

欠驱动基准系统的约束控制

武宪青, 何熊熊[†]

(浙江工业大学 信息工程学院, 浙江 杭州 310023)

摘要: 针对一种欠驱动基准系统, 具有旋转激励的平移振荡器(translation oscillators with rotating actuator, TORA)系统, 本文首次提出了一种具有约束的控制方法. 该方法不仅可以保证闭环系统的稳定性, 而且能够保证旋转小球在预设的范围内转动. 相比已有控制方法, 本文所提方法可以预设小球的转动范围以避免不理想的“循环”行为. 具体而言, 首先对系统的总机械能进行了详细分析; 随后在其总机械能的基础上通过能量整形构造出一个新颖的能量函数; 最后基于所构造的能量函数提出了一种具有约束的控制器, 采用Lyapunov方法及LaSalle不变性原理证明了相应闭环系统的稳定性. 通过与已有方法进行仿真对比可知, 本文方法在镇定控制与约束控制方面均表现出良好的控制性能.

关键词: 欠驱动TORA系统; Lyapunov方法; LaSalle不变性原理; 约束控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Constrained control for the underactuated benchmark system

WU Xian-qing, HE Xiong-xiong[†]

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310023, China)

Abstract: For the first time, we propose a constrained control method for an underactuated benchmark system, the translation oscillators with rotating actuator (TORA) system. This method guarantees both the stability of the closed-loop system and the actuator rotation in a preset range. Compared with the existing available methods, the proposed method can preset the rotating range of the actuator to avoid the undesired unwinding behavior. Specifically, the total mechanical energy of the TORA system is analyzed firstly. Then, based on the total mechanical energy, a novel energy function is obtained via energy shaping. Finally, a constrained control method is proposed on the basis of the constructed energy function; and the stability of the corresponding closed-loop system is proved by using Lyapunov techniques and LaSalle invariance theorem. Simulation results show that, in comparison with existing methods, the proposed method achieves superior control performance in stabilization control and constraint control.

Key words: underactuated TORA system; Lyapunov method; LaSalle's invariance theorem; constraint control

1 引言(Introduction)

欠驱动系统是指自由度个数大于控制输入维数的一类系统, 因其结构简单, 灵活性强, 重量轻等诸多优点而被广泛地应用于各种场所. 然而, 由于此类系统的欠驱动特性, 又使得对此类系统的控制具有一定的挑战性, 因而此类系统的控制问题受到控制界的广泛关注^[1-9]. 具有旋转激励的平移振荡器(translation oscillators with rotating actuator, TORA)(结构简图如图1所示)作为一个基准系统被应用于非线性控制器的设计与实现. 该系统最初作为双自旋航天器的简化模型被提出用于研究共振现象, 后来作为一个非线性基准系统主要用于检验针对欠驱动动力学系统进行的非线性控制设计^[10-12]. TORA系统由一个旋转小球和

一个平移振荡器组成, 其中旋转小球可由外界输入直接控制, 平移振荡器通过一个线性弹簧与固定的墙面连接, 只能通过旋转小球的转动间接对其控制. TORA系统的这一欠驱动特性使得其控制器的设计具有一定的难度.

作为双自旋航天器的简化模型及非线性基准系统, TORA系统受到了控制领域的广泛关注. 目前, 国内外许多学者已对其进行了大量的研究: Bupp等首次搭建了一个用于实施和评估非线性控制器的TORA系统实验平台, 并对4种非线性控制器的控制性能进行了实验验证^[13]; 文献[14]采用确定性-等值方法设计了一种输出反馈控制器, 实现了对TORA系统的快速调节控制; 高丙团考虑重力因素, 对旋转小球在垂直平

收稿日期: 2015-02-26; 录用日期: 2015-05-26.

[†]通信作者. E-mail: hxx@zjut.edu.cn; Tel.: +86 571-85290538.

国家科技支撑计划课题(2013BAF07B03), 国家自然科学基金(61473262), 浙江省信号处理重点实验室(2012E10016)资助.

Supported by National Science & Technology Pillar Program of China (2013BAF07B03), National Natural Science Foundation of China (61473262) and Zhejiang Key Laboratory for Signal Processing (2012E10016).

面内运动的TORA系统进行了研究,利用基于能量的方法,设计了一种状态反馈控制器,取得了良好的镇定控制性能^[15];在文献[16]中,作者利用高增益观测器和状态反馈控制器设计的分离性原理,提出了一种非线性观测器和基于能量状态反馈控制器结合的控制方法,只需测量旋转小球的角度位移即可实现对TORA系统的控制.此外,针对TORA系统的控制方法主要有:基于无源性的控制^[17-19]、输出反馈控制^[2,20]、基于观测器的控制^[21]等控制方法^[22-24].经过理论分析与仿真实验验证,上述方法均能取得良好的控制效果.

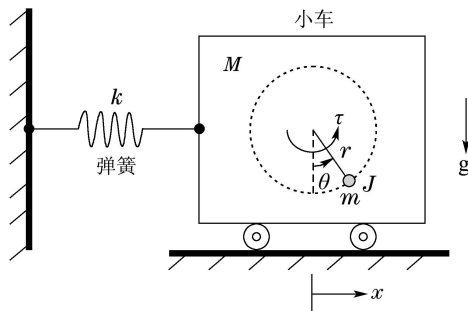


图 1 TORA系统结构图
Fig. 1 TORA system structure

对于不同的TORA系统而言,旋转小球可在水平平面或竖直平面内转动.众所周知,旋转小球的状态 $\theta(t) = 0$ 与状态 $\theta(t) = 2n\pi (n = 1, 2, \dots)$ 代表相同的物理形态.然而,已有的绝大多数控制方法均可区分状态 $\theta(t) = 0$ 与状态 $\theta(t) = 2n\pi$,现有方法的这一特性使得在对TORA系统控制时可能出现不良的“循环”行为,从而造成能源浪费,严重时可导致系统不稳定.

为避免“循环”现象的发生,本文针对欠驱动TORA系统,首次提出了一种有约束的控制方法.该方法不仅实现了对TORA系统的快速镇定控制,而且能够保证旋转小球在预设的范围内转动.具体而言,本文首先对系统的总机械能进行了详细分析;随后在其总机械能的基础上通过动能整形增强了旋转小球与平移振荡小车之间的耦合关系,并利用势能整形保证将旋转小球镇定到平衡点位置且确保控制过程中小球的转动范围;最后基于所构造的能量函数提出了一种具有约束的非线性控制器,采用Lyapunov方法及LaSalle不变性原理证明了闭环系统的稳定性.通过与已有方法进行仿真对比可知,本文方法不仅能保证将闭环系统状态镇定到稳定平衡点位置,而且可以保证旋转小球在约束的范围内转动,不会出现“循环”现象.

本文其他部分组织如下:第2节给出了TORA系统的动力学模型;第3节分析了系统总机械能及其导数与控制输入的关系;第4节在系统总机械能基础上进行了动能整形和势能整形,构造出了一个新颖的能量

函数;第5节在所构造的能量函数基础上提出了一种具有约束的非线性控制器并分析了闭环系统的稳定性;第6节给出了仿真结果,并与已有方法的结果进行了对比;第7节是对本文主要工作的总结.

2 系统模型(System model)

在本文中,考虑如图1所示旋转小球可在竖直平面内转动的欠驱动TORA系统,其动态特性可用如下方程描述:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{u}, \quad (1)$$

其中: $\mathbf{q}(t) = [x(t) \ \theta(t)]^T \in \mathbb{R}^2$ 表示系统的状态向量; $\mathbf{u}(t) = [0 \ \tau(t)]^T \in \mathbb{R}^2$ 表示系统的控制输入量; $M(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $\mathbf{G}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^2$ 的具体表达式如下:

$$M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M + m & mr \cos \theta \\ mr \cos \theta & mr^2 + J \end{bmatrix},$$

$$V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 0 & -mr\dot{\theta} \sin \theta \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = [kx \ mgr \sin \theta]^T,$$

其中: M 为平移振荡小车的质量; m 为旋转小球的质量,旋转小球的转动半径为 r ; k 为弹簧的劲度系数;小球关于其质心的转动惯量记为 J ;重力加速度为 g ; $x(t)$ 和 $\theta(t)$ 分别表示小车距离平衡点的位移和小球逆时针转离重力加速度方向的转动角度; $\tau(t)$ 为作用在旋转小球上的输入转矩.本文的控制目标为在输入转矩 $\tau(t)$ 的作用下,将平移振荡小车和旋转小球同时镇定到稳定平衡点处.由系统的状态变量及系统的输入量可知,TORA系统是具有一个欠驱动自由度的欠驱动系统.

3 系统能量分析(System energy analysis)

TORA系统(1)的总机械能可表示为

$$E = \underbrace{\frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}}_{\text{SKE}} + \underbrace{\frac{1}{2}kx^2 + mgr(1 - \cos \theta)}_{\text{SPE}}, \quad (2)$$

其中:SKE代表系统的动能,SPE代表系统的势能.对式(2)两边关于时间进行求导,并利用式(1)进行简化后可以得到

$$\dot{E} = \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \dot{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \dot{\theta}\tau. \quad (3)$$

从式(2)–(3)可知,对于 $\tau(t) = 0$ 和 $\theta \in (-\pi, \pi]$,系统(1)具有两个平衡点(一个不稳定平衡点和一个稳定的平衡点),本文的目标是将系统状态量调节至系统的稳定平衡点处,即点

$$[x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T. \quad (4)$$

4 能量整形(Energy shaping)

本小节将基于系统的总机械能 $E(t)$,利用转动小球与移动小车之间的耦合关系,构造出一个新颖的

Lyapunov函数.

为方便随后能量整形分析,将系统模型(1)改写为如下形式:

$$(M+m)\ddot{x} + mr\ddot{\theta}\cos\theta - mr\dot{\theta}^2\sin\theta + kx = 0, \quad (5)$$

$$mr\ddot{x}\cos\theta + (mr^2 + J)\ddot{\theta} + mgr\sin\theta = \tau. \quad (6)$$

对上式进行整理可得

$$\ddot{x} = -\frac{mr\cos\theta\tau}{m(\theta)} + \frac{m^2r^2g\sin\theta\cos\theta}{m(\theta)} - \frac{(mr^2 + J) \cdot \zeta(x, \theta, \dot{\theta})}{m(\theta)}, \quad (7)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(M+m)\tau}{m(\theta)} + \frac{mr\cos\theta \cdot \zeta(x, \theta, \dot{\theta})}{m(\theta)} - \frac{(M+m)mgr\sin\theta}{m(\theta)}, \quad (8)$$

其中 $m(\theta)$, $\zeta(x, \theta, \dot{\theta})$ 分别表示如下的辅助函数:

$$m(\theta) = Mmr^2 + JM + Jm + m^2r^2\sin^2\theta, \\ \zeta(x, \theta, \dot{\theta}) = kx - mr\dot{\theta}^2\sin\theta.$$

4.1 动能整形(Kinetic energy shaping)

为增强可驱动旋转小球与不可驱动振荡小车之间的耦合关系,利用旋转小球的动力学特性(8),向系统总机械能 $E(t)$ 中引入如下动能项,得到如下的能量函数:

$$V_0(t) = E + \frac{1}{2} \frac{k_v m(\theta) \dot{\theta}^2}{M+m}, \quad (9)$$

其中 $k_v \in \mathbb{R}^+$ 为正控制增益.对其两边关于时间求导,并利用式(3)–(8)进行整理后得到

$$\dot{V}_0(t) = \dot{\theta}[(1+k_v)\tau + k_v\phi(t)], \quad (10)$$

其中 $\phi(t)$ 表示如下的辅助函数:

$$\phi(t) = \frac{k_x m r \cos\theta}{M+m} - mgr\sin\theta. \quad (11)$$

4.2 势能整形(Potential energy shaping)

为保证能将旋转小球镇定到稳定平衡点位置,在能量函数 $V_0(t)$ 基础上,引入如下势能函数,得到如下的能量函数:

$$V_1(t) = V_0(t) + \frac{1}{2} k_p \theta^2, \quad (12)$$

其中 $k_p \in \mathbb{R}^+$ 为正控制增益.对式(12)两边关于时间求导,并利用式(10)可得

$$\dot{V}_1(t) = \dot{\theta}[(1+k_v)\tau + k_p\theta + k_v\phi(t)]. \quad (13)$$

为保证旋转小球的转动角度在预设的范围内,在能量函数 $V_1(t)$ 基础上,引入如下势函数:

$$V(t) = V_1(t) + \frac{1}{2} \frac{k_\theta \theta^2}{\vartheta^2 - \theta^2}, \quad (14)$$

其中: $k_\theta \in \mathbb{R}^+$ 为正控制增益, $\vartheta \in \mathbb{R}^+$ 为小球转动角度约束.对式(14)两边关于时间求导,并利用式(13)可得

$$\dot{V}(t) = \dot{\theta}[(1+k_v)\tau + k_p\theta + k_v\phi(t) + k_\theta\psi(t)], \quad (15)$$

其中 $\psi(t)$ 表示如下的辅助函数:

$$\psi(t) = \frac{\vartheta^2\theta}{(\vartheta^2 - \theta^2)^2}. \quad (16)$$

5 主要结论(Main results)

本节将根据所构造的能量函数 $V(t)$,提出一种非线性有界控制方法,实现对旋转小球和平移振荡小车的镇定控制,并保证小球的旋转角度在预设的范围内.

根据能量函数 $V(t)$ 及其导数 $\dot{V}(t)$,提出如下非线性控制器:

$$\tau(t) = -\frac{k_p\theta + k_d\dot{\theta} + k_v\phi(t) + k_\theta\psi(t)}{1+k_v}, \quad (17)$$

其中: $k_p, k_d, k_v, k_\theta \in \mathbb{R}^+$ 表示正控制增益; $\phi(t), \psi(t)$ 分别为定义在式(11)和式(16)的辅助函数.

定理 1 对于TORA系统(1),在控制器(17)作用下,闭环系统状态可以渐近收敛至稳定平衡点,在整个过程中,保证旋转小球的转动角度在预设的范围内,即

$$|\theta(t)| < \vartheta, \forall t \geq 0 \quad (18)$$

且

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x(t) \quad \dot{x}(t) \quad \theta(t) \quad \dot{\theta}(t)]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T. \quad (19)$$

证 为证明该定理,选取式(14)所定义的储能函数为Lyapunov候选函数

$$V(t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \frac{k_v m(\theta) \dot{\theta}^2}{M+m} + \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} k_p \theta^2 + \frac{1}{2} \frac{k_\theta \theta^2}{\vartheta^2 - \theta^2} + mgr(1 - \cos\theta). \quad (20)$$

对式(20)两边关于时间进行求导,并将所提非线性控制器(17)代入到结果表达式中可得

$$\dot{V}(t) = -k_d \dot{\theta}^2 \leq 0. \quad (21)$$

显然, $V(t) \leq V(0)$,且闭环系统在Lyapunov意义下是稳定的.由Lyapunov候选函数(20)知

$$V(t) \geq 0, \forall t \geq 0.$$

结合 $V(0) \in \mathcal{L}_\infty$ 可知

$$V(t) \in \mathcal{L}_\infty.$$

结合Lyapunov候选函数(20)的表达式可进一步推知如下信号均有界:

$$\theta, \dot{\theta}, x, \dot{x}, \frac{\theta^2}{\vartheta^2 - \theta^2} \in \mathcal{L}_\infty. \quad (22)$$

为探讨 $1/(\vartheta^2 - \theta^2)$ 的有界性, 分如下两种情形进行分析:

情形 1 $|\theta(t)| \rightarrow 0$. 结合式(22) 结论可知

$$|\theta(t)| \rightarrow 0, \theta(t) \in \mathcal{L}_\infty \implies \theta^2 \rightarrow 0, \theta^2 \in \mathcal{L}_\infty, \quad (23)$$

所以有如下结论:

$$\frac{1}{\vartheta^2 - \theta^2} \in \mathcal{L}_\infty. \quad (24)$$

情形 2 $|\theta(t)| \rightarrow 0$. 此时

$$\frac{1}{\vartheta^2 - \theta^2} = \frac{1}{\vartheta^2} \in \mathcal{L}_\infty. \quad (25)$$

综合上述两种情形可得

$$\frac{1}{\vartheta^2 - \theta^2} \in \mathcal{L}_\infty, \forall t \geq 0. \quad (26)$$

联合式(22)结论及控制器(17)表达式可知

$$\tau(t) \in \mathcal{L}_\infty. \quad (27)$$

为分析控制过程中旋转小球转动角度的范围¹, 在此假设

$$|\theta(t)| \rightarrow \vartheta, \quad (28)$$

则有

$$\frac{1}{\vartheta^2 - \theta^2} \rightarrow \infty, \quad (29)$$

与式(26)结论相矛盾. 因此, 该假设不成立. 所以在控制过程中有如下结论:

$$|\theta(t)| < \vartheta, \forall t \geq 0. \quad (30)$$

为分析系统状态的收敛性, 定义如下不变集 \mathcal{S} :

$$\mathcal{S} = \{(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) \mid \dot{V}(t) = 0\}. \quad (31)$$

由式(21)可知在不变集 \mathcal{S} 中

$$\dot{\theta} = 0, \quad (32)$$

因此可得出在不变集 \mathcal{S} 中

$$\theta = \alpha, \ddot{\theta} = 0, \quad (33)$$

其中 $\alpha \in \mathbb{R}$ 为常数. 为进一步确定在不变集中 $\dot{x}(t)$ 的值, 分如下两种情况进行分析:

情形 1 在不变集 \mathcal{S} 中 $\dot{x}(t) \equiv 0$, 则 $x(t)$ 为常数, 那么 $\ddot{x}(t) = 0$. 则结合式(5)(32)及式(33)可知 $x(t) = 0$. 将控制器(17)代入式(6)并整理得

$$mgr \sin \theta + [k_p + \frac{k_\theta \vartheta^2}{(\vartheta^2 - \theta^2)^2}] \theta = 0. \quad (34)$$

因此, 对于 $\theta \in (-\vartheta, \vartheta)$, 等式(34) 有唯一解 $\theta(t) = 0$.

情形 2 在不变集 \mathcal{S} 中 $\dot{x}(t)$ 不恒等于零, 即在 \mathcal{S} 中至少有一点使得 $\dot{x}(*) \neq 0$. 又因 $\ddot{x}(t) \in \mathcal{L}_\infty$, 因而 $\dot{x}(t)$

连续, 所以存在一个 $\dot{x}(*)$ 的邻域 $D_{\dot{x}}$, 使得在邻域 $D_{\dot{x}}$ 中

$$\dot{x}(t) \neq 0. \quad (35)$$

在邻域 $D_{\dot{x}}$ 中进行如下分析, 将控制器(17)代入式(6)并结合式(5)(32)–(33)进行整理化简可得

$$\frac{k_x m r \cos \theta}{M + m} = k_p \theta + mgr \sin \theta + \frac{k_\theta \vartheta^2 \theta}{(\vartheta^2 - \theta^2)^2}. \quad (36)$$

由式(33)知在 \mathcal{S} 中 $\theta(t)$ 为常数, 结合上式可知 $x(t)$ 亦为常数, 所以 $\dot{x}(t) = 0$. 与假设在邻域 $D_{\dot{x}}$ 中存在某点 $\dot{x}(*) \neq 0$ 矛盾, 故假设不成立.

综合上述分析可知: 在整个控制过程中, 旋转小球的转动角度 $\theta(t)$ 始终保持在预设的范围内; 同时, 在不变集 \mathcal{S} 中仅包含稳定平衡点

$$[x(t) \ \dot{x}(t) \ \theta(t) \ \dot{\theta}(t)]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T.$$

于是, 根据LaSalle不变性原理^[25]可知, 系统状态在非线形控制器(17)的作用下随时间推移渐近收敛到稳定平衡点处. 证毕.

注 1 值得指出的是, 本文方法不同于现有方法(如文献[15–16]), 其均假设旋转小球在 $(-\pi, \pi]$ 范围内转动. 为避免出现小球的“循环”行为, 本文方法可预设小球转动角度约束为 π . 此外, 本文方法还可根据实际情况调整小球的转动约束, 不仅可防止出现“循环”现象, 而且可满足实际需求.

6 仿真结果与分析 (Simulation results and analysis)

为了进一步验证本文所提控制方法的有效性, 将在MATLAB/Simulink环境中进行仿真实验验证. 仿真中, 系统参数选择文献[10]中实验平台的参数, 具体如下:

$$M = 1.3608 \text{ kg}, m = 0.096 \text{ kg}, k = 186.3 \text{ N/m}, \\ r = 0.0592 \text{ m}, J = 0.0002175 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

仿真实验验证将分两部分进行, 分别测试本文所提方法的有约束控制性能和对外界干扰鲁棒性, 并选取文献[15]所设计的控制方法进行约束性能对比分析. 本文所提控制器的增益选取如下:

$$k_p = 0.0145, k_d = 0.0024, k_v = 0.06, k_\theta = 0.0001.$$

文献[15]控制增益为

$$k_1 = 450, k_2 = 5.3, k_3 = 1.$$

有约束性能测试 系统的初始状态为

$$[x(0) \ \dot{x}(0) \ \theta(0) \ \dot{\theta}(0)]^T = [0.02 \text{ m} \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

小球的旋转角度约束选取为²

$$\vartheta = 20^\circ.$$

图2–3分别给出了文献[15]所设计控制方法的仿

¹不失一般性, 本文假设旋转小球的初始状态在预设的转动范围内.

²为体现本文方法的优越性, 仿真过程中, 旋转角度约束取为 20° . 在实际应用过程中, 可根据实际需要设置小球的转动范围.

真结果及本文所提控制方法(17)的控制效果. 通过对比可知, 两种方法均可实现对TORA系统的快速镇定控制, 且镇定时间基本相同. 不同的是, 在整个控制过程中, 本文所提控制策略可以保证将旋转小球控制在所设的范围内转动; 相比之下, 文献[15]所设计控制方法无法保证旋转小球的旋转范围.

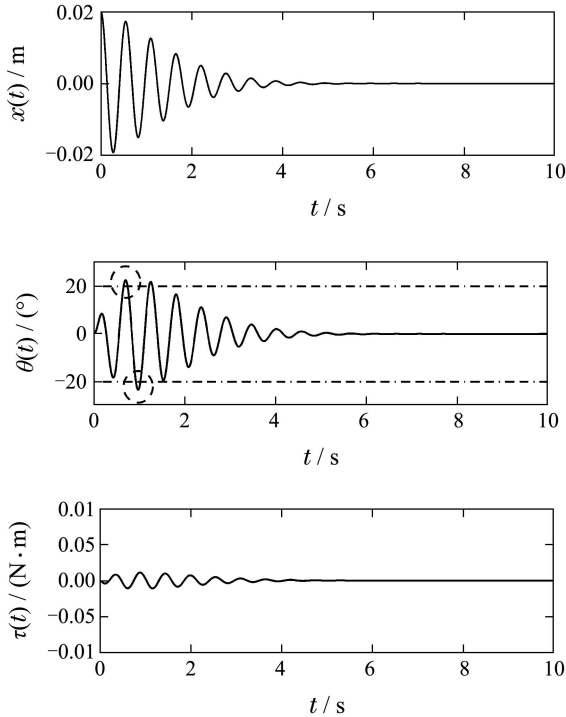


图2 文献 [15]方法结果

Fig. 2 The results of the method proposed in Ref. [15]

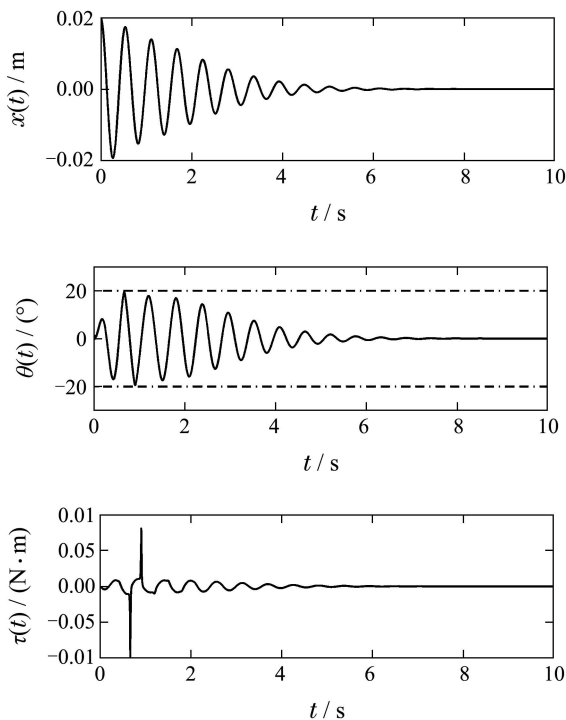


图3 本文方法结果

Fig. 3 The results of the proposed method

鲁棒性测试 为进一步测试本文所提方法对外界干扰的鲁棒性, 在控制过程中人为地对小车添加不同类型的干扰. 具体而言, 系统的初始状态设为

$$[x(0) \dot{x}(0) \theta(0) \dot{\theta}(0)]^T = [0.01 \text{ m } 0 \text{ } 18^\circ \text{ } 0]^T,$$

并在第8 s至第8.1 s之间加入频率为 4π 的正弦波干扰, 在第15 s至第21 s之间加入随机干扰, 其幅值均为1. 同时, 小球的旋转角度约束选取为 $\vartheta = 20^\circ$.

图4给出了鲁棒性测试结果, 从图中可以看出, 在本文所设计控制器的作用下, 对于不同类型的外界干扰均可被抑制并快速消除, 而且保证旋转小球在预设的转动范围内转动. 仿真结果表明本文方法有良好的鲁棒性.

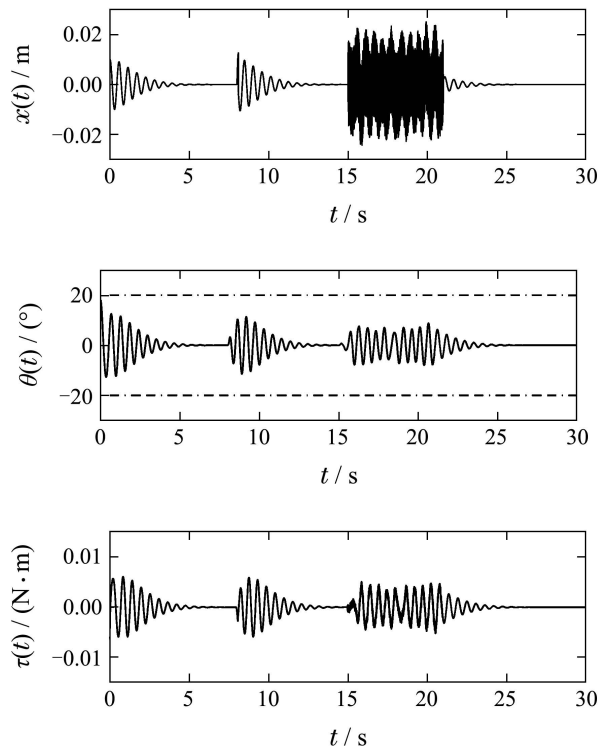


图4 鲁棒性测试结果

Fig. 4 The results of the robustness test

7 结论(Conclusions)

本文针对欠驱动TORA系统, 提出了一种有界的非线性控制器. 该方法不仅实现了对TORA系统的快速镇定控制, 而且能够保证旋转小球在预设的范围内转动. 本文首先分析了系统的总机械能及其导数与输入的关系; 随后在其总机械能的基础上通过动能整形及势能整形构造出了一个理想的能量函数; 最后基于所构造的能量函数提出了一种具有约束的非线性控制器, 采用Lyapunov方法及LaSalle不变性原理证明了闭环系统的稳定性. 通过数值仿真验证了本文方法的有效性, 结果表明本文所提控制策略具有良好的控制性能.

参考文献(References):

- [1] SUN N, FANG Y, ZHANG Y, et al. A novel kinematic coupling-based trajectory planning method for overhead cranes [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2012, 17(1): 166 – 173.
- [2] XU L, HU Q. Output-feedback stabilisation control for a class of under-actuated mechanical systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2013, 7(7): 985 – 996.
- [3] QUAN Q, CAI K Y, LIN H. Additive-state-decomposition-based tracking control framework for a class of nonminimum phase systems with measurable nonlinearities and unknown disturbances [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(2): 163 – 178.
- [4] LIU D, GUO W, YI J. Dynamics and GA-based stable control for a class of underactuated mechanical systems [J]. *International Journal of Control Automation and System*, 2008, 6(1): 35 – 43.
- [5] 徐健, 汪慢, 乔磊. 欠驱动无人水下航行器三维轨迹跟踪的反步控制 [J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(11): 1589 – 1596. (XU Jian, WANG Man, QIAO Lei. Backstepping-based controller for three-dimensional trajectory tracking of underactuated unmanned underwater vehicles [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(11): 1589 – 1596.)
- [6] WU X, HE X, SUN N, et al. A novel anti-swing control method for 3-D overhead cranes [C] // *Proceedings of the 2014 American Control Conference*. Portland, USA: IEEE, 2014: 2821 – 2826.
- [7] 王宏健, 陈子印, 贾鹤鸣, 等. 基于反馈增益反步法欠驱动无人水下航行器三维路径跟踪控制 [J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(1): 66 – 77. (WANG Hongjian, CHEN Ziyin, JIA Heming, et al. Three-dimensional path-following control of underactuated unmanned underwater vehicle using feedback gain backstepping [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(1): 66 – 77.)
- [8] 孙宁, 方勇纯. 一类欠驱动系统的控制方法综述 [J]. *智能系统学报*, 2011, 6(3): 200 – 207. (SUN Ning, FANG Yongchun. A review for the control of a class of underactuated systems [J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2011, 6(3): 200 – 207.)
- [9] WU X, HE X, WANG M. A new anti-swing control law for overhead crane systems [C] // *Proceedings of the 9th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*. Hangzhou, China: IEEE, 2014: 678 – 683.
- [10] BUPP R T, BERNSTEIN D S, COPPOLA V T. A benchmark problem for nonlinear control design [J]. *International Journal of Robust Nonlinear Control*, 1998, 8(4/5): 307 – 310.
- [11] QUAN Q, CAI K Y. Additive-state-decomposition-based tracking control for benchmark [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(20): 4829 – 4841.
- [12] PETRES Z, BARANYI P, KORONDI P, et al. Trajectory tracking by TP model transformation: case study of a benchmark problem [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2007, 54(3): 1654 – 1663.
- [13] BUPP R T, BERNSTEIN D S, COPPOLA V T. Experimental implementation of integrator backstepping and passive nonlinear controllers on the RTAC testbed [J]. *International Journal of Robust Nonlinear Control*, 1998, 8(4/5): 435 – 457.
- [14] CELANI F. Output regulation for the TORA benchmark via rotational position feedback [J]. *Automatica*, 2011, 47(3): 584 – 590.
- [15] 高丙团. TORA的动力学建模及基于能量的控制设计 [J]. *自动化学报*, 2008, 34(9): 1221 – 1224. (GAO Bingtuan. Dynamical modeling and energy-based control design for TORA [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(9): 1221 – 1224.)
- [16] 许清媛, 杨智, 范正平, 等. 一种非线性观测器和能量结合的反馈控制系统 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(1): 31 – 36. (XU Qingyuan, YANG Zhi, FAN Zhengping, et al. A combination feedback system of nonlinear observer and energy-based control [J]. *Control Theory and Applications*, 2011, 28(1): 31 – 36.)
- [17] ALLEYNE A. Physical insights on passivity-based TORA control designs [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1998, 6(3): 436 – 439.
- [18] 武宪青, 欧县华, 何熊熊. 增强耦合的TORA系统镇定控制方法设计 [J]. *控制与决策*, 2015, 30(6): 1039 – 1043. (WU Xianqing, OU Xianhua, HE Xiongxiang. Enhanced coupling stabilization controller design for TORA systems [J]. *Control and Decision*, 2015, 30(6): 1039 – 1043.)
- [19] GAO B, BAO Y, XIE J, et al. Passivity-based control of two-dimensional translational oscillator with rotational actuator [J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2014, 36(1): 111 – 118.
- [20] KARAGIANNIS D, JIANG Z P, ORTEGA R, et al. Output-feedback stabilization of a class of uncertain non-minimum-phase nonlinear systems [J]. *Automatica*, 2005, 41(9): 1609 – 1615.
- [21] NAZRULLA S, KHALIL H K. A novel nonlinear output feedback control applied to the TORA benchmark system [C] // *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*. Cancun: IEEE, 2008: 3565 – 3570.
- [22] AVIS J M, NERSESOV S G, NATHAN R. Decentralised energy-based hybrid control for the multi-RTAC system [J]. *International Journal of Control*, 2010, 83(8): 1701 – 1709.
- [23] 武宪青, 何熊熊. 欠驱动RTAC系统的自适应耦合控制器设计 [J]. *自动化学报*, 2015, 41(5): 1047 – 1052. (WU Xianqing, HE Xiongxiang. Adaptive coupling controller design for underactuated RTAC systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(5): 1047 – 1052.)
- [24] 郭卫平, 刘殿通, 李帅. 非线性递推控制TORA系统 [J]. *电子学报*, 2013, 41(11): 2252 – 2255. (GUO Weiping, LIU Diantong, LI Shuai. Nonlinear recursive control TORA system [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(11): 2252 – 2255.)
- [25] KHALIL H K. *Nonlinear Systems* [M]. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002.

作者简介:

武宪青 (1987–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为欠驱动系统控制、包括桥式吊车系统控制、TORA/RTAC系统控制等, E-mail: wux.zjut@gmail.com;

何熊熊 (1965–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为欠驱动系统控制、迭代学习控制, E-mail: hxx@zjut.edu.cn.