

磁轴承变饱和和柔性变结构控制

袁 野¹, 孙玉坤^{2†}, 黄永红¹, 周云红², 鞠金涛¹

(1. 江苏大学 电气信息工程学院, 江苏 镇江 212013; 2. 南京工程学院 电力工程学院, 江苏 南京 211167)

摘要: 采用磁轴承取代传统机械轴承, 可消除飞轮储能装置机械摩擦, 提高转子临界转速. 针对磁轴承控制系统响应快、运行稳定的要求, 设计了一种变饱和和柔性变结构控制器. 根据磁轴承的基本结构与悬浮力模型, 建立了系统的状态方程; 通过有限元仿真, 分析了磁轴承耦合性, 确定了系统基本控制方案; 将柔性变结构和变饱和项结合, 当系统存在较大偏差时只通过线性控制器调节, 在中等偏差时通过线性控制器和变饱和项一起调节, 在小偏差时由线性控制器和变饱和项一起调节. 仿真与实验结果表明, 变饱和和柔性变结构控制满足实时控制的要求, 磁轴承控制系统具有较快的响应速度和较高的运行稳定性.

关键词: 磁轴承; 飞轮储能; 状态方程; 变饱和; 柔性变结构

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Variable saturation soft variable structure control of magnetic bearing

YUAN Ye¹, SUN Yu-kun^{2†}, HUANG Yong-hong¹, ZHOU Yun-hong², JU Jin-tao¹

(1. School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang Jiangsu 212013, China;

2. School of Electric Power Engineering, Nanjing Institute of Technology, Nanjing Jiangsu 211167, China)

Abstract: Using the magnetic bearing to replace the mechanical bearing can eliminate the mechanical friction and increase the critical speed of a flywheel energy storage system (FESS). In this paper, the variable saturation soft variable structure (VSSVS) is applied to realize fast response and stable operation of the FESS. According to the basic structure of the magnetic bearing, an equivalent magnetic circuit method is applied to develop the mathematical model of suspension force and the state-space equation. Based on finite element analysis, the coupling characteristics are analyzed and the basic control scheme of the system is established. For the large state vectors, a linear control is employed to regulate, for the moderate state vectors, the nonlinear component is blended into the control signal and for the small state vectors, the nonlinear component becomes linear component, and regulation is accomplished employing two linear controllers. The results show that the VSSVS controller meets the control requirements of the magnetic bearing system.

Key words: magnetic bearing; flywheel energy storage; state-space equation; variable saturation; soft variable structure

1 引言(Introduction)

飞轮储能^[1-3]技术被认为是近期最有竞争力和最具发展前景的新型能量储存技术, 受到国内外学者的一致重视. 经典的飞轮储能五自由度系统都采用3个磁轴承来支承, 包括2个径向磁轴承和1个轴向推力轴承. 本实验室在传统磁悬浮开关磁阻^[4-6]基础上, 结合磁轴承高转速、低损耗和寿命长的优点, 提出了一种新型的单绕组外转子磁悬浮开关磁阻电机作为启动/发电机的飞轮储能装置. 该装置为垂直放置, 实际运行的飞轮装置一般安置于真空容器中, 以减小飞轮转子风阻摩擦, 但带来的弊端是散热非常困难. 解决的办法之一就是除了两自由度磁悬浮电机以外, 控制剩下三自由度的磁轴承需具有较低悬浮功耗.

磁轴承^[7-8]按照磁力提供方式, 可以分为被动型磁轴承、主动型磁轴承、和永磁偏置磁轴承. 由于磁悬浮开关磁阻电机结合开关磁阻电机与磁轴承的优点, 可实现转子高速旋转与径向悬浮, 剩余三自由度的稳定控制可以采用永磁偏置磁轴承^[9-11]实现. 永磁偏置磁轴承是集机、电和磁于一体的高度非线性被控系统, 其机械结构简单, 易于实现数字控制, 可降低飞轮储能装置机械摩擦, 提高转子临界转速. 随着工业高速发展, 传统的比例积分微分调节 (proportion-integration-differentiation, PID) 控制不能很好的满足控制系统要求. 近年来虽然很多的现代控制方法被提出, 如模糊控制^[12-13]、神经网络控制^[14], 但是采用这些智能控制器结构复杂, 不易工程实现.

收稿日期: 2015-01-05; 录用日期: 2015-05-21.

†通信作者. E-mail: sykujs421@163.com; Tel.: +86 18752963276.

国家自然科学基金项目(51377074, 51377077), 江苏省优势学科建设工程基金项目资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (51377074, 51377077) and Advantages Discipline Construction Engineering Projects of Jiangsu University.

对于磁轴承的控制研究,目前文献主要集中于解耦控制和鲁棒控制^[15-16].文献[15]根据最小二乘支持向量机的辨识原理推导出系统的逆模型,将逆模型与原系统串联,从而将原非线性耦合系统解耦成伪线性系统,并设计了附加控制器,实现交流主动磁轴承的动态解耦.文献[16]根据飞轮的线性变参数模型,设计的鲁棒增益调度控制器,能够保证其全转速范围内的鲁棒稳定性和性能.

本文力求从全新的磁轴承控制视角,通过电磁特性分析,设计出一套响应速度快,运行稳定的控制系统.与滑模变结构的强鲁棒性不同,柔性变结构控制^[17-19]是变结构发展的一个分支,能够得到连续、平滑的控制信号,且具有高调节率和短整理时间的特点.针对磁轴承控制系响应快、运行稳定的要求,结合ANSOFT有限元分析设计了基于变饱和柔性变结构控制器(variable saturation soft variable structure, VSSVS)的磁轴承控制系统,实验表明磁轴承系统转子起浮速度以及运行稳定性得到较大的提高.

2 一种新型飞轮储能系统(A novel flywheel energy storage system)

目前,高速飞轮转子的支承方式主要有以下几种:机械支承、超导磁悬浮支承、电磁悬浮支承和永磁悬浮支承.磁悬浮轴承具有支持高转速、无机械磨损和无需润滑等突出优点,但是仅由永磁轴承组成的磁悬浮支承系统是不可能获得系统稳定平衡的,至少会在其中一个坐标方向是不稳定的,因此需在某一个方向上采用机械轴承或主动式磁悬浮支承.

永磁偏置磁轴承基本结构如图1所示,主要由转子叠片,径向控制线圈、径向磁极、轴向控制线圈、轴向磁极和环形径向充磁永磁体组成.控制线圈叠绕在磁极上,磁极与转子叠片之间存在一定气隙.

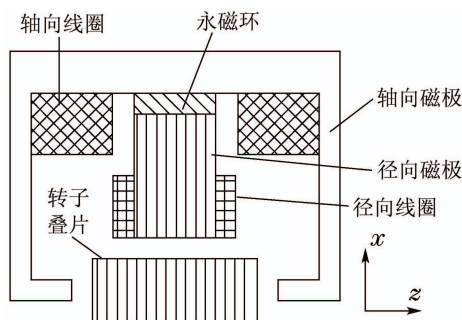


图1 永磁偏置磁轴承基本结构

Fig. 1 The structure of permanent magnet biased magnetic bearing

结合图2,以径向一自由度为例来介绍其工作原理.其中, ϕ_{xm} 为径向控制线圈在 x 方向上产生的磁通, ϕ_{zm} 是轴向控制线圈中产生的磁通, ϕ_m 是永磁体产生的偏置磁通.偏置磁通和控制磁通相互叠加或抵消可产生气隙磁通.

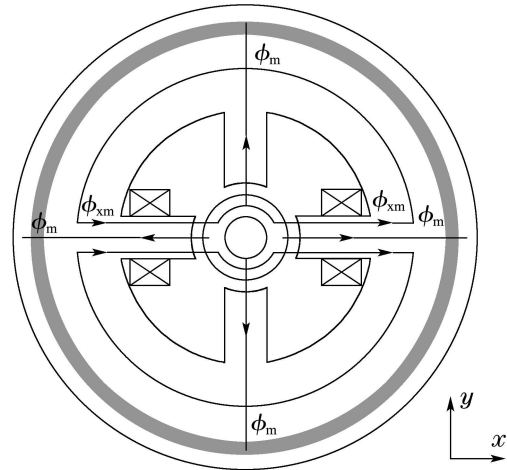


图2 径向悬浮力原理图

Fig. 2 Schematic diagram of radial force

由于永磁偏置轴承结构对称性, x 正方向的气隙和 x 负方气隙的 ϕ_m 大小相等,此时转子受到的径向悬浮力为零.假设此时转子受到一个沿着 x 负方向的外扰力,转子产生偏心并向 x 负方向运动,导致永磁体产生的磁通在左右气隙处发生变化,即正方向气隙增大,此处的 ϕ_m 减少;负方向气隙减少,此处的 ϕ_m 增加.此时可控制径向线圈产生电磁控制磁通 ϕ_{xm} ,与偏置磁通叠加,形成向 x 正方向的径向悬浮力.

以坐标轴的正方向为力的正方向,以产生正方向的力的电流方向为电流负方向,推导出混合磁轴承的悬浮力,方程为

$$\begin{cases} F_x = \frac{\phi_{x2}^2 - \phi_{x1}^2}{2\mu_0 S_{xy}}, \\ F_y = \frac{\phi_{y2}^2 - \phi_{y1}^2}{2\mu_0 S_{xy}}, \\ F_z = \frac{\phi_{z2}^2 - \phi_{z1}^2}{2\mu_0 S_z}, \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\phi_{x2} = \phi_{xm} + \phi_m$; $\phi_{x1} = \phi_m - \phi_{xm}$; S_z 是轴向磁极截面积; S_{xy} 是径向磁极截面积.

将式(1)线性化处理,对其在平衡点($x = y = z = 0, i = 0$)处进行泰勒级数展开,忽略高阶项,不考虑其它作用于转子上的力时,悬浮力模型可表示为

$$\begin{cases} F_x \approx K_x x - K_{ix} i_x F_x = m\ddot{x}, \\ F_y \approx K_y y - K_{iy} i_y F_y = m\ddot{y}, \\ F_z \approx K_z z - K_{iz} i_z F_z = m\ddot{z} - G, \end{cases} \quad (2)$$

式中: K_x, K_y, K_z 为磁轴承系统在平衡位置的位移刚度系数; K_{ix}, K_{iy}, K_{iz} 为电流刚度系数; m 为转子质量; G 为转子重量.

3 磁轴承耦合分析(Magnetic bearing coupling analysis)

对于永磁偏置径向-轴向磁轴承度,一般耦合性表

现为径向两自由度耦合以及径向-轴向耦合. 径向两自由度(水平-垂直两方向)的耦合性以数学方程的形式来讨论, 径向-轴向耦合状况则是通过Ansoft有限元仿真分析.

3.1 径向两自由度耦合数值分析(Numerical analysis of radial two degrees of freedom coupling)

由于气隙磁阻小于环形永磁体磁阻, 可以近似认为径向控制线圈和轴向控制线圈产生的控制磁通不经过环形永磁体并且忽略漏磁通, 得到电磁线圈在气隙中产生的控制磁场等效磁路, 如图3所示.

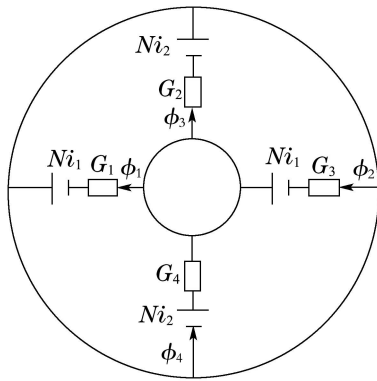


图 3 控制磁场等效磁路

Fig. 3 Equivalent magnetic circuit of control magnetic field

根据回路方程和节点方程, 可以得到

$$\begin{cases} \phi_1 = \frac{Ni_1(G_2 + 2G_3 + G_4) + Ni_2(-G_4 + G_2)}{1 + \frac{G_2}{G_1} + \frac{G_3}{G_1} + \frac{G_4}{G_1}}, \\ \phi_2 = \frac{Ni_1(G_1 - G_3) + Ni_2(2G_4 + G_1 + G_3)}{1 + \frac{G_1}{G_2} + \frac{G_3}{G_2} + \frac{G_4}{G_2}}, \\ \phi_3 = \frac{Ni_1(2G_1 + G_2 + G_4) + Ni_2(G_4 - G_2)}{1 + \frac{G_1}{G_3} + \frac{G_2}{G_3} + \frac{G_4}{G_3}}, \\ \phi_4 = \frac{Ni_1(G_3 - G_1) + Ni_2(2G_2 + G_1 + 2G_2)}{1 + \frac{G_1}{G_4} + \frac{G_2}{G_4} + \frac{G_3}{G_4}}. \end{cases} \quad (3)$$

由于永磁偏置磁轴承系统正常工作时, 转子单向最大偏心位移是气隙长度的 $\frac{1}{10}$, 则在极限情况下, 有如下关系式:

$$\begin{cases} G_1 = G_2 = 11G_{xy}/10, \\ G_3 = G_4 = 11G_{xy}/10, \end{cases} \quad (4)$$

其中 G_{xy} 是转子处于平衡位置(径向两个自由度无偏移量)时的径向气隙磁导. 将式(4)代入式(3), 可得径向耦合判定方程为

$$\begin{cases} \phi_1 = 0.96Ni_1G_{xy} - 0.046Ni_2G_{xy}, \\ \phi_2 = 0.96Ni_2G_{xy} - 0.046Ni_1G_{xy}, \\ \phi_3 = 1.1Ni_1G_{xy} + 0.06Ni_2G_{xy}, \\ \phi_4 = 0.06Ni_1G_{xy} + 1.1Ni_2G_{xy}. \end{cases} \quad (5)$$

从式(5)可以看出垂直方向控制线圈在水平方向气隙产生的磁通大概是水平方向控制线圈产生磁通的 $\frac{1}{20}$, 同样, 水平方向控制线圈在垂直方向气隙产生的磁通大概是垂直方向控制线圈产生磁通的 $\frac{1}{20}$, 因此可以忽略水平方向控制磁通与垂直方向控制磁通的相互耦合.

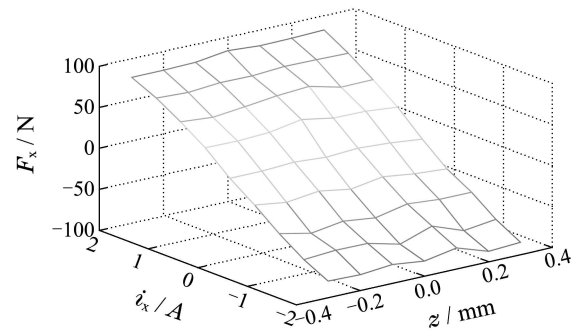
3.2 径向-轴向耦合分析(Radial-axial coupling analysis)

采用软件ANSOFT建立三维模型对表1所示样机参数进行径向-轴向耦合有限元仿真分析, 结果如图4所示.

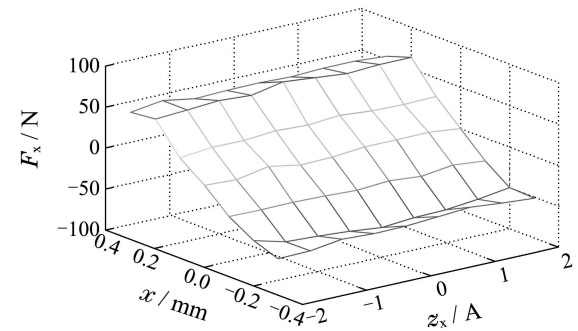
表 1 样机参数

Table 1 Specification of a prototype

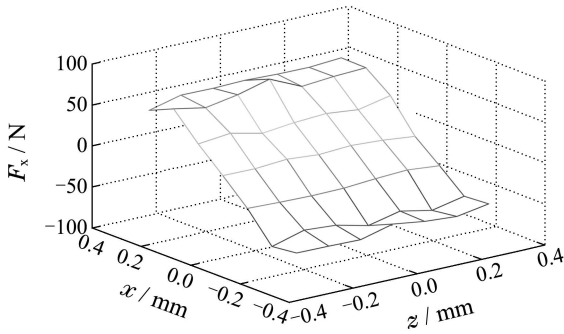
参数	数值	参数	数值
轴向承载力/N	200	轴向磁极面积/mm ²	350
径向承载力/N	100	轴向磁极面积/mm ²	175
额定电流/A	4	转子质量/kg	1
轴向线圈匝数	120	永磁环内径/mm	53
径向线圈匝数	120	充磁厚度/mm	3
气隙/mm	0.5	永磁环轴向长度	8



(a) F_x 与 i_x, z 的关系



(b) F_x 与 i_z, z 的关系



(c) F_x 与 z, x 的关系

图4 径向悬浮力与位移、电流之间的关系

Fig. 4 Relation between forces, currents and displacements

图4(a)所示径向控制电流 i_x 及径向悬浮力 F_x 与 z 方向位移偏差之间的关系. 仿真条件为磁轴承转子在 x, z 方向处于平衡位置和 z, y 方向控制电流为零. 从图中可以看出:

轴向位移 z 在区间 $[-0.2, 0.2]$ mm内时, 对径向悬浮力 F_x 大小几乎没有影响, 然而在边缘部分图表面发生弯曲(非线性)表明: 在磁轴承转子的起浮阶段, 径向两自由度电流刚度与在平衡位置略有差别.

图4(b)表示 x 方向位移、轴向控制电流 i_z 与径向悬浮力 F_x 之间的关系. 仿真条件为磁轴承转子在 z, y 方向处于平衡位置和 y, x 方向控制电流为零. 从中可以看出:

1) 径向位移 x 在区间 $[-0.2, 0.2]$ mm内变化时, z 方向控制电流的大小对 x 方向的径向悬浮力几乎没有影响.

2) x 在区间 $[-0.3, -0.2]$ mm以及 $[0.2, 0.3]$ mm内变化时, 图形产生了较为明显的非线性, 这是由于气隙较小时, 磁路趋近于磁饱和和导致. 比较图4(a)与图4(b), z 方向电流对径向悬浮力的影响要大于 z 方向位移对径向悬浮力的影响.

从图4(c)中可以看出:

1) 径向位移 x 在区间 $[-0.2 \text{ mm}, 0.2 \text{ mm}]$ 内变化时在范围内, 图形与 $x-y$ 平面有一定夹角, 表明径向悬浮力与径向位移成比例关系, 轴向位移对径向悬浮力几乎没有影响, 即径向悬浮力和轴向运动之间可以忽略耦合.

2) 径向位移 x 在区间 $[-0.3, -0.2]$ mm以及 $[0.2, 0.3]$ mm内变化时, 曲面的边缘发生弯曲(非线性), 径向位移量确定时, 不同的轴向位移对应不同的径向悬浮力大小, 说明在磁轴承转子起浮阶段, 轴向和径向之间存在耦合.

综上所述: 在转子平衡位置附近, 永磁偏置磁轴承的轴向和径向自由度之间、径向两自由度之间都不存在交叉耦合. 在转子起浮阶段 x 方向和 z 方向的耦合状况可以通过辅助轴承来解决, 无需额外的解耦控制器, 分散控制器即可实现磁轴承控制系统基本功能, 设计

如图5所示控制系统.

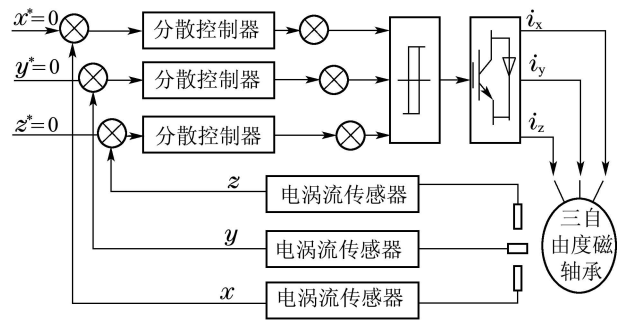


图5 磁轴承控制系统

Fig. 5 Control system of magnetic bearing

4 变饱和和柔性变结构控制器设计(Design of variable saturation soft variable structure)

4.1 VSSVS原理(Principle of VSSVS)

以 n 维线性系统为例, 其公式如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u, \\ |u| \leq u_0. \end{cases} \quad (6)$$

控制参数 u 可以表示为

$$u = f(\mathbf{x}, p), \quad (7)$$

式中 f 是一般算子, 由系统状态向量 \mathbf{x} 和选择参数 p 决定.

p 根据由连续函数 S 定义

$$p = S(\mathbf{x}). \quad (8)$$

柔性变结构控制出众的控制性能归功于控制参数 u 能够在约束范围 $|u| \leq u_0$ 内能够得到有效利用, 甚至对于很小的漂移 \mathbf{x} , u 仍能够保持接近 u_0 , 这对于线性控制器是不可能实现的.

控制器由 u_1 以及带饱和项的非线性 u_2 构成

$$u = u_1 + u_2, \quad (9)$$

$$u_1 = -\mathbf{k}_1^T \mathbf{x}, \quad (10)$$

$$\begin{cases} u_2 = -\text{sat}(u_s(\mathbf{x}), \tilde{u}), \\ \tilde{u} = \mathbf{k}_2^T \mathbf{x}. \end{cases} \quad (11)$$

式(5)中变饱和项可以表示为

$$\text{sat}(u_s(\mathbf{x}), \tilde{u}) = \begin{cases} u_s, & (\mathbf{x})\tilde{u} \geq u_s(\mathbf{x}), \\ \tilde{u}, & |\tilde{u}| < u_s(\mathbf{x}), \\ -u_s(\mathbf{x}), & \tilde{u} \leq -u_s(\mathbf{x}). \end{cases} \quad (12)$$

则变饱和和柔性变结构控制器结构如图6所示, 其原理如下描述:

1) 通过选择变饱和限 $u_s(\mathbf{x})$, 使得 $u_s(\mathbf{x}) = 0$ 对应大状态变量 \mathbf{x} , 此时系统稳定性可以通过控制器线性部分 $-\mathbf{k}_1^T \mathbf{x}$ 调节.

2) 在中等变量 \boldsymbol{x} , 控制信号 $u_1 = -\boldsymbol{k}_1^T \boldsymbol{x}$ 不能够在约束范围 $[-u_0, u]$ 内得到有效利用, 因此系统的调节效率不高. 此时可以将变饱和和限调节为 $u_s(\boldsymbol{x}) > 0$, 这样系统的调节将比单独使用 u_1 快, 而且非线性成分 u_1 随着状态变量 \boldsymbol{x} 的偏差的减少而增加

3) 对于状态变量 \boldsymbol{x} 非常小的偏差, 控制将再一次变为线性控制, 此时 $|\tilde{u}| < u_s(\boldsymbol{x})$, 系统通过 $-(\boldsymbol{k}_1^T + \boldsymbol{k}_2^T) \boldsymbol{x}$ 调节.

为进一步得到特征明显的变饱和和柔性变结构控制系统, 改写式(9)得到

$$u = -\boldsymbol{k}_1^T \boldsymbol{x} - p \boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}, \quad (13)$$

其中:

$$p = \frac{u_s(\boldsymbol{x})}{\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}} \text{sat}\left(1, \frac{u_s(\boldsymbol{x})}{\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}}\right), \quad (14)$$

$$\text{sat}\left(1, \frac{u_s(\boldsymbol{x})}{\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}}\right) = \begin{cases} 1, & \frac{\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}}{u_s(\boldsymbol{x})} \geq 1, \\ \frac{\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}}{u_s(\boldsymbol{x})}, & \left| \frac{\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}}{u_s(\boldsymbol{x})} \right| < 1, \\ -1, & \frac{\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}}{u_s(\boldsymbol{x})} \leq -1. \end{cases} \quad (15)$$

式中参数 p 是选择变量, 其变化范围限制在 $[0, 1]$, 当 $p = 1$ 时, $\left| \frac{\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}}{u_s(\boldsymbol{x})} \right| < 1$, 否则, $\left| \frac{\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}}{u_s(\boldsymbol{x})} \right| \geq 1$.

重组的柔性变结构控制如图6所示.

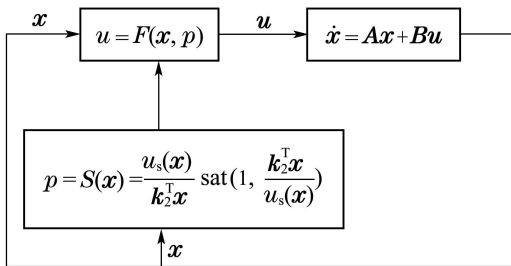


图 6 变饱和和柔性变结构控制

Fig. 6 Structure of variable saturation soft variable structure controller

将式(12)代入到式(6)中, 得

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} \boldsymbol{k}_1^T - p \boldsymbol{B} \boldsymbol{k}_2^T) \boldsymbol{x}, \\ |u| \leq u_0. \end{cases} \quad (16)$$

变饱和和柔性变结构满足两个条件:

A1) $|u| \leq u_0$;

A2) 假设条件A1)得到满足, 控制系统(10), 在平衡状态 $\boldsymbol{x} = 0$ 的稳定性必须得到保证. 而且所有从区域 $G = \{\boldsymbol{x} | \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{R} \boldsymbol{x} \leq v_G\}$ 出发的轨迹渐进稳定的, 而不需要一致稳定, 其中 \boldsymbol{R} 是正定矩阵.

如果 $v(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{R} \boldsymbol{x}$ 在区域 G 是 Lyapunov 函数, 则

控制环的平衡状态 $\boldsymbol{x} = 0$ 渐进稳定. 即如果有合适的正定矩阵 \boldsymbol{R} 在 G 内使得 $\dot{v}(\boldsymbol{x}) < 0$, 那么 G 是控制系统的 Lyapunov 域, 满足条件 $\dot{v}(\boldsymbol{x}) < 0$ 的 Lyapunov 方程为

$$\hat{\boldsymbol{A}}^T(p) \boldsymbol{R} + \boldsymbol{R} (\hat{\boldsymbol{A}}^T(p))^T = -\boldsymbol{Q}(p), \quad (17)$$

其中 $\hat{\boldsymbol{A}}(p) = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} \boldsymbol{k}_1^T - p \boldsymbol{B} \boldsymbol{k}_2^T$.

由于矩阵 $\hat{\boldsymbol{A}}(p)$ 线性依赖于选择变量 p , 因此只需保证 $\boldsymbol{Q}(p_{\min})$ 和 $\boldsymbol{Q}(1)$ 是正定矩阵, 就可以保证 $\boldsymbol{Q}(p)$ 对应所有 $p \in [p_{\min}, 1]$ 都是正定的. 当 $p_{\min} = 0$ 时, 稳定范围最大.

4.2 VSSVS 稳定性及选择策略 (Stability and selection strategy of VSSVS)

首先考虑式(14)中饱和情况, 即 $\left| \frac{\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}}{u_s(\boldsymbol{x})} \right| \geq 1$, 此时有

$$\begin{cases} \text{sat}\left(1, \frac{u_s(\boldsymbol{x})}{\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}}\right) = 1, \\ p = \frac{u_s(\boldsymbol{x})}{|\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}|}. \end{cases} \quad (18)$$

由于 $p \in [p_{\min}, 1]$, 可以得到

$$u_s(\boldsymbol{x}) \geq p_{\min} |\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}|. \quad (19)$$

式(19)提供了选择 $u_s(\boldsymbol{x})$ 的初始准则. 为了进一步确定 $u_s(\boldsymbol{x})$ 值, 需要估计出 $|\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}|$ 最大值, 在 $\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{R} \boldsymbol{x} = v_G$ 条件下, 得到

$$\max |\boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{x}| = \sqrt{v_G \boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{k}_2}, \quad (20)$$

则对于 $\boldsymbol{x} \in G$,

$$u_s(\boldsymbol{x}) \geq p_{\min} \sqrt{v_G \boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{k}_2}, \quad (21)$$

式(21)是稳定条件之一.

再次, $u_s(\boldsymbol{x})$ 需满足条A1), 即

$$|u| = |u_1 + u_2| \leq u_0. \quad (22)$$

若

$$|u_1| + |u_2| \leq u_0, \quad (23)$$

则公式(22)将得到满足.

在 $\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{R} \boldsymbol{x} = v_G$ 条件下, 有

$$\max |\boldsymbol{k}_1^T \boldsymbol{x}| = \sqrt{v_G \boldsymbol{k}_1^T \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{k}_1}. \quad (24)$$

因此, 若有

$$\sqrt{v(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{k}_1^T \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{k}_1} + u_s(\boldsymbol{x}) \leq u_0, \quad (25)$$

则公式(22)将得到满足.

如果选择下面给出的 $u_s(\boldsymbol{x})$:

$$u_s(\boldsymbol{x}) = u_0 - \sqrt{v(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{k}_1^T \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{k}_1}, \quad (26)$$

则式(19)将得到满足.

结合式(26)和式(21), 得到稳定条件

$$u_0 \geq p_{\min} \sqrt{v_G \boldsymbol{k}_2^T \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{k}_2} + \sqrt{v(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{k}_1^T \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{k}_1}. \quad (27)$$

4.3 磁轴承控制系统参数设计(Parameter design of magnetic bearing control system)

变饱和和柔性变结构控制可表示如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = (A - Bk_1^T - pBk_2^T)x, \\ p = \frac{u_s(x)}{k_2^T x} \text{sat}\left(1, \frac{u_s(x)}{k_2^T x}\right), \\ u_s(x) = u_0 - \sqrt{v(x)k_1^T R^{-1}k_1}, \\ v_G = x^T R x. \end{cases} \quad (28)$$

设计步骤如下:

Step 1 选取线性控制器 k_1 , 使 $A - Bk_1^T$ 是一个稳定的系统.

Step 2 假定最好的情况, $p_{\min} = 0$, 解Lyapunov等式

$$\hat{A}^T(0)R + R(\hat{A}(0))^T = -Q(0), \quad (29)$$

式中, $Q(0)$ 是任意选择的正定矩阵, 这样可以得到正定矩阵 R .

Step 3 确定式(27)中 v_G 的最大值, 由于 $p_{\min} = 0$, 式(27)可以进一步简化为

$$u_0 \geq \sqrt{v(x)k_1^T R^{-1}k_1}, \quad (30)$$

如果这么条件得不到满足, 重新设计出更小控制向量 k_1 .

Step 4 在 $\hat{A}(1) = A - B(k_1^T + k_2^T)$, 找出控制向量 k_1 , 这样Lyapunov等式

$$\hat{A}(1)R + R\hat{A}(1) = -Q(1), \quad (31)$$

如果不存在满足式(24)–(26)的解, 改变 p_{\min} 值, 重新开始设计步骤.

图7(a)给出了ANSOFT有限元分析得到的磁轴承悬浮力与控制电流关系曲线. 曲线的斜率即为电流刚度系数. 从图9(a)中可以看出, 悬浮力与当磁轴承工作在非饱和区域(电流变化范围 $[-2 \text{ A}, 2 \text{ A}]$), x 方向电流刚度系数 k_{ix} 与 y 方向电流刚度 k_{iy} 系数近似相等, 约为 42 N/A ; z 方向的电流刚度系数 k_{iz} 约为常数 60 N/A ; 图7(b)给出了ANSOFT有限元分析得到的磁轴承悬浮力与转子位移关系曲线, 曲线的斜率即为位移刚度系数, x 方向位移刚度系数 k_x 与 y 方向的位移刚度系数 k_y 近似相等, 约为常数 250 N/mm ; z 方向的位移刚度系数 k_z 约为常数 420 N/mm .

以径向为例, 设计 x 方向变饱和和柔性变结构控制系统. 对于式(30)所示系统, 取状态变量

$$\begin{cases} x_1 = -x, \\ x_2 = \dot{x}_1 = -\dot{x}, \\ \dot{x}_2 = -\ddot{x}, \end{cases} \quad (32)$$

其中 x 为磁轴承在 x 方向的径向位移. 结合式(2)中的转子动力方程, 则系统状态方程

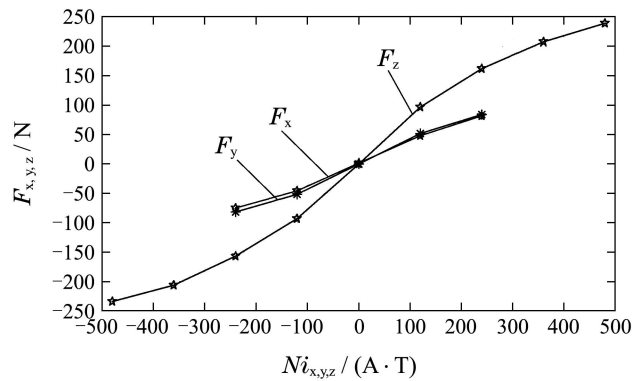
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} -x \\ -\dot{x} \end{bmatrix} + Bu, \quad (33)$$

其中:

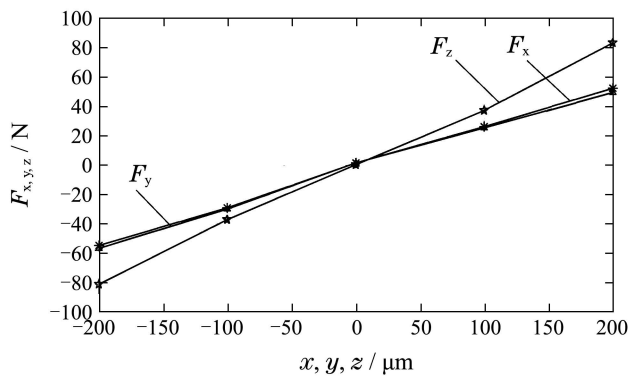
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{k_x}{m} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_{ix}}{m} \end{bmatrix}, \quad u = i_x.$$

可以取

$$\begin{cases} k_1 = [16 \quad 0.5]^T, \\ R = \begin{bmatrix} 10.0963 & 0.0012 \\ 0.0012 & 0.0239 \end{bmatrix}, \\ k_2 = [5 \quad 15]^T. \end{cases} \quad (34)$$



(a) 悬浮力与控制电流关系曲线



(b) 悬浮力与转子位移关系曲线

图7 悬浮力与控制电流和位移关系

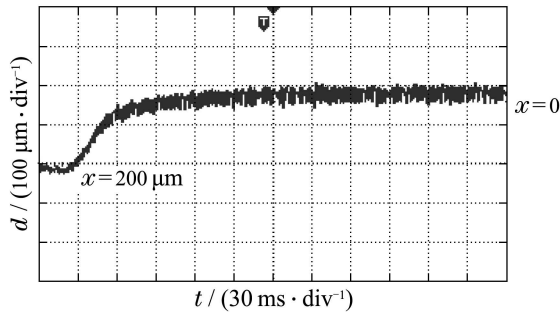
Fig. 7 Relationships between levitation force, the control current and displacement

5 实验验证(Experimental verification)

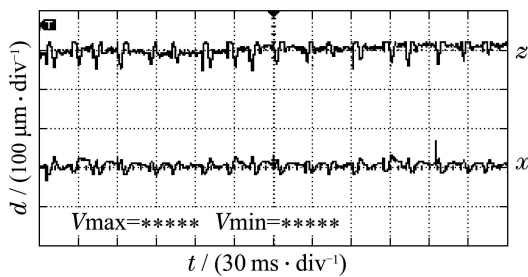
为了验证本控制方法的实用性, 本文研制了一套参数如表1所示的永磁偏置磁轴承实验系统, 采用TI公司的TMS320F2812设计数字控制系统, 利用示波器跟踪悬浮气隙, 通过调整控制系数实现稳定悬浮并得到相应的波形.

图8所示为对径向两自由度和轴向自由度进行分散PID控制, 永磁偏置磁轴承转子起浮与稳定悬浮实验波形.

图9所示为采用本文提出的变饱和和柔性变结构控制器, 永磁偏置磁轴承转子起浮与稳定悬浮实验波形.



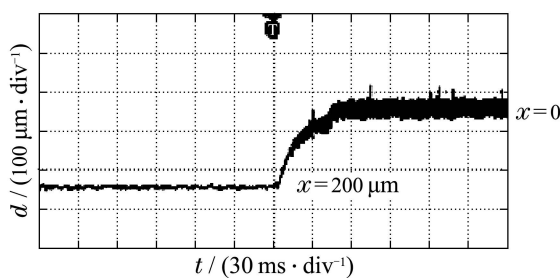
(a) 起浮实验波



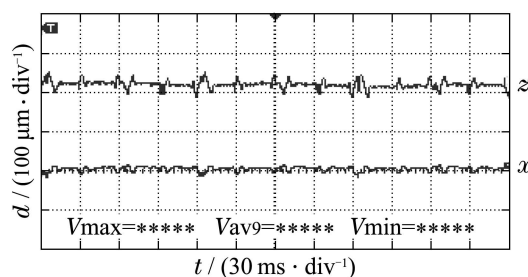
(b) 转速5000 r/min实验波形

图 8 磁轴承PID控制实验波形

Fig. 8 Experimental waveforms of magnetic bearing with PID controller



(a) 起浮实验波



(b) 转速5000 r/min实验波形

图 9 磁轴承变饱和和柔性变结构控制实验波形

Fig. 9 Experimental waveforms of magnetic bearing with VSSVS controller

图8(a)给出了常规PID控制下, 转子静态起浮时 x 方向的位移曲线, 转子起浮前静止在(0.2 mm, 0.25 mm)位置处(辅助轴承), 在控制电流作用下, 100 ms后回到平衡位置处, 并实现稳定悬浮. 图9(a)给出了磁轴承控制系统采用变饱和和柔性变结构控制, 转子起浮时 x 方向的位移曲线, 在控制电流作用下, 50 ms后回到平衡位置处, 并实现稳定悬浮. 表明采用变饱和和柔性变结构控制的磁轴承系统具有较快的转子起浮速度.

图8(b)给出了常规PID控制下, 通过原动机恒转速5000 r/min带动转轴时, x, z 方向转子稳定悬浮的位移曲线. 可以看出, 在稳态悬浮时转轴在 z 方向单边位移波动约为气隙长度的百分之8, 约40 μm , x 方向单边位移约为气隙长度的百分之6, 约30 μm . 图9(b)给出了磁轴承控制系统采用变饱和和柔性变结构控制, 恒转速5000 r/min下, x, z 方向转子稳定悬浮的位移曲线, 可以看出, 稳态悬浮时转轴在 z 方向单边位移波动约为气隙长度的6%, 约30 μm ; x 方向单边位移约为气隙长度的2%, 约10 μm . 表明采用变饱和和柔性变结构控制的磁轴承系统稳定运行时, 转子抖动更小, 系统更加稳定.

实验结果表明, 本文给出的永磁偏置磁轴承变饱和和柔性变结构理论正确, 设计出的磁轴承控制系统具有良好的性能.

6 结论(Conclusions)

以飞轮储能为研究背景, 给出了一套永磁偏置磁轴承控制方案, 得到如下结论:

1) 永磁偏置磁轴承转子位于平衡位置附近时, 轴向和径向自由度之间、径向两自由度之间都不存在交叉耦合, 在转子起浮阶段 x 方向和 z 方向的耦合状况可以通过辅助轴承来解决, 整个磁轴承系统工作在线性区域.

2) 针对磁轴承控制系统响应快、运行稳定的要求, 设计了一种变饱和和柔性变结构控制器, 理论分析及实验结果表明, 该控制器实现了磁轴承转子起浮快, 运行稳定的要求, 满足磁轴承系统实时控制的要求. 同时, 此方法也适用于其他主动磁轴承控制系统, 在五自由度高速飞轮储能系统中具有广泛的应用前景.

参考文献(References):

[1] SUVIRE G, MERCADO P. Combined control of a distribution static synchronous compensator/ flywheel energy storage system for wind energy applications [J]. *IET Generation Transmission Distribution*, 2012, 6(6): 483 - 492.

[2] NGUYEN T, FOO G. Sensorless control of a dual-airgap axial flux permanent magnet machine for flywheel energy storage system [J]. *IET Electric Power Applications*, 2013, 7(2): 140 - 149.

[3] 张维煜, 朱焜秋. 飞轮储能关键技术及其发展现状 [J]. *电工技术学报*, 2011, 26(7): 141 - 146.
(ZHANG Weiyu, ZHU Huangqiu. Key technologies and develop-

- ment status of flywheel energy storage system [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2011, 26(7): 141 – 146.)
- [4] 孙玉坤, 吴建兵, 项倩雯. 基于有限元法的磁悬浮开关磁阻电机数学模型 [J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(12): 33 – 40.
(SUN Yukun, WU Jianbing, XIANG Qianwen. The mathematic model of bearingless switched reluctance motor based on the finite-element analysis [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2007, 27(12): 33 – 40.)
- [5] TAKEMOTO M, CHIBA A, AKAGI H, et al. Radial force and torque of a bearingless switched reluctance motor operating in a region of magnetic saturation [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2004, 40(1): 103 – 112.
- [6] 曹鑫, 邓智泉, 杨钢. 无轴承开关磁阻电机麦克斯韦应力法数学模型 [J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(3): 78 – 83.
(CAO Xin, DENG Zhiqian, YANG Gang. Mathematical model of bearingless switched reluctance motors based on maxwell stress tensor method [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2009, 29(3): 78 – 83.)
- [7] 赵旭升, 邓智泉, 王晓琳, 等. 永磁偏置磁轴承的研究现状及其发展 [J]. 电工技术学报, 2009, 24(9): 9 – 20.
(ZHAO Xusheng, DENG Zhiqian, WANG Xiaolin, et al. Research status and development of permanent magnet biased magnetic bearings [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2009, 24(9): 9 – 20.)
- [8] FANG J C, WANG X, WEI T, et al. Homopolar 2-pole radial permanent-magnet biased magnetic bearing with low rotating loss [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2012, 48(8): 2293 – 2303.
- [9] 朱焜秋, 邓智泉, 袁寿其, 等. 永磁偏置径向—轴向磁悬浮轴承工作原理和参数设计 [J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(9): 54 – 58.
(ZHU Huangqiu, DENG Zhiqian, YUAN Shouqi, et al. The working principle and parameter design for permanent magnet biased radial-axial direction magnetic bearing [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2002, 22(9): 54 – 58.)
- [10] 孙玉坤, 朱焜秋, 蔡兰. 三自由度混合磁悬浮轴承耦合特性 [J]. 江苏大学学报, 2006, 27(4): 342 – 346.
(SUN Yukun, ZHU Huangqiu, CAI Lan. Coupling characteristics of hybrid magnetic bearings with three-degree of freedoms [J]. *Journal of Jiangsu University*, 2006, 27(4): 342 – 346.)
- [11] HOU E Y, LIU K. Investigation of axial carrying capacity of radial hybrid magnetic bearing [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2012, 48(1): 38 – 46.
- [12] 胡汗平, 吴晓刚, 李德华, 等. 基于遗传算法的模糊控制系统 [J]. 电子学报, 2000, 28(7): 123 – 126.
(HU Hanping, WU Xiaogang, LI Dehua, et al. Fuzzy control system based on genetic algorithm [J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2000, 28(7): 123 – 126.)
- [13] 纪志成, 沈艳霞, 姜建国. 一种新型的无刷直流电机调速系统的模糊PI智能控制 [J]. 电机与控制学报, 2003, 15(12): 1745 – 1748.
(JI Zhicheng, SHENG Yanxia, JIANG Jianguo. A novel fuzzy PI intelligent control method of BLDCM speed servo system [J]. *Electric Machines and Control*, 2003, 15(12): 1745 – 1748.)
- [14] 罗予晋, 邢藏菊, 王守觉. 人工神经网络控制的实时仿真系统 [J]. 电子学报, 2001, 29(8): 1061 – 1064.
(LUO Yujing, XING Cangju, WANG Shoujue. The real time emulation system of artificial neural networks control [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2001, 29(8): 1061 – 1064.)
- [15] 朱焜秋, 李媛媛. 二自由度交流主动磁轴承最小二乘支持向量机解耦控制 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(11): 1479 – 1485.
(ZHU Huangqiu, LI Yuanyuan. Decoupling control of 2 degrees-of-freedom alternating current active magnetic bearing using least squares support vector machines [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(11): 1479 – 1485.)
- [16] 陈峻峰, 刘昆, 肖凯. 磁悬浮储能飞轮线性变参数鲁棒增益调度控制 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(11): 1641 – 1644.
(CHEN Junfeng, LIU Kun, XIAO Kai. Linear parameter-varying gain-scheduled robust control for active magnetic bearings of fly-wheel energy storage system [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(11): 1641 – 1644.)
- [17] ADAMY J, FLEMING A. Soft structure controls: a survey [J]. *Automatica*, 2004, 40(11): 1821 – 1824.
- [18] 张鹏, 李颖辉, 赵鹏. 变饱和和柔性变结构控制系统设计 [J]. 系统仿真学报, 2008, 20(4): 3790 – 3795.
(ZHANG Peng, LI Yinghui, ZHAO He. Soft variable structure control with variable saturation [J]. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(4): 3790 – 3795.)
- [19] 李凤祥, 袁野, 姜阳华. 多相无刷直流电机变饱和和柔性变结构控制器设计 [J]. 控制工程, 2014, 21(1): 94 – 98.
(LI Fengxiang, YUAN Ye, JIANG Yanghua. Design of variable saturation soft variable structure controller for multiphase brushless DC motors [J]. *Control Engineering of China*, 2014, 21(1): 94 – 98.)

作者简介:

袁野 (1991–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为先进飞轮储能装置与控制系统优化, E-mail: 763874393@qq.com;

孙玉坤 (1958–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为特种电力传动的智能控制、功率变换技术与电能质量控制和微生物环境的智能检测与控制等, E-mail: sykujs421@163.com;

黄永红 (1970–), 女, 博士, 教授, 研究方向为电能质量分析与控制、电力系统保护与控制, E-mail: hyh@ujs.edu.cn;

周云红 (1982–), 女, 博士, 讲师, 主要从事特种电力传动及控制研究, E-mail: zhouyunhong1217@sina.com;

鞠金涛 (1989–)男, 博士研究生, 目前研究方向为磁悬浮轴承及其非线性控制, E-mail: jujintao1989@163.com.