DOI: 10.7641/CTA.2016.41136

旋翼飞行机械臂建模及动态重心补偿控制

钟 杭[†], 王耀南, 李 玲, 刘洪剑, 李 力

(湖南大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要: 旋翼飞行机械臂是将多关节机械臂固连在旋翼飞行平台上而组成的一种面向主动任务操作的特殊系统, 其飞行平台和机械臂之间存在强耦合特性.本文针对机械臂的规划运动对飞行平台的干扰问题,建立了系统运动 学和动力学模型,并通过动态计算系统重心位置坐标,设计出基于backstepping的动态重心补偿控制方法,针对补偿 项测量噪声问题设计了二阶低通滤波器,并使用Lyapunov稳定性理论证明了系统的稳定性.仿真和实验均验证了 在相同的参数条件下,具有动态重心补偿项的控制算法比没有重心补偿项的控制算法在轨迹跟踪和姿态稳定方面 具有明显优势.

关键词: 旋翼飞行机械臂; 重心补偿; 轨迹跟踪控制; 反演控制 中图分类号: TP242.6 文献标识码: A

Rotor-flying manipulator modeling and control with dynamic compensation for gravity offset

ZHONG Hang[†], WANG Yao-nan, LI Ling, LIU Hong-jian, LI Li

(College of Electrical and infomation Engineering, Hunan University, Changsha Hunan 410082, China)

Abstract: Equipping multi-joint manipulator on a rotor-flying platform we constitute a special system which can actively manipulate in environment. In this system, there exists a strong coupling between the rotor-flying platform and the manipulator. To deal with the reactive force on the rotor-flying platform from the manipulator, we formulate the kinematic and dynamic equations of the system, and propose a backstepping-based control scheme for dynamically compensating the center of gravity according to the dynamic computation position of the center of gravity; meanwhile, a second-order low-pass filter is designed for compensating the measurement noise. The system stability is proved through the Lyapunov stability theory. Simulation and experimental results validate the effectiveness of the proposed control method and demonstrate the superiority in trajectory tracking and attitude stabilization over those methods with no compensation for center of gravity under the same conditions.

Key words: rotor-flying manipulator; center of gravity compensation; trajectory tracking controller; backstepping control

1 引言(Introduction)

过去几十年,无人飞行器(unmanned aerial vehicle, UAV)的相关研究取得了飞速发展.UAV所具有的操 作灵活、可自主飞行等特点,有利于其在极端复杂环 境下完成危险任务.近年来,UAV在自然灾害侦查与 救援^[1-4]、地图遥感测量^[5,6]、农业应用^[7]等方面得到 了广泛的应用.

与传统UAV只能完全被动观测相比,近年来开发和研究具有一定作业能力的主动操作型UAV获得了越来越多科研人员的关注.这类UAV通常是把具有主动操作能力的多关节机械臂搭载在无人飞行平台上,

使其能完成特定的作业任务,如:空中抓取(aerial grasp)、空中操作(aerial manipulation)^[7-14]等,文献 [15]把这种结构统称为旋翼飞行机械臂(rotor-flying multi-joint manipulator, RF–MJM).

虽然RF-MJM结构给实际任务执行带来了便利和 优势,但旋翼飞行平台和多关节机械臂之间的高度耦 合特性却给系统动力学建模和精确位姿控制增加了 困难^[15]. 文献[16]首先对RF-MJM系统进行了动力学 建模,并针对由机械臂规划运动而引起的飞行平台姿 态不稳定问题,设计了一种使用模型参考自适应控制 补偿姿态PID控制器的稳定控制方法,使用Lyapunov

收稿日期: 2014-12-08; 录用日期: 2015-10-20.

[†]通信作者. E-mail: zhonghang@hnu.edu.cn; Tel.: +86 15200857331. 本文责任编委: 胡跃明.

国家自然科学基金项目(61433016, 61175075)资助.

Supported by National Science Foundation of China (61175075, 61433016).

稳定性理论证明了控制器的稳定性. 但是作者只在理 论上对系统进行了仿真验证,没有在实际系统中进行 测试,并且文中系统的动力学模型是分开建立的,没 有把飞行平台和机械臂统一起来进行建模分析.文 献[17]设计了一个小型Delta并联机械臂,并将其从侧 面安装到四旋翼飞行平台上,从侧面建立了机械臂与 外部有物理接触时的动力学模型,设计了无源控制器 来控制飞行平台的稳定性,实际测试验证了所设计控 制器的有效性,但是作者没有对RF-MJM系统进行系 统的建模分析,仅从一个角度进行建模、分析与控制, 而在三维立体操作情况下这种方法不具代表性. 文 献[15]使用欧拉-拉格朗日方程法从整体对RF-MJM 系统进行了精确的数学建模,分析了飞行平台和机械 臂之间的耦合特性,并设计了线性二次型调节器 (linear quadratic regulator, LQR)对系统进行控制, 仿 真结果验证了模型和控制器的有效性,但是所建立的 数学模型对系统参数测量要求较高,同时LQR控制器 具有对外部干扰敏感、稳定区域受限制等缺点,导致 该方法在实际工程应用上困难.

基于以上研究现状与问题,本文以RF-MJM为研 究对象,首先从整体上建立了系统运动学和动力学模 型,该模型很好的简化了RF-MJM系统内部的耦合特 性.然后针对多关节机械臂规划运动对飞行平台的干 扰而导致系统动力学模型时变等问题,设计出一种通 过动态计算系统重心位置坐标进行补偿的飞行平台 姿态稳定控制方法,并利用Lyapunov稳定性理论证明 了系统的稳定性.仿真和实验均验证了在相同的参数 条件下,具有动态重心补偿项的控制算法比没有重心 补偿项的控制算法在轨迹跟踪速度和姿态稳定控制 性能方面都具有明显优势.

本文余下内容安排如下: 第2节描述系统对象, 建 立RF-MJM系统运动学和动力学模型; 第3节介绍系 统重心估计器的设计方法; 第4节根据所估计出的系 统重心位置, 设计出一种具有动态重心补偿的位姿控 制方法; 第5节和第6节从理论仿真到实际测试中都对 本文所提出的方法进行了验证; 第7节给出了本文的 内容总结.

2 系统模型(System model)

旋翼飞行机械臂由飞行平台和多关节机械臂组成, 本文所设计的系统结构如图1所示,飞行平台采用四 旋翼直升机结构,机械臂具有4个转动关节.

定义1 系统坐标系建立如下:

 $W: \{O_W; X_W, Y_W, Z_W\}$ 表示惯性坐标系,是固 连在地面上的基座标系;

B: {O_B; X_B, Y_B, Z_B}为机体坐标系, 原点在飞行平台的重心位置上, Z_B轴垂直飞行平台平面竖直

向上:

 $J_i: \{O_i; X_i, Y_i, Z_i\}(i = 0, 1, 2, 3, 4)$ 是机械臂关 节坐标系,其中 $\{J_0\}$ 表示基坐标系,其原点与坐标系 B原点重合,坐标轴方向与第1关节坐标系 $\{J_1\}$ 相同;

T: {*O*_T; *X*_T, *Y*_T, *Z*_T}是工具坐标系, 是以末端执行器的中心点为原点, 坐标轴方向与关节坐标系 {*J*₄}的相同.



图 1 旋翼飞行机械臂结构示意图 Fig. 1 Structure of RF-MJM

2.1 运动学模型(Kinematic model)

对于运动学建模笔者关心的是机械臂的末端执行 器坐标系{*T*}在惯性坐标系{*W*}中的姿态和位置问 题. $\boldsymbol{\xi} = [x, y, z]^{T} \in \mathbb{R}^{3}$ 表示机体坐标系{*B*}的原点 O_{B} 在惯性坐标系{*W*}中的位置矢量; $\boldsymbol{\eta} = [\phi, \theta, \psi]^{T} \in \mathbb{R}^{3}$ 是飞行平台姿态的方位向量,其中: ψ 是绕*Z*_B轴的 偏航角(yaw), θ 是绕*Y*_B的俯仰角(pitch), ϕ 是绕*X*_B的 翻滚角(roll). 对于飞行平台,坐标系*B*到坐标系*W*的 齐次变换矩阵为^W_B*T*, 而机械臂基座标系{*J*₀}到机体 坐标系*B*的齐次变换矩阵为^B_D*T*. 由文献[18]可知

$${}^{\mathrm{W}}_{\mathrm{B}}T = R(x,\phi)R(y,\theta)R(z,\psi), \qquad (1)$$

$${}^{\mathrm{B}}_{J_0}T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0\\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0\\ -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

其中 $c\alpha$ 和 $s\alpha$ 分别为cos α 和sin α 的缩写,并有

$$R(x,\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\theta \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix},$$
$$R(y,\theta) = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix},$$

	$c\psi$	$-s\psi$	0	
$R\left(z,\psi\right) =$	$s\psi$	$c\psi$	0	
	0	0	1	

表 1 机械臂Denavit-Hartenberg参数

Table 1Denavit-Hartenberg parameters for
manipulator

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	$ heta_i$
1	0	a_0	0	θ_1
2	0	a_1	0	θ_2
3	0	a_2	0	$\theta_3 + \frac{\pi}{2}$
4	$\frac{\pi}{2}$	d_3	a_3	θ_4
5	$\overline{0}$	d_4	a_4	0

对于多关节机械臂,其Denavit-Hartenberg参数如 表1所示^[18].可知工具坐标系{T}到基坐标系{ J_0 }的 齐次变换矩阵为_T^{J₀} $T = \frac{J_0}{J_1}T \cdot \frac{J_1}{J_2}T \cdot \frac{J_2}{J_3}T \cdot \frac{J_4}{J_4}T \cdot \frac{J_4}{J_T}T$.其 中 $\frac{J_{i-1}}{J_1}T$ 的表达式如下:

$${}^{J_{i-1}}_{J_i}T = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$(3)$$

2.2 动力学模型(Dynamic model)

RF-MJM系统动力学模型由飞行平台和机械臂组成,完整的动力学模型需要考虑二者之间的耦合作用,并对其整体进行建模分析,所建立的动力学方程较为复杂^[15].由于旋翼飞行机械臂系统在实际作业过程中机械臂大部分时间处于静态状态(作业前和作业后),只有在对目标进行作业时才是动态的,且机械臂运动速度缓慢,对系统而言可以看成是变化的静态状态.综合以上分析,本文将对系统静态情况下的动力学进行建模分析.

系统在静态情况下与普通飞行平台动力学建模的 主要区别在于其重心是可变的,并且一般不在飞行平 台的几何中心点.图2是系统重心不在几何中心时的 示意图,重心偏移向量 $r_{G} = [x_{G}, y_{G}, z_{G}]^{T}$ 是系统重心 (centre of gravity, CM)在坐标系{B}中的向量, r_{CM} 是其在坐标系{W}的位置向量.几何中心(geometric center, GC)是飞行平台的几何中心,与坐标系{B}的 原点重合, r_{GC} 是GC在坐标系{W}中的位置向量.

目前动力学建模的主要方法主要有:牛顿--欧拉方 程法和拉格朗日动力学方程法^[18].在使用拉格朗日动 力学方程法时,需要对系统的各部分的动能和势能进 行计算,得出动力学方程的形式较为复杂^[8],因此本 文使用牛顿--欧拉方程法对系统进行建模.综合文献 [19-21], RF--MJM系统牛顿方程和欧拉方程为

$$\begin{cases} \boldsymbol{F} = m\dot{\boldsymbol{r}}_{\rm G} + m\ddot{\boldsymbol{r}}_{\rm GC} + m\dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \boldsymbol{r}_{\rm G} + \\ 2m\boldsymbol{\Omega} \times \dot{\boldsymbol{r}}_{\rm G} + m\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r}_{\rm G}), \\ \boldsymbol{M} = \boldsymbol{I}\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{I}\boldsymbol{\Omega} + \dot{\boldsymbol{r}}_{\rm G} \times \boldsymbol{B} + \boldsymbol{r}_{\rm G} \times \dot{\boldsymbol{B}} + \\ (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r}_{\rm G}) \times \boldsymbol{B} + \boldsymbol{r}_{\rm G} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{B}), \end{cases}$$

$$\tag{4}$$

其中: m表示系统整体质量, **F**是使系统运动产生的 外力, $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}} = [p, q, r]^{\mathrm{T}}$ 是飞行平台的角速度矢量, **M**是外部转矩, **I**是系统惯性张量, $\boldsymbol{B} = m\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}$ 是由重 心偏移引起的额外推动力.





旋翼电机的运转方向如图2所示,1号电机和3号电机逆时针运转,2号和4号电机顺时针运转,4个电机都产生向上的升力和与电机旋转方向相反的反作用力. 由文献[22]知电机升力*f*_i和反作用力*g*_i计算公式为

$$\begin{cases} f_i = bw_i^2, \\ g_i = kw_i^2, \end{cases} i = 1, 2, 3, 4, \tag{5}$$

其中w_i表示第*i*个电机转速.对于特定空气与桨叶b和 k都是常数,其大小与空气密度、阻力系数、螺旋桨几 何参数等有关.飞行平台的动力完全由4个电机提供, 分析系统受力可知外力**F**和外部转矩**M**为

$$\boldsymbol{F} = {}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{W}} R[0 \ 0 \ u_1]^{\mathrm{T}}, \ \boldsymbol{M} = [u_2 \ u_3 \ u_4]^{\mathrm{T}},$$

 u_i 为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ db & 0 & -db & 0 \\ 0 & -db & 0 & db \\ -k & k & -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1^2 \\ w_2^2 \\ w_3^2 \\ w_4^2 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中: b是升力常数, d是电机升力力臂长度.

联立式(1)(4)-(6)可得旋翼飞行机械臂系统动力 学方程为 314

$$\begin{cases} \dot{u} = \frac{u_1}{m} (\cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\phi) + a_1, \\ \dot{v} = \frac{u_1}{m} (\sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi) + a_2, \\ \dot{w} = \frac{u_1}{m} (\cos\psi\cos\theta) - g + a_3, \\ \dot{p} = \frac{u_2}{I_{xx}} - \frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}} qr - \frac{b_1}{I_{xx}} - \frac{mc_1}{I_{xx}}, \end{cases}$$
(7)
$$\dot{p} = \frac{u_2}{I_{xx}} - \frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}} qr - \frac{b_1}{b_2} - \frac{mc_1}{I_{xx}}, \\ \dot{q} = \frac{u_3}{I_{yy}} - \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{yy}} pr - \frac{b_2}{I_{yy}} - \frac{mc_2}{I_{yy}}, \\ \dot{r} = \frac{u_4}{I_{zz}} - \frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}} pq - \frac{b_3}{I_{zz}} - \frac{mc_3}{I_{zz}}, \\ a_1 = -2(wq - vr) + x_G(q^2 + r^2) - y_G(pq - \dot{r}) - z_G(pr + \dot{q}), \\ a_2 = -2(ur - wp) - x_G(pq + \dot{r}) + y_G(r^2 + p^2) - z_G(qr - \dot{p}), \\ a_3 = -2(vp - uq) - x_G(pr - \dot{q}) - y_G(qr + \dot{p}) + z_G(p^2 + q^2), \\ b_1 = -I_{xz}(pq + \dot{r}) + I_{yz}(r^2 - q^2) + I_{xy}(pr - \dot{q}), \\ b_2 = -I_{xy}(qr + \dot{p}) + I_{xy}(q^2 - p^2) + I_{xz}(qr - \dot{p}), \\ c_1 = x_G(wr + vq) + y_G(\dot{w} - uq) - z_G(\dot{v} + ur), \\ c_2 = -x_G(\dot{w} + vp) + y_G(up + wr) + z_G(\dot{u} - vr), \\ c_3 = x_G(\dot{v} - wp) - y_G(\dot{u} - wq) + z_G(vq + up), \end{cases}$$

其中a₁, a₂, a₃, b₁, b₂, b₃是由系统重心不与几何中心 点重合而产生的额外作用项,其可以由系统状态和重 心位置坐标进行计算.

3 系统重心估算(Estimation of gravity center)

RF-MJM系统中的机械臂由5个关节臂组成(包含 基座). 假设基座质量为 m_0 ,剩余4个关节臂质量分别 为 m_i (i = 1, 2, 3, 4),末端执行器抓取目标物质量为 m_d ,关节臂i坐标系 J_i 相对于飞行平台坐标系{B}的 旋转变换矩阵 $_i^B R$ 和位置坐标 $_i^B p$,关节臂i的质心相对 于关节臂i坐标系{ J_i }的局部坐标为 $_c^i p$, $_T^B p$ 是抓取目 标物体在飞行平台坐标系{B}中的位置矢量. 因此关 节臂i的质心相对于平台坐标系{B}的位置坐标 p_i 为

$$\boldsymbol{p}_i = {}_i^{\mathrm{B}} R_{\mathrm{c}}^i \, \boldsymbol{p} + {}_i^{\mathrm{B}} \boldsymbol{p}. \tag{8}$$

令平台坐标系{B}为系统重心参考坐标系,根据 多体系统质心求解理论^[23],操作型可悬停飞行器的重 心为

$$\mathbf{r}_{\rm G} = \frac{\sum_{i=1}^{5} m_i \boldsymbol{p}_i + m_{\rm dT}^{\rm B} \boldsymbol{p}}{\sum_{i=0}^{5} m_i + m_{\rm d}}.$$
(9)

从式(9)可以看出,要求**r**_G必须先求m_d.根据系统动力学模型可知:当系统悬停于固定一点,并且飞行平

台的俯仰和翻滚角都为零的情况下,其4个螺旋桨的 升力大小与系统所受重力相等且方向相反,根据受力 分析有

$$\sum_{i=0}^{5} m_i + m_d = u_1, \tag{10}$$

其中: m_d为目标抓取物体的质量, 把m_d看成为待估测参数, 利用最小二乘法进行求解, 则m_d的估测值 \hat{m}_{d} 为

$$\hat{m}_{\rm d} = \frac{1}{{
m g}k} \sum_{i=1}^k u_1(i) - \sum_{i=0}^5 m_i,$$
 (11)

其中g是重力加速度.

综上所述,在目标抓取物体质量 $m_{\rm d}$ 被估测完成后,系统的重心只与主动操作臂的关节角 θ_i 有关,即系统 重心 $r_{\rm G}$ 为 θ_i 的函数,可写成为

$$r_{\rm G} = g(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4). \tag{12}$$

4 重心补偿位姿控制器设计(Position and attitude controller design with pose gravity compensation)

旋翼飞行机械臂是一个高度耦合欠驱动系统,其 飞行平台具有6个自由度,而输入控制量只有4个.本 文通过将飞行平台的位置控制和姿态控制分离开来 进行独立控制,将位置控制的输出作为姿态控制的输 入,并对机械臂的规划运动所带来的扰动进行补偿, 设计了基于动态重心补偿的位姿控制器,从而实现飞 行平台快速高精度的位姿控制.图3是具有重心补偿 位姿控制器总体结构图,飞行平台的状态测量采用三 轴惯性测量传感器经过Kalman滤波器输出,目标轨迹 生成器把目标轨迹和偏航角输出给位置跟踪控制器, 位置跟踪控制主体为PD控制器,其输出通过系统动力 学方程计算得到姿态控制所需的姿态角,姿态稳定控 制器采用反演法(backstepping)进行设计,其输出经过 式(6)的结构解耦,输出到电机.

4.1 位置跟踪控制器设计(Position tracking controller design)

假设飞行平台目标位置点为 $\xi_{d} = [x_{d} \ y_{d} \ z_{d}]^{T}$,则飞行器的位置误差为 $\xi_{e} = \xi_{d} - \xi$,构造位置误差方程

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{dd}}\ddot{\boldsymbol{\xi}}_{\mathrm{e}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{d}}\dot{\boldsymbol{\xi}}_{\mathrm{e}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{e}} = 0,$$
 (13)

其中 $K_{\rm p}$, $K_{\rm d}$ 和 $K_{\rm dd}$ 是正定的对角矩阵,由劳斯–霍尔 维茨稳定性判据^[24]知 $\xi_{\rm e}$ 以指数收敛于零. 令 $U = (U_1, U_2, U_3)^{\rm T} = \ddot{\xi}$,则有

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{K}_{\mathrm{dd}} \ddot{\boldsymbol{\xi}}_{\mathrm{d}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{d}} (\dot{\boldsymbol{\xi}}_{\mathrm{d}} - \dot{\boldsymbol{\xi}}) + \boldsymbol{K}_{\mathrm{p}} (\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{d}} - \boldsymbol{\xi}).$$
 (14)

综合文献[25]中的位置控制器输出解算方法,联 立式(14)和式(7),可以得出具有重心补偿项的目标姿 态角度(θ_d , ϕ_d)和总升力(\bar{u}_1)为

$$\begin{cases} \theta_{\rm d} = \operatorname{atan}(\frac{(U_1 - a_1)\cos\psi_{\rm d} + (U_2 - a_2)\sin\psi_{\rm d}}{U_3 + g - a_3}), \\ \phi_{\rm d} = \\ \operatorname{asin}(\frac{(U_1 - a_1)\sin\psi_{\rm d} - (U_2 - a_2)\cos\psi_{\rm d}}{\sqrt{(U_1 - a_1)^2 + (U_2 - a_2)^2 + (U_3 + g - a_3)^2}}), \end{cases}$$
(15)

$$\bar{u}_1 = m(U_1 - a_1)(\sin\theta\cos\psi\cos\phi + \sin\psi\sin\phi) + m(U_2 - a_2)(\sin\theta\sin\psi\cos\phi - \cos\psi\sin\phi) + m(U_3 + g - a_3)\cos\theta\cos\phi,$$
(16)

其中: asin和atan分别为反正弦和反正切函数; a_i (i = 1, 2, 3)是位置控制重心补偿项,由重心坐标和系统状态决定.

由于在对系统重心坐标估算和状态测量时存在噪 声和时延,直接输到控制项里面进行补偿容易引起系 统不稳定,本文参考干扰观测器(disturbance observer, DOB)中抗噪声设计方法^[25-27],在计算补偿项后串入 一个低通滤波器Q(s),综合低通性能与稳定性考虑, 本文采用二阶低通滤波器.记滤波前的计算结果为â_i, 补偿项和滤波器如下:

$$\begin{cases} \hat{a}_{1} = -2(wq - vr) + x_{G}(q^{2} + r^{2}) - \\ y_{G}(pq - \dot{r}) - z_{G}(pr + \dot{q}), \\ \hat{a}_{2} = -2(ur - wp) - x_{G}(pq + \dot{r}) + \\ y_{G}(r^{2} + p^{2}) - z_{G}(qr - \dot{p}), \\ \hat{a}_{3} = -2(vp - uq) - x_{G}(pr - \dot{q}) - \\ y_{G}(qr + \dot{p}) + z_{G}(p^{2} + q^{2}), \end{cases}$$
(17)
$$Q(s) = \frac{\tau_{1}s + \tau_{2}}{s^{2} + \tau_{1}s + \tau_{2}},$$
(18)

其中 τ_1 和 τ_2 是决定滤波器幅频特性的系数,由系统的测量噪声决定.





Fig. 3 Structure diagram of position and attitude controller

4.2 姿态稳定控制器设计(Attitude stabilization controller design)

反演(backstepping)设计方法的基本思想是将复 杂的非线性系统分解成不超过系统阶数的子系统, 然后为每个子系统分别设计Lyapunov函数和中间 虚拟控制量,一直"后退"到整个系统,直到完成整 个控制率的设计^{28-29]}.由系统动力学方程(7)可知, 翻滚角(φ)、俯仰角(θ)和偏航角(ψ)各部分相互独立, 可以分别进行控制.以翻滚角φ为例,有如下方程:

$$\begin{cases} \phi = p, \\ \dot{p} = \frac{u_2}{I_{\rm xx}} - \frac{I_{\rm zz} - I_{\rm yy}}{I_{\rm xx}} qr - \frac{b_1}{I_{\rm xx}} - \frac{mc_1}{I_{\rm xx}}. \end{cases}$$
(19)

假设1为研究质心偏移对系统姿态稳定控制 影响,同时实际测量中也表明系统惯性张量矩阵中 非对角元素的数值一般比对角元素的数值小一个数 量级,对系统的影响非常小.所以本文假设惯性张 量矩阵中的非对角元素全部为零,即 $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0.$

则式(19)可变为
$$\begin{cases} \dot{\phi} = p, \\ \dot{p} = \frac{u_2}{I_{\rm xx}} - \frac{I_{\rm zz} - I_{\rm yy}}{I_{\rm xx}} qr - \frac{mc_1}{I_{\rm xx}}, \end{cases}$$
(20)

其中c1为重心补偿项ĉ1经过滤波器(18)后的值,具体计算为

$$\hat{c}_1 = x_{\rm G}(wr + vq) + y_{\rm G}(\dot{w} - uq) - z_{\rm G}(\dot{v} + ur).$$
(21)

具有重心补偿项的反演姿态稳定控制器的设计 具体步骤如下:

步骤1 定义角度误差为 $z_1 = \phi - \phi_d$,其中 ϕ_d 为位置跟踪控制器输出的目标翻滚角,则有

$$\dot{z}_1 = \dot{\phi} - \dot{\phi}_d = p - \dot{\phi}_d.$$
 (22)

定义虚拟控制量 $\alpha_1 = -\beta_1 z_1 + \dot{\phi}_d$,其中 $\beta_1 > 0$;定 义 $z_2 = p - \alpha_1$;定义Lyapunov函数为 $V_1 = \frac{1}{2} z_1^2$.对 V_1 求导有

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (p - \dot{\phi}_d) =$$

 $z_1 (z_2 + \alpha_1 - \dot{\phi}_d) = -\beta_1 z_1^2 + z_1 z_2.$ (23)

对于式(23), 如果 $z_2 = 0$, 则 $\dot{V}_1 = -\beta_1 z_1^2 \leq 0$. 为此, 需要进行下一步的设计.

步骤 2 定义Lyapunov函数 $V_2 = V_1 + \frac{1}{2}z_2^2$,对 V_2 求导为 $\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2\dot{z}_2$,由于

$$\dot{z}_{2} = \dot{p} - \dot{\alpha}_{1} = \frac{u_{2}}{I_{xx}} - \frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}}qr - \frac{mc_{1}}{I_{xx}} + \beta_{1}\dot{z}_{1} - \ddot{\phi}_{d}, \qquad (24)$$

则可知₂为

$$\dot{V}_{2} = -\beta_{1}z_{1}^{2} + z_{1}z_{2} + z_{2}(\frac{u_{2}}{I_{xx}} - \ddot{\phi}_{d}\frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}}qr - \frac{mc_{1}}{I_{xx}} + \beta_{1}\dot{z}_{1} - \ddot{\phi}_{d}).$$
(25)

为使 $\dot{V}_2 \leq 0$,设计控制器输入为

$$\bar{u}_{2} = I_{\rm xx} \left(\frac{I_{\rm zz} - I_{\rm yy}}{I_{\rm xx}} qr + \frac{mc_{1}}{I_{\rm xx}} - \beta_{1} \dot{z}_{1} + \ddot{\phi}_{\rm d} - \beta_{2} z_{2} - z_{1} \right),$$
(26)

其中: β_2 为正常数, 从而有 $\dot{V}_2 = -\beta_1 z_1^2 - \beta_2 z_2^2 \leq 0$. 通过控制率 u_2 的设计, 使得系统满足了李雅普诺夫 稳定性理论条件, 误差 z_1 和 z_2 渐近稳定, 从而保证系 统具有全局意义下指数渐近稳定性, 并且翻滚角误 差 z_1 以指数形式渐近收敛于零.

同理,对于俯仰角 θ 和偏航角 ψ 的姿态稳定控制, 使用反演(backstepping)设计法得到的控制率为

$$\bar{u}_{3} = I_{yy} \left(\frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{yy}} pr + \frac{mc_{2}}{I_{yy}} - \frac{\beta_{3}\dot{z}_{3} + \ddot{\theta}_{d} - \beta_{4}z_{4} - z_{3}}{I_{zz}} \right),$$
(27)
$$\bar{u}_{4} = I_{zz} \left(\frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}} pq + \frac{mc_{3}}{I_{zz}} - \frac{\beta_{5}\dot{z}_{5} + \ddot{\psi}_{d} - \beta_{6}z_{6} - z_{5}}{I_{zz}} \right),$$
(28)

其中: $z_3 = \theta - \theta_d$, $z_4 = q - (-\beta_3 z_3 + \dot{\theta}_d)$, $z_5 = \psi$ $-\psi_d$, $z_6 = r - (-\beta_5 z_5 + \dot{\psi}_d)$, $\beta_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 为 正常数; $c_2 \pi c_3$ 为重心补偿项.

5 仿真结果分析(Simulation results and analysis)

为了验证所提出的控制算法有效性,本文在 MATLAB仿真环境中对所提出的控制算法进行了 轨迹跟踪仿真实验,将其和无重心补偿的控制算法 进行比较分析.对实际系统进行测量,系统各部件 参数如表2所示.

表 2 系统各部件参数 Table 2 System parameters

参数 数值	<i>m</i> ₀ /kg 0.3161	m_1/kg 0.1764	m_2/kg 0.0155	m_3 /kg 0.1144	$m_4/{ m kg}$ 0.0712	<i>m</i> ₅ /kg 0.1194	<i>d</i> ₃ /m 0.0011	$\frac{b/(\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2/\mathrm{rad}^2)}{1.32\times10^{-5}}$
参数 数值	<i>a</i> ₀ /m 0.038	<i>d</i> /m 0.3778	a_1/m 0.08	<i>a</i> ₂ /m 0.089	<i>a</i> ₃ /m 0.0785	<i>a</i> ₄ /m 0.0793	<i>d</i> ₄ /m 0.034	$\frac{k/(\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2/\mathrm{rad}^2)}{1.07\times10^{-7}}$

5.1 系统重心估计实验(Experiment of gravity cen-

ter estimation)

为了更好的体现所提出重心补偿算法的效果, 本文设定主动操作臂各关节角的运动轨迹如下:

$$\begin{cases} \theta_1 = 0.01\pi \times (t - 50), \\ \theta_2 = 0.01\pi \times (50 - t), \\ \theta_3 = 0.01\pi \times (t - 50), \\ \theta_4 = 0.02\pi \times t, \\ 0 \leqslant t \leqslant 100. \end{cases}$$
(29)

运用式(8)和式(9),可计算出重心位置在机体坐标 系{*B*}中的三维坐标变化如图4所示.





5.2 重心补偿位姿控制器实验(Experiment of pose gravity compensation controller)

由于在实际测试中,系统动力使用的直流无刷 电机都有各自的控制器.为了简化算法的验证,本 文忽略电机动力学模型,即假设电机能立刻达到设 定速度值. 各部分仿真参数设置如下: 对位置跟踪 控制而言,

$$\begin{split} & \mathbf{K}_{\rm p} = {\rm diag}\{0.25, 0.25, 0.25\}, \\ & \mathbf{K}_{\rm d} = {\rm diag}\{2, 2, 2\}, \\ & \mathbf{K}_{\rm dd} = {\rm diag}\{0.001, 0.001, 0.001\}; \end{split}$$

姿态稳定控制参数相等,为 $\beta_i = 0.5(i = 1, \dots, 6)$; 仿真时间为100 s,仿真步长为10 ms,在整个仿真过 程中固定偏航角度为0;飞行器起始时刻位置为 ξ_0 = $[0 \ 0 \ 0]^T$,目标轨迹初始点为 $\xi_d = [2 \ 0 \ 3]^T$,其轨 迹为空间三维曲线,参数方程为

$$\begin{cases} x_{\rm d} = 2\cos(0.02\pi t), \\ y_{\rm d} = 4\sin(0.02\pi t), & 0 \le t \le 100. \\ z_{\rm d} = 3 + 3\cos(0.04\pi t), \end{cases}$$
(30)

采用同一参数的仿真结果如图5-7所示. 图5是 轨迹跟踪对比示意图,显然具有重心补偿的控制器 比无补偿的控制器在开始阶段跟踪效果更好,轨迹 波动小,但最终都能稳定跟踪目标轨迹. 图6是姿态 角对比示意图,具有重心补偿项的控制器在震荡幅 度和稳定时间方面具有较大优势,如翻滚角φ的稳 定时间要少约13 s. 图7是输出力矩对比示意图,同 样有重心补偿项的控制器在输出力矩的平滑性(减 少对电机的响应时间需求)和稳定时间方面具有明 显优势. 两种控制器的性能比较如表3所示.











t / s















Table 3 Performance comparison of the controller								
项目	轨迹跟踪		姿态角		控制力矩			
	幅度	稳定时间/s	幅度/rad	稳定时间/s	幅度/(N · m)	稳定时间/s		
有重心补偿项	较大	7	0.03	15	0.03	10		
无重心补偿项	较小	21	0.06	60	0.04	55		

5.3 重心补偿项滤波器效果实验(Experiment of filter effect)

对于式(18)中所设计的低通滤波器,设计需求为 在系统测量噪声大于50 Hz时必须保证具有 -20 dB的衰减,选取滤波器参数 $\tau_1 = 30$ 和 $\tau_2 = 5$, 系统采样时间为0.001 s,则滤波器转换为差分方程 的形式为

$$y(n) = 0.0295x(n-1) - 0.0295x(n-2) + 1.97y(n-1) - 0.9704y(n-2).$$
 (31)

测试条件与第5.1节和第5.2节中相同,并在40s时刻给翻滚角机臂一个0.05 N·m瞬时冲击力矩,用以模拟外部扰动.图8(a)和图8(b)分别是位置跟踪控制补偿项a₂和姿态稳定控制器补偿项c₁经过低通滤波器(31)后的效果图.





(b) c1补偿项低通滤波效果图

图 8 重心补偿项低通滤波效果图



从图中可看出,在40 s的时刻滤波前原始补偿项 受外部扰动影响具有很大冲击波动,对系统稳定性 会造危害;而滤波后的补偿项平滑,对系统无冲击 影响.

图9是滤波器对姿态(φ)影响对比图,加入滤波器 后的姿态在起始处具有更小的震荡幅度(约为没加 滤波器的2/3),且在加入扰动后能快速达到稳定状 态(小于1 s,是无滤波器的1/3),直接验证了滤波器 的作用.



Fig. 9 Filter effect on attitude

6 实验测试(Experimental test)

6.1 实验平台(Introduction of the experimental platform)

为验证控制算法的实用性,本研究小组自主设计了旋翼飞行机械臂实验系统平台(见图10). 控制器采用TI公司推出的基于ARM Cortex-M4内核32位处理器,惯性测量单元采用ADI公司推出的高精度三轴惯性测量传感器ADIS16365,其典型带宽为330 Hz,加速度计灵敏度为3.33 mg/LSB, 陀螺仪在量程为±300°/s时的灵敏度为0.05((°)·s⁻¹)/LSB.



图 10 实验系统平台 Fig. 10 Experimental platform

为了获取飞行器在空间的三维位置坐标,本文 采用Microsoft公司推出的第二代Kinect低成本传感 器,自行开发空间三维跟踪定位算法,实现了目标 的识别跟踪定位,其精度达到0.5 cm,更新速率 50 Hz,基本满足本实验需求.

6.2 轨迹跟踪实验(Tracking experiment)

在实际轨迹跟踪实验中,由于仿真模型和实际 模型之间不可避免具有误差,调试的实际参数分 别为: K_p =diag{3,3,4}, K_d =diag{23,23,3}, K_{dd} = diag{0.02,0.02,0.02}, $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 2.34$, $\beta_5 = \beta_6 = 5.3$.由于受场地和Kinect传感器的检测 范围的限制,实际测试时的目标轨迹的幅度略小于 仿真测试,目标轨迹的参数方程式见式(32),机械臂 规划运动如式(29)所示.姿态控制的周期为20 ms, 位置跟踪控制的周期为100 ms,目标偏航角为0°, 测试时间同样为100 s.

$$\begin{cases} x_{\rm d} = \cos(0.02\pi t), \\ y_{\rm d} = 1.5 \times \sin(0.02\pi t), \ 0 \le t \le 100. \\ z_{\rm d} = 1 + \cos(0.04\pi t), \end{cases}$$
(32)

实验场景和实验测试结果如图11所示.实验中 首先手动调整飞行平台到达目标轨迹的起始点,然 后启动自动轨迹跟踪模式,目标点由上位机发送给 飞行平台.实验结果进一步验证了动态重心补偿控 制方法能有效对旋翼飞行机械臂进行轨迹跟踪控 制.



图 11 实验结果 Fig. 11 Experimental results

7 结论((Conclusions)

本文针对旋翼飞行机械臂的结构特点,建立了 其运动学和动力学模型,并提出一种基于动态计算 系统重心进行补偿的控制方法. 仿真和实验结果都 表明所提出的加入重心动态补偿项具有良好的补偿 效果,提高了系统轨迹跟踪速度和姿态控制性能.

参考文献(References):

- LINDEMUTH M, MURPHY R, STEIMLE E, et al. Sea robotassisted inspection [J]. *Robotics & Automation Magazine*, 2011, 18(2): 96 – 107.
- [2] CAPRARI G, BREITENMOSER A, FISCHER W, et al. Highly compact robots for inspection of power plants [J]. *Journal of Field Robotics*, 2012, 29(1): 47 – 68.
- [3] MERINO L, CABALLERO F, MARTÍNEZ-DE-DIOS J R, et al. An unmanned aircraft system for automatic forest fire monitoring and measurement [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2012, 65(1/2/3/4): 533 – 548.
- [4] ERDOS D, ERDOS A, WATKINS S E. An experimental UAV system for search and rescue challenge [J]. Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2013, 28(5): 32 – 37.
- [5] KIM J H, KWON J W, SEO J. Multi-UAV-based stereo vision system without GPS for ground obstacle mapping to assist path planning of UGV [J]. *Electronics Letters*, 2014, 50(20): 1431 – 1432.
- [6] LINDEMUTH M, MURPHY R, STEIMLE E, et al. Sea robotassisted inspection [J]. *Robotics & Automation Magazine*, 2011, 18(2): 96 – 107.
- [7] PALUNKO I, CRUZ P, FIERRO R. Agile load transportation: Safe and efficient load manipulation with aerial robots [J]. *Robotics & Automation Magazine*, 2012, 19(3): 69 – 79.
- [8] POUNDS P E I, DOLLAR A M. Stability of helicopters in compliant contact under PD-PID control [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2014, 30(6): 1472 – 1486.
- [9] SPICA R, FRANCHI A, ORIOLO G, et al. Aerial grasping of a moving target with a quadrotor UAV [C] //2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Vilamoura: IEEE, 2012: 4985 – 4992.
- [10] RUGGIERO F, TRUJILLO M, CANO R, et al. A multilayer control for multirotor UAVs equipped with a servo robot arm [C] //2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Seattle: IEEE, 2015: 4014 – 4020.
- [11] KOBILAROV M. Nonlinear trajectory control of multi-body aerial manipulators [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2014, 73(1/2/3/4): 679 – 692.
- [12] MICHAEL N, MELLINGER D, LINDSEY Q, et al. The grasp multiple micro-uav testbed [J]. *Robotics & Automation Magazine*, 2010, 17(3): 56 – 65.
- [13] KORPELA C M, DANKO T W, OH P Y. MM-UAV: Mobile manipulating unmanned aerial vehicle [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2012, 65(1/2/3/4): 93 – 101.
- [14] HEREDIA G, JIMENEZ-CANO A E, SANCHEZ I, et al. Control of a multirotor outdoor aerial manipulator [C] //2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2014). Chicago: IEEE, 2014: 3417 – 3422.
- [15] YANG B, HE Y, HAN J, et al. Rotor-flying manipulator: modeling, analysis, and control [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 2014(1): 1 – 13.
- [16] ORSAG M, KORPELA C M, BOGDAN S, et al. Hybrid adaptive control for aerial manipulation [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2014, 73(1/2/3/4): 693 – 707.
- [17] FUMAGALLI M, NALDI R, MACCHELLI A, et al. Developing an aerial manipulator prototype: physical interaction with the environment [J]. *Robotics & Automation Magazine*, 2014, 21(3): 41 – 50.

- [18] CRAIG J J. Introduction to Robotics: Mechanics and Control [M]. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2005: 51 – 89.
- [19] KEMPER M, FATIKOW S. Impact of center of gravity in quadrotor helicopter controller design [J]. *Mechatronic Systems*, 2006, 4(1): 157 – 162.
- [20] KEMPER M. Control system for unmanned 4-rotor helicopter: European Patent Application, 1901153 [P]. 2008.
- [21] ALEXIS K, NIKOLAKOPOULOS G, TZES A. Model predictive quadrotor control: attitude, altitude and position experimental studies [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2012, 6(12): 1812 – 1827.
- [22] CORKE P. Robotics, Vision and Control: Fundamental Algorithms in MATLAB [M]. New York: Springer Science & Business Media, 2011: 35 – 121.
- [23] ZHAO Qiang, WU Hongtao, ZHU Jianying. Multi-arm robot lift the projected center of gravity [J]. *Robot*, 2006, 28(1): 50 53.
 (赵强, 吴洪涛, 朱剑英. 多节臂举升机器人重心推算的研究 [J]. 机器人, 2006, 28(1): 50 53.)
- [24] ZUO Z. Trajectory tracking control design with command-filtered compensation for a quadrotor [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2010, 4(11): 2343 – 2355.
- [25] KIM J, KANG M S, PARK S. Accurate modeling and robust hovering control for a quad-rotor VTOL aircraft [J]. *Journal of Intelligent* & *Robotic Systems*, 2010, 57(1): 9 – 26.
- [26] WANG L, SU J. Robust disturbance rejection control for attitude tracking of an aircraft [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(6): 2361 – 2368.
- [27] HUANG Tingguo, WANG Lu, SU Jianbo. Nonlinear disturbance rejection control of unmanned aerial vehicle attitude [J]. Control Theo-

ry & Applications, 2015, 32(4): 456 - 463. (黄廷国, 王璐, 苏剑波. 无人驾驶飞行器姿态的非线性扰动抑制控制 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(4): 456 - 463.)

- [28] LIU jinkun. Design and Simulation of the Robot System Using MAT-LAB [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008: 32 – 86. (刘金琨. 机器人控制系统的设计与MATLAB仿真 [M]. 北京: 清华 大学出版社, 2008: 32 – 86.)
- [29] SUN Lihua, CUI Mingyue, LI Yongfu. Wheeled mobile robot with parametric uncertainties using adaptive backstepping control [J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(9): 1198 1204.
 (孙棣华, 崔明月, 李永福. 具有参数不确定性的轮式移动机器人自适应 backstepping 控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(9): 1198 1204.)

作者简介:

钟 杭 (1990-), 男, 博士研究生, 目前主要研究方向为飞行器建 模和控制、机器人技术等, E-mail: zhonghang@hnu.edu.cn;

王耀南 (1957-), 男, 教授, 博士生导师, 目前主要研究方向为智能控制、模式识别技术, E-mail: yaonan@hnu.edu.cn;

李 玲 (1991-), 女, 硕士研究生, 目前主要研究方向为嵌入式系 统设计, E-mail: liling@hnu.edu.cn;

刘洪剑 (1991-), 男, 硕士研究生, 目前主要研究方向为嵌入式系 统设计与飞行器控制, E-mail: liuhonjian@hnu.edu.cn;

李力 (1990-), 男, 硕士研究生, 目前主要研究方向为图像处理 技术, E-mail: lili@hnu.edu.cn.