DOI: 10.7641/CTA.2016.41092

系统信用事件与信用违约互换估值研究

杨 星[1,2], 胡国强[1†], 蒋金良[2]

(1. 暨南大学 经济学院/金融研究所, 广东 广州 510630; 2. 华南理工大学 广州学院 经济学院, 广东 广州 510800)

摘要: 本文以系统信用事件为载体, 研究了双边交易对手风险下信用违约互换(credit default swap, CDS)的估值, 研究表明: 1) 完备的信用事件组将形成一个信用风险系统, 并可作为CDS估值的基础; 2) 在CDS估值中, 买方违约的可能性是不可以忽略的. 如果忽略, 将产生一个错误的定价, 并且这个错误的定价将低于真实价值而使信用保护的卖方受到损失; 3) CDS交易中的替换成本是不可以忽略的, 由于替换成本的存在, CDS合约的价值会发生超常变化, 其变化幅度取决于合约当前的市场价格; 4) CDS合约价格对参考资产信用价差十分敏感, 信用价差的变化, 将会显著改变合约的价格.

关键词: 信用违约互换; 系统信用事件; 关联违约; 双边交易对手风险

中图分类号: F831.2 **文献标识码**: A

System credit events and the valuation of credit default swaps

YANG Xing[1,2], HU Guo-qiang[1†], JIANG Jin-liang[2]

(1. College of Economics, Jinan University, Guangzhou Guangdong 510630, China;
2. College of Economics, Guangzhou College of South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510800, China)

Abstract: Taking system credit events as the carrier, we study the valuation of credit default swap adjusted by bilateral counterparty risk. Our study shows that: 1) a complete credit event set will form a system of credit risk and can be used as a valuation basis for credit default swaps (CDS); 2) in the CDS valuation, the default risk of buyer cannot be ignored. If it happens, a wrong price will emerge. Since the wrong price is lower than the reasonable one, the credit-protected seller will sustain losses; 3) the replacement cost of CDS deal cannot be ignored either. Because of the existence of the replacement cost, the value of CDS contracts will produce a supernormal change, depending on the current market price of the contract; 4) the price of CDS is very sensitive to the credit value difference of the reference assets; the credit value difference will cause significant change in the price of CDS.

Key words: credit default swap; system credit events; associated default; bilateral counterparty risk

1 引言与综述(Introduction and summary)

关于双边交易对手风险与信用违约互换(credit default swap, CDS)估值的研究在2008年以后逐渐多了起来, 一个主要的原因是雷曼兄弟事件对整个金融市场造成的震荡. 传统的CDS买方信用是完美的、违约可以忽略不计的假设受到严重挑战. 危机的警示: CDS的估值应考虑买方的违约风险, 且参考实体和CDS合约的买卖双方之间存在资产关联性, 潜在的联动违约可能引发整个市场的震荡.

Brigo率先着手研究双边交易对手风险[1], 2011年, Brigo和Capponi[1]在单边交易对手风险[2]研究的基础上, 将CDS交易对手风险的研究拓展为双边违约风险. 现存不多的关于交易对手风险对CDS估值影响的文献从两个方面展开: 1) 从违约相关性角度研究其风险价值; 2) 从参考资产价值波动的角度研究风险调整估值.

前者包括: Hull和White[3]率先提出CDS信用事件不是孤立的, 参考资产和交易对手间存在关联违约, 并通过障碍相关模型探究了CDS卖方违约风险问题; Walker[4]采用转换率作为违约传染的自然方式对CDS卖方违约风险进行分析; Leung和Kwok[5]在Collin-Dufresne等[6]基础上, 假设违约强度为确定性常数, 以关于其他参与者的违约指标作为输入变量建立模型, 研究了卖方违约问题; Hille等[7]侧重于存在CDS卖方

收稿日期: 2014−11−25; 录用日期: 2015−05−24.
[†]通信作者. E-mail: hugq2006@163.com; Tel.: +86 20-66885243.
本文责任编委: 汤善健.
国家社会科学基金项目(11BGJ013)资助.
Supported by National Society Foundation of China (11BGJ013).

[1]在信用违约互换估值中, 当考虑卖方可能违约, 而不考虑买方的违约可能性时, 此时交易对手风险被称为单边交易对手风险; 当同时考虑卖方和买方的违约可能性时, 交易对手风险则被称为双边交易对手风险.

风险条件下CDS信用风险的度量; Brigo和Chourdakis对单边CDS卖方违约时CDS估值的影响做出的研究则与Brigo和Pallavicini[8]对利息支付进行研究的结论相吻合; 类似还有Cre'pey等[9]的基于马尔科夫链–高斯连结函数模型对存在CDS卖方风险条件下的CDS错向风险进行分析, 以及Blanchet-Scalliet和Patras[10]利用经典的莫顿模型以及Lipton和Sepp[11]利用带有跳跃的结构化模型对CDS卖方违约进行的探讨. 国内方面, 白云芬[12]将Jarrow和Yu[13]含交易对手违约的CDS定价模型推广到违约与市场因素相关的情形; 陈正声和秦学志[14]构造的模型得到了具有非线性变化趋势的CDS利差的结果, 但上述文献均未涉足双边交易对手风险对CDS估值的影响.

事实上, 从参考资产价值波动的角度研究CDS估值较为罕见, Pykhtin和Zhu[15]应该是首位主要考虑参考资产价值波动对CDS估值影响的学者, 他的分析思路与前者完全相反, 他对利率产品的定价只考察参考资产价值波动而不考察违约相关性. Brigo和Chourdakis[16]修正了上述两类分析框架的偏颇, 但是仅仅考虑了单边的、非对称的CDS卖方风险. 到目前为止, 唯一既考虑违约相关性又考虑信用价差的研究是Brigo和Capponi, 他们推广了Brigo和Chourdakis的仅考虑单边和非对称的模型, 通过引入随机强度模型和三变量高斯连结函数(Copula function)对违约时期指数变量进行建模以度量违约依赖度, 指出违约相关性和信用价差的波动均与CDS交易对手风险调整相关联且都对后者产生结构性影响. Brigo等[16]进一步将可能存在再担保的担保契约因素纳入到Brigo和Capponi的无套利估值框架中. 此后, Lipton和Savescu[17]利用基于半解析方法的格林函数将结构违约模型向三维拓展, 分析了CDS的双边交易对手风险; Liang等[18]、Dong和Wang[19]则选择了马尔科夫机制转换模型, 在简约化思路框架下研究双边交易对手风险调整的CDS估值问题.

与前人分别从某一角度研究信用违约互换估值不同, 本文的研究将同时考虑合约三方违约相关性与参考资产价值波动两种因素对信用估值的影响, 考虑双边违约的原因是: 信用保护的买方在投资于一个可能违约的风险资产时, 会要求得到风险溢价以作为承担信用风险的补偿. 除此之外, 信用估值的调整将涉及到基于CDS的期权, 如果标的资产没有波动性时应用期权建模是毫无意义的.

与前人的研究假设不同, 本文的研究基于以下假设: 1) 信用事件发生后, 期望回收率为内生且为非确定值, 在数值上它等于合约的名义本金与市场中间价格差值的百分比; 2) 三方实体均具有违约倾向, 并且信用保护的买、卖双方和参考资产之间并非相互独立; 3) 关联违约风险与资本资产价值尤其是利率紧密相关. 以上假设更为符合实际情况, 各主体均会受到宏观市场因素和部分微观因素的影响, 导致产生关联违约风险.

与前人的研究技术有别, 为描述极端变异事件发生时金融资产价格的变化, 有效解决金融衍生品交易数据的分布出现的尖峰、肥尾和无限方差的问题, 本文采用了“尾部相关测度”技术而不是违约强度的跳来度量违约的相关性, 和能够更好的捕捉到尾部的变化的t-Copula函数[20]. 而对于信用价差的波动, 本文将通过信用价差与期望回收率的联动关系, 用内生回收率取代外生回收率进行研究.

本文的其他部分安排如下: 第2部分对双边交易对手违约的基本信用事件进行了分析; 第3部分建立了双边交易对手违约的CDS估值模型; 第4部分对估值模型进行了数值模拟检验; 第5部分是全文的结论.

2 双边交易对手违约的信用事件系统(The system of credit event about bilateral counterparty risk)

从资产定价的角度看, 金融合约的公允价格应该是一个买卖双方都能够接受的价格, 这个价格自然要考虑到违约风险、市场风险、流动性风险甚至模型风险. 具体到CDS合约估值, 本文应该考虑3个部分: 违约风险、信用降级风险以及信用价差风险. 本文以系统信用事件为载体研究CDS的估值, 笔者认为一组独立、完备的信用事件将形成一个信用风险系统, 并可作为CDS估值的载体, 这种“系统信用事件分析框架”是本章CDS估值建模的基础和主要思维逻辑. 根据嵌入风险因素的不同, 其信用事件的数目也存在差异. 在单边交易对手风险调整的CDS估值中, 存在4种独立而完备的信用事件, 而在考虑双边交易对手风险时, 理论上存在八种独立而完备的信用事件, 它们构成了一个信用事件系统.

① CDS买方、卖方和参考资产均不违约. 如果参考资产和信用保护的买、卖方均不违约, 则合约到期时自然终止. 信用保护买方需按期全额支付CDS费用, 由于参考资产不违约, 信用保护卖方不产生违约损失支付. 在给定t时刻前无违约发生, 违约概率将为0, 其概率将全部表示为生存概率. 若以$T_{\rm A}$表示信用保护买方的违约时间, $T_{\rm B}$以表示信用保护卖方的违约时间, 以$T_{\rm C}$表示参考资产的违约时间, 以$S(t)$表示生存概率, 即t时刻没有违约的概率, 以$F(t)=P(T_i\leqslant t)$表示t时刻已经违约的概率, 则生存概率$S(t)=1-F(t)=P(T_i>t)$. 利用Copula连接函数, 本文可以得到信用保护买方、信用保护卖方与参考资产的联合违约概率分布$F_{\rm ABC}(t)$, 则此时发生的概率为

$$\begin{aligned}&P(T_{\rm A}>t,T_{\rm B}>t,T_{\rm C}>t)=\\&1-F_{\rm A}(t)-F_{\rm B}(t)-F_{\rm C}(t)+F_{\rm AB}(t)+\\&F_{\rm AC}+F_{\rm BC}(t)-F_{\rm ABC}(t).\end{aligned}\tag{1}$$

② 参考资产违约, CDS买方和卖方不违约. 当参

考资产违约, 且信用保护卖方不违约, 则卖方会按协议对信用保护买方的信用风险损失进行补偿. 补偿方式包括实物交割或现金结算[2]. 在这种情况下, CDS买方并不一定有大的损失, 但需要承担CDS价格波动导致的市场风险及结算风险, 其概率为

$$P(T_{\mathrm{A}}>t,T_{\mathrm{B}}>t,T_{\mathrm{C}}\leqslant t)=F_{\mathrm{C}}(t)-F_{\mathrm{AC}}(t)-F_{\mathrm{BC}}(t)+F_{\mathrm{ABC}}(t). \tag{2}$$

③ CDS卖方违约, 买方和参考资产不违约. 在信用保护卖方违约而参考资产并未违约的情况下, 原有的CDS合约结束. 买方将对所持有参考实体的信用风险资产另行投保, 此时将按当前CDS的市场价格进行交易, 如果当前的市场价格低于原来的交易价格, 即参考资产信用状况变好时, 买方支付的保费降低, 因而不会因为卖方的违约蒙受损失, 但如果当前的市场价格高于原来的交易价格, 即参考资产信用质量变差时, 买方需要以较高的市场价格(支付更高的保费) 来对冲参考实体的信用风险, 这就产生了替换成本RC[3], 在这种情况下, 卖方违约给CDS买方带来了一定的损失, 其概率为

$$P(T_{\mathrm{A}}>t,T_{\mathrm{B}}\leqslant t,T_{\mathrm{C}}>t)=F_{\mathrm{B}}(t)-F_{\mathrm{AB}}(t)-F_{\mathrm{BC}}(t)+F_{\mathrm{ABC}}(t). \tag{3}$$

④ CDS买方违约, 卖方和参考资产不违约. 在CDS卖方和参考资产均不违约的情况下, 买方违约意味着拒付保费, 现有CDS合约终止. 由于只有在新合约票息低于现有合约票息时, 买方才有主动违约的动机以增加其收益, 所以买方签订新的CDS合约存在一个负的替换成本RC^*, 该情况发生的概率为

$$P(T_{\mathrm{A}}\leqslant t,T_{\mathrm{B}}>t,T_{\mathrm{C}}>t)=F_{\mathrm{A}}(t)-F_{\mathrm{AB}}(t)-F_{\mathrm{AC}}+F_{\mathrm{ABC}}(t). \tag{4}$$

⑤ 参考资产和CDS卖方违约, 买方不违约. 一般情况下, 参考实体违约将导致信用保护的卖方对买方的信用风险损失进行补偿. 但如该补偿数额巨大, 导致信用保护的卖方陷入财务困境, 无法兑现其偿付承诺, 信用保护的卖方将选择违约. CDS买方将同时承担参考实体和CDS卖方违约导致的双重信用风险. 此时发生的概率为

$$P(T_{\mathrm{A}}>t,T_{\mathrm{B}}\leqslant t,T_{\mathrm{C}}\leqslant t)=F_{\mathrm{BC}}(t)-F_{\mathrm{ABC}}(t). \tag{5}$$

⑥ CDS买方和卖方违约, 参考资产不违约. 当CDS买方和卖方均违约时, 买方不再定期支付票息, 卖方也将不会在参考资产违约时提供赔偿, 发生概率为

$$P(T_{\mathrm{A}}\leqslant t,T_{\mathrm{B}}\leqslant t,T_{\mathrm{C}}>t)=F_{\mathrm{AB}}(t)-F_{\mathrm{ABC}}(t). \tag{6}$$

⑦ CDS买方和参考资产违约, 卖方不违约. 当CDS买方和参考资产都违约时, 尽管参考资产违约, 但是由于买方已经违约, 因此卖方也不用赔偿, 发生概率为

$$P(T_{\mathrm{A}}\leqslant t,T_{\mathrm{B}}>t,T_{\mathrm{C}}\leqslant t)=F_{\mathrm{AC}}(t)-F_{\mathrm{ABC}}(t). \tag{7}$$

⑧ CDS买方、卖方和参考资产均违约. 当CDS买方、卖方和参考资产均违约时, 买方不再定期支付票息, 卖方也将不会在参考资产违约时提供赔偿, 该情况发生的概率为

$$P(T_{\mathrm{A}}\leqslant t,T_{\mathrm{B}}\leqslant t,T_{\mathrm{C}}\leqslant t)=F_{\mathrm{ABC}}(t). \tag{8}$$

鉴于上述分析, 当存在参考资产、信用保护买方和卖方等三方关联违约的情况下, 对CDS的估值必须考虑表征三方违约的随机变量的关联结构. 这种结构本文可以通过Copula连接函数来反映.

3 双边交易对手违约的CDS估值模型(The CDS valuation model adjusted by bilateral counterparty risk)

本研究的一般性理论分析框架建立在泊松过程基础之上, 假定每个公司是否违约由泊松过程决定, 每个泊松过程有确定的违约强度$\lambda_i(t)$, 令τ_i表示违约时间, 根据风险中性概率测度原理, 则有累计指数分布函数:

$$F_i(t)=P(\tau_i\leqslant t)=1-\exp(-\int_0^t\lambda_i(s)\mathrm{d}s),$$

利用Copula函数的性质[4]将所有一维变量联系起来, 就可以得到联合违约概率[21].

作为基础性的工作, 本文需要考虑: 第一, 联合违约分布函数; 第二, 期望回收率与参考资产价值波动.

3.1 联合违约分布函数(Joint default distribution function)

在考虑三方违约的CDS估值时, 建立一个三方联合违约分布函数至关重要. Copula函数是实现这一目标的最佳技术, 它能将多个单维变量的违约分布连接起来, 形成一个多维变量的联合违约分布[22]. 给定A,

[2] 如果CDS的条款要求实物交割, 那么CDS的买方以债券的票面价值把债券卖给CDS的卖方. 当要求现金交割时, 现金结算额是: 名义本金减去清算机构计算出的特定天数内参考资产的中间市场价格的一个百分比.

[3] 替换成本(RC)是指CDS买方更换合约的代价, 替换成本可能会减少CDS买方的收益, 也有可能增加其收益. 如果当前市场同等CDS合约的票息高于已有合约票息, 则CDS买方替换成本为正, 更换合约将减少买方收益, 这种情况将诱使CDS 卖方违约; 如果当前市场同等CDS合约的票息低于已有合约票息, 则CDS买方替换成本为负, 更换合约将增加买方收益, 这种情况将诱使CDS买方违约.

[4] Copula函数实际上是一种将联合分布与它们各自的边缘分布连接在一起的函数, 故又有连接函数之称.

B, C三方的边缘违约分布函数$F_{\mathrm{A}}(t)$, $F_{\mathrm{B}}(t)$和$F_{\mathrm{C}}(t)$, 它们均服从分布函数$F(t)=1-\exp(-\int_0^t\lambda(s)\mathrm{d}s)$. 根据三元$t$-Copula函数, 可得到联合违约分布函数$F_{\mathrm{ABC}}(t)$:

$$\begin{aligned}&C(u_{\mathrm{a}},u_{\mathrm{b}},u_{\mathrm{c}},\rho)=\\&P[u_{\mathrm{a}}\leqslant F_{\mathrm{A}}(t_{\mathrm{a}}),u_{\mathrm{b}}\leqslant F_{\mathrm{B}}(t_{\mathrm{b}}),u_{\mathrm{c}}\leqslant F_{\mathrm{C}}(t_{\mathrm{c}})]=\\&P[F_{\mathrm{A}}^{-1}(u_{\mathrm{a}})\leqslant t,F_{\mathrm{B}}^{-1}(u_{\mathrm{b}})\leqslant t,F_{\mathrm{C}}^{-1}(u_{\mathrm{c}})\leqslant t]=\\&P[T_{\mathrm{A}}\leqslant t,T_{\mathrm{B}}\leqslant t,T_{\mathrm{C}}\leqslant t]=\\&F(F_{\mathrm{A}}(t),F_{\mathrm{B}}(t),F_{\mathrm{C}}(t))=\\&F_{\mathrm{ABC}}(t),\end{aligned}\tag{9}$$

其中

$$\rho=\begin{pmatrix}1&\rho_{\mathrm{ab}}&\rho_{\mathrm{ac}}\\\rho_{\mathrm{ba}}&1&\rho_{\mathrm{bc}}\\\rho_{\mathrm{ca}}&\rho_{\mathrm{cb}}&1\end{pmatrix}$$

是CDS合约三方的违约相关系数矩阵[5][21], 由于合约三方违约与否会表现在各自公司股票中, 因此违约相关系数矩阵可以从它们的股票交易数据中计算获得; u_{a},u_{b},u_{c}为均匀分布随机变量.

3.2 期望回收率与参考资产信用价差(Expected recovery and credit spread of reference asset)

本文将回收率定义为参考资产在t时刻违约时资产持有人将得到支付的金额比率$\zeta_i(t)$. 现有文献都认为回收率是外生给定的, 且$\zeta_i(t)\in[0,1)$. 相比现有文献外生给定的回收率$\zeta_i(t)$, 作者认为期望回收率ζ^*[6]是可以随机变动的变量, 并且与标的资产的信用质量变化有关. 作者可以合理的假设回收率没有系统性风险, 因此, 作者定义现实中的期望回收率等于风险中性概率测度下的期望回收率.

参考资产信用价差直接影响到回收率和CDS估值. 对于CDS卖方而言, 当他投资于一个可能违约的风险资产时, 一般会要求得到风险溢价以作为承担信用风险的补偿. 通常情况下把剩余期限及现金流结构相同的参考资产和国债的到期收益率之差作为信用价差. 不难推论: 参考资产信用价差ν[7]增加时, 表明标的资产的信用质量恶化, 违约事件发生时可支付的部分将减少, 即回收率$\zeta^*(\cdot)$降低. 由此, 可以定义回收率为$\zeta^*(\nu)$, 且其对ν的一阶导数有$\zeta^{*\prime}(\nu)\leqslant 0$.

显而易见, 与单纯基于公司价值导出回收率相比, 将回收率与标的资产的信用质量联系起来是更加合理的选择.

3.3 含双边交易对手风险的CDS估值模型(The CDS valuation model adjusted by bilateral counterparty risk)

在双边交易对手风险调整的CDS估值模型框架下, CDS合约参与各方在t时刻的违约及支付情况如表1所示, 它们构成一个相互独立的完备事件组.

表 1 双边交易对手风险下CDS合约买卖双方现金流偿付表

Table 1 Cash flow of Parties to the transaction considering bilateral counterparty risk

	投资者A	交易对手B	概率P	合约停时T^*
ABC均不违约	支付X_{T}^*	不赔偿	$1-F_{\mathrm{A}}(T_i)-F_{\mathrm{B}}(T_i)-F_{\mathrm{C}}(T_i)+F_{\mathrm{AB}}(T_i,T_i)+$ $F_{\mathrm{AC}}(T_i,T_i)+F_{\mathrm{BC}}(T_i,T_i)-F_{\mathrm{ABC}}(T_i,T_i,T_i)$	T
C违约、AB不违约	不支付	赔偿$1-\zeta^*(\nu)$	$F_{\mathrm{C}}(T_{\mathrm{C}})-F_{\mathrm{AC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{C}})-F_{\mathrm{BC}}(T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})+F_{\mathrm{ABC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})$	T_{C}
B违约、AC不违约	支付RC	不赔偿	$F_{\mathrm{B}}(T_{\mathrm{B}})-F_{\mathrm{AB}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}})-F_{\mathrm{BC}}(T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})+F_{\mathrm{ABC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})$	T_{B}
A违约、BC不违约	支付RC^*	不赔偿	$F_{\mathrm{A}}(T_{\mathrm{A}})-F_{\mathrm{AB}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}})-F_{\mathrm{AC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{C}})+F_{\mathrm{ABC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})$	T_{A}
BC违约、A不违约	不支付	不赔偿	$F_{\mathrm{BC}}(T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})-F_{\mathrm{ABC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})$	T_{C}
AB违约、C不违约	不支付	不赔偿	$F_{\mathrm{AB}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}})-F_{\mathrm{ABC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})$	T_{B}
AC违约、B不违约	不支付	不赔偿	$F_{\mathrm{AC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{C}})-F_{\mathrm{ABC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})$	T_{C}
ABC均违约	不支付	不赔偿	$F_{\mathrm{ABC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})$	T_{C}

其中: $RC>0$, $RC^*<0$, CDS合约的停时$T^*=\min(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}},T)$. 将在$(0,T)$时一美元参考资产的CDS票息率表示为$X_{\mathrm{T}}^*$, 即经过双边交易对手风险调整后的CDS合约票息率. [8]则买方A应支付的CDS票

[5] ρ的求解可参文献[22], 该文研究了单边交易对手关联违约风险对CDS公允价值的影响, 文中关于ρ的求解有比较详尽的分析. 文献[22]仅放松了卖方的信用完美假设, 即只研究了单边交易对手风险对CDS估值的影响; 而本文则进一步放松了买方的信用完美假设, 认为CDS合约的卖方、买方和参考资产均有违约风险, 且存在违约相关性, 模拟结果也证明了双边交易对手风险对CDS估值的影响相比单边交易对手风险的影响更为复杂, 但对CDS的准确估值至关重要.

[6] 为研究的便利, 本文假设期望值与时间无关, 这样期望值$\zeta_i(t)$就可以表示为ζ^*.

[7] $\nu\in[0,\infty)$.

[8] 令$H_0=\sum_{i=1}^{T^*}[1-F_{\mathrm{A}}(T_i)-F_{\mathrm{B}}(T_i)-F_{\mathrm{C}}(T_i)+F_{\mathrm{AB}}(T_i,T_i)+F_{\mathrm{AC}}(T_i,T_i)+F_{\mathrm{BC}}(T_i,T_i)-F_{\mathrm{ABC}}(T_i,T_i,T_i)]D(T_i)$; $H_1=RC[F_{\mathrm{B}}(T_{\mathrm{B}})-F_{\mathrm{AB}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}})-F_{\mathrm{BC}}(T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})+F_{\mathrm{ABC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})]D(T^*)$; $H_2=RC^*[F_{\mathrm{A}}(T_{\mathrm{A}})-F_{\mathrm{AB}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}})-F_{\mathrm{AC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{C}})+F_{\mathrm{ABC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})]D(T^*)$.

息在0时刻的市场价值为

$$\begin{aligned}E_{\mathrm{A}}^{*}=\ &X_{\mathrm{T}}^{*}\sum_{i=1}^{T^{*}}[1-F_{\mathrm{A}}(T_i)-F_{\mathrm{B}}(T_i)-F_{\mathrm{C}}(T_i)]+\\&F_{\mathrm{AB}}(T_i,T_i)+F_{\mathrm{AC}}(T_i,T_i)+F_{\mathrm{BC}}(T_i,T_i)-\\&F_{\mathrm{ABC}}(T_i,T_i,T_i)]D(T_i)+RC[F_{\mathrm{B}}(T_{\mathrm{B}})-\\&F_{\mathrm{AB}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}})-F_{\mathrm{BC}}(T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})+\\&F_{\mathrm{ABC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})]D(T^{*})+RC^{*}[F_{\mathrm{A}}(T_{\mathrm{A}})-\\&F_{\mathrm{AB}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}})-F_{\mathrm{AC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{C}})+\\&F_{\mathrm{ABC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})]D(T^{*})=\\&X_{\mathrm{T}}^{*}\cdot H_0+H_1+H_2,\end{aligned}\tag{10}$$

其中: T_i是CDS各期支付票息的时间; $D(t)$为t时刻的贴现因子; RC是正的替换成本; RC^*是负替换成本.

卖方B承诺的违约偿付在0时刻的市场价值为(当参考资产违约时)

$$\begin{aligned}E_{\mathrm{B}}^{*}=\ &[1-\zeta^{*}(\nu)][F_{\mathrm{C}}(T_{\mathrm{C}})-F_{\mathrm{AC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{C}})-\\&F_{\mathrm{BC}}(T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})+F_{\mathrm{ABC}}(T_{\mathrm{A}},T_{\mathrm{B}},T_{\mathrm{C}})]D(T^{*}).\end{aligned}\tag{11}$$

式(11)中ζ^*为风险中性测度下参考资产的预期回收率.

根据无套利定价原理, CDS票息的公允价值必须满足买方收益的期望值与卖方偿付的期望值等价, 即$E_{\mathrm{A}}^{*}=E_{\mathrm{B}}^{*}$, 则有

$$X_{\mathrm{T}}^{*}\cdot H_0+H_1+H_2=E_{\mathrm{B}}^{*}.\tag{12}$$

CDS合约的票息率为

$$X_{\mathrm{T}}^{*}=\frac{E_{\mathrm{B}}^{*}-H_1-H_2}{H_0}.\tag{13}$$

式(13)中: E_{B}^{*}代表卖方承诺的违约补偿, H_1代表正的替换成本的影响, H_2代表负的替换成本的影响, H_0代表CDS合约生存概率.

4　含双边交易对手风险下CDS 估 值的数值运算(Numerical simulation of CDS valuation adjusted by bilateral counterparty risk)

根据式(13)可以计算考虑双边交易对手风险的CDS公允价值, 为此, 作者通过泊松分布随机数发生器分别产生买方A、卖方B及参考资产发行方C'一年的股票基础交易数据, 预设的均值参数分别为10, 20, 50, 共产生250个交易日的交易基础数据, 如图1所示. 此处包含一个潜在假设: 参考资产发行方C'违约会迅速表现为参考资产C违约[9], 即不进行还本付息. 因此, 可以根据该基础数据计算买方A、卖方B及参考资产C之间的违约相关系数矩阵ρ. 本文的数值模拟均通过MATLAB和EXCEL软件实现.

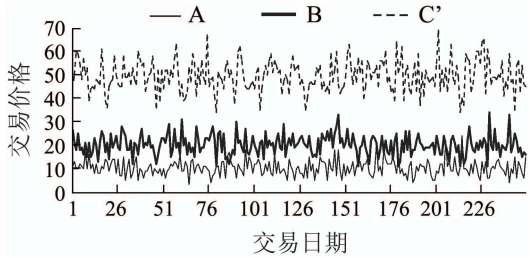

图 1　A, B, C'股票基础数据

Fig. 1　The basic data of A, B, C' stock

基于以上数据, 本文从3个问题出发进行数值模拟验证.

4.1　含双边交易对手风险与不含交易对手风险的CDS 估值差异 (The differences of CDS valuation between bilateral counterparty risk adjustment and no counterparty risk adjustment)

假设合约面值为1, $\lambda_{\mathrm{A}}=0.1$, $\lambda_{\mathrm{B}}=0.1$, $\lambda_{\mathrm{C}}=0.1$, $\zeta=0.4$, $RC=0.05$, $RC^*=-0.2$, 计算所得A, B, C的相关系数矩阵

$$\rho=[1,-0.03791,-0.20244;-0.03791,1,\\0.077573;-0.20244,0.077573,1],$$

此外, 1年～10年期国债收益率分别为3.85%, 4.14%, 5.58%, 5.85%, 6.15%, 6.46%, 6.77%, 7.08%, 7.39%, 7.71%. 可模拟得到不同合约期限下不考虑交易对手违约与考虑交易对手违约的价格差异图, 如图2所示.

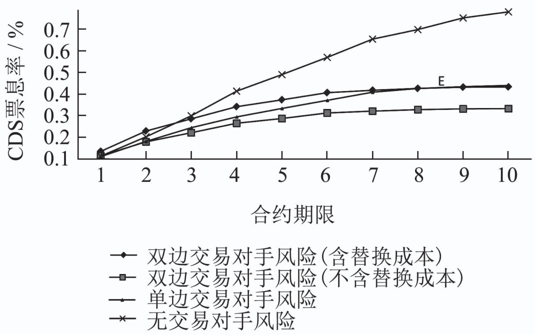

图 2　无交易对手违约与有交易对手违约的CDS票息率差异

Fig. 2　The differences of CDS valuation between bilateral counterparty risk adjustment and no counterparty risk adjustment

图2表明:

① 当合约期限增加时, 参考资产在期限内违约的概率变大, 卖方要求的CDS票息率也相应增加, 导致图中各曲线斜率均大于零;

其他条件不变, "双边交易对手风险调整的票息率(含替换成本)"要高于"双边交易对手风险调整的票息率(不含替换成本) ", 这是由于模拟的假设条件是$|RC|<|RC^*|$, 负的替换成本使买方获益, 却增加

[9]可以将参考资产发行方C'违约和参考资产C违约看作一枚硬币的两面, 后者是前者的一种表现形式, 而在该潜在假设下, 前者出现将迅速导致后者发生.

了卖方的不确定性, 因此卖方会要求更高的票息率. 相反, 如果当前市场同等CDS合约的票息高于已有合约票息, 则正替换成本的影响将超越负替换成本, 表现为“双边交易对手风险调整的票息率(不含替换成本)”高于“双边交易对手风险调整的票息率(含替换成本)”.

② 其他条件不变, “单边交易对手风险调整的票息率”低于“无交易对手风险调整的票息率”, 这是因为仅考虑卖方违约风险时, 卖方的违约将给买方带来损失, 买方愿意支付的CDS票息率将降低, 这与文献[2–3]等的研究结论相一致;

进一步, 其他条件不变, “双边交易对手风险调整的票息率(含替换成本)”却比“单边交易对手风险调整的票息率”更高, 这是由于增加考虑买方的违约可能性时, 买方的违约反过来会造成卖方损失, 卖方则会要求更高的CDS票息率. 最终表现为, 买方的违约风险将部分对冲卖方违约风险对CDS票息率的影响, 该结论呼应了文献[1]的研究结果, 进而验证了CDS估值中探讨双边交易对手风险的必要性.

③ 其他条件不变, 同时考虑双边交易对手风险和替换成本, 当合约期限足够长时, 卖方违约的风险给买方带来的不利超过了负替换成本带来的有利, 买方不愿支付更高的票息, 表现为“E”点的右边部分. 这反映出替换成本对CDS票息率的影响会受到期限的限制, 替换成本对CDS估值的影响在短期有效但长期有效性很弱, 这符合现实经济现象.

4.2 不同相关系数和违约强度对CDS估值的影响 (The effect of correlation coefficient and default intensity to CDS valuation)

假设合约期限:

$$t=5,\ \text{面值}=1,\ \lambda_{\mathrm{B}}=0.08,\ \lambda_{\mathrm{C}}=0.08,\ \zeta=0.4,$$
$$RC=0.05,\ RC^{*}=-0.2,\ \rho_{\mathrm{BC}}=0.1,$$

5年期国债收益率6.15%. 相比单边交易对手违约风险, 双边交易对手风险增加考虑了CDS买方A的违约可能性, 因此买方A与卖方B及参考资产C之间的相关系数和A的违约强度对CDS票息率的影响是研究重点之一. 由此本文模拟不同相关系数ρ_{AB}, ρ_{AC}和违约强度λ_{A}对CDS票息率的影响, 如图3所示.

图3表明:

① 当ρ_{AC}和ρ_{BC}保持不变时, 随着买方A与卖方B的相关系数ρ_{AB}变大, CDS的票息率会上升(即斜率为正). 这是因为相关系数ρ_{AB}变大, 意味着A, B同时违约的概率变大, 由于模拟的假设条件是$|RC|<|RC^{*}|$, 导致A, B同时违约时对A相对有利, 因此A愿意支付更高的CDS票息率;

当ρ_{AB}和ρ_{BC}保持不变时, 随着买方A与参考资产C的相关系数ρ_{AC}的增加, CDS的票息率会下降(即斜率为负). 这是因为C违约且A也违约的概率变大, 即B不赔偿的概率变大, 对B有利, 因此B要求的CDS票息率降低. Lipton和Savescu的研究成果也证实了相关系数对CDS票息率的这些影响.

② 其他条件不变, 买方A的违约强度越大, 则CDS的票息率越高, 在图中表现为相同走势的曲线之间, λ_{A}为0.08的曲线均高于λ_{A}为0.04的曲线. 该现象是因为买方A的违约强度越大意味着其违约的可能性越高, 则卖方B会相应要求更高的CDS票息率.

③ 其他条件不变, 即使λ_{A}更大, 但只要A, C足够正相关, 则B也愿意要求较低的CDS票息率, 此时卖方B从A, C同时违约中获得的益处超越了买方A更大违约强度的不利, 表现为图3的“F”点右边部分.

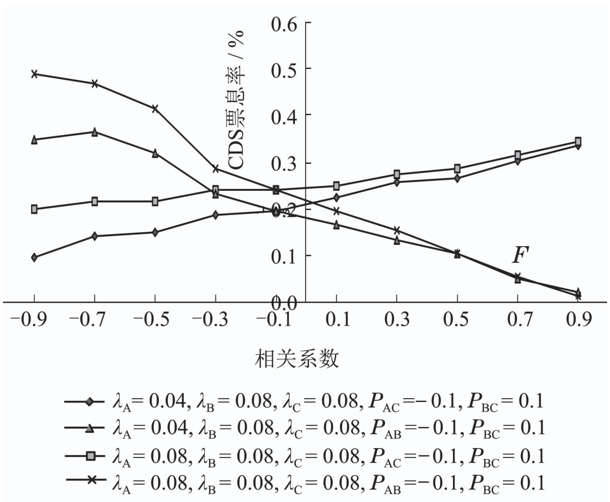

图 3 不同相关系数和违约强度对CDS票息率的影响

Fig. 3 The effect of correlation coefficient and default intensity to CDS valuation

4.3 不同参考资产信用价差对CDS估值的影响(The effect of reference asset credit spread to CDS valuation)

根据上文第3部分第2节, 回收率与参考资产信用价差之间的函数关系满足

$$\zeta^{*\prime}(\nu)\leqslant 0;\ \zeta^{*}(0)=1;\ \lim_{\nu\to\infty}\zeta^{*}(\nu)=0.$$

假设合约期限$T=5$, 面值$=1$, $\lambda_{\mathrm{A}}=0.1$, $\lambda_{\mathrm{B}}=0.1$, $\lambda_{\mathrm{C}}=0.1$, $\zeta=0.4$, $RC=0.05$, $RC^{*}=-0.2$, 5年期国债收益率6.15%,

$$\rho=[1,-0.03791,-0.20244;-0.03791,1,\\ 0.077573;-0.20244,0.077573,1],$$

ζ与ν的函数关系为

$$\zeta^{*}(\nu)=\exp(-\frac{\nu^{2}}{2}),$$

由此模拟得到了不同参考资产信用价差下回收率对CDS票息率的影响图, 如图4所示.

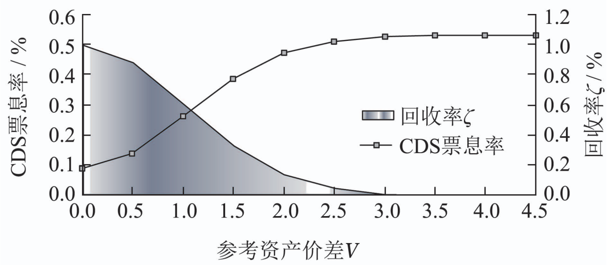

图 4 不同参考资产信用价差对CDS票息率的影响

Fig. 4 The effect of reference asset credit spread to CDS valuation

图4表明: ① 其他条件不变, 参考资产信用价差增加, 回收率相应降低, 这是因为信用价差ν的上升表明参考资产C的信用开始恶化, 导致违约时的回收率下降; ② 其他条件不变, 参考资产信用价差增加, CDS票息率将增加. 当信用价差ν上升时, 意味着一旦参考资产C违约, 卖方B需要赔偿更多, 因此B将要求更高的CDS票息率. 并且, 当ν较小时, CDS合约的价值对其变动很敏感, 但最终将趋于平稳, 这同时说明了参考资产信用价差ν是CDS估值不可忽视的因素之一.

5 结论(Conclusions)

本文的研究表明: 1) 在信用违约互换估值中, 买方违约的可能性是不可以忽略的, 如果忽略, 将产生一个错误的定价, 并且这个错误的定价将低于真实价值而使信用保护的卖方受到损失; 2) CDS交易中的替换成本同样不可忽略, 由于替换成本的存在, CDS合约的价值会发生超常变化, 其变化幅度取决于合约当前的市场价值; 3) 合约价格对参考资产信用价差十分敏感, 信用价差的变化, 将会显著改变CDS合约的价格.

本文的主要贡献在于: 在信用违约互换的估值中, 同时考虑了参考资产和买卖双方违约的关联性、参考资产价值波动以及买方的替换成本三大因素对CDS价格的影响.

此外, 作者认为式(14)也可以用债券的定价模型加于验证, 这正如债券定价模型常常被用来构建信用衍生品定价模型参考一样. 这是作者在后续研究中要做的工作.

参考文献(References):

[1] BRIGO D, CAPPONI A. *Bilateral counterparty risk valuation with stochastic dynamical models and application to credit default swaps* [R]. http: //www.arxiv.org, 2011.

[2] BRIGO D, CHOURDAKIS K. Counterparty risk for credit default swaps: Impact of spread volatility and default correlation [J]. *International Journal of Theoretical & Applied Finance*, 2009, 12(7): 1007 – 1026.

[3] HULL J, WHITE A. Valuing credit default swaps II: Modeling default correlations [J]. *Journal of Derivatives*, 2001, 8(3): 12 – 22.

[4] WALKER M B. Risk-neutral correlations in the pricing and hedging of basket credit derivatives [J]. *Journal of Credit Risk*, 2005, 1(1): 1 – 8.

[5] LEUNG S Y, KWOK Y K. Credit default swap valuation with counterparty risk [J]. *Kyoto Economic Review*, 2005, 74(1): 25 – 45.

[6] COLLIN-DUFRESNE P, GOLDSTEIN R S, HUGONNIER J. A general formula for valuing defaultable securities [J]. *Eeonometrica*, 2004, 72(5): 1377 – 1407.

[7] HILLE C T, RING J, SHIMANMOTO H. Modeling counterparty credit exposure for credit default swaps [C] //*Counterparty Credit Risk Modeling: Risk Management, Pricing and Regulation*. London: Risk Books, 2005.

[8] BRIGO D, PALLAVICINI A. Counterparty risk under correlation between default and interest rates [C] //*Numerical Methods for Finance*. London: Chapman Hall, 2007.

[9] CR'EPEY S, JEANBLANC M, ZARGARI B. *CDS with counterparty risk in a Markov chain copula model with joint defaults* [R]. http: //www.maths.univ-evry.fr/pagesperso/jeanblanc/pubs/cjz counter.pdf, 2009.

[10] BLANCHET-SCALLIET C, PATRAS F. *Counterparty risk valuation for CDS* [R]. http: //www. defaultrisk.com, 2008.

[11] LIPTON A, SEPP A. Credit value adjustment for credit default swaps via the structural default model [J]. *Credit Risk*, 2009, 5(2): 123 – 146.

[12] BAI Yunfen. *Modelling contagion effect of credit risk and pricing of credit derivatives* [D]. Shanghai: Shanghai JiaoTong University, 2008. (白云芬. 信用风险传染模型和信用衍生品的定价 [D]. 上海: 上海交通大学, 2008.)

[13] JARROW R A, YU F. Counterparty risk and the pricing of defaultable securities [J]. *Journal of Finance*, 2001, 56(5): 1765 – 1799.

[14] CHEN Zhengsheng, QIN Xuezhi. A derivative pricing method considering rival's risks [J]. *Journal of Systems & Management*, 2011, 20(2): 151 – 160. (陈正声, 秦学志. 考虑交易对手风险的衍生产品定价方法 [J]. 系统管理学报, 2011, 20(2): 151 – 160.)

[15] PYKHTIN M, ZHU S. Measuring counterparty credit risk for trading products under Basel II [J]. *Social Science Electronic Publishing*, 2006.

[16] BRIGO D, CAPPONI A, PALLAVICINI A. Arbitrage-free bilateral counterparty risk valuation under collateralization and application to credit default swaps [J]. *Mathematical Finance*, 2014, 24(1): 125 – 146.

[17] LIPTON A, SAVESCU I. Pricing credit default swaps with bilateral value adjustments [J]. *Quantitative Finance*, 2014, 14(1): 171 – 188.

[18] LIANG X, WANG G, LI H. Pricing credit default swaps with bilateral counterparty risk in a reduced form model with Markov regime switching [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2014, 23(2): 290 – 302.

[19] DONG Y H, WANG G J. Bilateral counterparty risk valuation for credit default swap in a contagion model using Markov chain [J]. *Economic Modelling*, 2014, 40(1): 91 – 100.

[20] CHERUBINI U, LUCIANO E. *Copula Methods in Finance* [M]. Hoboken: John Wiley and Sons, 2004: 112 – 128.

[21] NELSEN B. *An Introduction to Copulas* [M]. Berlin: Springer, 1999: 157 – 180.

[22] YANG Xing, HU Guoqiang. Counterparty credit events and the sound value of credit default swap [J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2013, 33(6): 1389 – 1394. (杨星, 胡国强. 交易对手信用违约事件与信用违约互换公允价值 [J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(6): 1389 – 1394.)

作者简介:

杨　星　(1955–), 女, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为金融创新与金融风险管理, E-mail: tyxing@jnu.edu.cn;

胡国强　(1989–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为金融工程与金融风险管理, E-mail: hugq2006@163.com;

蒋金良　(1953–), 男, 副教授, 主要研究方向为管理科学与工程, Email: jiangjl@gcu.edu.cn.