x_w \frac{m_w}{m}, \quad (3)$$

其中: m_w 是机翼质量, Δx_w 是机翼质心在机体系 X 轴上的位移, 同理可得 \dot{x}_c 和 \ddot{x}_c 的表达式. 将 Δx_w 简记为 x_w , 用 x_w 将式(1)中与 x_c 有关的项替换, 并将含 x_w

的惯性项、重力矩项和转动惯量增量项合并, 视为由变形引起的广义干扰, 同时引入运动学方程, 结合式(2)得到变体飞行器纵向运动模型式(4):

$$\begin{cases} \dot{h} = V \sin(\theta - \alpha), \\ mV(\dot{\alpha} - q) = \\ -QSC_L + mg \cos(\theta - \alpha) + w_z, \\ \dot{\theta} = q, \\ I_y \dot{q} = QSc_A C_m + w_M, \\ \dot{\delta}_e = K_{\delta_e}(-\delta_e + u_{\delta_e}), \end{cases} \quad (4)$$

其中: h 是飞行高度, w_z 和 w_M 是广义干扰并可写为

$$\begin{cases} w_z = m_w x_w \dot{q} \cos \alpha - m_w x_w q^2 \sin \alpha + \\ 2m_w \dot{x}_w q \cos \alpha + m_w \ddot{x}_w \sin \alpha, \\ w_M = m_w x_w V \dot{\alpha} - m_w x_w V q - 2 \frac{m_w^2}{m} x_w \dot{x}_w q - \\ \frac{m_w^2}{m} x_w^2 \dot{q} - m_w x_w g \cos \theta. \end{cases} \quad (5)$$

与传统飞行器模型相比, 式(4)中的气动和结构参数随变形量连续变化, 且包含机翼变形引起的惯性力。对于前者, 可以将结构参数变化折算入气动参数, 再对气动参数进行流体力学计算; 对于后者, 可以通过变形量建模将其处理为有界干扰。

对模型进行线性化, 先将广义干扰项略去, 每隔 5° 后掠角对固定构型方程(4)进行配平, 并列小扰动方程的数值形式。再将 w_z 和 w_M 处理为有界时变干扰, 得到各构型的状态空间模型如下:

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + G_i w(t), \quad i \in \Omega_M, \quad (6)$$

其中: $x(t) = [\Delta h \quad \Delta \alpha \quad \Delta \theta \quad \Delta q \quad \Delta \delta_e]^T$ 为状态向量; $u(t) = \Delta u_{\delta_e}$ 为控制输入; $w(t) = [x_w \quad \dot{x}_w \quad \ddot{x}_w \quad x_w \dot{x}_w \quad x_w^2]^T$ 为干扰输入; 有限集合 $\Omega_M = \{i_{M1}, i_{M2}, \dots, i_{M10}\}$ 为子构型指标集, 且子构型 i_{M1} 对应后掠角 15° , 子构型 i_{M2} 对应后掠角 20° , 依次类推; A_i, B_i, G_i 为各构型的系统矩阵。由于飞行器在各构型之间平滑过渡, 设后掠角由 15° 变化至 60° 的时间为 T_M , 认为系统在各子构型之间平滑切换, 将变形飞行近似为如下的平滑切换系统模型。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i \in \Omega_M} \theta_i(t) [A_i x(t) + B_i u(t) + G_i w(t)], \\ z(t) = \sum_{i \in \Omega_M} \theta_i(t) [C_i x(t) + D_i u(t) + H_i w(t)], \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\theta_i(t) \in [0, 1], i \in \Omega_M$ 为子系统权值; $z(t) \in \mathbb{R}^l$ 为被调输出; C_i, D_i, H_i 为第 i 个子系统输出方程的系统矩阵; 干扰输入 $w(t)$ 应满足 $\int_0^{T_M} w^T(\tau)w(\tau)d\tau < d^2$, 其中 $d > 0$ 。给定切换信号 $\sigma_M(t) : [0, T_M] \rightarrow \Omega_M$ 为变形飞行的子构型切换律, 以 $t_k, k \in \mathbb{N}^+$ 表示 $\sigma_M(t)$ 的第 k 个切换时刻, 当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时, 式(7)中的子系

统权值应满足:

$$\begin{cases} \theta_{\sigma_M(t_k)}(t) = \frac{t_{k+1} - t}{t_{k+1} - t_k}, \\ \theta_{\sigma_M(t_{k+1})}(t) = \frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k}, \\ \theta_l(t) = 0, \quad l \in \Omega_M \setminus \{\sigma_M(t_k), \sigma_M(t_{k+1})\}. \end{cases} \quad (8)$$

考虑到变形中后掠角的连续变化特性, 子系统不可能任意切换, 从而给出链式切换信号的定义如下。

定义 1 给定子系统指标集合 $\Omega = \{p, q, r, \dots, v\}$, 和指标序列 $\xi : p \rightarrow q \rightarrow r \rightarrow \dots \rightarrow v$, 若切换信号 $\sigma_c(t) : [0, t_c) \rightarrow \Omega$ 的切换序列为 ξ 的子序列或逆序子序列, 则称 $\sigma_c(t)$ 为关于序列 ξ 的链式切换信号, 另定义 r^+ 为序列 ξ 中指标 r 的下一个指标。

由定义1和子构型切换律 $\sigma_M(t)$ 的特点知, $\sigma_M(t)$ 是关于序列 $\xi_M : i_{M1} \rightarrow i_{M2} \rightarrow \dots \rightarrow i_{M10}$ 的链式切换信号。由文献[13]中关于有限时间有界的概念推广得到平滑切换系统有限时间有界定义如下。

定义 2 对于平滑切换系统(7), 给定非负数 c_1, c_2, T , 以及正定矩阵 R , 且 $c_2 > c_1$, 若 $\forall t \in [0, T]$, 在切换信号 $\sigma(t)$ 作用下, 有

$$x^T(0)Rx(0) \leq c_1 \Rightarrow x^T(t)Rx(t) < c_2, \quad (9)$$

则称系统(7)关于 $(c_1, c_2, T, R, d, \sigma)$ 有限时间有界。

3 控制器设计(Controller design)

变体飞行器增稳控制问题可以归纳为寻找子构型切换控制器 $u = K_{\sigma_M(t)}x$, 使得闭环系统在链式切换信号 $\sigma_M(t)$ 作用下有限时间有界且具有一定的干扰抑制性能。下面给出控制器设计的主要结果。

定理 1 针对切换系统(7), 当 $u(t) \equiv 0$ 时, 如果对 $\forall i \in \Omega_M, \forall j \in \{i, i^+\}$, 和给定的常数 $\eta \geq 0, \mu > 1$, 存在 $\lambda_2 > 0, \gamma \in (0, 1)$, 及正定对称阵 Q_i 使得

$$\begin{bmatrix} \Psi_j & G_j + \tilde{Q}_i C_j^T H_j \\ G_j^T + H_j^T C_j \tilde{Q}_i & -\gamma^2 I + H_j^T H_j \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

$$\tilde{Q}_i < \mu \tilde{Q}_j, \quad Q_i < \lambda_2 I, \quad (11)$$

且系统在链式切换信号 $\sigma_M(t)$ 下的平均驻留时间满足

$$\tau_a > \tau_a^* = \frac{T_M \ln \mu}{\ln c_2 - \ln \lambda_2 - 2 \ln d - \eta T_M}, \quad (12)$$

其中: $\Psi_j = A_j \tilde{Q}_i + \tilde{Q}_i A_j^T - \eta \tilde{Q}_i + \tilde{Q}_i C_j^T C_j \tilde{Q}_i, \tilde{Q}_i = R^{-1/2} Q_i R^{-1/2}$, 则系统关于 $(0, c_2, T_M, R, d, \sigma_M)$ 有限时间有界, 且具有 H_∞ 性能指标 $\tilde{\gamma} = \sqrt{c_2 / \lambda_2 d^2} \gamma$ 。

证 不难看出式(10)蕴含着

$$\begin{bmatrix} A_j \tilde{Q}_i + \tilde{Q}_i A_j^T - \eta \tilde{Q}_i & G_j \\ G_j^T & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (13)$$

设 $\sigma_M(t_k) = p$, 在 $[t_k, t_{k+1})$ 内, 为系统选取分段的Ly-

apunov-like函数 $V(x(t)) = x^T(t)\tilde{Q}_p^{-1}x(t)$, 则

$$\dot{V}(x(t)) - \eta V(x(t)) - w^T(t)w(t) = [x^T \ w^T](\theta_p(t)\Upsilon_{p,p} + \theta_{p^+}(t)\Upsilon_{p^+,p}) \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix}, \quad (14)$$

其中

$$\Upsilon_{i,j} = \begin{bmatrix} A_i^T \tilde{Q}_j^{-1} + \tilde{Q}_j^{-1} A_i - \eta \tilde{Q}_j^{-1} & \tilde{Q}_j^{-1} G_i \\ G_i^T \tilde{Q}_j^{-1} & -I \end{bmatrix}. \quad (15)$$

由式(13)可知 $\dot{V}(x(t)) - \eta V(x(t)) < w^T(t)w(t)$, 则对于 $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$, 有

$$\begin{aligned} e^{-\eta t} V(x(t)) - e^{-\eta t_k} V(x(t_k)) &< \\ \int_{t_k}^t e^{-\eta \tau} w^T(\tau)w(\tau) d\tau &< \\ e^{-\eta t_k} \int_{t_k}^t w^T(\tau)w(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (16)$$

由于 $V(x(t_k)) \leq \mu V(x(t_k^-))$, $V(x(t_k^-))$ 是 t_k 时刻系统切换前的 Lyapunov-like 函数, 则有

$$V(x(t)) < e^{\eta(t-t_k)} (\mu V(x(t_k^-)) + \int_{t_k}^t w^T(\tau)w(\tau) d\tau). \quad (17)$$

令 $N_\sigma(0, t)$ 表示 $[0, t)$ 内的切换次数, 令 N 表示 $[0, T_M)$ 内的切换次数, 反复应用式(17)可得

$$\begin{aligned} V(x(t)) &< \\ e^{\eta t} \mu^{N_\sigma(0,t)} (V(x(0)) + \int_0^t w^T(\tau)w(\tau) d\tau). \end{aligned} \quad (18)$$

由于 $c_1 = 0$, 则 $V(x(0)) = 0$, 且

$$x^T R^{1/2} Q_{\sigma(t)}^{-1} R^{1/2} x \geq \frac{1}{\lambda_2} x^T R x. \quad (19)$$

综合式(12)(18)–(19)可得

$$x^T R x < \lambda_2 e^{\eta t} \mu^N d^2 < \lambda_2 e^{\eta t} \mu^{T_M/\tau_a} d^2 < c_2. \quad (20)$$

下面证明干扰抑制性能, 可知在 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 内有

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) - \eta V(x(t)) - \gamma^2 w^T(t)w(t) + z^T(t)z(t) = \\ [x^T \ w^T] (\theta_p(t)\Gamma_{p,p} + \theta_{p^+}(t)\Gamma_{p^+,p}) \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (21)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Gamma_{i,j} &= \begin{bmatrix} O & \tilde{Q}_j^{-1} G_i + C_i^T H_i \\ G_i^T \tilde{Q}_j^{-1} + H_i^T C_i & -\gamma^2 I + H_i^T H_i \end{bmatrix}, \\ O &= A_i^T \tilde{Q}_j^{-1} + \tilde{Q}_j^{-1} A_i - \eta \tilde{Q}_j^{-1} + C_i^T C_i. \end{aligned}$$

由式(10)可知 $\dot{V}(x) - \eta V(x) < \gamma^2 w^T w - z^T z$, 则

$$\begin{aligned} e^{-\eta t} V(x(t)) &< \mu e^{-\eta t_k} V(x(t_k^-)) + \\ \int_{t_k}^t e^{-\eta \tau} (\gamma^2 w^T(\tau)w(\tau) - z^T(\tau)z(\tau)) d\tau &< \\ \dots &< \mu^{N_\sigma(0,t)} V(x(0)) + \\ \sum_{i=0}^{N_\sigma(0,t)} \mu^i \int_{t_{k-i}}^{\bar{t}_{k-i+1}} e^{-\eta \tau} (\gamma^2 w^T(\tau)w(\tau) - \end{aligned}$$

$$z^T(\tau)z(\tau)) d\tau. \quad (22)$$

当 $i = 0$ 时, \bar{t}_{k+1} 代表 $[t_k, t_{k+1})$ 内的时刻 t , 当 $i \neq 0$ 时, $\bar{t}_{k-i+1} = t_{k-i+1}$. 由 $V(x(t)) \geq 0$ 可得

$$\sum_{i=0}^{N_\sigma(0,t)} \mu^i \int_{t_{k-i}}^{\bar{t}_{k-i+1}} e^{-\eta \tau} [\gamma^2 w^T(\tau)w(\tau) - z^T(\tau)z(\tau)] d\tau > 0. \quad (23)$$

对上述不等式进行适当缩放可得

$$\begin{aligned} \mu^{T_M/\tau_a} \gamma^2 \int_0^t w^T(\tau)w(\tau) d\tau &\geq \\ \mu^{N_\sigma(0,t)} \gamma^2 \int_0^t w^T(\tau)w(\tau) d\tau &> \\ e^{-\eta t} \int_0^t z^T(\tau)z(\tau) d\tau &> \\ e^{-\eta T_M} \int_0^t z^T(\tau)z(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (24)$$

即

$$\begin{aligned} \int_0^t z^T(\tau)z(\tau) d\tau &< \\ e^{\eta T_M} \mu^{T_M/\tau_a} \gamma^2 \int_0^t w^T(\tau)w(\tau) d\tau &< \\ \frac{c_2}{\lambda_2 d^2} \gamma^2 \int_0^t w^T(\tau)w(\tau) d\tau = \\ \bar{\gamma}^2 \int_0^t w^T(\tau)w(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (25)$$

证毕.

注 1 相比于任意切换律下的条件, 定理1通过链式切换律将形如式(10)的不等式个数由 $n(n-1)/2$ 减少至 $2(n-1)$, 其中 n 为子系统个数, 因此本文所提出的模型降低了设计的保守性.

定理 2 针对系统(7), 如果对 $\forall i \in \Omega_M, \forall j \in \{i, i^+\}$, 以及给定的常数 $\eta \geq 0, \mu > 1$, 存在 $\lambda_2 > 0, \gamma \in (0, 1)$, 以及适维正定对称矩阵 Q_i 和适维矩阵 L_i 使得

$$\begin{bmatrix} \Phi_j & G_j & \tilde{Q}_i C_j^T + L_i^T D_j^T \\ G_j^T & -\gamma^2 I & H_j^T \\ C_j \tilde{Q}_i + D_j L_i & H_j & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (26)$$

$$\tilde{Q}_i < \mu \tilde{Q}_j, \quad 0 < Q_i < \lambda_2 I, \quad (27)$$

其中: $\Phi_j = A_j \tilde{Q}_i + \tilde{Q}_i A_j^T - \eta \tilde{Q}_i + B_j L_i + L_i^T B_j^T$, $\tilde{Q}_i = R^{-1/2} Q_i R^{-1/2}$, 且系统在链式切换信号 $\sigma_M(t)$ 下的平均驻留时间满足式(12), 则子构型切换控制器 $u(t) = L_{\sigma_M(t)} \tilde{Q}_{\sigma_M(t)}^{-1} x(t)$ 使得闭环系统关于 $(0, c_2, T_M, R, d, \sigma_M)$ 有限时间有界, 且具有 H_∞ 性能指标 $\bar{\gamma} = \sqrt{c_2/\lambda_2 d^2} \gamma$.

证 结合切换控制器可写出闭环切换系统形式, 根据定理1易得定理2结论. 证毕.

注 2 由定理2解得的可行解并不能保证系统 H_∞ 性能指标 $\bar{\gamma}$ 较优且平均驻留时间 τ_a^* 较小, 需将其转化为优化问题. 由于 $\bar{\gamma}$ 和 τ_a^* 均无法作为线性矩阵不等式的决策变量, 且考虑

到其与 γ 和 λ_2 的关系, 故可将其归纳为以 $J = \gamma + \lambda_2$ 为指标, 以线性矩阵不等式组(26)–(27)为约束的优化问题.

4 仿真实验(Simulation validation)

设飞行器初始时刻具有基本构型, 且处于定高平飞的飞行状态, 飞行参数为高度 $h = 9000$ m, 马赫数 $Ma = 0.5$, 经过配平计算的飞行状态为 $\alpha = 2^\circ$, $\theta = 2^\circ$, $q = 0$ ($^\circ/s$), $\delta_e = 1.8^\circ$. 设 $T_M = 20$ s, 对各构型运动方程进行配平可得到形如式(8)的一系列线性化方程及其系统矩阵 A_i, B_i . 确定机翼质心运动状态 $x_w, \dot{x}_w, \ddot{x}_w$, 给出 $t \in [0, T_M]$ 时后掠角函数如下[16]:

$$\chi(t) = \frac{\chi_1 - \chi_2}{2} \cos \frac{\pi t}{T_M} + \frac{\chi_1 + \chi_2}{2}, \quad (28)$$

其中: $\chi_1 = 15^\circ, \chi_2 = 60^\circ$. 令 χ_1 对应的机翼质心位移 $x_w = 0$, 则 x_w 随后掠角的变化关系如下:

$$x_w = -\frac{1}{4}\bar{b} \sin(\chi(t)) + \frac{1}{4}\bar{b} \sin(15^\circ) = -\frac{1}{4}\bar{b} \sin\left(-\frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi t}{20} + \frac{5\pi}{24}\right) + \frac{1}{4}\bar{b} \sin(15^\circ), \quad (29)$$

其中: \bar{b} 为机翼前缘总长度, 并近似为常值 $\bar{b} = 6$ m. 式(29)对时间 t 求导, 得到 \dot{x}_w 和 \ddot{x}_w 的表达式, 从而可计算各干扰输入矩阵 G_i . 令 $C_i = I_{5 \times 5}, D_i = H_i = 0, i \in \Omega_M$, 得到变体飞行器平滑切换系统模型的数值形式. 给出设计参数包括: $c_2 = 10, T_M = 20, d = 0.1, R = I_{5 \times 5}$, 选择定理2中的参数值为 $\eta = 0.26, \mu = 1.17$.

求解具有线性矩阵不等式组约束的优化问题, 解得: $\lambda_2 = 4.7143, \bar{\gamma} = 0.3605, \tau_a^* = 1.9037$, 各子系统控制增益不再列出. 由实际切换律 $\sigma_M(t)$ 可知, 系统在20 s内的实际平均驻留时间为 $\tau_a = 2s > \tau_a^*$, 满足定理2条件. 对变形飞行过程的纵向运动进行非线性仿真, 仿真结构如图2所示. 图2中: x_i^0 和 $U_{\delta_e, i}^0$ 分别是各平衡点的配平状态和配平舵偏. 在仿真回路中, 链式切换信号决定了当前时刻对应的平衡点, 结合当前的配平状态、配平舵偏和切换控制器得到最终的控制信号.

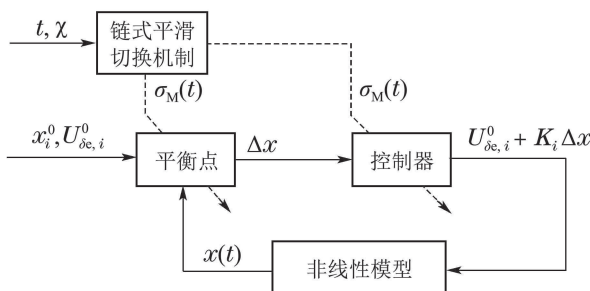


图 2 非线性仿真结构图

Fig. 2 Structure of the nonlinear simulation

基于上述变形方案、计算结果和仿真结构对系统仿真, 考察变形过程中及其后一段时间内的系统状态, 仿真曲线结果如图3–7所示, 同时参考文献[11]中基于局部重叠切换律的多模型硬切换方法给出对比仿真结果. 图3–7的仿真表明本文方法对应的姿态响应性能较好, 各状态量在变形过程中均有界稳定, 且变化幅度和速度均在可接受的范围内.

图3–7中: 飞行高度基本保持不变; 攻角由原稳态值 2° 增加至 2.6° , 增加过程保持平滑连续, 仅在变形初始和变形结束后有小幅振荡; 俯仰角速度在变形初始和变形结束后有小幅振荡, 但调节时间较短; 升降舵偏角在变形过程中变化平缓, 变形结束后略有振荡但快速收敛至新的稳态值. 文献[11]的方法虽然状态响应趋势相同, 但子系统间切换造成的振荡较大, 而本文所提方法则较好的解决了上述问题.

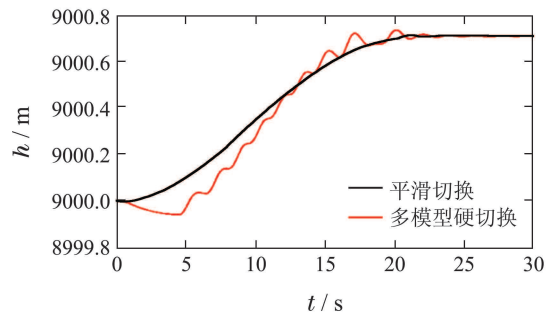


图 3 高度

Fig. 3 Altitude

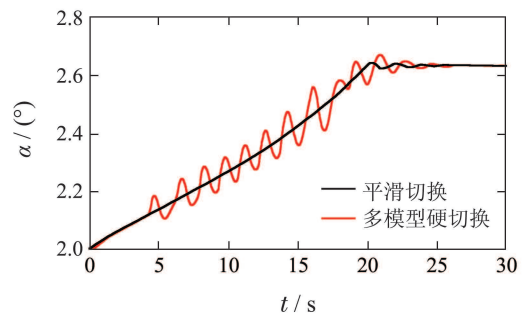


图 4 攻角

Fig. 4 Attack angle

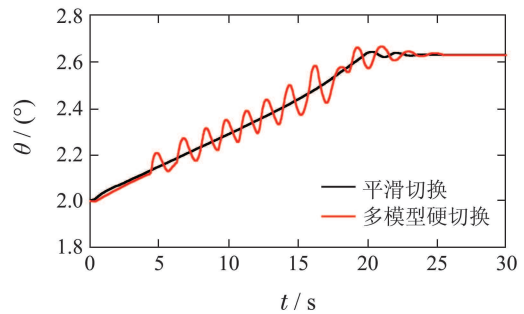


图 5 俯仰角

Fig. 5 Pitch angle

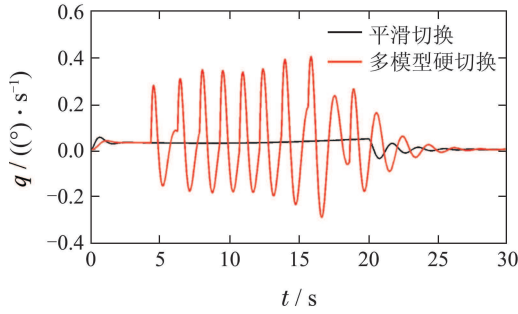


图6 俯仰角速度

Fig. 6 Pitch rate

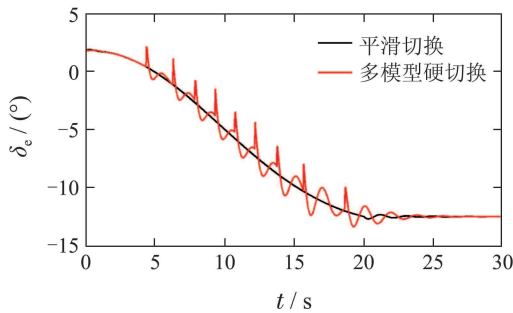


图7 升降舵偏角

Fig. 7 Elevator angle

值得注意的是, 本文所提方法将升降舵偏增广至系统状态中, 并通过有限时间有界条件的二次型形式约束, 有效限制了实际的舵偏响应, 这种控制约束在控制器设计阶段完成, 避免了变形过程中舵偏指令过大的问题, 从而兼顾了状态响应和执行机构两方面的要求。

5 结论(Conclusions)

本文将变体飞行器变形中的纵向运动建模为一类链式平滑切换系统, 基于有限时间有界条件设计了控制器, 主要结论包括: 1) 采用链式切换代替任意切换, 既符合系统特性又降低了设计保守性, 应用平滑切换模型更准确的近似连续变形过程, 且避免了切换引起的抖振; 2) 将增稳控制器设计转化为链式平滑切换系统的有限时间有界控制, 从而利用线性矩阵不等式工具求解; 3) 有限时间有界条件对状态的二次型约束在设计阶段有效限制了实际舵偏响应, 兼顾了调节过程和执行机构性能两方面的要求。

参考文献(References):

- [1] HUANG R, QIU Z P. Transient aeroelastic responses and flutter analysis of a variable-span wing during the morphing process [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2013, 26(6): 1430 – 1438.
- [2] POPOV A V, GRIGORIE L T, BOTEZ R. Closed-loop control validation of a morphing wing using wind tunnel tests [J]. *Journal of Aircraft*, 2010, 47(4): 1309 – 1317.
- [3] 杨士斌, 徐敏. 智能蒙皮飞行器的飞行控制研究 [J]. *飞行力学*, 2007, 25(1): 39 – 42.
(YANG Shibin, XU Min. Research on flight control of a smart skin aircraft [J]. *Flight Dynamics*, 2007, 25(1): 39 – 42.)
- [4] 陆宇平, 何真. 变体飞行器控制系统综述 [J]. *航空学报*, 2009, 30(10): 1906 – 1911.
(LU Yuping, HE Zhen. A survey of morphing aircraft control systems [J]. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2009, 30(10): 1906 – 1911.)
- [5] ANIMESH C, DANIEL T G, RICK L. Time-varying dynamics of a micro air vehicle with variable-sweep morphing [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012, 35(3): 890 – 903.
- [6] 乐挺, 王立新, 艾俊强. Z型翼变体飞机的纵向多体动力学特性 [J]. *航空学报*, 2010, 31(4): 679 – 686.
(YUE Ting, WANG Lixin, AI Junqiang. Longitudinal multibody dynamic characteristics of Z-wing morphing aircraft [J]. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2010, 31(4): 679 – 686.)
- [7] SEIGLER T M, NEAL D A, DANIEL J I. Dynamic modeling of large-scale morphing aircraft [C] // *Proceedings of the 47th AIAA Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. Newport: AIAA, 2006: 1 – 17.
- [8] SEIGLER T M, NEAL D A. Analysis of transition stability for morphing aircraft [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(6): 1947 – 1953.
- [9] YUE T, WANG L X, AI J Q. Gain self-scheduled H_∞ control for morphing aircraft in the wing transition process based on an LPV model [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2013, 26(4): 909 – 917.
- [10] 段广仁, 王好谦. 多模型切换控制及其在BTT导弹设计中的应用 [J]. *航空学报*, 2005, 26(2): 144 – 147.
(DUAN Guangren, WANG Haoqian. Multi-model switching control and its application to BTT missile design [J]. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2005, 26(2): 144 – 147.)
- [11] HOU Y Z, DONG C Y, WANG Q. Stability analysis of switched linear systems with locally overlapped switching law [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2010, 33(2): 396 – 403.
- [12] 王宇飞, 姜长生, 吴庆宪. 近空间飞行器多模型软切换保性能非脆弱控制 [J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(4): 440 – 446.
(WANG Yufei, JIANG Changsheng, WU Qingxian. Multi-model soft-switching cost-guaranteed non-fragile control for near-space vehicle [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(4): 440 – 446.)
- [13] AMATO F, ARIOLA M, DORATO P. Finite-time control of linear systems subject to parametric uncertainties and disturbances [J]. *Automatica*, 2001, 37(9): 1459 – 1463.
- [14] LIN X Z, DU H B, LI S H. Finite-time boundedness and L_2 -gain analysis for switched delay systems with norm-bounded disturbance [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, 217(12): 5982 – 5993.
- [15] SEIGLER T M. *Dynamics and control of morphing aircraft* [D]. Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2005.
- [16] 陈钱, 白鹏, 李锋. 飞行器变后掠过程非定常气动特性形成机理 [J]. *力学学报*, 2013, 45(3): 307 – 313.
(CHEN Qian, BAI Peng, LI Feng. Study on the formation mechanisms of unsteady aerodynamic characteristics of morphing flight vehicle in sweep-varying process [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2013, 45(3): 307 – 313.)

作者简介:

王青 (1968–), 女, 教授, 博士生导师, 研究方向为飞行器制导与控制、网络控制系统等, E-mail: wangqing@buaa.edu.cn;

王通 (1987–), 男, 博士研究生, 研究方向为飞行器控制、鲁棒控制等, E-mail: xenon@buaa.edu.cn;

董朝阳 (1966–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为航天器控制系统、飞行器安全与控制等, E-mail: dongchaoyang@buaa.edu.cn;

江未来 (1989–), 男, 博士研究生, 研究方向为变体飞行器控制等, E-mail: jiangweilai@126.com.