

输入受限的非线性系统自适应模糊backstepping控制

王永超[†], 张胜修, 曹立佳, 扈晓翔

(第二炮兵工程大学 自动控制工程系, 陕西 西安 710025)

摘要: 针对一类输入受限的非线性系统, 提出了一种自适应模糊backstepping控制器的设计方法. 在控制器的设计过程当中, 采用模糊系统对不确定非线性函数在线逼近; 利用双曲正切函数和Nussbaum函数对系统输入饱和函数进行处理; 将动态面法与backstepping法相结合解决“计算膨胀”的问题. 通过Lyapunov理论分析证明了所设计的控制器能够使闭环系统所有信号半全局一致有界(SGUUB). 最后应用于高超声速飞行器的攻角跟踪控制中, 仿真结果表明该方法的有效性.

关键词: 输入受限; 非线性系统; 自适应模糊控制; backstepping; 高超声速飞行器

中图分类号: TP273.2 文献标识码: A

Adaptive fuzzy backstepping control for nonlinear system with input saturation

WANG Yong-chao[†], ZHANG Sheng-xiu, CAO Li-jia, HU Xiao-xiang

(Department of Automatic Control, The Second Artillery Engineering University, Xi'an Shaanxi 710025, China)

Abstract: We propose a method for designing the adaptive fuzzy backstepping controller for a nonlinear system with input saturation. In this method, we use the fuzzy logic system to identify the uncertain nonlinear functions online, and employ the hyperbolic tangent function and Nussbaum function to handle the input saturation. By combining the backstepping recursive design with dynamic surface control (DSC) technique, we solve the problem of “computation explosion”. By using Lyapunov theory, we prove that this controller ensures all signals in the closed-loop system to be semi-globally uniformly ultimately bounded (SGUUB) in probability. This method has been applied to the design of the attack angle of a hypersonic vehicle. Simulation results are given to show the effectiveness of the proposed method.

Key words: input saturation; nonlinear system; adaptive fuzzy control; backstepping; hypersonic vehicle

1 引言(Introduction)

近年来, 针对输入受限的控制问题出现了一系列的研究成果. 文献[1]针对一类输入受限的非线性系统, 设计出了基于小波网络的抗饱和和自适应反步控制器. 文献[2]针对卫星编队飞行中的控制受限问题, 选取双曲正切函数使控制器输出有界, 从而解决饱和问题. 文献[3]给出了不确定非线性系统控制受限问题的时变滑模控制方案. 文献[4]提出了一种智能自适应滑模控制方法, 利用神经网络逼近补偿执行机构的饱和和非线性. 文献[5–6]采用具有光滑特性的双曲正切函数和Nussbaum函数对饱和函数进行处理, 设计出了反步控制器. 文献[7]设计了基于线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)的抗饱和补偿器, 保证了受限控制系统的稳定. 文献[8–9]利用预测控制固有的优点将控制器的输入饱和问题视为系统待优化

目标函数的约束条件, 进行控制量的求解.

以上文章在解决输入受限的控制系统设计问题上均取得了一定的成绩, 但是存在一定的局限性. 文献[1–6]采用饱和补偿的方法来解决输入受限的问题. 文献[1–4]不能够解决含有未知函数系统的控制问题. 文献[5]设计的模糊反步控制器虽然减少了在线辨识参数的数目, 但是建立模糊系统时处理系统状态外, 将参考控制指令的各阶导数也作为模糊系统输入变量, 使得模糊系统输入变量的数目变得很大, 也即是增加了计算量(随着阶数的增加呈指数增长), 增加了计算负担, 不利于工程实现. LMI和预测控制属于抗饱和方法中的直接设计法^[10], 这类方法比较有效, 甚至能够实现“卡边运行”, 但是这类方法最大的问题是算法复杂, 对计算机处理速度要求较高.

反步法(backstepping)是在 1991 年由 Kokotovic 等

人^[11]首次提出的,解决了长期以来具有严反馈结构的非线性系统稳定性分析与控制器设计的难题。backstepping方法又称逐步后推法,实际上是一种由前向后递推的方法,在不确定系统的鲁棒或自适应控制器设计问题上,具有明显的优势。但是传统的backstepping法,在控制器的设计过程当中虚拟控制器反复求导,并且随着阶数的增加而成指数增长。针对出现的这种“计算膨胀”问题,Swaroop等人^[12]提出了动态面法(dynamic surface control, DSC)。其实质是将产生的虚拟控制量通过一阶滤波器,这就有效简化了计算。伴随着backstepping方法的发展,自适应模糊backstepping理论已经应用于严反馈形式的非线性系统^[13-14]。这种理论在解决非线性系统的控制问题上主要有以下优势:1)不需要系统精确的数学模型;2)不需要非线性系统满足匹配条件;3)不需要非线性系统的未知非线性函数能够参数线性化。因此在对非线性不确定系统的控制方法设计上,自适应模糊backstepping方法受到越来越多的欢迎。

本文针对一类输入受限的SISO系统,提出了一种自适应模糊backstepping控制方法。在利用backstepping方法设计虚拟控制律的过程当中,与动态面法相结合,采用模糊系统在线逼近未知的非线性函数。利用具有光滑特性的双曲正切函数对饱和和受限函数进行处理,并引入Nussbaum函数^[15]补偿由输入受限函数引起的非线性项。最后运用Lyapunov理论对闭环系统的稳定性进行分析证明。

2 问题描述(Problem descriptions)

考虑如下—类SISO非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = f_i(\bar{x}_i(t)) + g_i(\bar{x}_i(t))x_i(t) + d_i(t), \\ \dot{x}_n(t) = f_n(\bar{x}_n(t)) + g_n(\bar{x}_n(t))u(v(t)) + d_n(t), \\ y(t) = x_1(t), \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\bar{x}_i(t) = [x_1(t), \dots, x_i(t)]^T \in \mathbb{R}^i$ 为系统状态变量; $y(t) \in \mathbb{R}$ 为系统输出变量; 函数 $f_i(\cdot)$ 和 $g_i(\cdot)$ 为未知的光滑非线性函数; $v(t)$ 为所设计的控制器输入变量; $d_i(t)$ 为系统自身参数的不确定性和外界作用而产生的复合干扰; $u(v(t))$ 为具有饱和约束性质的输出控制量,其表达式如下:

$$u(v(t)) = \text{sat}(v(t)) = \begin{cases} \text{sgn}(v(t))u_M, & |v(t)| \geq u_M, \\ v(t), & |v(t)| < u_M, \end{cases}$$

式中 u_M 为控制器的界限值。

利用双曲正切函数对饱和函数的近似作用,定义光滑函数 $h(v(t))$ 如下(下文中 $v(t)$ 记为 v , 其余变量作类似处理):

$$h(v) = u_M \times \tanh\left(\frac{v}{u_M}\right) = u_M \frac{e^{v/u_M} - e^{-v/u_M}}{e^{v/u_M} + e^{-v/u_M}}. \quad (2)$$

则饱和函数可以表示为

$$u(v) = h(v) + d(v), \quad (3)$$

式中: $d(v) = \text{sat}(v) - h(v)$ 为有界函数,其界限值表示如下:

$$|d(v)| = |\text{sat}(v) - h(v)| \leq u_M(1 - \tanh(1)). \quad (4)$$

本文的控制目的是使系统输出 y 能够跟踪系统参考输入信号 y_r 。

在控制器设计之初,引入以下假设:

假设 1 参考输入信号 y_r 足够光滑,其一阶和二阶导数存在且有界^[16],即存在已知正常数 $c_M \in \mathbb{R}$,使得 $\| [y_r \ \dot{y}_r \ \ddot{y}_r] \| \leq c_M$ 成立,其中 $\| \cdot \|$ 表示矩阵或者向量的2-范数。

假设 2 系统受到的复合干扰 d_i 未知但有界,即 $|d_i| < c_i$, c_i 未知。

假设 3 增益函数 $g_i(\cdot)$ 的符号已知,即控制方向已知。不失一般性,假设为正。

根据光滑函数的性质,必存在常数 $\underline{g}_{i1}, \bar{g}_{i2} \geq 0$,使得 $\underline{g}_{i1} \leq g_i(\cdot) \leq \bar{g}_{i2}$ 成立。

假设 4 存在常数 $g_{id} > 0$,使得 $|\dot{g}_i(\cdot)| \leq g_{id}$ 成立。

3 模糊逻辑系统(Fuzzy logic system)

一个模糊逻辑系统包含4大部分:知识库、模糊器、模糊推理机和解模糊器。其中知识库包含一系列如下形式的IF-THEN模糊规则:

$$\begin{aligned} \text{IF } x_i \text{ is } A_1^l, \dots, x_n \text{ is } A_n^l, \\ \text{THEN } y \text{ is } B^l (l = 1, \dots, N), \end{aligned}$$

其中: $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ 和 y 分别为模糊逻辑系统的输入和输出变量; A_i^l 和 B^l 为模糊集。

假设 5 上述IF-THEN规则中的模糊集 B^l 为标准模糊集^[17]。

根据假设5,则带有乘积推理机,单值模糊器和中心平均解模糊器的模糊逻辑函数表示如下:

$$y(\bar{x}) = \frac{\sum_{l=1}^N \bar{y}^l \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i) \right)}{\sum_{l=1}^N \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i) \right)}, \quad (5)$$

式中: $\bar{y}^l = \max_{y \in \mathbb{R}} \mu_{B^l}(y)$ 为标准模糊集 B^l 的中心。

定义模糊基函数

$$\xi^l(\bar{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^N \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i) \right)}. \quad (6)$$

定义自由参数集 $\theta = [\bar{y}^1 \ \dots \ \bar{y}^N]^T$, 则模糊逻辑函数表示如下:

$$y(\bar{x}) = \theta^T \xi(\bar{x}). \quad (7)$$

引理 1 令函数 $F(\bar{x})$ 为定义在紧集 Ω 上的一个连续函数. 则对于 $\forall \varepsilon > 0$, 存在一个模糊逻辑系统函数使得下式成立^[18]:

$$\sup_{x \in \Omega} |F(\bar{x}) - \theta^T \xi(\bar{x})| \leq \varepsilon. \quad (8)$$

定义最优估计参数集

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \mathbb{R}^N} \{ \sup_{x \in \mathbb{R}^n} |F(\bar{x}) - \theta^T \xi(\bar{x})| \}. \quad (9)$$

4 控制器设计及稳定性分析 (Controller design and stability analysis)

4.1 控制器设计 (Controller design)

根据式(3), 系统等效为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i + g_i x_{i+1} + d_1, \\ \dot{x}_n = f_n + g_n h(v) + \bar{d}, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (10)$$

式中 $\bar{d} = g_n d_1(v) + d_n$ 为系统组合干扰.

下文中将结合backstepping法和动态面法(DSC)对控制系统进行设计.

Step 1 定义 $z_1 = x_1 - y_r$, 则 z_1 关于时间 t 的导数为

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{y}_r = f_1 + g_1 x_2 + d_1 - \dot{y}_r. \quad (11)$$

将变量 x_2 作为 z_1 -子系统的虚拟控制输入, 选取理想虚拟控制量: $\bar{\alpha}_1^* = -c_1 z_1 - g_1^{-1}(f_1 + d_1) + g_1^{-1} \dot{y}_r$ ($c_1 > 0$), 并选取Lyapunov函数 $V_{z_1} = z_1^2/2$, 则有

$$V_{z_1} = z_1 \dot{z}_1 = z_1 [f_1 + d_1 + g_1 \bar{\alpha}_1^* - \dot{y}_r] = -c_1 g_1 z_1^2. \quad (12)$$

根据假设3可知, 选取理想的虚拟控制变量 $\bar{\alpha}_1^*$, 能够使 z_1 -子系统保持渐进稳定, 由于函数 f_1 和 g_1 未知, 故采用模糊系统在线逼近函数 $g_1^{-1}(f_1 + d_1)$ 和 $g_1^{-1} \dot{y}_r$. 构造如下所示的模糊系统:

$$g_1^{-1}(f_1 + d_1) = \theta_1^T \xi_1(x_1) + \varepsilon_{11}(x_1), \quad (13)$$

$$g_1^{-1} \dot{y}_r = \sigma_1^T \psi_1(x_1) + \varepsilon_{12}(\bar{X}_1), \quad (14)$$

式中: $\bar{X}_1 = [x_1 \ \dot{y}_r]^T$, $|\varepsilon_{11}(x_1)| \leq \varepsilon_{11}^*$, $|\varepsilon_{12}(x_1)| \leq \varepsilon_{12}^*$, ε_{11}^* 和 ε_{12}^* 均为未知的有界常数.

根据上述模糊系统的建立, z_1 -子系统的虚拟控制输入为

$$\bar{\alpha}_1 = -c_1 z_1 - \theta_1^T \xi_1(x_1) + \sigma_1^T \psi_1(\bar{X}_1), \quad (15)$$

式中 θ_1 和 σ_1 分别为上述建立模糊系统的在线估计参数.

为避免参数反复求导, 根据动态面法^[12], 使 $\bar{\alpha}_1$ 通过如下所示的一阶滤波器: $\tau_1 \dot{\alpha}_1 + \alpha_1 = \bar{\alpha}_1$, $\alpha_1(0) = \bar{\alpha}_1(0)$. 其中 τ_1 为一阶滤波器时间常数.

采用投影法^[18], 选择参数的自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = \text{Proj}(r_{11} z_1 \xi_1) = \\ \begin{cases} r_{11} z_1 \xi_1, & \text{if } \|\theta_1\| < M_1 \\ \text{or } (\|\theta_1\| = M_1) \cap (r_{11} z_1 \theta_1^T \xi_1 > 0), \\ r_{11} z_1 (\xi_1 - \frac{\hat{\theta}_1^T \theta_1 \theta_1^T}{\|\theta_1\|^2} \xi_1), \\ \text{else,} \end{cases} \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_1 = \text{Proj}(-r_{12} z_1 \psi_1) = \\ \begin{cases} -r_{12} z_1 \psi_1, & \text{if } \|\sigma_1\| < N_1 \\ \text{or } (\|\sigma_1\| = N_1) \cap (r_{12} z_1 \sigma_1^T \psi_1 < 0), \\ -r_{12} z_1 (\psi_1 - \frac{\hat{\sigma}_1^T \sigma_1 \sigma_1^T}{\|\sigma_1\|^2} \psi_1), \\ \text{else,} \end{cases} \end{cases} \quad (17)$$

式中 M_1, N_1 为设定的最大值.

Step i ($2 \leq i \leq n-1$) 定义

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1}, \quad (18)$$

$$z_{i+1} = x_{i+1} - \alpha_i. \quad (19)$$

选择理想的虚拟控制变量

$$\bar{\alpha}_i^* = -c_i z_i - z_{i-1} - g_i^{-1}(f_i + d_i) + g_i^{-1} \dot{\alpha}_{i-1}. \quad (20)$$

采用模糊系统在线逼近函数 $g_i^{-1}(f_i + d_i)$ 和 $g_i^{-1} \dot{\alpha}_{i-1}$. 构造如下模糊系统:

$$g_i^{-1}(f_i + d_i) = \theta_i^* \xi_i(\bar{x}_i) + \varepsilon_{i1}(\bar{x}_i), \quad (21)$$

$$g_i^{-1} \dot{\alpha}_{i-1} = \sigma_i^* \psi_i(\bar{X}_i) + \varepsilon_{i2}(\bar{X}_i), \quad (22)$$

式中: $\bar{X}_i = [x_1, \dots, x_i, \dot{\alpha}_{i-1}]^T$, $|\varepsilon_{i1}(\bar{x}_i)| \leq \varepsilon_{i1}^*$, $|\varepsilon_{i2}(\bar{X}_i)| \leq \varepsilon_{i2}^*$, ε_{i1}^* 和 ε_{i2}^* 均为未知的有界常数.

选取虚拟控制变量 $\bar{\alpha}_i$ 为

$$\bar{\alpha}_i = -c_i z_i - z_{i-1} - \theta_i^T \xi_i(\bar{x}_i) + \sigma_i^T \psi_i(\bar{X}_i). \quad (23)$$

虚拟控制变量 $\bar{\alpha}_i$ 通过如下所示的一阶滤波器:

$$\tau_i \dot{\alpha}_i + \alpha_i = \bar{\alpha}_i, \quad \alpha_i(0) = \bar{\alpha}_i(0).$$

选取如下所示的参数自适应律:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_i = \text{Proj}(r_{i1} z_i \xi_i), \\ \dot{\sigma}_i = \text{Proj}(-r_{i2} z_i \psi_i). \end{cases} \quad (24)$$

Step n 定义

$$z_n = x_n - \alpha_{n-1}, \quad (25)$$

$$z_{n+1} = h(v) - \alpha_n. \quad (26)$$

选取理想的虚拟控制律

$$\bar{\alpha}_n^* = -c_n z_n - z_{n-1} - g_n^{-1}(f_n + \bar{d}) + (g_n^{-1} \dot{\alpha}_{n-1}). \quad (27)$$

采用模糊系统在线逼近函数 $g_n^{-1}(f_n + \bar{d})$ 和 $g_n^{-1} \dot{\alpha}_{n-1}$. 构造如下所示的模糊系统:

$$g_n^{-1}(f_n + \bar{d}) = \theta_n^* \xi_n(\bar{x}_n) + \varepsilon_{n1}(\bar{x}_n), \quad (28)$$

$$g_n^{-1} \dot{\alpha}_{n-1} = \sigma_n^{*T} \psi_n(\bar{X}_n) + \varepsilon_{n2}(\bar{X}_n), \quad (29)$$

式中: $\bar{X}_n = [x_1, \dots, x_n, \dot{\alpha}_{n-1}]^T$, $|\varepsilon_{n1}(\bar{x}_n)| \leq \varepsilon_{n1}^*$, $|\varepsilon_{n2}(\bar{X}_n)| \leq \varepsilon_{n2}^*$, ε_{n1}^* 和 ε_{n2}^* 均为未知的有界常数.

则虚拟控制变量 $\bar{\alpha}_n$ 可表示为

$$\bar{\alpha}_n = -c_n z_n - z_{n-1} - \theta_n^T \xi_n(\bar{x}_n) + \sigma_n^T \psi_n(\bar{X}_n). \quad (30)$$

虚拟控制变量 $\bar{\alpha}_n$ 通过如下所示的一阶滤波器:

$$\tau_n \dot{\alpha}_n + \alpha_n = \bar{\alpha}_n, \quad \alpha_n(0) = \bar{\alpha}_n(0).$$

选取如下所示的参数自适应律:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_n = \text{Proj}(r_{n1} z_n \xi_n), \\ \dot{\sigma}_n = \text{Proj}(-r_{n2} z_n \psi_n). \end{cases} \quad (31)$$

Step $n + 1$

定义 1 如果连续函数 $N(s)$ 满足如下性质:

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \pm\infty} \sup \frac{1}{k} \int_0^k N(s) ds &= \infty, \\ \lim_{k \rightarrow \pm\infty} \inf \frac{1}{k} \int_0^k N(s) ds &= -\infty, \end{aligned}$$

则 $N(s)$ 为Nussbaum函数.

定义

$$\dot{v} = -cv + w, \quad (32)$$

$$w = N(\chi) \bar{w}, \quad (33)$$

$$\bar{w} = -c_{n+1} z_{n+1} - z_n + \varsigma cv + \dot{\alpha}_n, \quad (34)$$

$$\dot{\chi} = \gamma_\chi \bar{w} z_{n+1} \quad (35)$$

式中: $c, \gamma_\chi, c_{n+1} > 0$ 为设计参数; $N(\chi)$ 为Nussbaum增益函数, 取

$$\begin{aligned} N(\chi) &= \chi^2 \cos \chi, \\ \varsigma &= \frac{\partial h(v)}{\partial v} = \frac{4}{(e^{v/u_M} + e^{-v/u_M})^2} > 0. \end{aligned}$$

4.2 稳定性分析(Stability analysis)

根据式(13)–(15), z_1 的动态特性为

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= g_1 [g_1^{-1} (f_1 + d_1) + x_2 - g_1^{-1} \dot{y}_r] = \\ &g_1 [\theta_1^{*T} \xi_1 + z_2 + \bar{\alpha}_1 + \kappa_1 - \sigma_1^{*T} \psi + \varepsilon_1] = \\ &g_1 [-c_1 z_1 + z_2 - \tilde{\theta}_1^T \xi_1 + \tilde{\sigma}_1^T \psi + \kappa_1 + \varepsilon_1], \end{aligned} \quad (36)$$

式中: $\tilde{\theta}_1, \tilde{\sigma}_1$ 为参数的估计误差; $\varepsilon_1 = \varepsilon_{11} - \varepsilon_{12}$ 为建立模糊系统时产生的复合逼近误差.

定义

$$z_2 = x_2 - \alpha_1, \quad (37)$$

$$\kappa_1 = \alpha_1 - \bar{\alpha}_1, \quad (38)$$

式中 κ_1 为滤波器滤波误差. 根据式(38), κ_1 关于时间 t 的导数为

$$\dot{\kappa}_1 = \dot{\alpha}_1 - \dot{\bar{\alpha}}_1 = -\frac{\kappa_1}{\tau_1} - \dot{\bar{\alpha}}_1. \quad (39)$$

由文献[6]可知, 存在某一区间的连续函数 $N_1(\cdot)$,

使得

$$-\dot{\bar{\alpha}}_1 \leq N_1(\cdot). \quad (40)$$

选取Lyapunov函数为

$$V_1 = \frac{z_1^2}{2g_1} + \frac{\kappa_1^2}{2} + \frac{1}{2r_{11}} \tilde{\theta}_1^T \tilde{\theta}_1 + \frac{1}{2r_{12}} \tilde{\sigma}_1^T \tilde{\sigma}_1, \quad (41)$$

式中 $r_{11}, r_{12} > 0$ 为常数. V_1 关于时间 t 的导数为

$$\dot{V}_1 = \frac{z_1 \dot{z}_1}{g_1} - \frac{\dot{g}_1}{2g_1^2} z_1^2 + \kappa_1 \dot{\kappa}_1 + \frac{1}{r_{11}} \tilde{\theta}_1^T \dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{1}{r_{12}} \tilde{\sigma}_1^T \dot{\tilde{\sigma}}_1. \quad (42)$$

将式(36)代入式(42), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 [-c_1 z_1 + z_2 - \tilde{\theta}_1^T \xi_1 + \tilde{\sigma}_1^T \psi + \kappa_1 + \varepsilon_1] - \\ &\frac{\dot{g}_1}{2g_1^2} z_1^2 + \kappa_1 \dot{\kappa}_1 + \frac{1}{r_{11}} \tilde{\theta}_1^T \dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{1}{r_{12}} \tilde{\sigma}_1^T \dot{\tilde{\sigma}}_1 \leq \\ &-c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_1 \kappa_1 + z_1 \varepsilon_1 - \frac{\dot{g}_1}{2g_1^2} z_1^2 - \frac{\kappa_1^2}{\tau_1} + \\ &\bar{N}_1 \kappa_1 + \frac{1}{r_{11}} \tilde{\theta}_1^T (\dot{\tilde{\theta}}_1 - r_{11} z_1 \xi_1) + \\ &\frac{1}{r_{12}} \tilde{\sigma}_1^T (\dot{\tilde{\sigma}}_1 + r_{12} z_1 \psi_1). \end{aligned} \quad (43)$$

根据参数自适应律(16)–(17), 根据文献[18]可知, 估计参数 θ_1, σ_1 分别满足 $\|\theta_1\| \leq M_1, \|\sigma_1\| \leq N_1$; 并且使得下列不等式成立:

$$\tilde{\theta}_1^T (\dot{\tilde{\theta}}_1 - r_{11} z_1 \xi_1) \leq 0, \quad (44)$$

$$\tilde{\sigma}_1^T (\dot{\tilde{\sigma}}_1 + r_{12} z_1 \psi_1) \leq 0. \quad (45)$$

根据Young不等式, 则式(43)可变换为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_1 \kappa_1 + z_1 \varepsilon_1 - \\ &\frac{\dot{g}_1}{2g_1^2} z_1^2 - \frac{\kappa_1^2}{\tau_1} + \bar{N}_1 \kappa_1 \leq \\ &-c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_1^2 + \frac{\varepsilon_1^2}{2} - k_1 z_1^2 - \\ &\frac{\kappa_1^2}{\tau_1} + \frac{(\bar{N}_1)^2}{2} + \kappa_1^2 = \\ &-(c_1 + k_1 - 1) z_1^2 + z_1 z_2 - \left(\frac{1}{\tau_1} - 1\right) \kappa_1^2 + \\ &\frac{(\bar{N}_1)^2}{2} + \frac{\varepsilon_1^2}{2}, \end{aligned} \quad (46)$$

式中 $k_1 = \min\left(\frac{\dot{g}_1}{2g_1^2}\right)$.

变量 $z_i (2 \leq i \leq n)$ 的动态特性表示如下:

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= \dot{x}_i - \dot{\alpha}_{i-1} = \\ &g_i [g_i^{-1} (f_i + d_i) + x_{i+1}] - \dot{\alpha}_{i-1} = \\ &g_i [-c_i z_i - z_{i-1} + z_{i+1} - \tilde{\theta}_i^T \xi_i + \\ &\tilde{\sigma}_i^T \psi_i + \kappa_i + \varepsilon_i], \end{aligned} \quad (47)$$

式中 $x_{n+1} = h(v)$.

同理选取Lyapunov函数 $V_i (2 \leq i \leq n)$ 为

$$V_i = \frac{z_i^2}{2g_i} + \frac{\kappa_i^2}{2} + \frac{1}{2r_{i1}} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i + \frac{1}{2r_{i2}} \tilde{\sigma}_i^T \tilde{\sigma}_i, \quad (48)$$

式中 $r_{i1}, r_{i2} > 0$. 则 V_i 关于时间 t 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & \frac{z_i \dot{z}_i}{g_i} - \frac{\dot{g}_i}{2g_i^2} z_i^2 + \kappa_i \dot{\kappa}_i + \frac{1}{2r_{i1}} \tilde{\theta}_i^T \dot{\theta}_i + \frac{1}{2r_{i2}} \tilde{\sigma}_i^T \dot{\sigma}_i = \\ & z_i(-c_i z_i - z_{i-1} + z_{i+1} - \tilde{\theta}_i^T \xi_i + \tilde{\sigma}_i^T \psi_i + \kappa_i + \\ & \varepsilon_i) - \frac{\dot{g}_i}{2g_i^2} z_i^2 + \kappa_i \dot{\kappa}_i + \frac{1}{2r_{i1}} \tilde{\theta}_i^T \dot{\theta}_i + \frac{1}{2r_{i2}} \tilde{\sigma}_i^T \dot{\sigma}_i \leq \\ & -c_i z_i^2 + z_i z_{i+1} + z_i \kappa_i + z_i \varepsilon_i - \frac{\dot{g}_i}{2g_i^2} z_i^2 - \\ & \frac{\kappa_i^2}{\tau_i} + \bar{N}_i \kappa_i + \frac{1}{r_{i1}} \tilde{\theta}_i^T (\dot{\theta}_i - r_{i1} z_i \xi_i) + \\ & \frac{1}{r_{i2}} (\dot{\sigma}_i + r_{i2} z_i \psi_i). \end{aligned} \quad (49)$$

同理, 根据参数自适应律(24)(31)和Young不等式, 式(49)可变换为

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -(c_i + k_i - 1) z_i^2 - z_i z_{i-1} + z_i z_{i+1} + \\ & \frac{\varepsilon_i^2}{2} - \left(\frac{1}{\tau_i} - 1\right) \kappa_i^2 + \frac{(\bar{N}_i)^2}{2}, \end{aligned} \quad (50)$$

式中 $k_i = \min\left(\frac{\dot{g}_i}{2g_i}\right)$.

引入的辅助变量 z_{n+1} 的动态特性为

$$\begin{aligned} \dot{z}_{n+1} = & \frac{\partial h(v)}{\partial v} \dot{v} - \dot{\alpha}_n = \\ & -\varsigma v + (\varsigma N(\chi) - 1) \bar{w} - \dot{\alpha}_n + \bar{w} = \\ & -c_{n+1} z_{n+1} - z_n + (\varsigma N(\chi) - 1) \bar{w}. \end{aligned} \quad (51)$$

选取Lyapunov函数 V_{n+1} 如下:

$$V_{n+1} = \frac{z_{n+1}^2}{2}, \quad (52)$$

则 V_{n+1} 关于 t 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n+1} = & z_{n+1} \dot{z}_{n+1} = -c_{n+1} z_{n+1}^2 - z_n z_{n+1} + \\ & \frac{1}{\gamma_\chi} (\varsigma N(\chi) - 1) \dot{\chi}. \end{aligned} \quad (53)$$

考虑到闭环系统所有信号的稳定性, 选取如下所示的Lyapunov函数 V :

$$\begin{aligned} V = & \sum_{i=1}^n V_i = \\ & \sum_{i=1}^{n+1} \frac{z_i^2}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{\kappa_i^2}{2} + \tilde{\Theta}^T \Lambda_1 \tilde{\Theta} + \tilde{\Xi}^T \Lambda_2 \tilde{\Xi}, \end{aligned} \quad (54)$$

式中:

$$\begin{aligned} \tilde{\Theta} = & [\tilde{\theta}_1^T \ \dots \ \tilde{\theta}_n^T]^T, \Lambda_1 = \text{diag}\left\{\frac{1}{2r_{11}}, \dots, \frac{1}{2r_{n1}}\right\}, \\ \tilde{\Xi} = & [\tilde{\sigma}_1^T \ \dots \ \tilde{\sigma}_n^T]^T, \Lambda_2 = \text{diag}\left\{\frac{1}{2r_{12}}, \dots, \frac{1}{2r_{n2}}\right\}. \end{aligned}$$

根据式(46)(50)和式(53), 函数 V 关于时间 t 的导数

为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\sum_{i=1}^n (c_i - k_i - 1) z_i^2 - c_{n+1} z_{n+1}^2 - \\ & \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\tau_i} - 1\right) \kappa_i^2 + \sum_{i=1}^n \frac{(\bar{N}_i)^2}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{\varepsilon_i^2}{2} + \\ & \frac{1}{\gamma_\chi} (\varsigma N(\chi) - 1) \dot{\chi} \leq \\ & -CV + M + \frac{1}{\gamma_\chi} (\varsigma N(\chi) - 1) \dot{\chi}, \end{aligned} \quad (55)$$

式中:

$$C = \min(2c_i - 2k_i - 2, 2c_{n+1}, \frac{2}{\tau_i} - 2) > 0,$$

$$i = 1, \dots, n,$$

$$M = \sum_{i=1}^n \frac{(\bar{N}_i)^2}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{\kappa_i^2}{2} > 0.$$

对式(55)积分, 得

$$\begin{aligned} V \leq & V(0)e^{-Ct} + \frac{M}{C}(1 - e^{-Ct}) + \\ & \frac{e^{-Ct}}{\gamma_\chi} \int_0^t (\varsigma N(\chi) \dot{\chi} - \dot{\chi}) e^{C\tau} d\tau. \end{aligned} \quad (56)$$

引理 2 $V(\cdot)$ 和 $\chi(\cdot)$ 均为定义在 $[0, t_f)$ 上的光滑函数, 且 $\forall t \in [0, t_f), V(t) \geq 0, N(\chi)$ 为Nussbaum增益函数. 如果如下所示不等式成立, 则函数 $V(\cdot)$ 和 $\chi(\cdot)$ 在 $[0, t_f)$ 必有界^[15]:

$$\begin{aligned} V \leq & V(0)e^{-Ct} + \frac{M}{C}(1 - e^{-Ct}) + \\ & \frac{e^{-Ct}}{\gamma_\chi} \int_0^t (\varsigma N(\chi) \dot{\chi} - \dot{\chi}) e^{C\tau} d\tau, \end{aligned} \quad (57)$$

式中: $C > 0, M > 0, \gamma_\chi > 0$ 均为常数, ς 为一正变量.

根据式(56)和引理1可得 V 和 χ 有界, 且闭环系统的跟踪误差满足如下所示的不等式:

$$\frac{1}{2} \|e\|^2 = \frac{1}{2} \|z_1\|^2 \leq V, \quad (58)$$

$$\|e\| \leq \sqrt{2V}. \quad (59)$$

即选择合适的设计参数可以使跟踪误差收敛至原点的很小邻域内.

根据以上推导论证, 可以得到以下定理.

定理 1 对于满足假设1-4具有参数不确定和外部干扰的非线性系统(1), 设计如式(32)所示的控制器和如式(16)-(17)所示的参数自适应律, 能够使得闭环系统的所有信号半全局一致有界; 并且选择合适的设计参数能够使系统跟踪误差收敛到原点的一个很小的邻域内.

定理 2 对于系统(1)中, 在增益函数已知的情况下, 在设计虚拟控制变量时, 函数 $g_i^{-1} \dot{\alpha}_{i-1} (\dot{\alpha}_0 = \dot{y}_r)$ 可直接代入, 定理1依然成立.

5 仿真分析(Simulation analysis)

本文以一种吸气式高超声速飞行器在速度 $V = 15060 \text{ ft/s}$, 高度 $h = 110000 \text{ ft}$ 的飞行条件下攻角的跟踪控制为对象, 结合MATLAB仿真工具箱对控制系统在具有参数不确定性和外界干扰情况的仿真条件下进行研究。

首先建立简化的纵向特性方程^[19]

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = q - \frac{1}{mV}(L + T \sin \alpha) + \frac{(\mu - V^2 r) \cos \gamma}{Vr^2}, \\ \dot{q} = \frac{M_{yy}}{I_{yy}}, \end{cases} \quad (60)$$

式中: α, q, γ 分别表示为高超声速飞行器的攻角、俯仰角速率和航迹倾角; m, V 分别表示为质量和飞行速度; μ 为引力常量; L, T, M_{yy} 分别表示为升力、推力和俯仰力矩, 其计算表达形式如下:

$$\begin{cases} L = 0.5\rho V^2 S C_L, \\ T = 0.5\rho V^2 S C_D, \\ M_{yy} = 0.5\rho V^2 S \bar{c} [C_M(\alpha) + C_M(\delta_e) + C_M(q)]. \end{cases} \quad (61)$$

式(61)中气动参数的具体表达形式及参数不确定度详见文献[19]。

将航迹倾角所在项视为子系统的不确定因素, 同时由于高超声速飞行器的舵面有一定的偏转范围, 还会受到外界干扰力矩的影响, 故可将式(60)转换为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1 + g_1 x_1 + d_1, \\ \dot{x}_2 = f_2 + g_2 h(v) + d, \end{cases} \quad (62)$$

式中 $\bar{x} = [\alpha \ q]^T$. 参考文献[6], 考虑干扰量的存在, 令

$$\begin{aligned} f_1 &= -\frac{1}{mV}(L + T \sin \alpha - mg), \quad g_1 = 1, \\ f_2 &= \frac{1}{2I_{yy}} \rho V^2 S \bar{c} [C_M(\alpha) + C_M(q)], \\ g_2 &= \frac{c_e}{2I_{yy}} \rho V^2 S \bar{c}, \end{aligned}$$

d 为系统受到的组合干扰, g 表示为重力加速度。

文中设计参数: $c_1 = 13, c_2 = 18, c_3 = 7, c = 6, \gamma_\chi = 0.008, \tau_1 = 0.015, \tau_2 = 0.045, \chi(0) = 0.4$.

选择如下所示的模糊基函数:

$$\begin{aligned} \mu_{F_1^l}(\alpha, \dot{\gamma}_r) &= \exp(-(\alpha + 0.185 - 0.168 \times l)^2 / 0.03) \times \\ &\exp(-(\dot{\gamma}_r + 0.56 - 0.16 \times l)^2 / 0.02), \\ \mu_{F_2^l}(\alpha, q) &= \exp(-(\alpha + 0.185 - 0.168 \times l)^2 / 0.03) \times \\ &\exp(-(q + 0.654 - 0.131 \times l)^2 / 0.04). \end{aligned}$$

如果 $\dot{\alpha}_1 < -15$, 则 $\mu_{F_3^1} = 1$;

如果 $\dot{\alpha}_1 > 15$, 则 $\mu_{F_3^6} = 1$;

其他情况: $\mu_{F_3^l} = \exp(-(\dot{\alpha}_1 + 21 - 6 \times l)^2 / 30)$, $l = 1, 2, \dots, 6$.

文中给定的参考指令信号为 $y_r = -22.5^\circ \cos t + 22^\circ$, 舵偏角的偏转范围为 $\pm 30^\circ$, 俯仰轴上受到的谐波干扰力矩大小为 $3 \times 10^6 \sin(2t)$.

文献[6]中的算法(记为方法1, 图中为M1)在仅考虑俯仰轴上存在干扰力矩时, 表现出了很强的鲁棒性能. 本文中充分考虑了气动等参数的不确定性, 为了验证本文所提算法(记为方法2, 图中为M2)的有效性, 与方法1进行对比试验。

图1和图2分别表示系统在控制信号的作用下, 对给定的参考指令信号的跟踪响应曲线和跟踪误差曲线. 相比于方法1, 本文所提出的方法2更能够实现指令信号的跟踪, 且跟踪误差保持在很小的范围内. 图3表示系统的输入响应曲线. 图中显示虽然在被控对象状态发生较大变化时, 控制器输入信号远远超出饱和值, 但是控制器信号依然能够保持在约束范围内. 这充分说明本文设计方法在满足控制器受限的条件下, 具有很强的鲁棒性能。

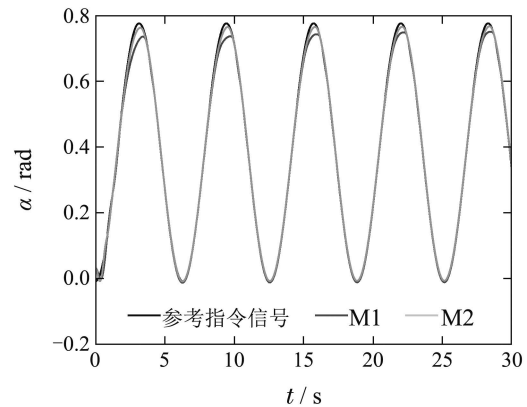


图1 攻角跟踪

Fig. 1 Angle of attack tracking

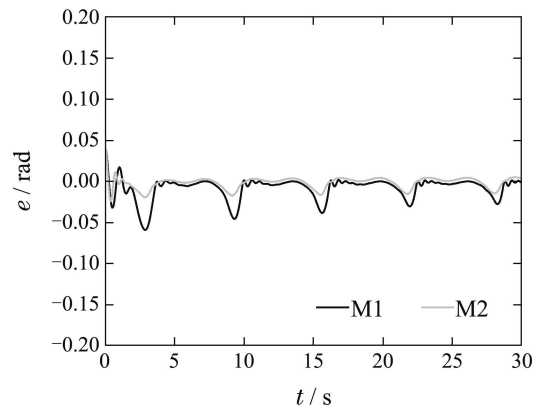


图2 攻角跟踪误差

Fig. 2 Angle of attack tracking error

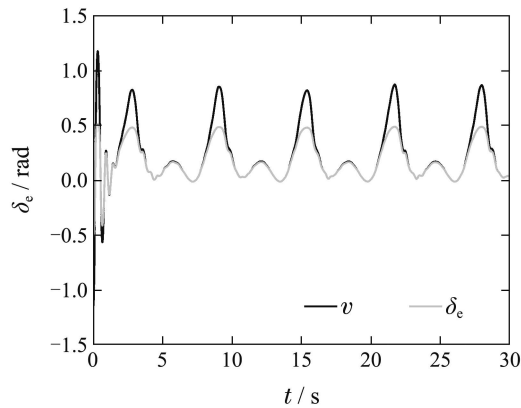


图 3 控制输入

Fig. 3 The control inputs

6 结论(Conclusions)

本文针对一类SISO不确定非线性系统给出了一种自适应模糊控制方法. 并将backstepping法与DSC相结合, 有效地解决了“计算膨胀”的问题, 同时采用双曲正切函数和Nussbaum函数对输入饱和和受限函数进行了处理, 保证了控制量保持在饱和范围内. 通过选取Lyapunov函数分析证明了系统中的所有信号是半全局一致有界的(SGUUB). 最后, 将该方法应用于吸气式高超声速飞行器的攻角的控制设计中, 仿真结果表明了方法的有效性.

参考文献(References):

- [1] SONNEVELDT L, CHU Q P, MULDER J A. Nonlinear flight control design using constrained adaptive backstepping [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2007, 30(2): 322 – 336.
- [2] 吕跃勇, 胡庆雷, 马广富, 等. 带有控制受限的卫星编队飞行六自由度自适应协同控制 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(3): 321 – 328. (LÜ Yueyong, HU Qinglei, MA Guangfu, et al. Adaptive synchronized control with 6 degrees of freedom and bounded input for satellite formation flight [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(3): 321 – 328.)
- [3] JIN Y Q, LIU X D, QIU W, et al. Time-varying sliding mode control for a class of uncertain MIMO nonlinear system subject to control input constraint [J]. *Science China (Information Sciences)*, 2010, 53(1): 89 – 100.
- [4] 胡庆雷, 张爱华, 姜成平, 等. 控制受限的卫星轨道转移过程中的姿态控制 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2013, 45(5): 1 – 6. (HU Qinglei, ZHANG Aihua, JIANG Chengping, et al. Attitude control of satellite in process of orbit transfer with constraint input [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2013, 45(5): 1 – 6.)
- [5] LI Y M, TONG S C, LI T S. Direct adaptive fuzzy backstepping control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation [J]. *Neural Computing & Applications*, 2013, 23(5): 1207 – 1216.
- [6] 周砚龙, 陈谋. 基于干扰观测器的输入受限非线性系统鲁棒控制 [J]. *南京理工大学学报*, 2014, 38(1): 40 – 47. (ZHOU Yanlong, CHEN Mou. Robust control of nonlinear systems with input constraint based on disturbance observer [J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 2014, 38(1): 40 – 47.)
- [7] 刘金锟, 王明钊. 挠性航天器LMI抗饱和控制及模态振动抑制 [J]. *电机与控制学报*, 2014, 18(3): 79 – 84. (LIU Jinkun, WANG Mingzhao. Anti-windup control based on LMI and vibration suppression for the flexible spacecraft [J]. *Electric Machines and Control*, 2014, 18(3): 79 – 84.)
- [8] KURTZ M J, HENSON M A. Input-output linearizing control of constrained nonlinear processes [J]. *Journal of Process Control*, 1997, 7(1): 3 – 17.
- [9] 孔小兵, 刘向杰. 基于输入输出线性化的连续系统非线性模型预测控制 [J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(2): 217 – 224. (KONG Xiaobing, LIU Xiangjie. Continuous-time nonlinear model predictive control with input/output linearization [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(2): 217 – 224.)
- [10] 周宏, 谭文. 线性自抗扰控制的抗饱和和补偿措施 [J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(11): 1457 – 1463. (ZHOU Hong, TAN Wen. Anti-windup schemes for linear active disturbance rejection control [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(11): 1457 – 1463.)
- [11] KANELLAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V, MORSE A S. Systematic design of adaptive controller for feedback linearizable systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(11): 1241 – 1253.
- [12] SWAROOP D, HEDRICK J K, YIP P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(10): 1893 – 1899.
- [13] CHEN B, TONG S C, LIU X P. Fuzzy approximate disturbance decoupling of MIMO nonlinear systems by backstepping approach [J]. *Fuzzy sets and system*, 2007, 158(10): 1097 – 1125.
- [14] ZHANG T P, WEN H, ZHU Q. Adaptive fuzzy control of nonlinear systems in pure-feedback form based on input-to state stability [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy System*, 2010, 18(1): 80 – 93.
- [15] WEN C J, ZHOU J, LIU Z T. Robust adaptive of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation and external disturbance [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(7): 1672 – 1678.
- [16] 曹立佳, 张胜修, 李晓峰, 等. 折叠翼飞行器发射端鲁棒非线性控制系统设计 [J]. *航空学报*, 2011, 32(10): 1879 – 1887. (CAO Lijia, ZHANG Shengxiu, LI Xiaofeng, et al. Robust nonlinear control system design for folding-wing aerial vehicles during launching time [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011, 32(10): 1879 – 1887.)
- [17] WANG L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy System*, 1993, 1(2): 146 – 155.
- [18] 王立新. 自适应模糊系统与控制——设计与稳定性分析 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1995. (WANG Lixin. *Adaptive Fuzzy Systems and Control—Design and Stability Analysis* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1995.)
- [19] XU H J, MIRMIRANI M D, IOANNOU P A. Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2004, 27(5): 829 – 838.

作者简介:

王永超 (1991-), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为飞行器的智能鲁棒控制, E-mail: wyc031566@163.com;

张胜修 (1963-), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为先进控制理论与应用, E-mail: zsx1963@aliyun.com;

曹立佳 (1982-), 男, 讲师, 目前研究方向为飞行器导航、制导与控制, E-mail: caolijia82@gmail.com;

扈晓翔 (1982-), 男, 讲师, 目前研究方向为飞行器非线性控制, E-mail: huxiaoxiang2008@gmail.com.