

带不确定量测和未知虚警概率的粒子滤波器

黄玉龙, 张勇刚[†], 李 宁, 赵 琳

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 为了解决带不确定量测和未知虚警概率的非线性非高斯系统状态估计问题, 本文提出了一种新的粒子滤波方法, 利用随机不确定量测模型来更新粒子和权值, 并基于极大似然准则来辨识未知的虚警概率. 本文所提出的带不确定量测和已知虚警概率的粒子滤波方法与现有标准的粒子滤波方法具有几乎一致的计算复杂度, 但是更适合用于处理带不确定量测的非线性非高斯系统状态估计问题. 此外, 在状态转移密度函数被选择为建议密度函数时, 本文证明了基于所提出的虚警概率辨识方法的极大似然估计唯一, 从而为精确辨识虚警概率提供了理论保证. 单变量非平稳增长模型和纯方位跟踪的数值仿真验证了所提出粒子滤波方法的有效性和与现有方法相比的优越性.

关键词: 不确定量测; 虚警概率; 粒子滤波器; 非线性滤波; 极大似然估计

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Particle filter with uncertain measurement and unknown false alarm probability

HUANG Yu-long, ZHANG Yong-gang[†], LI Ning, ZHAO Lin

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: A new particle filtering method is proposed to solve the state estimation problem for nonlinear and non-Gaussian systems with uncertain measurement and unknown false alarm probability. Particles and their weights are updated in Bayesian estimation framework by utilizing randomly uncertain measurement model, and unknown false alarm probability is identified by maximum likelihood rule. The proposed particle filtering method with uncertain measurement and known false alarm probability has almost the same computation complexity as existing standard particle filtering methods, but it is more suitable for addressing the state estimation problem of nonlinear and non-Gaussian systems with uncertain measurement. Besides, the maximum likelihood estimation based on the proposed identification method of false alarm probability is unique when state transition density function is chosen as proposal density function, which provides accurate theoretical support for identifying false alarm probability. The effectiveness and superiority of the proposed particle filtering method as compared with existing methods are illustrated in numerical examples concerning univariate non-stationary growth model and bearing only tracking.

Key words: uncertain measurements; false alarm probability; particle filter; nonlinear filtering; maximum likelihood estimation

1 引言(Introduction)

非线性滤波已经被广泛地应用在自动控制、信号处理、目标跟踪、故障检测、机器人同时定位与地图构建中^[1-4]. 通常可以利用贝叶斯估计理论来处理非线性滤波问题, 通过计算状态的后验概率密度函数(probability density function, PDF), 贝叶斯估计理论为动态状态估计问题提供了一个最优解^[5-6]. 但是贝叶斯估计中包含的多维积分一般无法解析求解, 为了获得次优的非线性滤波器, 必须使用近似的方法. 基

于不同的数值近似方法, 目前已经提出了许多次优的非线性滤波器, 包括基于三阶球径容积准则的容积卡尔曼滤波器^[7]; 基于五阶球径容积准则的高阶容积卡尔曼滤波器^[8]; 基于稀疏网格理论的稀疏网格求积滤波器^[9]; 基于随机积分准则的随机积分滤波器^[10]; 基于嵌入式容积准则的嵌入式容积卡尔曼滤波器^[11-13]; 基于球面单径准则的球面单径容积卡尔曼滤波器^[14]; 基于高阶无迹变换的高阶无迹卡尔曼滤波器^[15]; 基于变换的无迹准则的变换无迹卡尔曼滤波器^[16]; 基于随

收稿日期: 2015-01-20; 录用日期: 2015-05-15.

[†]通信作者. E-mail: zhangyg@hrbeu.edu.cn; Tel.: +86 451-82588407.

国家自然科学基金项目(61201409, 61371173), 中国博士后科学基金项目(2013M530147, 2014T70309), 黑龙江省博士后基金项目(LBH-Z13052, LBH-TZ0505), 哈尔滨工程大学中央高校基本科研业务费专项基金项目(HEUCFQ20150407)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61201409, 61371173), China Postdoctoral Science Foundation (2013M530147, 2014T70309), Heilongjiang Postdoctoral Fund (LBH-Z13052, LBH-TZ0505), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities of Harbin Engineering University (HEUCFQ20150407).

机采样方法的粒子滤波器^[17-19].

以上这些次优的非线性滤波器都假设量测输出中一直包含真实的状态信息.但是,在许多工程应用中可能会出现不确定的量测,比如目标跟踪应用中,当跟踪的目标丢失时,可能会以一定的概率(虚警概率)随机出现量测输出中只包含噪声而不包含待估计状态信息的情况;这种失败可能是由多种原因导致的,比如跟踪目标的高机动性,观测设备的间歇失败和一段时间里数据不可获取^[20-22].为了解决带间歇量测的状态估计问题,Sinopoli等提出了一种最优的带间歇量测的卡尔曼滤波器^[21].为了解决带不确定量测的线性状态估计问题,Wang等提出了一种方差约束滤波器^[23].为了解决带随机非线性和不确定量测的状态估计问题,Hu等提出了扩展卡尔曼滤波方法^[24],以及Dong等提出了方差约束H_∞滤波方法^[25].但是这些滤波方法不适合用于处理带任意确定非线性函数和不确定量测的非线性状态估计问题.为了解决这个问题,Hermoso-Carazo等提出了一种适用于带不确定量测和已知虚警概率的非线性随机系统的改进无迹卡尔曼滤波器^[26].为了解决带相关不确定量测和已知虚警概率的非线性系统状态估计问题,Hermoso-Carazo等基于无迹变换提出了一种近似的最小二乘滤波器^[27].此外,为了解决带不确定量测的温室气候控制系统的状态估计问题,Luan等提出了一种改进的无迹卡尔曼滤波器^[28].为了解决带不确定量测的地面辐射时间序列预测问题,Wu等利用神经网络提出了一种改进的无迹卡尔曼滤波器^[29].

文献[26]中提出的改进无迹卡尔曼滤波器需要假设量测的一步预测概率密度具有高斯分布,并且虚警概率是精确已知的.但是由于量测的随机不确定性和非线性传播,这种高斯假设存在近似误差,而且在非高斯噪声情况下假设不成立,从而导致性能的恶化.此外,在复杂的工程应用环境中,真实的虚警概率可能是未知的.文献[27-29]中的非线性滤波器都是文献[26]中的无迹卡尔曼滤波器在具体工程实践中的应用或者进一步改进,因此它们也遭受上述这些问题.为了解决这些问题,本文提出了一种新的带不确定量测和未知虚警概率的粒子滤波方法.在贝叶斯估计框架下,本文所提出的粒子滤波方法利用随机不确定量测模型来更新粒子和权值,并基于极大似然准则来辨识未知虚警概率.本文所提出的带不确定量测和已知虚警概率的粒子滤波方法与现有标准的粒子滤波方法具有几乎一致的计算复杂度,但是更适合用于处理带不确定量测的非线性非高斯系统状态估计问题.此外,在状态转移密度函数被选择为建议密度函数时,本文从理论上证明了基于所提出的虚警概率辨识方法的极大似然估计唯一,从而为精确辨识虚警概率提供了理论保证.单变量非平稳增长模型和纯方位跟踪

的数值仿真验证了所提出粒子滤波方法的有效性和与现有方法相比的优越性.

2 带不确定量测的粒子滤波器(Particle filter with uncertain measurement)

考虑如下以状态空间模型形式给出的带不确定量测和未知虚警概率的离散时间非线性系统^[26-27]:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{n}_{k-1}, \\ \mathbf{z}_k = \gamma_k \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k. \end{cases} \quad (1)$$

其中: k 表示离散时间序列, $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ 是状态向量, $\mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^m$ 是量测向量, $\mathbf{n}_k \in \mathbb{R}^n$ 和 $\mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^m$ 是独立的白噪声过程, \mathbf{n}_k 和 \mathbf{v}_k 具有任意的概率分布. γ_k 是以已知概率取0或1的Bernoulli随机变量,其中 $p(\gamma_k = 0) = \theta$ 被称为虚警概率,它表示 k 时刻的量测中不包含状态信息的概率^[22,26-27].本文假设 $\mathbf{x}_0, \{\mathbf{n}_k, k \geq 0\}, \{\mathbf{v}_k, k \geq 1\}, \{\gamma_k, k \geq 1\}$ 是相互独立的.此外,在工程实际应用中,由于环境复杂虚警概率 θ 可能是未知的.为了解决带不确定量测和未知虚警概率的非线性非高斯系统的状态估计问题,本文将首先推导一种带不确定量测和已知虚警概率的粒子滤波器,然后基于极大似然准则提出一种未知虚警概率的辨识方法.

接下来,本文首先简要介绍重要性采样方法^[30].通过选择建议密度函数 $q(\mathbf{X}_k|\mathbf{Z}_k)$,任意函数 $g(\mathbf{X}_k)$ 的最优估计可以表示为

$$\begin{aligned} \hat{g}(\mathbf{X}_k) &= E[g(\mathbf{X}_k)|\mathbf{Z}_k] = \\ &= \int g(\mathbf{X}_k)p(\mathbf{X}_k|\mathbf{Z}_k)d\mathbf{X}_k = \\ &= \int g(\mathbf{X}_k) \frac{p(\mathbf{X}_k|\mathbf{Z}_k)}{q(\mathbf{X}_k|\mathbf{Z}_k)} q(\mathbf{X}_k|\mathbf{Z}_k) d\mathbf{X}_k. \end{aligned} \quad (2)$$

其中: \mathbf{X}_k 表示由0到 k 时刻所有状态组成的集合,即 $\mathbf{X}_k = \{\mathbf{x}_j\}_{j=0}^k$, \mathbf{x}_j 表示第 j 时刻的状态; \mathbf{Z}_k 表示由1到 k 时刻所有不确定量测组成的集合,即 $\mathbf{Z}_k = \{\mathbf{z}_i\}_{i=1}^k$, \mathbf{z}_i 表示第 i 时刻的量测.根据贝叶斯准则,可以得到

$$\begin{aligned} p(\mathbf{X}_k|\mathbf{Z}_k) &= \frac{p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Z}_k)}{p(\mathbf{Z}_k)} = \\ &= \frac{p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Z}_k)}{\int p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Z}_k) d\mathbf{X}_k} = \\ &= \frac{p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Z}_k)}{\int \frac{p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Z}_k)}{q(\mathbf{X}_k|\mathbf{Z}_k)} q(\mathbf{X}_k|\mathbf{Z}_k) d\mathbf{X}_k}, \end{aligned} \quad (3)$$

把方程(3)代入到方程(2)中,可以获得

$$\begin{aligned} \hat{g}(\mathbf{X}_k) &= \\ &= \int g(\mathbf{X}_k) \frac{p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Z}_k)}{q(\mathbf{X}_k|\mathbf{Z}_k)} q(\mathbf{X}_k|\mathbf{Z}_k) d\mathbf{X}_k. \end{aligned} \quad (4)$$

定义 $w_k = \frac{p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Z}_k)}{q(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_k)}$ 为重要性权值, 并从建议密度函数 $q(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_k)$ 中抽取独立同分布样本 $\{\mathbf{X}_k^i\}_{i=1}^N$, 可以得到

$$\hat{g}(\mathbf{X}_k) \approx \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_k^i g(\mathbf{X}_k^i)}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_k^i} = \sum_{i=1}^N \bar{w}_k^i g(\mathbf{X}_k^i), \quad (5)$$

其中重要性权值 w_k^i 和归一化的权值 \bar{w}_k^i 可以分别表示如下:

$$w_k^i = \frac{p(\mathbf{X}_k^i, \mathbf{Z}_k)}{q(\mathbf{X}_k^i | \mathbf{Z}_k)}, \quad \bar{w}_k^i = w_k^i / \sum_{i=1}^N w_k^i. \quad (6)$$

从方程(2)(5)中可以清晰地看到真实的满后验分布 $p(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_k)$ 能够被近似为

$$p(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_k) \approx \hat{p}(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_k) = \sum_{i=1}^N \bar{w}_k^i \delta[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_k^i]. \quad (7)$$

基于序列重要性采样方法, 带不确定性量测的粒子滤波器的重要性权值 w_k^i 可以计算如下. 根据贝叶斯准则, 有

$$\begin{aligned} q(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_k) &= \\ q(\mathbf{x}_k | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_k) q(\mathbf{X}_{k-1} | \mathbf{Z}_k) &= \\ q(\mathbf{x}_k | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_k) q(\mathbf{X}_{k-1} | \mathbf{Z}_{k-1}), \end{aligned} \quad (8)$$

其中, 假设 $q(\mathbf{X}_{k-1} | \mathbf{Z}_k) = q(\mathbf{X}_{k-1} | \mathbf{Z}_{k-1})$. 因此, 样本 \mathbf{x}_k^i 和 \mathbf{X}_{k-1}^i 可以分别从 $q(\mathbf{x}_k | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_k)$ 和 $q(\mathbf{X}_{k-1} | \mathbf{Z}_{k-1})$ 中随机抽取. 根据贝叶斯准则, 可以得到

$$\begin{aligned} p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Z}_k) &= \\ p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) p(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}). \end{aligned} \quad (9)$$

利用方程(8)-(9), 重要性权值可以重新写为

$$w_k = \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})}{q(\mathbf{x}_k | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_k)} w_{k-1}. \quad (10)$$

注意式(10)中的似然函数 $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$ 不同于传统粒子滤波中的似然函数, 因为不确定量测 \mathbf{z}_k 可能不包含状态信息, 即 $\mathbf{z}_k = \mathbf{v}_k$. 因此, 本文将给出如下定理来计算不确定量测的似然函数.

定理 1 带不确定性量测的粒子滤波器的似然函数可以递归地计算如下:

$$p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k^i) = \theta p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k) + (1 - \theta) p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k^i)), \quad (11)$$

其中: \mathbf{x}_k^i 是从 $q(\mathbf{x}_k | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_k)$ 中抽取的随机样本, $p_{\mathbf{v}_k}(\cdot)$ 表示量测噪声 \mathbf{v}_k 的PDF.

证 考虑到 γ_k 独立于状态向量 \mathbf{x}_k , 并利用系统(1)中的随机不确定量测方程, 可以计算似然密度函数如下:

$$p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) = \int p(\mathbf{z}_k, \gamma_k | \mathbf{x}_k) d\gamma_k =$$

$$\begin{aligned} &\int p(\mathbf{z}_k | \gamma_k, \mathbf{x}_k) p(\gamma_k | \mathbf{x}_k) d\gamma_k = \\ &\int p(\mathbf{z}_k | \gamma_k, \mathbf{x}_k) p(\gamma_k) d\gamma_k. \end{aligned} \quad (12)$$

考虑到 γ_k 是一个取0或1的Bernoulli随机变量, 并且取0或1的概率分别为 $p(\gamma_k = 0) = \theta$ 和 $p(\gamma_k = 1) = 1 - \theta$, 从而有

$$\begin{aligned} p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) &= \theta p(\mathbf{z}_k | \gamma_k = 0, \mathbf{x}_k) + \\ &(1 - \theta) p(\mathbf{z}_k | \gamma_k = 1, \mathbf{x}_k). \end{aligned} \quad (13)$$

如果 $\gamma_k = 0$ 并且 \mathbf{x}_k 给定, 那么系统(1)中的随机不确定量测方程可以重新表示为

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{v}_k. \quad (14)$$

从而, 在 $\gamma_k = 0$ 和 \mathbf{x}_k 给定时, \mathbf{z}_k 和 \mathbf{v}_k 具有相同的分布

$$p(\mathbf{z}_k | \gamma_k = 0, \mathbf{x}_k) = p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k). \quad (15)$$

同理, $p(\mathbf{z}_k | \gamma_k = 1, \mathbf{x}_k)$ 可以计算如下:

$$p(\mathbf{z}_k | \gamma_k = 1, \mathbf{x}_k) = p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k)). \quad (16)$$

将式(15)-(16)代入式(13)中, 第 i 个粒子的似然函数可以写为式(11). 证毕.

为了实施提出的粒子滤波方法, 状态转移密度被选作为建议密度函数, 即

$$q(\mathbf{x}_k | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_k) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}). \quad (17)$$

将方程(11)-(17)代入方程(10)可知, 对于粒子 \mathbf{x}_k^i 其对应权值为

$$w_k^i = w_{k-1}^i [\theta p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k) + (1 - \theta) p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k^i))]. \quad (18)$$

本文使用采样重要性重采样方法来避免粒子退化, 即 $w_{k-1}^i = \frac{1}{N}$, 进而重要性权值 w_k^i 的递归表达式可以重新写为

$$w_k^i = \frac{1}{N} [\theta p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k) + (1 - \theta) p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k^i))]. \quad (19)$$

从而, 基于式(6)-(7)(17)和(19)可以得到带不确定量测和已知虚警概率的粒子滤波器, 它的实施过程总结在算法1中. 从算法1可以清晰地看到, 本节所提出的带不确定量测和已知虚警概率的粒子滤波器和标准的粒子滤波器^[30]具有不同的重要性权值计算公式, 提出的粒子滤波器的重要性权值计算公式利用了不确定量测模型, 从而在带不确定量测的状态估计应用中具有更高的估计精度. 此外, 标准的粒子滤波器是提出的粒子滤波器在虚警概率 $\theta = 0$ 时的特例, 并且提出的粒子滤波器与标准的粒子滤波器具有几乎一致的计算复杂度. 因此, 本节所提出的粒子滤波器比标准的粒子滤波器更适合用于处理带不确定量测的状态估计问题. 这些讨论将会在第4节的仿真中被验证.

基于所提出的粒子滤波器可以推导很多改进的带不确定量测和已知虚警概率的粒子滤波器, 从而进一

步提高滤波性能, 比如高斯粒子滤波器^[31], 高斯求和粒子滤波器^[32]和正则粒子滤波器^[33].

算法 1 带不确定量测和已知虚警概率的粒子滤波器.

初始化:

1) 从先验密度 $p(\mathbf{x}_0)$ 中抽取状态粒子 $\{\mathbf{x}_0^i\}_{i=1}^N$;

2) 设置所有的粒子权值为 $\frac{1}{N}$.

For $k = 1, 2, \dots$,

1) 从建议密度函数中采样: $\mathbf{x}_k^i \sim p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^i)$;

2) 计算重要性权值:

$$w_k^i = \frac{1}{N} [\theta p_{v_k}(\mathbf{z}_k) + (1 - \theta) p_{v_k}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k^i))];$$

3) 归一化重要性权值:

$$\bar{w}_k^i = w_k^i / \sum_{i=1}^N w_k^i;$$

4) 计算状态估计:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \sum_{i=1}^N \bar{w}_k^i \mathbf{x}_k^i;$$

5) 通过使用合适的程序重采样, 比如采样重要性重采样, 并且设置所有的粒子权值为 $\frac{1}{N}$, 即

$$\{[\tilde{\mathbf{x}}_k^i, \tilde{w}_k^i = \frac{1}{N}]_{i=1}^N\} = \text{Resample}[\{\mathbf{x}_k^i, \bar{w}_k^i\}_{i=1}^N];$$

6) $k \rightarrow k - 1$, $\tilde{\mathbf{x}}_{k-1}^i \rightarrow \mathbf{x}_{k-1}^i$, 和 $\tilde{w}_{k-1}^i \rightarrow w_{k-1}^i$.

End For

接下来, 本文将简要讨论提出粒子滤波算法的收敛性. 首先, 基于定理1和采样重要性重采样方法, 后验滤波PDF $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_k)$ 可以近似为

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_k) \approx \hat{p}(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_k) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \delta[\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{x}}_k^i], \quad (20)$$

$\tilde{\mathbf{x}}_k^i$ 表示重采样后的粒子. 如果 $0 < p_{v_k}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k)) < \infty$ 和 $0 < p_{v_k}(\mathbf{z}_k) < \infty$, 那么根据方程(11), 可以得到

$$\begin{aligned} 0 < p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) &= \\ (1 - \theta) p_{v_k}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k)) &+ \\ \theta p_{v_k}(\mathbf{z}_k) < p_{v_k}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k)) &+ p_{v_k}(\mathbf{z}_k) < \infty. \end{aligned} \quad (21)$$

通过使用文献[34]中的定理1, 如果 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) < \infty$, $0 < p_{v_k}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k)) < \infty$ 和 $0 < p_{v_k}(\mathbf{z}_k) < \infty$, 那么随着 $N \rightarrow \infty$, 式(20)中的近似后验PDF将以概率1逼近真实的后验PDF $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_k)$, 即

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{p}(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_k) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_k). \quad (22)$$

为了将本节提出的方法应用于带不确定量测和未知虚警概率的非线性非高斯系统的状态估计问题, 需要提前离线辨识出带不确定量测非线性系统(1)的虚警概率 θ . 在下一节中, 本文将基于极大似然准则提出一种新的虚警概率辨识方法.

3 虚警概率的辨识(Identification of false alarm probability)

3.1 极大似然方法(Maximum likelihood approach)

在这一节中, 笔者将选择极大似然方法来辨识未知的虚警概率. 极大似然方法因具有强一致性, 渐近归一化性和渐近有效性, 已经被广泛地应用在参数估计和系统辨识中^[17,35-37].

基于极大似然方法的虚警概率辨识需要最大化不确定量测的联合PDF $p_\theta(\mathbf{Z}_M)$, 即^[17]

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta \in [0,1]} p_\theta(\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_M), \quad (23)$$

其中 $p_\theta(\cdot)$ 表示依赖于虚警概率 θ 的PDF. 根据贝叶斯准则, 量测的联合PDF $p_\theta(\mathbf{Z}_M)$ 可以分解为

$$p_\theta(\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_M) = \prod_{k=1}^M p_\theta(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1}). \quad (24)$$

因为对数函数是一个单调函数, 所以式(23)中的最大化问题可以等价如下的最大化问题:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta \in [0,1]} L_\theta(\mathbf{Z}_M), \quad (25)$$

其中 $L_\theta(\mathbf{Z}_M)$ 是对数似然函数, 表示为

$$L_\theta(\mathbf{Z}_M) \triangleq \log p_\theta(\mathbf{Z}_M) = \sum_{k=1}^M \log p_\theta(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1}). \quad (26)$$

为了实施极大似然方法, 需要解决两个重要的问题, 包括量测一步预测PDF $p_\theta(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})$ 的计算和式(25)中的最优化问题.

3.2 计算一步预测PDF(Computation of the one-step prediction PDF)

定理 2 不确定量测的一步预测PDF可以近似地计算如下:

$$p_\theta(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) \approx \hat{p}_\theta(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} p_\theta(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k^i), \quad (27)$$

其中 $p_\theta(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k^i)$ 在式(11)中给出.

证 根据全概率准则和贝叶斯准则, $p_\theta(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})$ 可以表示如下:

$$\begin{aligned} p_\theta(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) &= \int p_\theta(\mathbf{z}_k, \mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_k = \\ \int p_\theta(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{Z}_{k-1}) p_\theta(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_k &= \\ \int p_\theta(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) p_\theta(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_k. \end{aligned} \quad (28)$$

从式(28)中可以看到, 为了计算量测一步预测密度, 必须先计算状态的一步预测密度. 在 $k - 1$ 时刻, 经重采样后的后验PDF可以近似地表示为

$$p_\theta(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{Z}_{k-1}) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta[\mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{x}_{k-1}^i]. \quad (29)$$

通过式(1)中的状态方程传播 $k - 1$ 时刻的后验

PDF, 可以近似地获得如下 $p_\theta(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}_{k-1})$:

$$\begin{aligned} p_\theta(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}_{k-1}) &= \int p_\theta(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})d\mathbf{x}_{k-1} = \\ &\int p_\theta(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1})p_\theta(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})d\mathbf{x}_{k-1} = \\ &\int p_\theta(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})p_\theta(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})d\mathbf{x}_{k-1} \approx \\ &\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta[\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_k^i], \end{aligned} \quad (30)$$

其中 $\mathbf{x}_k^i \sim p_\theta(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1}^i)$ 为状态一步预测粒子. 代入式(30)到式(28), 可以得到式(27). 证毕.

注1 从算法1中可以清晰地看到, $k-1$ 时刻的后验粒子 \mathbf{x}_{k-1}^i 通过以下两步获得, 包括从先验转移PDF中抽取粒子和粒子重采样. 首先, 从先验转移密度中抽取的粒子独立于虚警概率 θ , 因为先验转移密度中不包含虚警概率的信息. 其次, 经过重采样的粒子依然独立于虚警概率, 因为在重采样步骤中只复制和丢弃了粒子, 并没有将虚警概率的信息融入到样本的值中. 因此, 粒子 \mathbf{x}_{k-1}^i 的样本值独立于虚警概率.

3.3 最优化计算(Optimization computation)

在进行式(25)中的最优化计算之前, 首先讨论式(25)中的极大似然估计解的唯一性.

定理3 如果

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{p}(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}_k) = p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}_k) \quad (31)$$

成立, 那么式(25)中的极大似然估计解唯一.

证 将式(27)代入式(26)中, 从而对数似然函数可以近似地表示为

$$\hat{L}_\theta(\mathbf{Z}_M) = \sum_{k=1}^M \log \left[\sum_{i=1}^N \frac{1}{N} p_\theta(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_k^i) \right]. \quad (32)$$

将式(11)代入式(32)中, $\hat{L}_\theta(\mathbf{Z}_M)$ 可重新表示如下:

$$\begin{aligned} \hat{L}_\theta(\mathbf{Z}_M) &= \sum_{k=1}^M \log \left[\sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \{ (1-\theta)p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k^i)) + \theta p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k) \} \right] = \\ &\sum_{k=1}^M \log \left[(1-\theta) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k^i)) + \right. \\ &\left. \theta \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k) \right] = \\ &\sum_{k=1}^M \log [(1-\theta)U_{1,k} + \theta U_{2,k}], \end{aligned} \quad (33)$$

其中 $U_{1,k}$ 和 $U_{2,k}$ 定义如下:

$$U_{1,k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k^i)), \quad (34)$$

$$U_{2,k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k) = p_{\mathbf{v}_k}(\mathbf{z}_k). \quad (35)$$

注意, 正如注1所说明的, 如果选择状态转移密度为建议密度, 即 $\mathbf{x}_k^i \sim p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1}^i)$, 那么粒子 \mathbf{x}_{k-1}^i 的样本

值将独立于虚警概率 θ , 从而使得 $U_{1,k}$ 也独立于虚警概率 θ .

利用式(33), 可以求得对数似然函数 $\hat{L}_\theta(\mathbf{Z}_M)$ 关于虚警概率 θ 的二阶导数如下

$$\frac{d^2 \hat{L}_\theta(\mathbf{Z}_M)}{d\theta^2} = - \sum_{k=1}^M \frac{(U_{2,k} - U_{1,k})^2}{[(1-\theta)U_{1,k} + \theta U_{2,k}]^2} \leq 0. \quad (36)$$

因此, 对于任意的粒子数 N , 对数似然函数 $\hat{L}_\theta(\mathbf{Z}_M)$ 都是虚警概率 θ 的凸函数. 如果条件(31)成立, 那么随着 $N \rightarrow \infty$, 近似的对数似然函数 $\hat{L}_\theta(\mathbf{Z}_M)$ 将以概率1逼近真实的对数似然函数 $L_\theta(\mathbf{Z}_M)$, 即^[17]

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{L}_\theta(\mathbf{Z}_M) = L_\theta(\mathbf{Z}_M). \quad (37)$$

考虑到对于任意的粒子数 N , 对数似然函数 $\hat{L}_\theta(\mathbf{Z}_M)$ 都是虚警概率 θ 的凸函数, 并利用式(37), 从而真实的对数似然函数 $L_\theta(\mathbf{Z}_M)$ 也是虚警概率 θ 的凸函数. 因此, 式(25)中的极大似然估计解唯一.

证毕.

下面将求解式(25)中的最优化问题. 利用式(33), 可以求得近似对数似然函数 $\hat{L}_\theta(\mathbf{Z}_M)$ 关于虚警概率 θ 的一阶导数如下:

$$\frac{d\hat{L}_\theta(\mathbf{Z}_M)}{d\theta} = \sum_{k=1}^M \frac{U_{2,k} - U_{1,k}}{(1-\theta)U_{1,k} + \theta U_{2,k}}. \quad (38)$$

利用式(37), 可以求得真实对数似然函数 $L_\theta(\mathbf{Z}_M)$ 关于虚警概率 θ 的一阶导数如下:

$$\begin{aligned} \frac{dL_\theta(\mathbf{Z}_M)}{d\theta} &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{d\hat{L}_\theta(\mathbf{Z}_M)}{d\theta} = \\ &\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^M \frac{U_{2,k} - U_{1,k}}{(1-\theta)U_{1,k} + \theta U_{2,k}}. \end{aligned} \quad (39)$$

根据式(25)中极大似然估计 $\hat{\theta}$ 的定义, $\hat{\theta}$ 应该满足如下等式

$$\left. \frac{dL_\theta(\mathbf{Z}_M)}{d\theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=2}^M \frac{U_{2,k} - U_{1,k}}{(1-\hat{\theta})U_{1,k} + \hat{\theta}U_{2,k}} = 0. \quad (40)$$

从式(34)-(35) (40)中可以看到, 为了求解 $\hat{\theta}$ 笔者需要利用 \mathbf{x}_k^i 去计算 $U_{1,k}$ 和 $U_{2,k}$. 此外, 从算法1中还可以看出, 在 \mathbf{x}_k^i 的重采样更新过程中, 需要利用真实的虚警概率计算粒子的权值. 因此, 在大部分情况下, 基于式(26)-(27)不可能获得式(25)的一个解析解. 为了完成式(25)中的最优化计算, 笔者需要使用数值方法. 因为参数 θ 在一个小的可行域 $[0, 1]$ 内取值, 所以利用数值网格方法去完成式(25)中的最优化计算(注意数值网格方法比梯度方法具有更高的精度). 在数值网格方法中, 对数似然函数 $L_\theta(\mathbf{Z}_M)$ 在等距离的网格点处被计算, 并且具有最高似然函数值的网格点被选择为估计的虚警概率. 算法2中总结了虚警概率辨识算法的具体实施过程.

算法2 虚警概率的辨识.

初始化:

1) 从先验密度 $p(\mathbf{x}_0)$ 中抽取状态粒子 $\{\mathbf{x}_0^i\}_{i=1}^N$;2) 设置所有的粒子权值为 $\frac{1}{N}$;3) 选择搜索步长 sl .For $\theta = 0 : sl : 1$,设置对数似然的初值: $L_\theta = 0$;For $k = 1, 2, \dots$,

1) 从建议密度函数中采样:

$$\mathbf{x}_{\theta,k}^i \sim p_\theta(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{\theta,k-1}^i);$$

2) 计算重要性权值:

$$w_{\theta,k}^i = \frac{1}{N} [\theta p_{v_k}(\mathbf{z}_k) + (1 - \theta) p_{v_k}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_{\theta,k}^i))];$$

3) 计算对数似然函数值:

$$L_\theta = L_\theta + \log\left(\sum_{i=1}^N w_{\theta,k}^i\right);$$

4) 归一化重要性权值:

$$\bar{w}_{\theta,k}^i = w_{\theta,k}^i / \sum_{i=1}^N w_{\theta,k}^i;$$

5) 通过使用合适的程序重采样, 比如采样重要性重采样, 并且设置所有的粒子权值为 $\frac{1}{N}$.

End For

保存 θ 的对数似然值 L_θ .

End For

最后, 比较 $\theta = 0 : sl : 1$ 的所有对数似然函数值, 并选择具有最大似然函数值所对应的 θ 作为虚警概率的辨识值.

对于已知虚警概率的带不确定量测非线性非高斯系统, 利用第2节所提出的方法可完成状态估计. 对于虚警概率未知的带不确定量测的应用, 则应首先利用第3节所提出的方法估计虚警概率, 然后使用第2节所提出的方法完成状态估计. 在工程实践中, 本文所提出的虚警概率辨识算法只需要被离线地执行一次, 从而本文所提出方法的计算复杂度主要取决于所提出粒子滤波器的计算复杂度. 因此, 本文所提出的带不确定量测和未知虚警概率的粒子滤波算法具有有限的计算复杂度.

4 仿真(Simulation)

本节将通过单变量非平稳增长模型和纯方位跟踪的数值仿真验证所提出方法的有效性和与现有方法相比的优越性. 注意, 在本节的仿真中, 笔者首先通过使用所提出的辨识方法估计出真实的虚警概率, 然后将辨识得到的虚警概率用于所提出的粒子滤波器中.

4.1 单变量非平稳增长模型(Univariate non-stationary growth model)

单变量非平稳增长模型已经被广泛地用作一个标准问题来验证非线性滤波器的性能, 它的状态空间模型可以表示如下^[17, 26-27, 31-32]:

$$\mathbf{x}_k = 0.5\mathbf{x}_{k-1} + 25 \frac{\mathbf{x}_{k-1}}{1 + \mathbf{x}_{k-1}^2} + 8 \cos(1.2k) + \mathbf{n}_{k-1}, \quad (41)$$

$$\mathbf{z}_k = \gamma_k \frac{\mathbf{x}_k^2}{20} + \mathbf{v}_k, \quad (42)$$

其中: 初始状态 \mathbf{x}_0 是均值为0方差为1的高斯随机变量, 加性噪声 $\{\mathbf{n}_k; k \geq 0\}$ 和 $\{\mathbf{v}_k; k \geq 1\}$ 是相互独立的白噪声过程. 为了比较提出的粒子滤波算法和现存方法的滤波性能, 在此仿真中, 笔者将选择方根均方误差(root mean square error, RMSE)作为性能指标, 表示如下:

$$\text{RMSE}_{\mathbf{x}_k} = \sqrt{\frac{1}{MC} \sum_{l=1}^{MC} (\mathbf{x}_k^l - \hat{\mathbf{x}}_k^l)^2}, \quad (43)$$

其中: MC 表示Monte Carlo运行次数, \mathbf{x}_k^l 和 $\hat{\mathbf{x}}_k^l$ 表示第 l 次Monte Carlo运行的真实的和估计的状态. 与状态变量的RMSE定义类似, 通过用 θ 代替 \mathbf{x}_k , 笔者也可以获得虚警概率的RMSE公式.

为了评估提出方法的性能, 本文考虑如下两种仿真, 其中 $MC = 100$, 粒子数 $N = 1000$, 辨识的量测数 $M = 1000$, 搜索步长 $sl = 0.01$. 在第1个仿真中, 系统噪声是均值为0方差为10的高斯噪声, 量测噪声是均值为0方差为0.5的高斯噪声; 在第2个仿真中, 系统噪声和量测噪声是参数为 $\lambda_n = \lambda_v = 1$ 的指数噪声. 表1, 图1和图3展示了在高斯噪声和指数噪声情况下虚警概率的100次Monte Carlo仿真辨识结果, 图2和图4分别展示了改进的无迹卡尔曼滤波器^[26](使用真实的虚警概率), 标准的粒子滤波器^[30]和提出的粒子滤波器在高斯噪声和指数噪声情况下的滤波RMSE结果, 表2展示了不同滤波器在高斯噪声和指数噪声情况下的单次Monte Carlo滤波时间(注意, 在工程实践中, 本文所提出的虚警概率辨识算法只需要被离线地执行一次, 从而本文所提出方法的计算复杂度主要取决于所提出粒子滤波器的计算复杂度. 因此, 在仿真中笔者只需要比较提出粒子滤波器和现有滤波器的单次Monte Carlo滤波时间).

从表1, 图1和图3中可以看到, 对于高斯和非高斯的系统噪声和量测噪声, 100次的Monte Carlo仿真中估计的虚警概率都接近于真实的虚警概率. 从图2和图4中也可以看到, 对于高斯和非高斯的系统噪声和量测噪声, 提出的粒子滤波器的RMSE在延迟概率 $\theta = 0.3, \theta = 0.5, \theta = 0.6$ 情况下都小于现有的改进无迹卡尔曼滤波器和标准粒子滤波器的RMSE. 从而, 本文提出的粒子滤波器比现有的改进无迹卡尔曼滤波器和标准粒子滤波器具有更高的估计精度. 此外, 从表2中可以看到, 提出的粒子滤波器比现有的改进无迹卡尔曼滤波器具有更高的计算复杂度, 但是与标准的粒子滤波器具有几乎一致的计算复杂度.

表1 估计虚警概率的均值, 标准差和RMSE

Table 1 Mean value, standard deviations and RMSE of estimated false alarm probability

分布	真实的虚警概率	均值	标准差	RMSE
高斯	0.3	0.3035	0.0219	0.0220
高斯	0.5	0.4990	0.0342	0.0340
高斯	0.6	0.5977	0.0343	0.0342
指数	0.3	0.3015	0.0204	0.0203
指数	0.5	0.5023	0.0214	0.0214
指数	0.6	0.5988	0.0259	0.0258

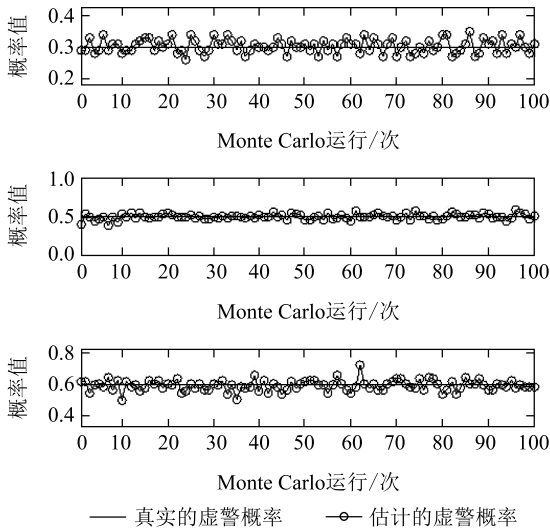


图1 当系统和量测噪声为高斯分布时, 估计的虚警概率

Fig. 1 Estimated false alarm probability when process and measurement noises are Gaussian distributions

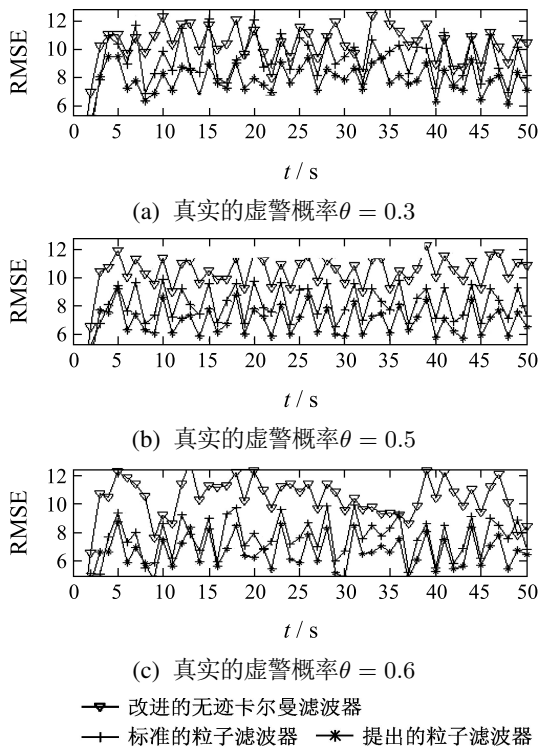


图2 当系统和量测噪声为高斯分布时, 估计的RMSE

Fig. 2 Estimated RMSEs when process and measurement noises are Gaussian distributions

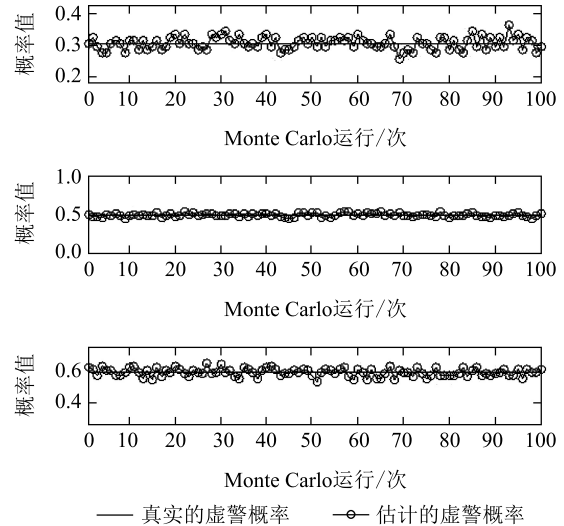


图3 当系统和量测噪声为指数分布时, 估计的虚警概率

Fig. 3 Estimated false alarm probability when process and measurement noises are exponential distributions

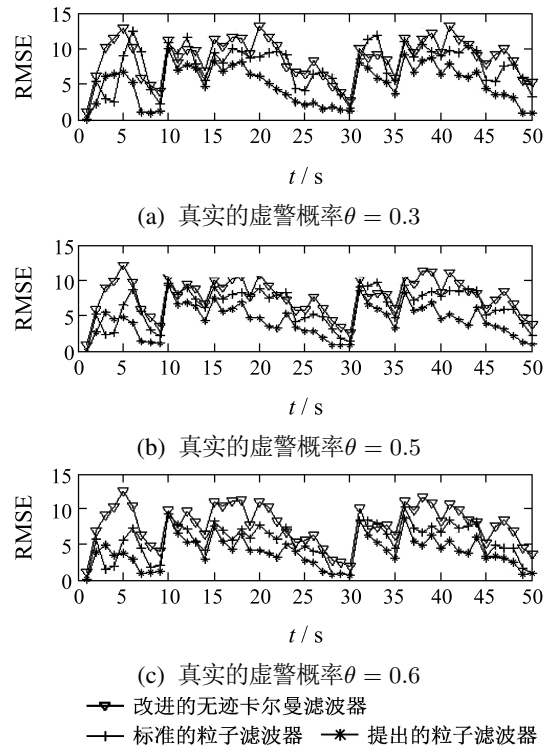


图4 当系统和量测噪声为指数分布时, 估计的RMSE

Fig. 4 Estimated RMSEs when process and measurement noises are exponential distributions

表2 不同滤波器在单次Monte Carlo运行中的滤波时间
Table 2 The filtering time of different filters in the single Monte Carlo run

分布	滤波器	运行时间/s
高斯	改进的无迹卡尔曼滤波器	0.0114
高斯	标准的粒子滤波器	0.4011
高斯	提出的粒子滤波器	0.4058
指数	改进的无迹卡尔曼滤波器	0.0130
指数	标准的粒子滤波器	0.4517
指数	提出的粒子滤波器	0.4880

4.2 纯方位跟踪(Bearing only tracking)

纯方位跟踪已经在很多文献中被广泛地分析和研究,因为它具有很好的实际应用价值. 它的非线性状态空间模型可以表示如下^[6, 15, 38-39]:

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0.95 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{n}_{k-1}, \quad (44)$$

$$\mathbf{z}_k = \text{atan2}(\mathbf{x}_{2,k} - 5 \sin(k), \mathbf{x}_{1,k} - 5 \cos(k)) + \mathbf{v}_k, \quad (45)$$

其中: $\mathbf{x}_k = [\mathbf{x}_{1,k} \ \mathbf{x}_{2,k}]^T = [s \ t]^T$ 表示 s - t 平面内(笛卡尔坐标系)的位置, atan2 表示四象限反正切三角函数. 系统噪声 $\{\mathbf{n}_k; k \geq 0\}$ 和量测噪声 $\{\mathbf{v}_k; k \geq 1\}$ 是相互独立的白噪声过程. 真实的初始状态向量为 $\mathbf{x}_0 = [20 \ 5]^T$, 相应的初始估计误差协方差矩阵为 $\mathbf{P}_{0|0} = \text{diag}\{50 \ 20\}$. 在每次 Monte Carlo 运行中, 初始状态估计都是从 $N(\mathbf{x}_0, \mathbf{P}_{0|0})$ 中随机抽取, 并且所有滤波器被赋予相同的初始条件. 为了比较提出方法与现有方法的滤波性能, 在这个仿真中, 笔者选择关于时间的均方误差(mean square error, MSE)作为性能指标, 它的表达式如下:

$$\text{MSE}(\mathbf{x}_{i,k}) = \frac{1}{MC} \sum_{s=1}^{MC} (\mathbf{x}_{i,k}^s - \hat{\mathbf{x}}_{i,k}^s)^2, \quad (46)$$

其中: $\mathbf{x}_{i,k}^s$ 和 $\hat{\mathbf{x}}_{i,k}^s$ 表示第 s 次 Monte Carlo 运行时真实状态向量和估计状态向量的第 i 个元素, MC 表示 Monte Carlo 运行次数.

与单变量非平稳增长模型一样, 为了评估提出方法的性能, 考虑如下两种仿真, 其中 $MC = 100$, 粒子数 $N = 1000$, 辨识的量测数 $M = 1000$, 搜索步长 $sl = 0.01$. 在第 1 个仿真中, 系统噪声是均值向量为 $\mathbf{0}$ 方差矩阵为 $\mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.05 \\ 0.05 & 0.1 \end{bmatrix}$ 的高斯噪声, 量测噪声是均值向量为 $\mathbf{0}$ 方差为 $\mathbf{R}_k = 0.001$ 的高斯噪声; 在第 2 个仿真中, 系统噪声和量测噪声都服从指数分布, 并且它们的分布参数分别为 $\lambda_n = [10\sqrt{10}; 10\sqrt{10}]$ 和 $\lambda_v = 10\sqrt{10}$. 表 3, 图 5 和图 9 展示了在高斯噪声和指数噪声情况下虚警概率的 100 次 Monte Carlo 仿真辨识结果, 图 6-8 和图 10-12 分别展示了改进的无迹卡尔曼滤波器^[26](使用真实的虚警概率), 标准的粒子滤波器^[30]和提出的粒子滤波器在高斯噪声和指数噪声情况下的滤波 MSE 结果, 表 4 展示了不同滤波器在高斯噪声和指数噪声情况下的单次 Monte Carlo 滤波时间.

从表 3, 图 5 和图 9 中可以看到, 对于高斯和非高斯的系统噪声和量测噪声, 100 次的 Monte Carlo 仿真中估计的虚警概率都接近于真实的虚警概率. 从图 6-8 和图 10-12 中也可以看到, 对于高斯和非高斯的系统噪声和量测噪声, 提出的粒子滤波器的 MSE 在延迟概率 $\theta = 0.3, \theta = 0.5, \theta = 0.6$ 情况下都小于现有的改进无迹卡尔曼滤波器和标准粒子滤波器的 MSE.

从而, 本文提出的粒子滤波器比现有的改进无迹卡尔曼滤波器和标准粒子滤波器具有更高的估计精度. 此外, 从表 4 可以看到, 提出的粒子滤波器比现有的改进无迹卡尔曼滤波器具有更高的计算复杂度, 但是与标准的粒子滤波器具有几乎一致的计算复杂度.

表 3 估计虚警概率的均值, 标准差和 RMSE

Table 3 Mean value, standard deviations and RMSE of estimated false alarm probability

分布	真实的虚警概率	均值	标准差	RMSE
高斯	0.3	0.3028	0.0231	0.0232
高斯	0.5	0.5030	0.0205	0.0206
高斯	0.6	0.6004	0.0251	0.0249
指数	0.3	0.3014	0.0186	0.0185
指数	0.5	0.5043	0.0191	0.0195
指数	0.6	0.5991	0.0213	0.0212

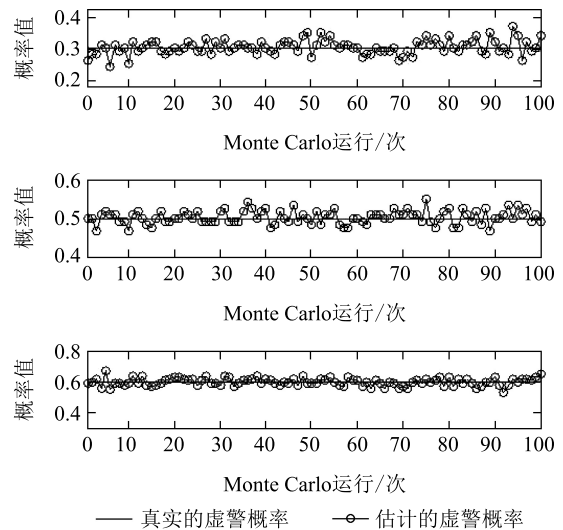


图 5 当系统和量测噪声为高斯分布时, 估计的虚警概率

Fig. 5 Estimated false alarm probability when process and measurement noises are Gaussian distributions

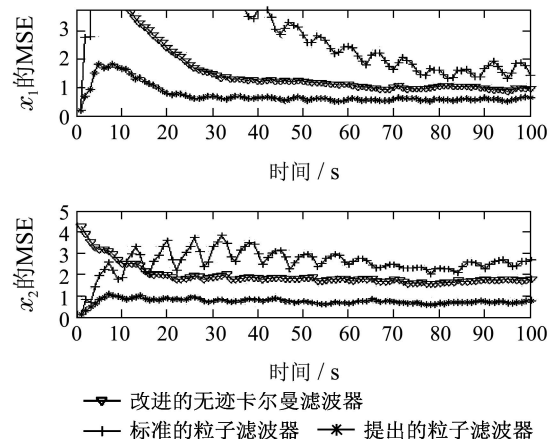


图 6 当系统和量测噪声为高斯分布以及真实的虚警概率 $\theta = 0.3$ 时, 状态变量 x_1 和 x_2 的 MSE

Fig. 6 MSEs of state variables x_1 and x_2 when process and measurement noises are Gaussian distributions and true false alarm probability $\theta = 0.3$

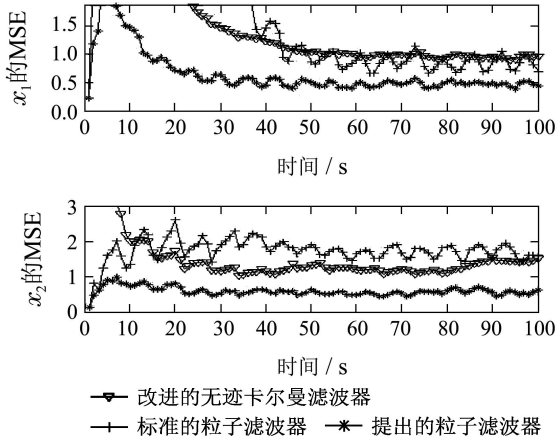


图7 当系统和量测噪声为高斯分布以及真实的虚警概率 $\theta = 0.5$ 时, 状态变量 x_1 和 x_2 的MSE
 Fig. 7 MSEs of state variables x_1 and x_2 when process and measurement noises are Gaussian distributions and true false alarm probability $\theta = 0.5$

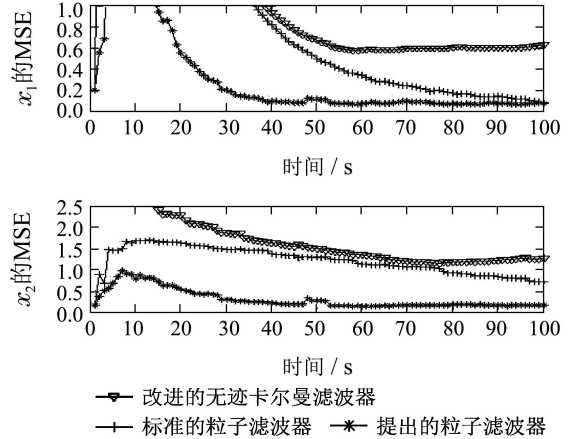


图10 当系统和量测噪声为指数分布以及真实的虚警概率 $\theta = 0.3$ 时, 状态变量 x_1 和 x_2 的MSE
 Fig. 10 MSEs of state variables x_1 and x_2 when process and measurement noises are exponential distributions and true false alarm probability $\theta = 0.3$

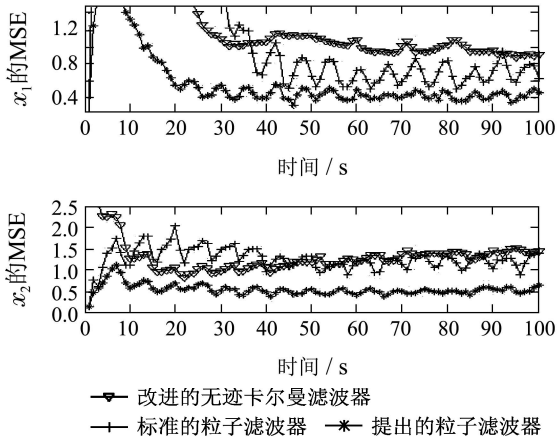


图8 当系统和量测噪声为高斯分布以及真实的虚警概率 $\theta = 0.6$ 时, 状态变量 x_1 和 x_2 的MSE
 Fig. 8 MSEs of state variables x_1 and x_2 when process and measurement noises are Gaussian distributions and true false alarm probability $\theta = 0.6$

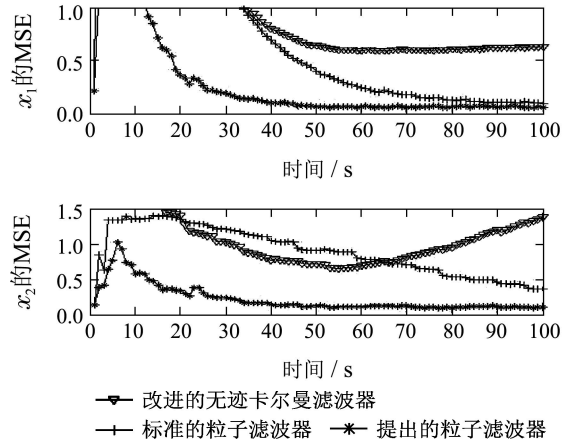


图11 当系统和量测噪声为指数分布以及真实的虚警概率 $\theta = 0.5$ 时, 状态变量 x_1 和 x_2 的MSE
 Fig. 11 MSEs of state variables x_1 and x_2 when process and measurement noises are exponential distributions and true false alarm probability $\theta = 0.5$

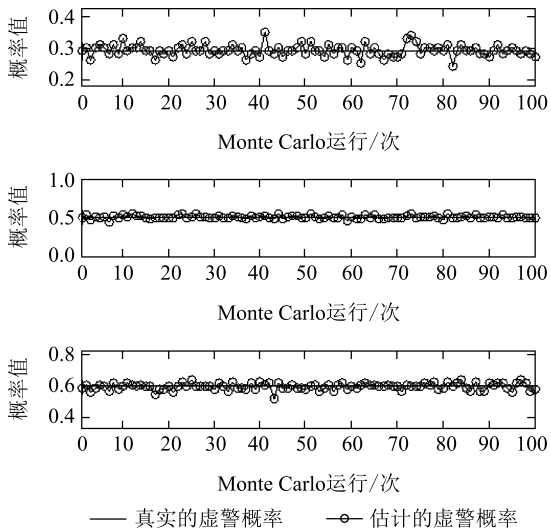


图9 当系统和量测噪声为指数分布时, 估计的虚警概率
 Fig. 9 Estimated false alarm probability when process and measurement noises are exponential distributions

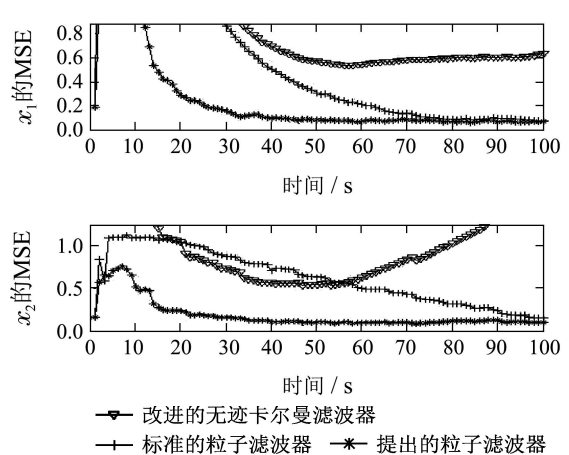


图12 当系统和量测噪声为指数分布以及真实的虚警概率 $\theta = 0.6$ 时, 状态变量 x_1 和 x_2 的MSE
 Fig. 12 MSEs of state variables x_1 and x_2 when process and measurement noises are exponential distributions and true false alarm probability $\theta = 0.6$

表 4 不同滤波器在单次 Monte Carlo 运行中的滤波时间
Table 4 The filtering time of different filters in the single Monte Carlo run

分布	滤波器	运行时间/s
高斯	改进的无迹卡尔曼滤波器	0.0421
高斯	标准的粒子滤波器	0.9302
高斯	提出的粒子滤波器	0.9382
指数	改进的无迹卡尔曼滤波器	0.0235
指数	标准的粒子滤波器	0.5894
指数	提出的粒子滤波器	0.6706

5 结论(Conclusions)

本文在贝叶斯估计框架下推导了一种新的带不确定量测和未知虚警概率的粒子滤波方法。在提出的方法中, 通过利用随机不确定量测模型来更新它的粒子和权值, 并基于极大似然准则来辨识虚警概率。仿真结果表明对于带不确定量测和未知虚警概率的系统状态估计问题, 本文所提出的方法能准确估计虚警概率, 且对状态的估计精度优于现有方法。

参考文献(References):

- [1] 胡振涛, 张勇, 刘先省. 基于量测迭代更新集合卡尔曼滤波的机动目标跟踪算法 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(11): 1517 – 1523. (HU Zhentao, ZHANG Yong, LIU Xianxing. Maneuvering target tracking algorithm based on ensemble Kalman filter with observation iterated update [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(11): 1517 – 1523.)
- [2] 闫德立, 宋永端, 宋宇, 等. 平方根容积卡尔曼滤波概率假设密度算法在移动机器人同时定位与地图构建中的应用 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(8): 1009 – 1017. (YAN Deli, SONG Yongduan, SONG Yu, et al. The application of square-root cubature Kalman filter and probability hypothesis density in simultaneous localization and mapping for mobile robots [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(8): 1009 – 1017.)
- [3] 杜占龙, 李小民, 郑宗贵, 等. 强跟踪平方根容积卡尔曼滤波和自回归模型融合的故障预测 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(8): 1047 – 1052. (DU Zhanlong, LI Xiaomin, ZHENG Zonggui, et al. Fault prediction with combination of strong tracking square-root cubature Kalman filter and autoregressive model [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(8): 1047 – 1052.)
- [4] 王思思, 齐国清. 有色量测噪声下的改进求容积卡尔曼滤波器 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(1): 1 – 10. (WANG Sisi, QI Guoqing. Improved cubature Kalman filters with colored measurement noise [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(1): 1 – 10.)
- [5] 张勇刚, 黄玉龙, 赵琳. 一种带多步随机延迟量测高斯滤波器的一般框架解 [J]. 自动化学报, 2015, 41(1): 122 – 135. (ZHANG Yonggang, HUANG Yulong, ZHAO Lin. A general framework solution of Gaussian filter with multiple step randomly delayed measurements [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(1): 122 – 135.)
- [6] 张勇刚, 黄玉龙, 李宁, 等. 带一步随机延迟量测非线性序列贝叶斯估计的条件后验克拉罗下界 [J]. 自动化学报, 2015, 41(3): 559 – 574. (ZHANG Yonggang, HUANG Yulong, LI Ning, et al. Conditional posterior Cramér-Rao lower bound for nonlinear sequential Bayesian estimation with one-step randomly delayed measurements [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(3): 559 – 574.)
- [7] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filter [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(6): 1254 – 1269.
- [8] JIA B, XIN M, CHENG Y. High-degree cubature Kalman filter [J]. *Automatica*, 2013, 49(2): 510 – 518.
- [9] JIA B, XIN M, CHENG Y. Sparse-grid quadrature nonlinear filtering [J]. *Automatica*, 2012, 48(2): 327 – 341.
- [10] DUNÍK J, STRAKA O, ŠIMANDL M. Stochastic integration filter [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(6): 1561 – 1566.
- [11] ZHANG X C. A novel cubature Kalman filter for nonlinear state estimation [C] // *Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*. Florence: IEEE, 2013: 7797 – 7802.
- [12] 张鑫春, 郭承军. 均方根嵌入式容积卡尔曼滤波 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(9): 1116 – 1121. (ZHANG Xinchun, GUO Chengjun. Square-root imbedded cubature Kalman filtering [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(9): 1116 – 1121.)
- [13] ZHANG Y G, HUANG Y L, LIN N, et al. Embedded cubature Kalman filter with adaptive setting of free parameter [J]. *Signal Processing*, 2015, 114(9): 112 – 116.
- [14] WANG S Y, FENG J C, TSE C K. Spherical simplex-radial cubature Kalman filter [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2014, 21(1): 43 – 46.
- [15] 张勇刚, 黄玉龙, 武哲民, 等. 一种高阶无迹卡尔曼滤波方法 [J]. 自动化学报, 2014, 40(5): 838 – 848. (ZHANG Yonggang, HUANG Yulong, WU Zhemin, et al. A high order Unscented Kalman filtering method [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(5): 838 – 848.)
- [16] CHANG L B, HU B Q, LI A, et al. Transformed unscented Kalman filter [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(1): 252 – 257.
- [17] SCHÖN T B, WILLS A, NINNESS B. System identification of nonlinear state-space models [J]. *Automatica*, 2011, 47(1): 39 – 49.
- [18] 胡振涛, 潘泉, 梁彦, 等. 基于进化采样的粒子滤波算法 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(3): 269 – 273. (HU Zhentao, PAN Quan, LIANG Yan, et al. The particle filter algorithm based on evolution sampling [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(3): 269 – 273.)
- [19] 宁小磊, 王宏力, 徐宏林, 等. 加权逼近粒子滤波算法及其应用 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(1): 118 – 124. (NING Xiaolei, WANG Hongli, XU Honglin, et al. Weight approaching particle filter and its application [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(1): 118 – 124.)
- [20] CABALLERO-ÁGUILA R, HERMOSO-CARAZO A, LINARES-PÉREZ J. Covariance-based estimation algorithms in networked systems with mixed uncertainties in the observations [J]. *Signal Processing*, 2014, 94(1): 163 – 173.
- [21] SINOPOLI B, SCHENATO L, FRANCESCHETTI M, et al. Kalman filtering with intermittent observations [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1453 – 1461.
- [22] ZHOU T. Robust recursive state estimation with random measurements droppings [J]. Available at arXiv:1401.4020v1 [cs.SY], 2014.
- [23] WANG Z D, HO D W C, LIU X H. Variance constrained filtering for uncertain stochastic systems with missing measurements [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(7): 1254 – 1258.
- [24] HU J, WANG Z D, GAO H J, et al. Extended Kalman filtering with stochastic nonlinearities and multiple missing measurements [J]. *Automatica*, 2012, 48(9): 2007 – 2015.
- [25] DONG H L, WANG Z D, HO D W C, et al. Variance-constrained H_∞ filtering for a class of nonlinear time-varying systems with multiple missing measurements: the finite-horizon case [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(5): 2534 – 2543.

- [26] HERMOSO-CARAZO A, LINARES-PÉREZ J. Different approaches for state filtering in nonlinear systems with uncertain observations [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, 187(2): 708 – 724.
- [27] HERMOSO-CARAZO A, LINARES-PÉREZ J. Nonlinear estimation applying an unscented transformation in systems with correlated uncertain observations [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, 217(20): 7998 – 8009.
- [28] LUAN X L, SHI Y, LIU F. Unscented Kalman filtering for greenhouse climate control systems with missing measurement [J]. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2012, 8(3): 2173 – 2180.
- [29] WU X D, WANG Y N, LIU W T, et al. Generalized unscented Kalman filtering based radial basis function neural network for the prediction of ground radioactivity time series with missing data [J]. *Chinese Physics B*, 2011, 20(6): 1 – 6.
- [30] ARULAMPALAM S, MASKELL S, GORDON N, et al. A tutorial on particle filters for on-line non-linear/non-Gaussian Bayesian tracking [J]. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2002, 50(2): 174 – 189.
- [31] KOTECHA J H, DJURIĆ P M. Gaussian particle filtering [J]. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2003, 51(10): 2592 – 2601.
- [32] KOTECHA J H, DJURIĆ P M. Gaussian sum particle filtering [J]. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2003, 51(10): 2602 – 2612.
- [33] CHRISTIAN M, NADIA O, FRANCOIS L G. *Improving Regularized Particle Filters in Sequential Monte Carlo Method in Practice* [M]. New York: Springer-Verlag, 2001.
- [34] CRISAN D, DOUCET A. A survey of convergence results on particle filtering methods for practitioners [J]. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2002, 50(3): 736 – 746.
- [35] BAVDEKAR V A, DESHPANDE A P, PATWARDHAN S C. Identification of process and measurement noise covariance for state and parameter estimation using extended Kalman filter [J]. *Journal of Process Control*, 2011, 21(4): 585 – 601.
- [36] GIBSON S, NINNESS B. Robust maximum-likelihood estimation of multivariable dynamic systems [J]. *Automatica*, 2005, 41(10): 1667 – 1682.
- [37] GIBSON S, WILLS A, NINNESS B. Maximum-likelihood parameter estimation of bilinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(10): 1581 – 1596.
- [38] BUCY R, SENNE K. Digital synthesis of nonlinear filters [J]. *Automatica*, 1971, 7(3): 287 – 298.
- [39] DUNÍK J, ŠIMANDL M, STRAKA O. Unscented Kalman filter: aspects and adaptive setting of scaling parameter [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(9): 2411 – 2416.

作者简介:

黄玉龙 (1990–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为惯性导航、滤波算法和组合导航, E-mail: heuedu@163.com;

张勇刚 (1981–), 男, 研究员, 2007年获得英国Cardiff大学博士学位, 主要研究方向为光纤陀螺、惯性导航、滤波算法和组合导航, E-mail: zhangyg@hrbeu.edu.cn;

李宁 (1980–), 女, 副教授, 主要研究方向为自适应滤波和组合导航, E-mail: ningli@hrbeu.edu.cn;

赵琳 (1968–), 男, 教授, 主要研究方向为惯性导航、卫星导航及组合导航, E-mail: zhaolin@hrbeu.edu.cn.