

## 空间系绳系统展开的滑模变结构控制

王长青<sup>1†</sup>, 韦汉林<sup>1</sup>, 李爱军<sup>1</sup>, 扎伯罗特诺夫·尤里<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学 自动化学院, 陕西 西安 710072; 2. 萨马拉国立航空航天大学, 俄罗斯 萨马拉 443086)

**摘要:** 为了增强空间系绳系统展开过程的抗干扰性, 本文提出了空间系绳系统展开运动轨迹跟踪的滑模变结构控制方法. 考虑大气摄动和无模型摄动建立了空间系绳系统展开运动动力学模型. 基于遗传算法, 针对两阶段展开方式, 采用最优振荡阻尼张力控制律和等分时张力控制律设计了展开运动标称轨迹. 为了实现轨迹的鲁棒跟踪, 采用考虑展开长度的等效控制和连续函数幂次趋近律切换控制设计了滑模变结构控制器. 仿真结果表明, 所提出的控制方法有效增强了空间系绳系统展开运动的动态性能及鲁棒性.

**关键词:** 空间系绳系统; 展开运动; 动力学模型; 标称轨迹; 轨迹跟踪; 滑模控制

中图分类号: V448 文献标识码: A

## Sliding mode variable structure control for the deployment of tethered satellite system

WANG Chang-qing<sup>1†</sup>, WEI Han-lin<sup>1</sup>, LI Ai-jun<sup>1</sup>, ZABOLOTNOV Yuriy<sup>2</sup>

(1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710072, China;

2. Samara State Aerospace University, Samara 443086, Russia)

**Abstract:** To enhance the interference immunity of the deployment of tethered satellite system (TSS), we propose a trajectory tracking method based on sliding-mode variable structure control. Firstly, the dynamic model of TSS is developed by considering both the atmosphere perturbation term and the model-less perturbation term. Secondly, in a two-stage deployment project, the ideal nominal trajectory is designed with the optimal oscillation damping tension control law in the first stage and with the equal time tension control law in the second stage. Parameters obtained in both stages are optimized by using the genetic optimization algorithm. To realize the robust trajectory tracking, we design the sliding-mode variable structure controller with the equivalent control method and the switching control method in which the continuous function power reaching law is adopted to implement the switching control. Simulation results shows that the proposed control method can efficiently improve the dynamic performance and enhance the robustness of the deployment of TSS.

**Key words:** tethered satellite system; deployment; dynamic models; nominal trajectory; trajectory tracking; sliding mode control

### 1 引言(Introduction)

空间系绳系统方案应追溯到1895年“航天之父”齐奥尔科夫斯基提出的“赤道通天塔”设想<sup>[1]</sup>. 此后, 国内外学者对空间系绳系统动力学模型的建立<sup>[2-4]</sup>和展开控制律进行了不断研究. 系绳展开是空间系绳系统一切应用技术的基础, 如系绳辅助返回技术<sup>[5-6]</sup>、小卫星二次发射技术<sup>[7]</sup>. 由于其严格的再入、发射条件, 必须把返回容器或小卫星精确展开到预定位置, 切断系绳后, 才能顺利进入预定再入、发射窗口, 实现返回、发射. 因此, 系绳展开控制一直是系绳研究的重点, 文献<sup>[8]</sup>采用庞特里亚金原理将子星展开

到平衡位置. 王维等人利用粒子群法对满足优化指标下的时间域离散控制力寻优, 得到控制力的变化规律<sup>[9]</sup>. Sun提出了一种新的控制律—分数阶张力控制律, 将子星展开到指定位置<sup>[10]</sup>. Holger等人提出了神经网络自适应控制在系绳系统辅助返回中展开轨迹的跟踪应用<sup>[11]</sup>. 王长青等人采用传统PD控制律对系绳展开轨迹进行了跟踪<sup>[12]</sup>. 但是在上述文献进行控制器设计时, 没有考虑系统自身和外界摄动作用, 简单的开环控制和传统的闭环控制方法不能满足要求, 为保证实际展开运动与标称展开运动一致, 控制器应具备一定的鲁棒性. 滑模变结构控制作为一种特殊的非线性

收稿日期: 2014-12-30; 录用日期: 2015-06-04.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: wangcq@nwpu.edu.cn; Tel.: +86 29-88431383.

本文责任编辑: 贾英民.

2011年度国家国际科技合作专项项目, 陕西省科学技术研究发展计划项目(2013KW09-02)资助.

Supported by 2011 International Science and Technology Cooperation Program of China and Research and Development Program of Science and Technology of Shanxi Province (2013KW09-02).

控制方法, 由于其对系统摄动和外加干扰具有极强的鲁棒性和自适应性<sup>[13-14]</sup>, 且控制算法简单, 在导弹制导控制、飞行器姿态控制、再入返回等航空航天领域得到了广泛的应用。

本文将滑模变结构控制用于空间系绳系统展开运动轨迹跟踪控制中. 首先建立了包含大气摄动项和无模型摄动项在内的空间系绳系统动力学模型; 然后, 采用遗传算法对系绳展开轨迹进行优化得到标称展开轨迹; 最后, 设计并验证了滑模变结构控制器对标称展开运动轨迹的鲁棒跟踪。

## 2 系统动力学建模(System dynamics model)

图1为系统轨道坐标系 $oxyz$ ,  $M, m$ 分别为基站和小返回容器质量,  $\theta$ 为面内角,  $\beta$ 为面外角,  $l$ 为绳长。

在文献[15]的基础上, 本文考虑系统运行在低地球轨道上, 大气摄动不可忽略, 另外加入无模型摄动项(包括地球扁率摄动、星体摄动等外力摄动), 建立了下述系绳系统辅助返回的展开动力学模型:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = 2\left(\frac{\dot{l}}{l} - \dot{\beta} \tan \beta\right)(\omega_0 - \dot{\theta}) - \\ \quad 3\omega_0^2 \sin \theta \cos \theta + \frac{F_\theta}{(ml^2 \cos^2 \beta)} + \Delta F_\theta, \\ \ddot{\beta} = -2\left(\frac{\dot{l}}{l}\right)\dot{\beta} - [(\omega_0 - \dot{\theta})^2 + 3\omega_0^2 \cos^2 \theta] \times \\ \quad \sin \beta \cos \beta + \frac{F_\beta}{ml^2} + \Delta F_\beta, \\ \ddot{l} = l[\dot{\beta}^2 + (\omega_0 - \dot{\theta})^2 \cos^2 \beta + \\ \quad (3\cos^2 \beta \cos^2 \theta - 1)\omega_0^2] - \frac{T}{m} + \frac{F_1}{m} + \Delta F_1, \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\omega_0$ 为基站(系统质心)角速度,  $T$ 为系绳张力,  $\mathbf{F} = [F_\theta \ F_\beta \ F_1]^T$ 为返回容器的大气摄动项,  $\mathbf{\Delta} = [\Delta F_\theta \ \Delta F_\beta \ \Delta F_1]^T$ 为无模型摄动项. 在空间系绳系统作平面运动的情况下, 面外角 $\beta = \dot{\beta} = 0$ , 则方程(1)简化为

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = 2\left(\frac{\dot{l}}{l}\right)(\omega_0 - \dot{\theta}) - 3\omega_0^2 \sin \theta \cos \theta + \frac{F_\theta}{ml^2} + \\ \quad \Delta F_\theta, \\ \ddot{l} = l[(\omega_0 - \dot{\theta})^2 + (3\cos^2 \theta - 1)\omega_0^2] - \\ \quad \frac{T}{m} + \frac{F_1}{m} + \Delta F_1. \end{cases} \quad (2)$$

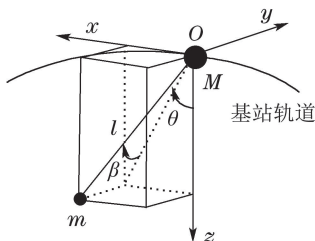


图 1 轨道坐标系

Fig. 1 Orbit coordinate system

定义:  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T \ \mathbf{x}_2^T]^T$ ,  $\mathbf{x}_1 = [x_1 \ x_2]^T = [\theta \ l]^T$ ,  $\mathbf{x}_2 = [x_3 \ x_4]^T = [\dot{\theta} \ \dot{l}]^T = [\dot{\theta} \ V]^T$ .

则将式(2)写成:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{\theta} = x_3, \\ \dot{x}_2 = \dot{l} = x_4, \\ \dot{x}_3 = \ddot{\theta} = f_1(\mathbf{x}) + \Delta_1, \\ \dot{x}_4 = \ddot{l} = f_2(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u(t) + \Delta_2, \end{cases} \quad (3)$$

其中:

$$f_1(\mathbf{x}) = 2\left(\frac{x_4}{x_2}\right)(\omega_0 - x_3) - 3\omega_0^2 \sin x_1 \cos x_1,$$

$$f_2(\mathbf{x}) = x_2[(\omega_0 - x_3)^2 + (3\cos^2 x_1 - 1)\omega_0^2],$$

$$b(\mathbf{x}) = -\frac{1}{m}, \quad u(t) = T,$$

$$\Delta_1 = \frac{F_\theta}{mx_2^2} + \Delta F_\theta, \quad \Delta_2 = \frac{F_1}{m} + \Delta F_1.$$

假设无模型摄动项 $\Delta F_\theta, \Delta F_1$ 一致有界, 则外加摄动项(大气阻力摄动和无模型摄动) $\Delta_1, \Delta_2$ 一致有界, 且满足有界函数 $w(x)$ 使得

$$|\Delta_1| \leq w(x), \quad |\Delta_2| \leq w(x) \quad (4)$$

恒成立。

本文考虑作用于子星和系绳上的大气阻力广义力分别为<sup>[16]</sup>:

$$\begin{cases} F_{\theta s} = -\frac{1}{2}\nu C_D \rho S_p \frac{l(-\dot{r} \sin \theta - r w_e \cos \theta)}{1 + \frac{m + m_t/2}{M + m_t/2}}, \\ F_{l s} = -\frac{1}{2}\nu C_D \rho S_p \frac{\dot{r} \cos \theta - r w_e \sin \theta}{1 + \frac{m + m_t/2}{M + m_t/2}}, \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $\nu$ 是相对于周围大气的相对速度,  $C_D$ 为大气阻力系数,  $\rho$ 为大气密度,  $S_p$ 为返回容器垂直于 $\nu$ 的投影面积,  $w_e$ 为地球旋转速度,  $r$ 为系统质心半径,  $m_t = \rho_t l$ 为系绳质量。

$$Q_{\theta t} =$$

$$-\frac{1}{2}\nu C_{D,t} D |\cos \theta| \rho (-\dot{r} \sin \theta - r w_e \cos \theta) \cdot$$

$$\{[(1 - B_1) \exp B_1 - (1 - B_2) \exp B_2] \cdot \frac{H}{\cos \theta}\}, \quad (6)$$

$$Q_{l t} =$$

$$-\frac{1}{2}\nu C_{D,t} D |\cos \theta| \rho (\dot{r} \cos \theta - r w_e \sin \theta) \cdot$$

$$\frac{1}{l} \{[(1 - B_1) \exp B_1 - (1 - B_2) \exp B_2] \cdot \frac{H}{\cos \theta}\}, \quad (7)$$

式中:

$$B_1 = \frac{Kl \cos \theta}{(1 + K)H}, \quad B_2 = \frac{-l \cos \theta}{(1 + K)H},$$

$$K = \frac{m + m_t/2}{M + m_t/2},$$

$C_{D,t}$ 为系绳阻力系数,  $D$ 为系绳截面积, 将大气密度的变化规律表示为高度 $h$ 的函数:

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{h-h_0}{H}}, \quad (8)$$

$\rho_0$ 是高度为 $h_0$ 处的大气密度,  $H$ 为标高. 则大气摄动项为

$$F_\theta = F_{\theta_s} + Q_{\theta t}, \quad F_l = F_{l_s} + Q_{l t}. \quad (9)$$

### 3 控制系统设计(Control system design)

#### 3.1 标称轨迹设计(Nominal trajectory design)

本文采用两阶段展开方式, 如图2: 第1阶段向下展开到当地垂线( $L_{k1}, \theta_{k1}$ )位置, 第2阶段根据辅助返回再入条件将系绳释放到预定位置( $L_k, \theta_k$ )处.

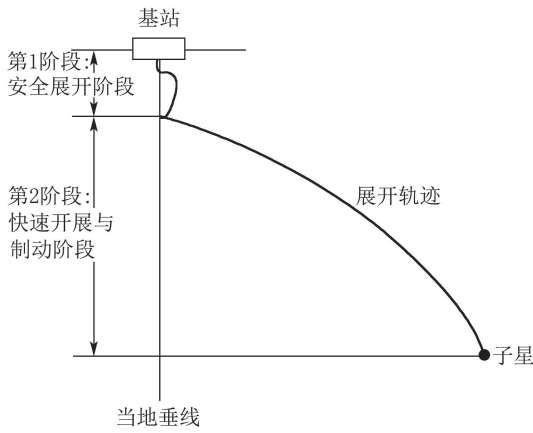


图2 两阶段展开过程

Fig. 2 Two phase of deployment process

在展开过程中必须满足以下不等式约束条件:

$$T(t) > 0, \quad V(t) > 0. \quad (10)$$

进行标称轨迹规划时, 第1阶段展开起始端和终端条件:

$$\begin{cases} L(0) = L_{k0}, \quad V(0) = V_{k0}, \\ \theta(0) = \theta_{k0}, \quad \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_{k0}, \\ L(t_{f1}) = L_{k1}, \quad V(t_{f1}) = V_{k1}, \\ \theta(t_{f1}) = \theta_{k1}, \quad \dot{\theta}(t_{f1}) = \dot{\theta}_{k1}. \end{cases} \quad (11)$$

根据以上终端条件, 加上展开时间最短条件, 第1阶段的二次目标函数表示如下:

$$J_1 = c_1(\theta_{t_{f1}} - \theta_{k1}) + c_2(\dot{\theta}_{t_{f1}} - \dot{\theta}_{k1})^2 + c_3(L_{t_{f1}} - L_{k1})^2 + c_4(V_{t_{f1}} - V_{k1}) + c_5 t_{f1}^2, \quad (12)$$

式中, 令

$$\begin{aligned} \theta_{t_{f1}} &= \theta(t_{f1}), \quad \dot{\theta}_{t_{f1}} = \dot{\theta}(t_{f1}), \\ L_{t_{f1}} &= L(t_{f1}), \quad V_{t_{f1}} = V(t_{f1}), \end{aligned}$$

$c_1, c_2, c_3, c_4, c_5$ 为加权系数,  $t_{f1}$ 为第1阶段段的终止时间,  $L_{k1}$ 为第1阶段段额定绳长.

第2阶段展开以第1阶段段终端作为起始端, 终端

条件为

$$\begin{cases} L(t_{f2}) = L_k, \quad V(t_{f2}) = V_k, \\ \theta(t_{f2}) = \theta_k, \quad \dot{\theta}(t_{f2}) = \dot{\theta}_k. \end{cases} \quad (13)$$

第2阶段目标函数可表示为

$$J_2 = c_1(\theta_{t_{f2}} - \theta_k)^2 + c_2(\dot{\theta}_{t_{f2}} - \dot{\theta}_k)^2 + c_3(L_{t_{f2}} - L_k)^2 + c_4(V_{t_{f2}} - V_k) + c_5 t_{f2}^2, \quad (14)$$

式中, 令

$$\begin{aligned} \theta_{t_{f2}} &= \theta(t_{f2}), \quad \dot{\theta}_{t_{f2}} = \dot{\theta}(t_{f2}), \\ L_{t_{f2}} &= L(t_{f2}), \quad V_{t_{f2}} = V(t_{f2}), \end{aligned}$$

$t_{f2}$ 为第2阶段的终止时间,  $L_k$ 为总的额定绳长.

第1阶段采用最优振荡阻尼控制律, 把小返回容器安全展开到当地垂线位置<sup>[5]</sup>:

$$T = m\Omega^2[aL(t) + b\frac{V(t)}{\Omega} - cL_{k1}], \quad (15)$$

式中:  $\Omega$ 为基站角速度,  $a, b, c$ 为控制律参数. 第2阶段将张力在展开时间段内平分为12等份, 每等份张力为 $T_i (i = 1, 2, \dots, 12)$ . 采用图3所示的遗传算法流程<sup>[17]</sup>对第1阶段的参数 $a, b, c$ 及时间 $t_{f1}$ 以及第2阶段段的参数 $T_i (i = 1, 2, \dots, 12)$ 及时间 $t_{f2}$ 寻优, 得到系统展开最优轨迹, 作为控制系统的理想标称轨迹, 设计过程不考虑系统受到的摄动力.

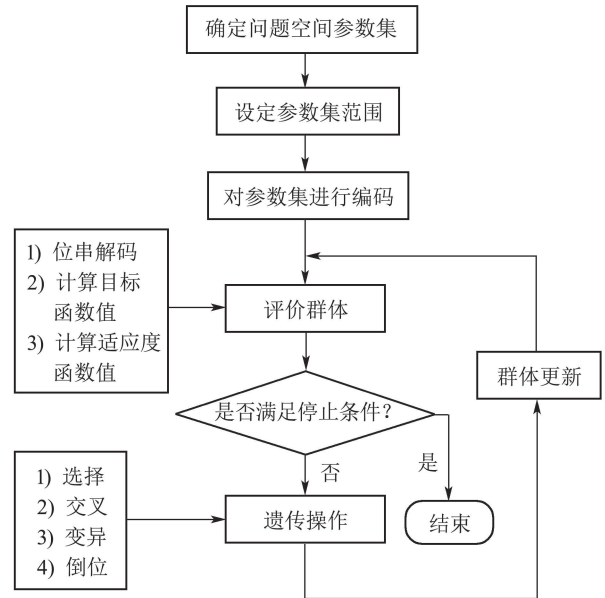


图3 遗传算法流程

Fig. 3 Genetic algorithm process

#### 3.2 跟踪控制律(Tracking control law)

标称状态:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_d = [\mathbf{x}_{d1}^T \quad \mathbf{x}_{d2}^T]^T, \\ \mathbf{x}_{d1} = [x_{d11} \quad x_{d12}]^T = [\theta_d \quad l_d]^T, \\ \mathbf{x}_{d2} = [x_{d21} \quad x_{d22}]^T = [\dot{x}_{d11} \quad \dot{x}_{d12}]^T = [\dot{\theta}_d \quad \dot{l}_d]^T. \end{cases} \quad (16)$$

位置误差:  $\mathbf{e} = [\mathbf{e}_1^T \quad \mathbf{e}_2^T]^T$ .

定义:  $\mathbf{e}_1 = [e_{11} \ e_{12}] = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{d1}$ ,  $\mathbf{e}_2 = [e_{21} \ e_{22}] = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_{d2}$ . 即

$$\begin{cases} e_{11} = x_1 - x_{d11}, & e_{12} = x_2 - x_{d12}, \\ e_{21} = x_3 - x_{d21}, & e_{22} = x_4 - x_{d22}. \end{cases} \quad (17)$$

本文滑模控制的设计过程分为以下两个步骤:

1) 设计切换函数及等效控制  $u_{eq}$ .

根据式(2)可知, 面内角  $\theta$  运动方程为自由运动非线性系统, 且为弱可控<sup>[5]</sup>, 系绳张力  $T$  只与  $\dot{l}$  项有关, 因此本文将滑模面设计为如下形式:

$$s = c_s e_{12} + e_{22}. \quad (18)$$

令切换函数  $s = c_s e_{12} + e_{22} = 0$ , 不考虑干扰项即  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ , 对式(18)求得

$$\begin{aligned} \dot{s} &= c_s \dot{e}_{12} + \dot{e}_{22} = \\ & c_s e_{22} + (\dot{x}_4 - \dot{x}_{d22}) = \\ & c_s e_{22} + f_2(\mathbf{e}, \mathbf{x}_d) + b_u(\mathbf{e}, \mathbf{x}_d) u_{eq} - \dot{x}_{d22} = \\ & c_s e_{22} - \frac{u_{eq}}{m} - \dot{x}_{d22} + (e_{12} + x_{d12}) \times \\ & [(e_{21} + x_{d21} - \omega)^2 + \\ & \omega^2 (3\cos^2(e_{11} + x_{d11}) - 1)] = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

则

$$u_{eq} = m c_s e_{22} - m \dot{x}_{d22} + m(e_{12} + x_{d12}) [(e_{21} + x_{d21} - \omega)^2 + \omega^2 (3\cos^2(e_{11} + x_{d11}) - 1)]. \quad (20)$$

2) 设计切换控制输入  $u_{sw}$ .

切换控制输入  $u_{sw}$  主要用于补偿摄动项的影响, 实现对不确定性和外加干扰的鲁棒控制, 以使系统在有限的时间内进入滑动模态运动.

为了保证滑模达到条件, 即  $s\dot{s} \leq 0$ , 切换控制设计中, 采用幂次趋近律进行设计, 切换控制输入如下<sup>[18]</sup>:

$$u_{sw} = -b_u^{-1} k |s|^\alpha \text{sgn } s. \quad (21)$$

通过调整  $\alpha$  值, 可以保证当系统远离滑动模态时, 能以较大的速度趋近于滑动模态, 当系统状态趋近滑动模态时, 保证较小的控制增益  $k$ , 以降低抖振. 但是无论怎样, 由于开关特性的存在, 抖振现象始终存在. 为了尽可能减小抖振, 本文采用连续函数  $N(s)$  取代  $\text{sgn } s$ .

$$N(s) = \frac{s}{|s| + \delta}, \quad (22)$$

其中:  $\delta$  是一个很小的正常数, 令其为与时间有关的小量.  $\delta = \zeta e^{-t}$ , 其中  $\zeta$  为正值, 其目的是为了确  $\delta$  为很小值. 比例系数  $k$  的设计规则有

$$k = w(x) + \eta = w(\mathbf{e}, \mathbf{x}_d) + \eta > 0. \quad (23)$$

根据式(21)–(24), 可以得到切换控制输入  $u_{sw}$  的表

达式为

$$u_{sw} = -b_u^{-1} [w(\mathbf{e}, \mathbf{x}_d) + \eta] \frac{s}{|s| + \zeta e^{-t}}, \quad (24)$$

$w$  为干扰项极值, 通过极值  $w$  完成切换控制输入对干扰项的匹配从而抑制干扰. 当给出极值  $w$  之后通过寻找  $\eta, \zeta$  的值, 即可保证系统状态趋近滑动模态.

文中线性滑模面(18)的设计就是设计常数  $c_s$ , 使控制系统有好的动态品质, 常见的设计方法有极点配置法、特征结构任置法和二次型性能指标最优法<sup>[14]</sup>, 本文采用二次型性能指标最优法确定  $c_s$  和  $\eta, \zeta$  值.

则滑模滑模变结构控制器为

$$u = u_{eq} + u_{sw}. \quad (25)$$

根据李雅普诺夫意义下的稳定性条件, 对控制器稳定性进行证明, 即证  $s\dot{s} < 0$ .

$$\begin{aligned} s\dot{s} &= s[c_s e_{22} + f_2(\mathbf{e}, \mathbf{x}_d) + \\ & b_u(\mathbf{e}, \mathbf{x}_d)(u_{eq} + u_{sw}) - \dot{x}_{d22}] = \\ & s[c_s e_{22} + f_2(\mathbf{e}, \mathbf{x}_d) - \frac{1}{m}(u_{eq} + u_{sw}) - \dot{x}_{d22}] = \\ & s[c_s e_{22} + f_2(\mathbf{e}, \mathbf{x}_d) - \dot{x}_{d22} - \\ & \frac{1}{m}(m f_2(\mathbf{e}, \mathbf{x}_d) + m c e_{22} - m \dot{x}_{d22} + \\ & \frac{s}{|s| + \zeta e^{-t}} b_u^{-1} [-w(\mathbf{e}, \mathbf{x}_d) - \eta])] = \\ & \frac{s^2}{|s| + \zeta e^{-t}} [-w(\mathbf{e}, \mathbf{x}_d) - \eta] \leq 0. \end{aligned} \quad (26)$$

证毕.

#### 4 仿真结果(Simulation results)

假设基站运行在高度为 300 km 的圆轨道上, 基站质量  $M = 6000$  kg, 返回容器质量  $m = 100$  kg, 绳长  $L_k = 30$  km, 此时再入角为  $1.498^\circ$ , 满足系绳辅助返回的再入角  $1.3^\circ - 1.8^\circ$  范围<sup>[6]</sup>, 地球引力常数  $\mu = 398602 \text{ km}^3/\text{s}^2$ , 地球平均半径  $R = 6371.02$  km; 取大气类型为 2, 此时  $\rho_0 = 8 \times 10^{-12} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , 取标高  $H = 50 \text{ km}$ <sup>[19]</sup>,  $w_e = 7.292 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ ,  $\nu = 7.1647 \text{ km/s}$ ; 系绳线密度  $\rho_t = 0.2 \text{ kg/km}$ . 取

$$\begin{aligned} L_{k0} &= 0.1 \text{ km}, & V_{k0} &= 2.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, & \theta_{k0} &= 0, \\ \dot{\theta}_{k0} &= 0, & L_{k1} &= 3 \text{ km}, & V_{k1} &= 0, & \theta_{k1} &= 0, & \dot{\theta}_{k1} &= 0, \\ L_k &= 30 \text{ km}, & V_k &= 0, & \theta_k &= -56^\circ, & \dot{\theta}_{k1} &= 0. \end{aligned}$$

遗传算法参数设置为: 种群规模  $\text{popsize} = 100$ , 交叉概率  $p_{\text{cross}} = 0.8$ , 变异概率  $p_{\text{mutation}} = 0.05$ , 倒位概率  $p_{\text{inversion}} = 0.15$ .

通过对大气阻力摄动项进行仿真, 得知在整个展开过程中最大值为  $-2.8996 \times 10^{-5} \text{ N}$ , 因此, 取两阶段扰动极值为:  $w = 0.0003$ , 参数  $\eta = 0.5$ ,  $\zeta = 5$ ,  $c = 0.013$ .

遗传优化算法得到的第1阶段段参数为:  $a = 4.863$ ,  $b = 3.83$ ,  $c = 1.859$ ,  $t_{f1} = 4786$  s, 得到第2阶段时间  $t_{f2} = 2300$  s, 系绳张力为

$$T = [0.01697, 0.03429, 0.08394, 0.0671, 0.07435, 0.4663, 0.4441, 0.1544, 2.571, 4.576, 7.442, 7.76].$$

下面分别给出系绳标称展开情况, 未加摄动作用下滑模变结构控制对标称状态的跟踪以及加入摄动作用下滑模变结构控制对标称状态的跟踪仿真图.

第1阶段段轨迹跟踪结果见图4(a)–4(d).

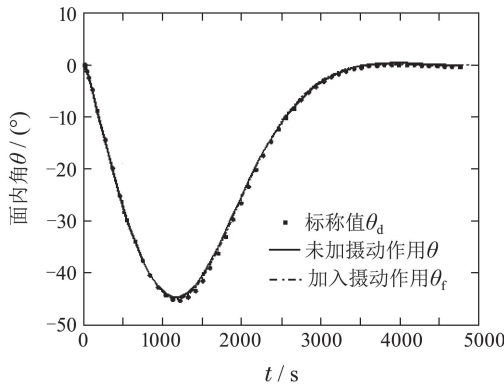


图 4(a) 面内角随时间的变化曲线

Fig. 4(a) In-plane angle curve

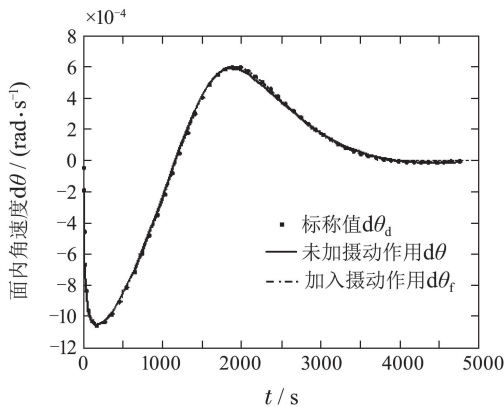


图 4(b) 面内角速度随时间的变化曲线

Fig. 4(b) In-plane angle curve

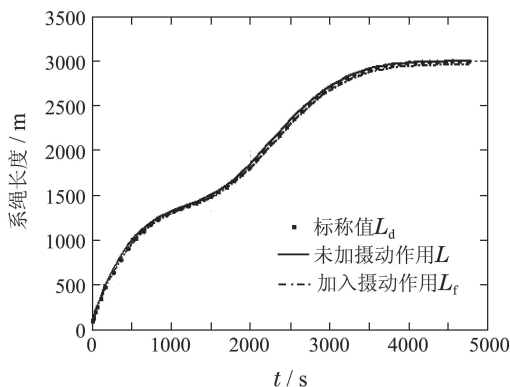


图 4(c) 绳长随时间的变化曲线

Fig. 4(c) Tether length curve

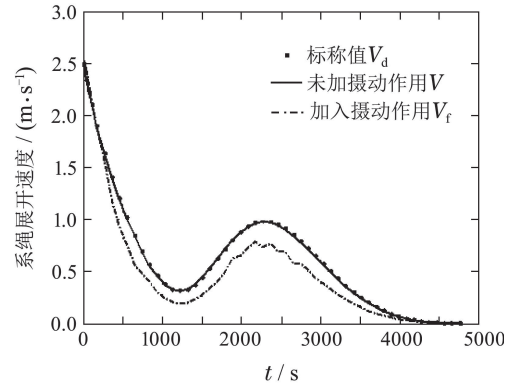


图 4(d) 展开速度随时间的变化曲线

Fig. 4(d) Tether deployment velocity curve

第2阶段轨迹跟踪结果见图5(a)–5(d).

图4–5中(a)–(d)分别为两阶段展开的标称、无摄动跟踪控制、摄动作用下跟踪控制时的面内角、面内角速度、系绳展开长度、系绳展开速率的变化曲线.

图6给出了理想标称轨迹(虚线)、未加摄动作用下的跟踪轨迹(实线)和加入摄动作用下的跟踪轨迹(点划线).

表1给出了标称展开、未加摄动作用下及加入摄动作用下各状态的终端值. 可以看出, 摄动作用下, 各终端状态量对标称状态量的跟踪误差比无摄动作用下对标称状态量的跟踪误差大. 摄动作用下, 第1阶段段中最大偏离角最大误差为  $0.013^\circ$ , 误差率为  $4.8\%$ ; 绳长误差为  $38.3972$  m, 误差率为  $1.3\%$ ; 第2阶段段展开中最大偏离角误差为  $1.1599^\circ$ , 误差率为  $2.1\%$ , 绳长误差达到  $1256.3235$  m, 误差率为  $4.1\%$ , 皆满足  $5\%$  的误差标准. 可以看出, 无论在无摄动作用下还是加入摄动作用下, 本文设计的滑模变结构控制对系绳系统标称展开状态量都能进行很好的鲁棒跟踪.

图7(a)和图7(b)分别表示在摄动作用下第1阶段段、第2阶段段滑模变结构控制下的系绳张力曲线.

总的来说, 本文设计的等效滑模变结构控制律可以对系绳系统标称展开轨迹进行很好的跟踪.

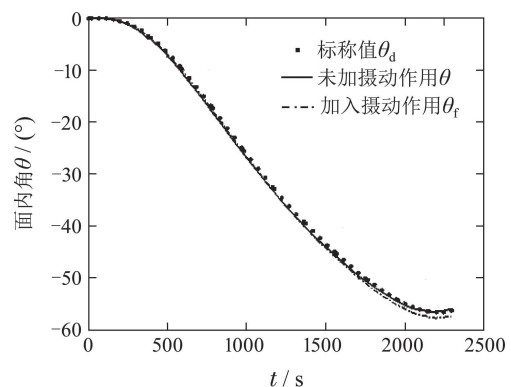


图 5(a) 面内角随时间的变化曲线

Fig. 5(a) In-plane angle curve

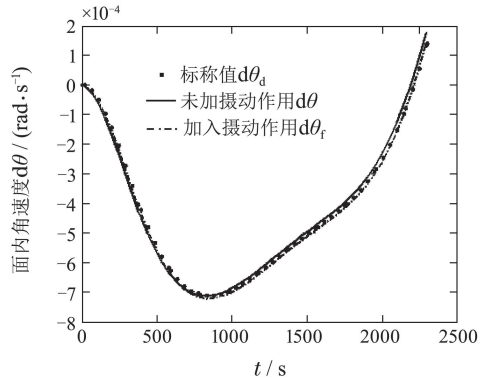


图 5(b) 面内角速度随时间的变化曲线

Fig. 5(b) In-plane angle curve

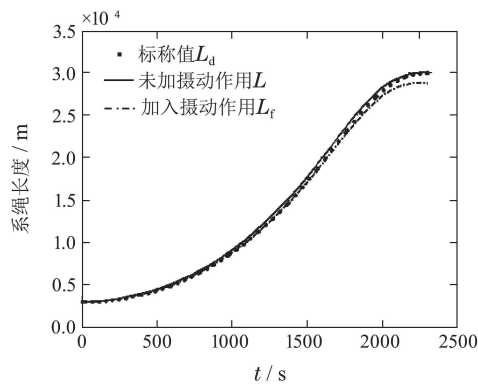


图 5(c) 绳长随时间的变化曲线

Fig. 5(c) Tether length curve

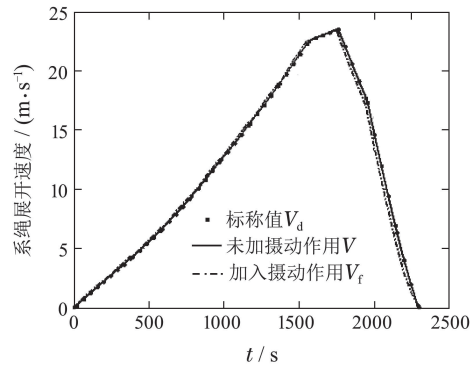


图 5(d) 展开速度随时间的变化曲线

Fig. 5(d) Tether deployment velocity curve

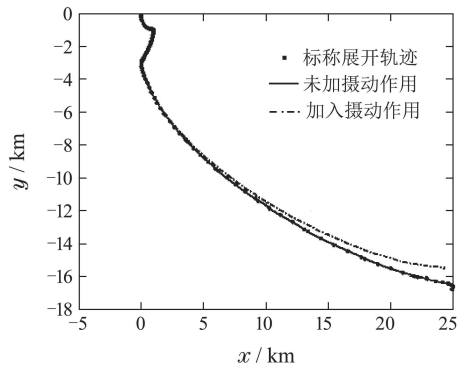


图 6 返回容器运动轨迹

Fig. 6 Trajectory of the Capsule

表 1 终端状态比较

Table 1 Comparison of terminal state

阶段	标称状态	无摄动	加入摄动
第1阶段	-0.2688	-0.2817	-0.2558
	0	0	0
	3000.1157	3001.3345	2961.7185
	0.0036	0.0037	0.0049
第2阶段	-56.0613	-56.2403	-57.2202
	0.0001	0.0001	0.0001
	30008.5209	30005.5087	28752.1964
	0.002	0.002	0.0021

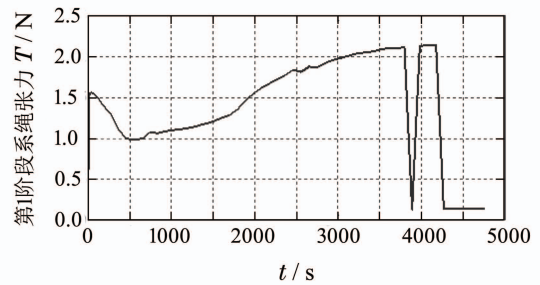


图 7(a) 第1阶段系绳张力曲线

Fig. 7(a) Tension force in the first phase

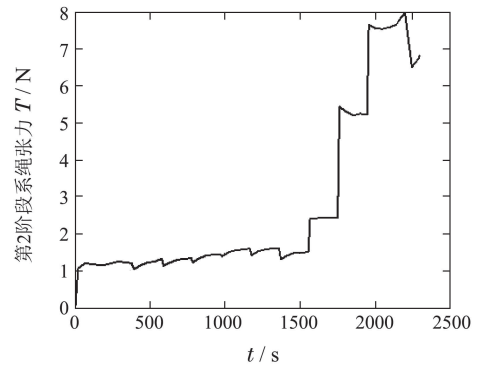


图 7(b) 第2阶段系绳张力曲线

Fig. 7(b) Tension force in the second phase

### 5 总结(Conclusion)

本文给出了一种空间系绳系统展开运动标称轨迹的等效滑模变结构跟踪控制方法. 系绳系统由于其复杂的机械特性及环境特性, 所建模型具有不完整性和不确定性, 从而和标称状态产生误差. 本文首先在简单模型下采用遗传算法对系统展开轨迹进行优化得到理想标称展开轨迹, 然后设计等效滑模变结构控制律对未加摄动作用和加入摄动作用下对理想标称展开轨迹进行跟踪, 在允许误差范围内实现了大气摄动和未建模摄动项下系统顺利展开到指定位置的目的. 通过仿真结果表明, 本文提出的等效滑模变结构控制方法在系绳系统展开轨迹跟踪方面的应用是可行的.

## 参考文献(References):

- [1] TSIOLKOVSKY K E. *Speculations of Earth and Sky* [M]. Moscow: Izd-vo AN SSSK, 1985: 35.
- [2] BEDA P B. On saddle-node bifurcation and chaos of satellites [J]. *Nonlinear Analysis, Theory, Method & Applications*, 1997, 30(8): 4881 – 4886.
- [3] WILLIAMS P. In-plane payload capture with an elastic tether [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, 29(4): 810 – 821.
- [4] KRUPA M, POTH W, SCHAGERL M, et al. Modelling, dynamics and control of tethered satellite systems [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2006, 43(1/2): 73 – 96.
- [5] WANG C, WEI H, LI A. Calculating and analysis of re-entry condition for space tethered-assisted return system in elliptic orbit [J]. *International Journal of Space Science and Engineering*, 2014, 2(3): 248 – 258.
- [6] LI Aijun, WEI Hanlin, WANG Changqing, et al. Calculating reentry conditions for space tether-assisted return system [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2014, 32(5): 730 – 736.  
(李爱军, 韦汉林, 王长青, 等. 基于空间系绳系统辅助返回的再入条件计算分析 [J]. 西北工业大学学报, 2014, 32(5): 730 – 736.)
- [7] LUO L Q, LI A J, WANG C Q. Simulation analysis of orbital parameters of small satellite launching by space tether system [C] // *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference*. Nanjing: IEEE, 2014: 6398 – 6402.
- [8] STEINDL A, TROGE H. Optimal control of deployment of a tethered subsatellite [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2003, 31(3): 257 – 274.
- [9] WANG Wei, LI Junfeng, BAOYIN Hexi. The deployment and retrieval control of the tethered satellite based on the PSO algorithm [J]. *Aerospace Control and Application*, 2009, 35(4): 48 – 51.  
(王维, 李俊峰, 宝音贺西. 基于粒子群算法的绳系卫星展开与回收控制 [J]. 空间控制技术与应用, 2009, 35(4): 48 – 51.)
- [10] SUN G H, ZHU Z H. Fractional order control of tethered satellite system deployment and retrieval [C] // *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*. San Diego, CA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2014: 1 – 9.
- [11] GLABEL H, FRANK A, BRUCKENER S, et al. Adaptive neural control of the deployment procedure for tether-assisted re-entry [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2003, 8(1): 73 – 81.
- [12] WANG Changqing, ZHANG Malin, LI Aijun, et al. Dynamics modeling and trajectory tracking control of space tether system [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2014, 31(6): 895 – 899.  
(王长青, 张马林, 李爱军, 等. 空间系绳系统的动力学建模与轨迹跟踪控制 [J]. 应用力学学报, 2014, 31(6): 895 – 899.)
- [13] LIU Jinkun, SUN Fuchun. Research and development on theory and algorithms of sliding mode control [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 407 – 418.  
(刘金琨, 孙富春. 滑模变结构控制理论及其算法研究与进展 [J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 407 – 418.)
- [14] MU Xiaojiang, CHEN Yangzhou. Overview of sliding mode variable structure control [J]. *Control Engineering of China*, 2007, 14(S1): 1 – 5.  
(穆效江, 陈阳舟. 滑模变结构控制理论研究综述 [J]. 控制工程, 2007, 14(S1): 1 – 5.)
- [15] ZHENG Pengfei, CAO Xibin, ZHANG Shijie. Relative attitude tracking control of tether-assisted deorbit system under drag perturbation [J]. *Control Engineering of China*, 2009, 27(4): 8 – 13.  
(郑鹏飞, 曹喜滨, 张世杰. 大气阻力摄动下的绳系辅助离轨系统的相对姿态跟踪控制研究 [J]. 航天控制, 2009, 27(4): 8 – 13.)
- [16] ZHU Renzhang. Motion and control of a tethered satellite system [J]. *Journal of Astronautics*, 1991, (4): 32 – 42.  
(朱仁璋. 绳系卫星系统的运动与控制 [J]. 宇航学报, 1991, (4): 32 – 42.)
- [17] GAN Yahui, DAI Xianzhong. Optimal trajectory-planning based on genetic algorithm for multi-robot system [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(9): 1245 – 1252.  
(甘亚辉, 戴先中. 基于遗传算法的多机器人系统最优轨迹规划 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(9): 1245 – 1252.)
- [18] LI Peng, MA Jianjun, ZHENG Zhiqiang. Sliding mode control approach based on nonlinear integrator [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(5): 619 – 624.  
(李鹏, 马建军, 郑志强. 采用幂次趋近律的滑模控制稳态误差界 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(5): 619 – 624.)
- [19] ZHAO Jun. *Orbital Dynamics of Spacecraft* [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2011.  
(赵钧. 航天器轨道动力学 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2011.)

## 作者简介:

王长青 (1973–), 男, 博士, 副教授, 主要从事飞行器控制与仿真、空间系绳系统动力学与控制的研究, E-mail: wangcq@nwpu.edu.cn;

韦汉林 (1987–), 男, 硕士研究生, 主要从事空间系绳系统动力学与控制的研究, E-mail: npuweihl@163.com;

李爱军 (1972–), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事飞行器控制与仿真、智能控制、空间系绳系统动力学与控制的研究, E-mail: liaijun@nwpu.edu.cn;

扎伯罗特诺夫·尤里 (1952–), 男, 俄罗斯宇航科学院院士, 萨拉国立航空航天大学教授, 西北工业大学高端外国专家, 主要研究领域为空间系绳系统动力学与控制, E-mail: yumz@yandex.ru.