

圆形区域内鲁棒极点配置优化

翟军昌^{1,2†}, 高立群²

(1. 渤海大学 信息科学与技术学院, 辽宁 锦州 121013; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘要: 本文基于和声搜索算法将精确极点配置的思想推广到圆形区域极点配置, 通过对圆域内极点全局优化的方法, 实现圆域内鲁棒极点配置问题. 首先, 基于几何原理描述极点在圆形区域内的位置信息, 确定了在圆形区域内动态选择极点的规则, 可以保证算法在圆形区域内动态选取极点. 然后, 对圆形区域内的极点, 基于精确鲁棒极点配置的思想, 利用和声搜索算法优化摄动或不确定性的谱范数上界, 从而得到一组允许闭环系统具有更大摄动或不确定性的极点及相应的状态反馈控制器. 最后, 通过实例进行仿真, 仿真结果表明本文采用和声搜索算法全局优化动态选择极点方法得到的闭环系统具有更好的鲁棒性.

关键词: 和声搜索算法; 极点配置; 状态反馈; 控制器

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Optimization of pole assignment in a circular region

ZHAI Jun-chang^{1,2†}, GAO Li-qun²

(1. College of Information Science and Technology, Bohai University, Jinzhou Liaoning 121013, China;

2. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110819, China)

Abstract: The idea of exact robust pole assignment is extended to region poles assignment by means of global optimization for poles in the circular region based on Harmony Search algorithm. First, a geometric description method for the position information of poles within the circular region is proposed to formulate the rules for the dynamic selection of poles, so that the algorithm can select poles dynamically from the circular region. Then, for the circular region poles, the harmony search algorithm is employed to optimize the upper bound of spectral norm for the perturbation or the uncertainty based on the idea of exact pole assignment. By this way, a set of poles and the corresponding robust state feedback controllers can be obtained, which allow the closed-loop system to have a maximum allowable perturbation or uncertainty. Finally, simulation results of the application example demonstrate that the dynamic selection of circular region poles will provide a closed-loop system with higher robustness than the other methods.

Key words: harmony search algorithm; pole assignment; state feedback; controller

1 引言(Introduction)

在实际的控制系统中不可避免地存在模型不确定性和参数不确定性, 因此关于线性时不变控制系统的鲁棒极点配置问题的研究受到了学者的关注.

文献[1]提出极小化特征向量矩阵谱条件数的方法, 实现精确鲁棒极点配置. 文献[2]采用牛顿和拟牛顿迭代的方法极小化特征向量矩阵的Frobenius条件数实现鲁棒极点配置. 文献[3–8]提出梯度流和神经网络方法实现鲁棒极点配置. 然而, 鲁棒极点配置问题是一个多变量的非线性优化问题, 上述几种方法需要利用目标函数的梯度信息, 要求目标函数必须二次可微, 限制了方法的适用范畴. 最近Le和Wang^[9–11]指出条件数具有非凸性, 大部分方法不能保证得到全局最优解, 进而提出一种基于递归神经网络的方法实现鲁

棒极点配置. 在该方法中, 为了得到全局最优解, 不仅谱条件数的计算需要做凸转化, 而且在计算中仍然要利用优化目标函数的梯度信息, 算法的适用范围和复杂度均没有明显变化. 此外, 上述各种方法只是考虑了闭环系统的精确鲁棒极点配置, 关于由极点的选取对闭环系统的鲁棒性的影响并未考虑.

和声搜索(harmony search, HS)算法是由Geem等人于2001年提出的一种启发式优化算法^[12]. 其主要参数包括和声记忆库大小(HMS)、和声记忆库考虑概率(HMCR)、基音调整步长(bw)、基音调整概率(PAR)和最大迭代次数(NI). HS算法采用贪婪的选择策略, 每次迭代更新和声记忆库都保留最优和声, 因此可以保证算法的收敛性. 与梯度法、牛顿法和神经网络等方法相比, HS算法的收敛速度和收敛性与所求问题变

量的初始值无关. 此外, HS算法需要的数学信息较少, 可以直接对非线性优化问题求解, 不需要考虑目标函数是否可微等数学条件, 也不需要进行拟凸转化. 目前, HS算法及其改进算法已经成功地应用于各种类型的工程非线性优化问题^[13-15]. 关于HS算法的详细操作请参见文献[12].

本文基于HS算法全局优化的方法, 将文献[1]中精确鲁棒极点配置思想推广到圆形区域鲁棒极点配置中. 通过状态反馈在指定的圆形区域内配置极点, 使闭环系统具有一定意义下的“最强”鲁棒性.

2 极点配置(Pole assignment)

考虑线性时不变系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), x(0) = x_0, \quad (1)$$

其中: 状态变量 $x \in \mathbb{R}^n$, 控制输入 $u(t) \in \mathbb{R}^m$, 系统矩阵 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 控制输入矩阵 $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$. 假设系统是完全可控和完全可观测的, 取状态反馈控制律

$$u(t) = Kx(t) + v(t). \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)中, 则

$$\dot{x}(t) = (A + BK)x(t) + Bv(t), x(0) = x_0, \quad (3)$$

其中: $v \in \mathbb{R}^m$ 是参考输入, $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 是状态反馈增益矩阵. 在 (A, B) 完全可控的假设下, 对于任意一组自共轭复极点 $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$, 至少存在一个适当的状态反馈增益矩阵 K 使得闭环系统矩阵 $A + BK$ 的特征值是 $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$.

令 $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$, 其中 $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ 是一组闭环系统(3)的期望极点. 状态反馈极点配置是指找到实矩阵 K 和非奇异矩阵 X 满足

$$(A + BK)X = X\Lambda. \quad (4)$$

由文献[1]中定理3可知, 对于任意给定的矩阵 Λ 和非奇异矩阵 X , 则存在一个矩阵 K 满足式(4)当且仅当

$$U_1^T (AX - X\Lambda) = 0, \quad (5)$$

其中: $B = [U_0 \ U_1] \begin{bmatrix} Z \\ 0 \end{bmatrix}$ 是控制输入矩阵 B 的QR分解, $U_0 \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 和 $U_1 \in \mathbb{R}^{n \times (n-m)}$ 满足 $[U_0 \ U_1]$ 是正交矩阵, $Z \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 是非奇异矩阵, 则状态反馈增益矩阵可由下式给出:

$$K = Z^{-1}U_0^T (XAX^{-1} - \Lambda), \quad (6)$$

其中: $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$, $\forall x_i \in X (i = 1, 2, \dots, n)$ 是 λ_i 对应的特征向量且属于零子空间 $U_1^T (A - \lambda_i I_n)$, 即

$$x_i \in S_i \cong (U_1^T (A - \lambda_i I_n)), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

同时, 在完全可控的假设下, $(S_i) = m$ ^[1-2].

3 圆域鲁棒极点配置(Robust pole assignment in a circular region)

3.1 圆域鲁棒极点配置(Robust pole assignment in a circular region)

一般情况下, 系统矩阵均为实阵, 其复特征根应成对出现, 因此所指定的圆形区域的圆心应在实轴左侧. 设指定圆形区域的半径为 $r > 0$; 圆心为 $(\alpha, 0)$, 其中: $\alpha = -(r + d)$, $d \geq 0$ 是距虚轴的距离, 为方便起见, 将圆形区域记为 $\Omega(r, d)$, 如图1所示.

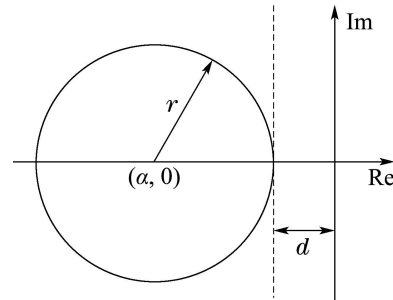


图1 圆形区域 $\Omega(r, d)$

Fig. 1 The circular region $\Omega(r, d)$

对于线性时不变系统(1)和圆形区域 $\Omega(r, d)$, 令 $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$, 其中 $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ 是从圆形区域 $\Omega(r, d)$ 中选择的一组期望极点. 用特征向量矩阵 X 替代状态向量 x , 当系统矩阵 A 存在摄动(或不确定性) Δ 时, 则式(4)可改写成

$$AX + \Delta X + BKX = X(\Lambda + X^{-1} \Delta X). \quad (8)$$

如果式(8)中 $\Lambda + X^{-1} \Delta X$ 稳定, 则表明摄动后的系统 $\Lambda + X^{-1} \Delta X$ 是稳定的. 由文献[1]中定理6可知, 系统的摄动(或不确定性 Δ) 的谱范数满足

$$\|\Delta\|_2 < \frac{\min_{1 \leq i \leq n} |\text{Re}(\lambda_i)|}{k_2(X)}, \quad (9)$$

其中: $\|\Delta\|_2$ 是摄动 Δ 的谱范数, $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 是 Λ 的特征值, $\text{Re}(\cdot)$ 代表实部, $k_2(X)$ 是特征向量矩阵 X 的谱条件数, 即

$$k_2(X) = \|X\|_2 \|X^{-1}\|_2. \quad (10)$$

由式(10)可知, 条件数 $k_2(X)$ 越小, 则对于圆形区域内固定的极点 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 系统矩阵允许的摄动或不确定性 Δ 的范围越大.

本文的目的是从圆形区域 $\Omega(r, d)$ 中选出一组允许系统矩阵具有最大摄动范围的动态极点. 由于每一组极点对应的特征向量矩阵并不唯一, 因此优化目标函数时必须同时考虑极点和特征向量矩阵. 于是鲁棒极点配置问题转化为下面的优化问题:

$$\begin{aligned} \max J &= \frac{\min_{1 \leq i \leq n} |\text{Re}(\lambda_i)|}{k_2(X)}, \\ \text{s.t. } &\det(X) \neq 0. \end{aligned} \quad (11)$$

这是一个带有约束的非线性优化问题. 本文利用 HS 算法直接优化目标函数, 不需要考虑梯度信息. 如果约束条件 $\det(X) = 0$ 不能满足, 则对应的解将被惩罚掉.

3.2 极点描述(Pole description)

在圆形区域 $\Omega(r, d)$ 中配置极点时, 圆形区域内期望极点的信息事先未知. 为了能有效的在圆形区域内选择极点, 本文给出下面的引理 1, 作为在 $\Omega(r, d)$ 中选择极点的规则. 引理 1 采用几何原理描述了圆形区域内极点的位置信息.

引理 1 对于给定的圆形区域 $\Omega(r, d)$ 和任意一组自共轭复极点 $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$, 若 $\forall \lambda_i \in \Omega(r, d)$, 则 λ_i 满足

$$\lambda_i = L \cos \theta + \alpha + L(\sin \theta)j, \quad (12)$$

λ_i 的共轭复极点 $\bar{\lambda}_i$ 满足

$$\bar{\lambda}_i = L \cos \theta + \alpha - L(\sin \theta)j, \quad (13)$$

其中: $L \in [0, r]$ 是极点 λ_i 到圆心的距离, $\theta \in [0, \pi]$ 是顶点在圆心, 极点 λ_i 与圆心的连线与实轴正向的夹角.

证

1) 当 $\theta = 0$ 或 $\theta = \pi$ 时, 由式(12)–(13)可知

$$\lambda_i = \bar{\lambda}_i = L + \alpha \text{ 或 } \lambda_i = \bar{\lambda}_i = -L + \alpha.$$

令 $\lambda_k = \pm L + \alpha$, 则 $(\lambda_k - \alpha)^2 = L^2$. 由于 $0 \leq L \leq r$, 进而有 $0 \leq (\lambda_k - \alpha)^2 \leq r^2$. 所以 $\lambda_k \in \Omega(r, d)$.

2) 当 $0 < \theta < \pi$ 时, 由式(12)–(13)可知

$$\lambda_i = L \cos \theta + \alpha + L(\sin \theta)j,$$

$$\text{且 } \bar{\lambda}_i = L \cos \theta + \alpha - L(\sin \theta)j,$$

则 $(\lambda_i - \alpha)(\bar{\lambda}_i - \alpha) = (L \cos \theta + L(\sin \theta)j)(L \cos \theta - L(\sin \theta)j) = L^2$. 由于 $0 \leq L \leq r$, 故 $0 \leq (\lambda_i - \alpha)(\bar{\lambda}_i - \alpha) \leq r^2$, 所以, $\lambda_i, \bar{\lambda}_i \in \Omega(r, d)$.

引理 1 的几何描述见图 2.

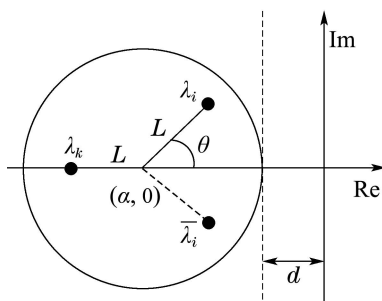


图 2 圆形区域 $\Omega(r, d)$ 中极点分布情况

Fig. 2 The distribution of poles in circular region $\Omega(r, d)$

当 $\theta = 0$ 或 $\theta = \pi$ 时, $\lambda_i = \bar{\lambda}_i = L + \alpha$ 或 $\lambda_i = \bar{\lambda}_i = -L + \alpha$ 为实极点, 如图 2 中 $\theta = \pi$ 时的 λ_k .

当 $0 < \theta < \pi$ 时, λ_i 和 $\bar{\lambda}_i$ 对应一对共轭复极点.

根据引理 1, 圆形区域 $\Omega(r, d)$ 中所有点都可以由 L, θ 和 α 唯一确定. 通过 θ 和 L 分别在 $[0, \pi]$ 和 $[0, r]$ 区间上的取值, 可以优化闭环系统的系统矩阵, 使其具有较好的鲁棒性.

4 控制器设计(Controller design)

4.1 特征向量矩阵(Eigenvector matrix)

对于系统(1)和圆域 $\Omega(r, d)$, 假设从 $\Omega(r, d)$ 中任意选择一组极点对应为 $\{\lambda_1, \bar{\lambda}_1, \dots, \lambda_p, \bar{\lambda}_p, \lambda_{p+1}, \dots, \lambda_n\}$, 其中 $\{\lambda_i\}_{i=1}^p$ 和 $\{\bar{\lambda}_i\}_{i=1}^p$ 是 p 对共轭复极点, 其对应的自共轭复特征向量分别记为 $\{x_i\}_{i=1}^p$ 和 $\{\bar{x}_i\}_{i=1}^p$; 其中 $\{\lambda_i\}_{i=p+1}^n$ 是 $n - 2p$ 个实极点, 其对应的特征向量记为 $\{x_i\}_{i=p+1}^n$. 由于 $\{x_i\}_{i=1}^p$ 和 $\{\bar{x}_i\}_{i=1}^p$ 是共轭复特征向量, $\{\bar{x}_i\}_{i=1}^p$ 可以由 $\{x_i\}_{i=1}^p$ 产生, 这样可以节省内存空间, 降低计算时间. 特征向量计算步骤如下:

步骤 1 根据式(7)分别计算复极点 $\{\lambda_i\}_{i=1}^p$ 和实极点 $\{\lambda_i\}_{i=p+1}^n$ 对应零子空间 $U_1^T(A - \lambda_i I_n)$ 的基向量 $\{S_i\}_{i=1}^p$ 和 $\{S_i\}_{i=p+1}^n$.

步骤 2 分别计算 $\{S_i\}_{i=1}^p$ 和 $\{S_i\}_{i=p+1}^n$ 对应的标准正交基 $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m\}_{i=1}^p$ 和 $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m\}_{i=p+1}^n$.

步骤 3 分别根据 $\{x_i\}_{i=1}^p$ 和 $\{x_i\}_{i=p+1}^n$ 随机生成特征向量 $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m\}_{i=1}^p$ 和 $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m\}_{i=p+1}^n$.

步骤 4 根据特征向量 $\{\bar{x}_i\}_{i=1}^p$ 生成其对应的共轭复特征向量.

步骤 5 根据前面生成的向量构造特征向量矩阵 $X = [x_1, \bar{x}_1, \dots, x_p, \bar{x}_p, x_{p+1}, \dots, x_n]$.

4.2 算法(Algorithm)

采用 HS 算法在圆形区域内的状态反馈鲁棒极点配置的具体步骤如下:

步骤 1 输入系统矩阵 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 和控制输入矩阵 $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$.

步骤 2 对控制输入矩阵 B 进行 QR 分解.

步骤 3 初始化优化问题, 其定义为

$$\max f(x) = J = \frac{\min_{1 \leq i \leq n} |\operatorname{Re}(\lambda_i)|}{k_2(X)},$$

$$\text{s.t. } x_{jL} \leq x_j \leq x_{jU}, \quad j = 1, 2, \dots, N,$$

其中: $f(x)$ 是目标函数; x_{jL} 和 x_{jU} 分别是变量 x_j 的下界和上界; N 是变量的维数.

步骤 4 初始化参数, 具体为:

初始化圆形区域 $\Omega(r, d)$ 的半径为 r , 距离为 d ; 和声记忆库大小为 HMS; 和声记忆库考虑概率为 HMCR; 基音调整步长为 bw; 基音调整概率为 PAR 和最大迭代次数为 NI; 决策变量距离为 L 和角度为 θ 的范围为 $[x_{jL}, x_{jU}]_{j=1}^N$.

步骤 5 初始化和声记忆库.

在 $[x_{jL}, x_{jU}] (j = 1, 2, \dots, N)$ 内随机初始化和声记忆库.

For $i = 1$ to HMS do

1) 根据引理以及和声库的信息产生一组极点 $\{\lambda_1, \bar{\lambda}_1, \dots, \lambda_p, \bar{\lambda}_p, \lambda_{p+1}, \dots, \lambda_n\}$ 构造初始和声记忆库.

2) 计算1)中生成极点对应的特征向量矩阵 X , 并优化目标函数 J .

End

步骤 6 即兴产生新和声.

根据和声记忆库考虑、基音调整以及随机选取3个操作规则即兴创作产生新和声, 其主要操作包括:

1) 产生一组新极点.

2) 计算新极点对应的特征向量矩阵 X , 并优化目标函数 J .

步骤 7 更新和声记忆库.

若新产生的和声目标函数值优于和声记忆库中的最差和声, 则用新产生的和声替换和声记忆库中的最差和声.

步骤 8 核查终止准则, 如果满足最大迭代次数 NI , 则计算终止, 否则转步骤6.

步骤 9 根据公式(6)计算反馈增益矩阵 K .

步骤 10 输出反馈增益矩阵 K , 极点和目标函数 J 的优化结果.

5 实验仿真(Simulation)

在本节中, 通过实际案例进行仿真来验证本文方法的有效性.

例 考虑文献[1-3,9]中采用的化学反应模型, 其系数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 1.3800 & -0.2077 & 6.7150 & -5.6760 \\ -0.5814 & -4.2900 & 0.0000 & 0.6750 \\ 1.0670 & 4.2730 & -6.6540 & 5.8930 \\ 0.0480 & 4.2730 & 1.3430 & -2.1040 \end{bmatrix},$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 0.5.679 & 1.136 & 1.136 \\ 0 & 0 & -3.146 & 0 \end{bmatrix},$$

系统的极点为 $1.911, 6.351 \times 10^{-2}, -5.057, -8.6659$, 显然系统是不稳定的.

为了使系统稳定, 将系统的期望极点配置在圆心为 $(-4.5, 0)$, 半径为4.5的圆形区域 $\Omega(4.5, 0)$ 中, 并从 $\Omega(4.5, 0)$ 中选取一组极点和状态反馈控制器, 使系统矩阵 A 允许最大的摄动或不确定性 Δ .

应用第4.2节中提出的算法, 算法独立运行30次, 实验中取 $HMS = 5, HMCR = 0.95, PAR = 0.33, bw = 0.01, NI = 2000$ 时的优化结果为:

允许摄动 Δ 的最大上界为0.5326, 状态反馈增益矩阵

$$K = \begin{bmatrix} 0.3795 & -1.0672 & -1.0672 & -1.0416 \\ 2.8612 & 0.0579 & 1.9933 & -1.2477 \end{bmatrix},$$

闭环系统的极点为 $-8.9998, -7.2811, -5.0673, -3.7187$.

30次试验中最优值进化曲线如图3所示.

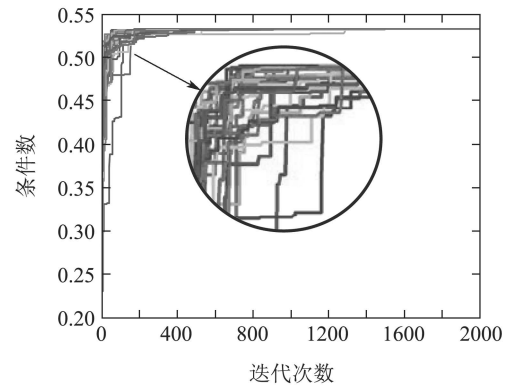


图3 30次试验2000次迭代 $\|\Delta\|_2$ 收敛曲线

Fig. 3 The convergence curves of $\|\Delta\|_2$ for 2000 iterations in thirty independent experiments

通过图3中30次试验 $\|\Delta\|_2$ 的进化收敛曲线可以看出, HS算法可以保证对非线性优化问题的收敛性.

为了测试闭环系统的鲁棒性, 假设系统矩阵存在摄动 $\Delta = T \times L$, 其中 T 和 L 为

$$T = [0.2 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.3]^T, L = [0.3 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.3], \|\Delta\|_2 = \|T \times L\|_2 = 0.49.$$

在图4中给出了当初始状态 x_0 为0, 参考输入为阶跃信号时, 反馈后标称系统和摄动系统从0s到30s状态变量响应曲线. 其中实线描述了系统矩阵 A 没有摄动时的状态变化情况, 虚线和点划线分别描述了系统 A 从0s到30s存在摄动 $A + \Delta$ 和 $A - \Delta$ 时状态的变化情况. 由图4可知, 系统矩阵存在摄动 $\Delta = T \times L$ 时, 闭环系统的状态变量在30s内是稳定的.

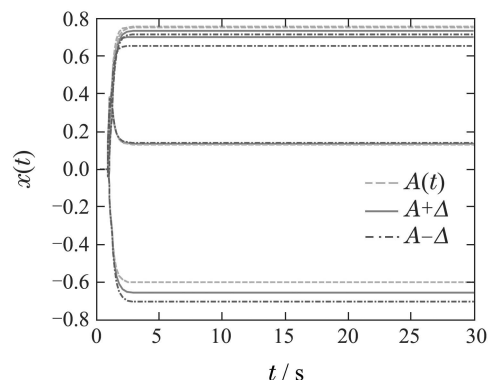


图4 标称系统和摄动系统状态响应曲线

Fig. 4 The state responses of the nominal and perturbed system

为了进一步验证本文方法的有效性, 将本文方法与文献[9]中精确鲁棒极点配置方法的结果相比较. 文献[9]中将期望极点配置在 $-0.2, -0.5, -5.0566$

- 8.6659 上, 这组极点位于圆形区域 $\Omega(4.5, 0)$ 中, 其优化后的反馈增益矩阵 K' 为

$$K' = \begin{bmatrix} 0.181 & -0.125 & 0.257 & -0.232 \\ 1.069 & -0.216 & 0.659 & -0.129 \end{bmatrix}.$$

令摄动 $\Delta = 0.3A$, 系统的初始状态 x_0 为 0, 参考输入为阶跃信号, 仿真时间是 30 s. 在图 5 和图 6 中, 图(a)描述了标称系统的状态变化情况; 图(b)和(c)分别描述了系统矩阵 A 在 0 s 到 30 s 受到摄动 $A + \Delta$ 和 $A - \Delta$ 时的状态变化情况.

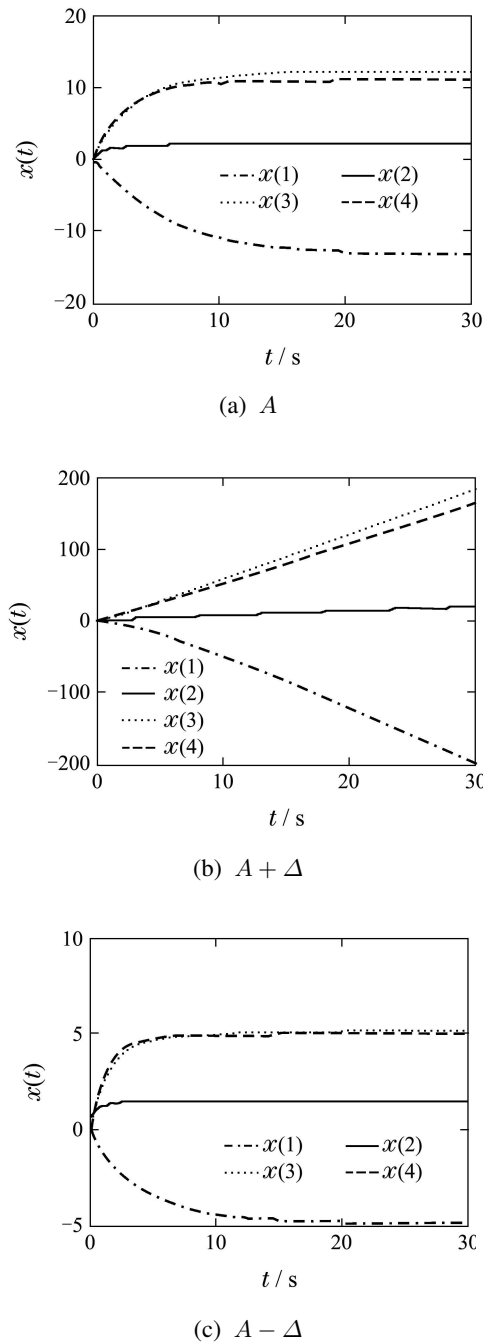


图 5 采用 K' 时标称系统和摄动系统状态响应曲线
Fig. 5 The state responses of the nominal and perturbed system with optimal K'

由图 5 可知, 采用文献 [9] 中精确鲁棒极点配置方法得到的优化控制器 K' 时, 在 30 s 的仿真时间内, 当系统存在摄动 $A + \Delta$ 时, 系统的状态是不稳定的.

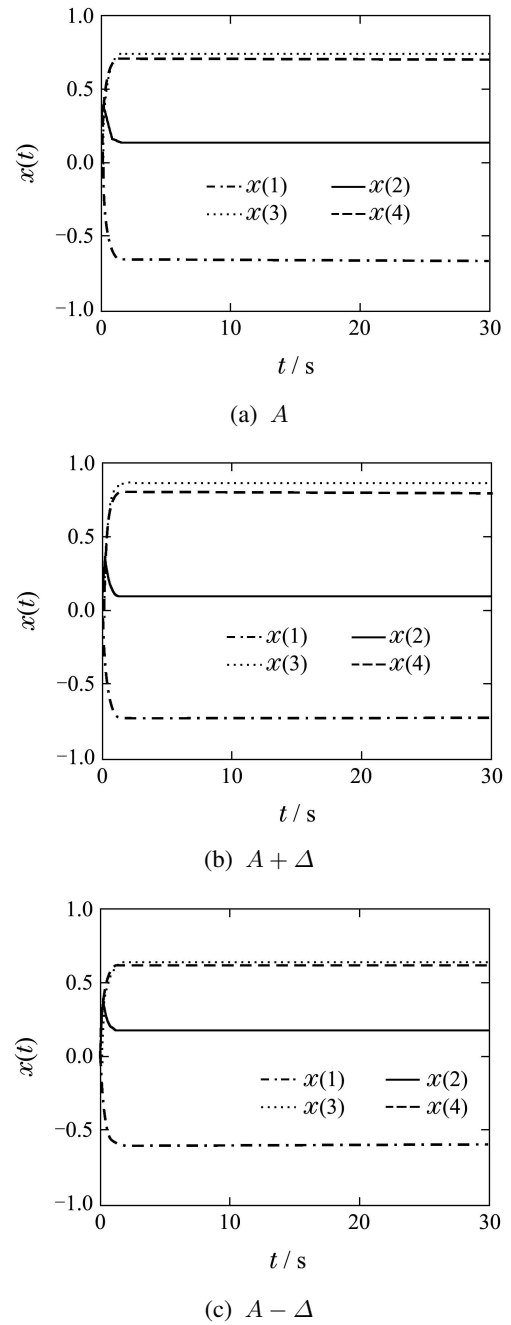


图 6 采用 K 时标称系统和摄动系统状态响应曲线
Fig. 6 The state responses of the nominal and perturbed system with optimal K

由图 6 可知, 采用动态选择极点配置方法得到的优化控制器 K 时, 在 30 s 的仿真时间内, 当系统存在摄动 $A + \Delta$ 和 $A - \Delta$ 的摄动时, 系统的状态变量均是稳定的.

由图 5 和图 6 的仿真结果可知, 在指定的圆形区域内, 采用动态优化鲁棒极点配置方法得到的闭环系统具有更好的鲁棒性.

6 结论(Conclusions)

本文研究了基于HS算法的线性反馈控制系统在圆形区域内的鲁棒极点配置问题,给出了相应的状态反馈器的设计方法.该方法基于几何原理,在指定的圆形区域内动态选择极点,基于精确极点配置的思想,对系统矩阵允许的摄动或不确定性范围的谱范数上界进行优化,从而得到一组允许系统矩阵具有最大摄动或不确定性上界的动态极点.此外,利用HS算法优化目标函数优化时,不需要考虑其可微性和梯度等信息,同时也不需要考虑其凹凸性.仿真结果表明,在系统受到摄动时,采用本文方法反馈后的闭环系统具有更好的鲁棒性.

参考文献(References):

- [1] KAUTSKY J, NICHOLS N K, VAN DOOREN P. Robust pole assignment in linear state feedback [J]. *International Journal of Control*, 1985, 41(5): 1129 – 1155.
- [2] BYERS R, NASH S G. Approaches to robust pole assignment [J]. *International Journal of Control*, 1989, 49(1): 97 – 117.
- [3] LAM J, VAN W Y. A gradient flow approach to the robust pole placement problem [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1995, 5(3): 175 – 185.
- [4] WANG J, WU G. A multilayer recurrent neural network for on-line synthesis of minimum-norm linear feedback control systems via pole assignment [J]. *Automatica*, 1996, 32(3): 435 – 442.
- [5] HO D W C, LAM J, XU J, et al. Neural computation for robust approximate pole assignment [J]. *Neurocomputing*, 1999, 25(1): 191 – 211.
- [6] HU S, WANG J. A gradient flow approach to on-line robust pole assignment for synthesizing output feedback control systems [J]. *Automatica*, 2002, 38(11): 1959 – 1968.
- [7] JIANG D, WANG J. Augmented gradient flows for on-line robust pole assignment via state and output feedback [J]. *Automatica*, 2002, 38(2): 279 – 286.
- [8] HU S, WANG J. Multilayer recurrent neural networks for online robust pole assignment [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2003, 50(11): 1488 – 1494.
- [9] LE X, WANG J. Robust pole assignment for synthesizing feedback control systems using recurrent neural networks [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2014, 25(2): 383 – 393.
- [10] LE X, WANG J. A neurodynamic optimization approach to robust pole assignment for synthesizing linear control systems based on a convex feasibility problem reformulation [C] // *International Conference on Neural Information Processing*. Berlin: Springer, 2013: 284 – 291.
- [11] LE X, WANG J. A neurodynamic optimization approach to robust pole assignment for synthesizing linear state feedback control systems [C] // *The 52nd IEEE Annual Conference on Decision and Control*. Florence: IEEE, 2013: 6806 – 6811.
- [12] GEEM Z W, KIM J H, LOGANATHAN G V. A new heuristic optimization algorithm: harmony search [J]. *Simulation*, 2001, 76(2): 60 – 68.
- [13] ZOU D, GAO L, WU J, et al. A novel global harmony search algorithm for reliability problems [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2010, 58(2): 307 – 316.
- [14] ZOU D, GAO L, LI S, et al. Solving 0–1 knapsack problem by a novel global harmony search algorithm [J]. *Applied Soft Computing*, 2011, 11(2): 1556 – 1564.
- [15] MANJARRES D, LANDA-TORRES I, GIL-LOPEZ S, et al. A survey on applications of the harmony search algorithm [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2013, 26(8): 1818 – 1831.

作者简介:

翟军昌 (1978–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为鲁棒控制与智能优化, E-mail: zhajunchang@163.com;

高立群 (1949–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能优化、模式识别及最优控制等, E-mail: gaoliquan@mail.neu.edu.cn.