

# 高超声速飞行器非线性鲁棒控制律设计

李昭莹, 余令艺<sup>†</sup>, 刘昊, 李惠峰

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

**摘要:** 高超声速飞行器具有模型非线性程度高、耦合程度强、参数不确定性大、抗干扰能力弱等特点, 其自主控制具有较大的挑战. 论文提出了一种基于鲁棒补偿技术和反馈线性化方法的非线性鲁棒控制方法. 文中首先采用反馈线性化的方法对纵向模型进行输入输出线性化, 实现速度和高度通道的解耦和非线性模型的线性化. 针对得到的线性模型, 设计包括标称控制器和鲁棒补偿器的线性控制器. 基于极点配置原理, 设计标称控制器使标称线性系统具有期望的输入输出特性, 利用鲁棒补偿器来抑制参数不确定性和外界扰动对于闭环控制系统的影响. 基于小增益定理, 证明了闭环控制系统的鲁棒稳定性和鲁棒跟踪性能. 相比于非线性回路成形控制方法, 仿真结果表明了所设计非线性鲁棒控制算法的有效性和优越性.

**关键词:** 高超声速飞行器; 反馈线性化; 鲁棒控制; 非线性控制

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Nonlinear robust controller design for hypersonic vehicles

LI Zhao-ying, YU Ling-yi<sup>†</sup>, LIU Hao, LI Hui-feng

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Hypersonic vehicles are characterized by high model nonlinearity, strong coupling, large parameter uncertainties, and low disturbance rejection, which pose a challenge for their automatic controller design. We propose a nonlinear robust control method based on the robust compensation technique and feedback linearization method. The feedback linearization method is firstly applied to achieve the output/input linearization for the longitudinal model, resulting in a linear model. Then, a linear robust controller consisting of a nominal controller and a robust compensator is designed for the obtained linear model. The nominal controller is designed based on the pole assignment algorithm to guarantee the outputs of the nominal linear closed-loop system to track the desired references, while the robust compensator is introduced to restrain the effects of parametric uncertainties and external disturbances on the closed-loop control system. Based on the small gain theorem, the robust stability and the robust tracking properties are proved. Numerical simulation is implemented to validate the higher effectiveness and more advantages of the proposed nonlinear control method over the nonlinear loop-shaping control method.

**Key words:** hypersonic vehicles; feedback linearization; robust control; nonlinear control

### 1 引言(Introduction)

近空间高超声速飞行器<sup>[1-3]</sup>技术是各国家飞行器发展的热点, 也是未来国防装备发展和民用空天技术的重要方向, 我国自然科学基金委员会设立多年期重大研究计划, 航天院所也开展了高超声速飞行器重大科技研发. 飞行控制是高超声速飞行器安全有效运行的保证, 由于飞行器参数对于飞行工况的改变十分敏感, 因此飞行器参数特别是气动参数常常包含不确定性. 其次, 高超声速飞行器和常规飞行器相比, 其整体布局采用机身发动机一体化设计, 这种设计使得各个

子系统之间具有更强的耦合性和非线性. 再次, 高超声速飞行器的动态特性也容易受到外部大气扰动的影响. 此外, 建模得到的面向控制的飞行器动态模型与真实飞行器模型之间存在一定的不匹配, 因此以控制器设计为目标的模型包含了未建模不确定性. 以上这些不确定性均将影响高超声速飞行器鲁棒闭环控制系统的设计<sup>[4-6]</sup>.

由此可以看出高超声速飞行器控制器的设计面临很多挑战, 这引起了相关学者的关注. 文献[7]基于非线性干扰观测器的基础上设计了鲁棒控制器, 但是闭

收稿日期: 2015-03-24; 录用日期: 2015-06-18.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: yulingyi@buaa.edu.cn; Tel.: +86 18813030870.

本文责任编辑: 高会军.

国家自然科学基金项目(61174221, 61374054, 61473324), 中央高校基础科研业务费专项基金(YWF-14-RSC-036, YWF-14-YHXY-019)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61174221, 61374054, 61473324) and Fundamental Research Funds for the Central Universities (YWF-14-RSC-036, YWF-14-YHXY-019).

环系统稳定性分析中并没有深入讨论未建模动态的影响. 文献[8]采用了增益调度控制方法来设计了巡航阶段高超声速飞行器的控制器. 但是, 高超声速飞行器的动态模型呈现出了很强的非线性特性并且易受到不确定性影响, 采用增益调度控制方法并不能保证整个闭环系统的稳定性. 文献[9]以非线性运动方程为基础, 基于反馈线性化技术实现了运动方程的线性化, 并且通过优化权重函数, 设计了一种非线性鲁棒控制器. 该文献将不确定参数建模为随机不确定量, 其难点在于对不确定性进行线性化, 从而形成不确定矢量. 文献[10–12]在自适应控制方法的基础上改进了多元非线性控制器, 以减少部分外界扰动对于闭环系统的影响. 文献[13]基于模糊控制算法设计了飞行器的纵向控制律. 文献[14]分别设计了基于动态逆的速度控制器和基于Backstepping的高度控制器, 文中使用模糊自适应系统来在线辨识由于气动参数的变化而引起的不确定性. 这些文献均考虑了一种或者两种不确定性对于闭环系统的影响, 但是飞行器的动态包含了参数不确定性、未建模动态和外界扰动. 这些不确定性在闭环控制系统稳定性分析中均应得到考虑.

在文献[15–19]中, 基于信号补偿技术的鲁棒控制律设计方法得到了发展, 其设计的控制器是基于工作点附近线性化所获得的控制对象的线性模型. 在此方法中, 通道间耦合和非线性都视为等价扰动, 并且在标称控制器设计时均被忽略. 由于非线性动态部分由已知系统状态决定, 因此这样设计控制器会导致等价扰动中不确定性上界增大. 论文针对高超声速飞行器的纵向动态设计了非线性鲁棒控制器, 该控制器由反馈线性化方法和鲁棒补偿器组成. 首先, 应用反馈线性化控制技术实现了纵向模型速度和高度通道的动态解耦; 然后, 基于线性化模型设计了鲁棒补偿器来抑制参数不确定性、外界扰动和部分未被反馈线性化技术抵消的非线性不确定性的影响. 文章使用了动态系统的非线性动态信息设计了非线性鲁棒控制器, 从而降低了传统线性鲁棒控制器的保守性. 文中证明了闭环控制系统的鲁棒稳定性和鲁棒跟踪特性, 同时仿真结果显示了非线性鲁棒控制方法的有效性. 此外, 文中尝试用回路成形控制方法<sup>[20]</sup>对系统模型进行控制, 通过分析系统频率特性曲线, 选取加权函数使得系统开环传递函数的奇异值在理想的范围内. 但是, 这种方法解决系统的不确定性问题有一定的局限性, 并不能够把不确定性带来的影响抑制到给定的范围内, 仿真结果也表明了这一点.

## 2 高超声速飞行器模型(The hypersonic vehicle model)

基于美国NASA兰利实验室<sup>[2]</sup>开发的吸气式高超

声速飞行器纵向模型, 可得到如下的非线性运动方程:

$$\dot{V} = (T \cos \alpha - D)/m - \mu \sin \gamma / r^2 + c_V, \quad (1)$$

$$\dot{\gamma} = (L + T \sin \alpha)/mV - (\mu - V^2 r) \cos \gamma / V r^2 + c_\gamma, \quad (2)$$

$$\dot{q} = M_y / I_y + c_q, \quad (3)$$

$$\dot{\alpha} = q - \dot{\gamma} + c_\alpha, \quad (4)$$

$$\dot{h} = V \sin \gamma + c_h, \quad (5)$$

式中:  $V$ ,  $\gamma$ ,  $q$ ,  $\alpha$ 和 $h$ 分别是高超声速飞行器的速度、航迹倾角、俯仰角速度、攻角和高度;  $m$ ,  $\mu$ 和 $I_y$ 分别为高超声速飞行器的质量、引力常量和纵向转动惯量;  $r = h + r_e$ ,  $r_e$ 为地球半径;  $c_i (i = V, \gamma, q, \alpha, h)$ 为外界时变的大气扰动;  $L$ ,  $D$ ,  $T$ 和 $M_y$ 分别为升力、阻力、推力和俯仰力矩. 本文没有深入研究飞行器的弹性模态对于飞行器动态特性的影响. 参考文献[6]指出, 通过引入鸭翼的控制, 弹性模态对于动态系统的影响可得到抑制. 在这种情况下, 弹性模态的作用可视为具有范数界的未建模不确定性, 从而可包含在等价扰动项 $\Delta_i (i = 1, 2)$ 中. 通过后文所设计的非线性鲁棒控制算法, 其对闭环控制系统的影响可以得到抑制. 所以, 本文没有深入讨论弹性动态.

这些力和力矩的表达式如下:

$$L = \rho V^2 S C_L / 2, \quad D = \rho V^2 S C_D / 2, \quad T = \rho V^2 S C_T / 2, \\ M_y = \rho V^2 S \bar{c} (C_{M\alpha} + C_{M\delta_e} + C_{Mq}) / 2,$$

式中:  $\rho$ ,  $S$ 和 $\bar{c}$ 分别是空气密度、高超声速飞行器的参考面积和平均气动弦长<sup>[4]</sup>, 并且 $\rho$ 是飞行高度 $h$ 的函数;  $C_L$ ,  $C_D$ 和 $C_T$ 分别是高超声速飞行器的升力系数、阻力系数和推力系数.

这些系数的具体表达式如下:

$$C_L = 0.6203\alpha + \Delta_{C1}, \quad (6)$$

$$C_D = 0.6405\alpha^2 + 0.0043378\alpha + 0.003772 + \Delta_{C2}, \quad (7)$$

$$C_T = \begin{cases} 0.02576\beta + \Delta_{C3}, & \beta < 1, \\ 0.02440 + 0.00336\beta + \Delta_{C4}, & \beta > 1, \end{cases} \quad (8)$$

$$C_{M\alpha} = -0.035\alpha^2 + 0.036617\alpha + 5.3261 \times 10^{-6} + \Delta_{C5}, \quad (9)$$

$$C_{Mq} = (0.5\bar{c}q/V)(-6.796\alpha^2 + 0.3015\alpha - 0.2289 + \Delta_{C6}), \quad (10)$$

$$C_{M\delta_e} = 0.0292(\delta_e - \alpha + \Delta_{C7}), \quad (11)$$

式中:  $\delta_e$ 为升降舵偏转;  $C_{M\alpha}$ ,  $C_{Mq}$ 和 $C_{M\delta_e}$ 分别为攻角、俯仰力矩系数和升降舵系数;  $\Delta_{C_i} (i = 1, 2, \dots, 7)$ 为系统未建模不确定性.

高超声速飞行器的发动机模型为典型的二阶系

统<sup>[4,11]</sup>:

$$\ddot{\beta} = -2\xi_n\omega_n\dot{\beta} - \omega_n^2\beta + \omega_n^2\beta_c + \Delta_{C8}, \quad (12)$$

式中:  $\beta_c$ 为发动机节流阀开度;  $\xi$ 和 $\omega_n$ 分别是二阶系统模型的阻尼和频率;  $\Delta_{C8}$ 为外界扰动。

文章针对高超声速飞行器纵向模型,以控制飞行器的速度和高度为目的,控制输入为节流阀设置 $\beta_c$ 和升降舵偏角 $\delta_e$ ,通过设计 $\beta_c$ 和 $\delta_e$ ,使其能够在模型的高非线性和多种不确定性存在的条件下准确跟踪给定的速度和高度指令信号 $V_r$ 和 $h_r$ 。

### 3 非线性鲁棒控制器设计(Robust nonlinear controller design)

本章主要介绍了非线性鲁棒控制器设计,其设计包含了3部分:第一,通过反馈线性化得到了速度和高度两个通道的线性模型;第二,基于线性化标称模型设计了标称控制器,使标称线性闭环系统具有理想的输入输出特性;第三,由于反馈线性化无法解决参数不确定性、外界扰动和非线性动态等多种不确定性对于闭环系统的影响,所以最后基于线性化等价扰动模型设计了鲁棒补偿器。全状态反馈控制器和鲁棒补偿器构成了线性鲁棒控制器。以下分别详细介绍了各部分控制器的设计。

#### 3.1 反馈线性化控制器(Feedback linearization controller design)

非线性模型线性化的方法主要有两种:一种是在工作点附近对非线性模型用泰勒方法展开,进行小扰动线性化;另一种是用李导数的方法,通过全状态反馈进行线性化处理,对标称参数下高超声速飞行器的非线性纵向模型进行全局或局部精确线性化。由于前者忽略了模型的高阶非线性项,这样会影响控制效果,所以论文采用了后者。选择状态向量 $X = [V \ \gamma \ \alpha \ \beta \ h]^T$ 和输入向量 $u = [\beta_c \ \delta_e]^T$ ,分别对输出向量 $Y = [V \ h]^T$ 进行微分运算,对 $V$ 进行三次微分,对 $h$ 进行四次微分可以得到:

$$\begin{aligned} \ddot{V} &= \omega_1 \dot{X}/m, \\ V^{(3)} &= (\omega_1 \ddot{X} + \dot{X}^T \omega_2 \dot{X})/m, \\ \ddot{h} &= V\dot{\gamma} \cos \gamma + \dot{V} \sin \gamma, \\ h^{(3)} &= \ddot{V} \sin \gamma + 2\dot{V}\dot{\gamma} \cos \gamma + V\ddot{\gamma} \cos \gamma - \\ &\quad V\dot{\gamma}^2 \sin \gamma, \\ h^{(4)} &= V^{(3)} \sin \gamma + 3\dot{V}\dot{\gamma} \cos \gamma + 3\ddot{V}\ddot{\gamma} \cos \gamma - \\ &\quad 3\dot{V}\dot{\gamma}^2 \sin \gamma - 3V\ddot{\gamma}\dot{\gamma} \sin \gamma - V\dot{\gamma}^3 \cos \gamma + \\ &\quad V\gamma^{(3)} \cos \gamma, \end{aligned}$$

式中:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= \pi_1 \dot{X}, \quad \gamma^{(3)} = \pi_1 \ddot{X} + \dot{X}^T \pi_2 \dot{X}, \\ \ddot{\alpha} &= \dot{q} - \ddot{\gamma} = M_y/I_y - \ddot{\gamma} = \ddot{\alpha}_0 + \ddot{\alpha}_{\delta_e} \delta_e, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_0 &= \rho V^2 S \bar{c} (C_M(\alpha) - 0.0292\alpha + C_M(q))/2I_y - \ddot{\gamma}, \\ \ddot{\alpha}_{\delta_e} &= 0.0292\rho V^2 S \bar{c} / 2I_y, \end{aligned}$$

从上述表达式可以发现,控制输入量 $u = [\beta_c \ \delta_e]^T$ 分别出现在了 $\ddot{\beta}$ 和 $\ddot{\alpha}$ 的表达式中,由此经过变形,可以得到线性化后的输出动力学方程如下:

$$\begin{bmatrix} V^{(3)} \\ h^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_0^{(3)} \\ h_0^{(4)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_c \\ \delta_e \end{bmatrix} = F_0 + Gu, \quad (13)$$

式中:

$$\begin{aligned} \ddot{X}_0 &= [\ddot{V} \ \ddot{\gamma} \ \ddot{\alpha}_0 \ \ddot{\beta}_0 \ \ddot{h}], \\ V_0^{(3)} &= (\omega_1 \ddot{X}_0 + \dot{X}^T \omega_2 \dot{X})/m, \\ h_0^{(4)} &= (\omega_1 \ddot{X}_0 + \dot{X}^T \omega_2 \dot{X}) \sin \gamma / m + 3\ddot{V}\dot{\gamma} \cos \gamma + \\ &\quad 3\dot{V}\ddot{\gamma} \cos \gamma - 3\dot{V}\dot{\gamma}^2 \sin \gamma - 3V\ddot{\gamma}\dot{\gamma} \sin \gamma - \\ &\quad V\dot{\gamma}^3 \cos \gamma + V \cos \gamma (\pi_1 \ddot{X}_0 + \dot{X}^T \pi_2 \dot{X}), \end{aligned}$$

$\omega_1, \omega_2, \pi_1, \pi_2$ 和 $G$ 的具体表达式参考文献[4]。

若矩阵 $G$ 可逆,且令

$$\begin{bmatrix} V^{(3)} \\ h^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

那么式(13)可以改写为

$$u_i = [G]^{-1}(v_i - F_0), \quad i = 1, 2. \quad (15)$$

可见,经过微分运算后其控制输入量 $\delta_e$ 和 $\beta_c$ 出现在微分式子中,进而实现了速度通道和高度通道的线性化。下面,基于此线性化模型对高超声速飞行器纵向通道设计控制器。

为了便于控制器的设计,分别对两个输出变量进行坐标变换。定义以下两个坐标变换 $E_1 = [e_1, \dot{e}_1, \ddot{e}_1]^T$ 和 $E_2 = [e_2, \dot{e}_2, \ddot{e}_2, e_2^{(3)}]^T$ ,其中跟踪误差 $e_1 = V - V_r$ ,  $e_2 = h - h_r$ ,  $V_r$ 和 $h_r$ 分别为飞行速度和高度参考信号,则有

$$\dot{E}_i = A_i E_i + B_i v_i + \Delta_i, \quad (16)$$

$$\dot{y}_i = C_i E_i, \quad i = 1, 2, \quad (17)$$

式中:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} C_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} C_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T. \end{aligned}$$

控制输入 $v_i$ 由两部分组成:一个是全状态反馈控制输入 $v_{i,FB}$ ,另一个是鲁棒补偿输入 $v_{i,RC}$ ,并且形式如下:

$$v_i = v_{i,FB} + v_{i,RC}, \quad i = 1, 2. \quad (18)$$

### 3.2 全状态反馈控制器(Full state feedback controller design)

本节采用全状态反馈方法对标称模型进行控制器设计, 状态反馈极点配置是以一组期望极点即特征值为性能指标, 对受控系统综合一个状态反馈型的控制, 使综合导出的控制系统的特征值配置到复平面上期望极点位置:

$$\dot{E}_i = A_i E_i + B_i v_{i,FB}, \quad i = 1, 2. \quad (19)$$

由式(19)任意指定 $n$ 个期望闭环极点及特征值:

$$\{\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_j^*, \dots, \lambda_n^*\}, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

它们或为实数, 或为共轭复数, 由此得到状态反馈矩阵 $K_{i,FB}$ , 进而可以得到如下的全状态反馈控制律:

$$v_{i,FB} = K_{i,FB} E_i, \quad i = 1, 2. \quad (20)$$

状态反馈极点配置的形式化提法就是: 对给定的受控系统, 确定一个状态反馈矩阵 $K_{i,FB}$ , 使所导出的闭环控制系统 $\dot{E}_i = (A_i + B_i K_{i,FB}) E_i$  ( $i = 1, 2$ )的特征值满足如下关系式:

$$(A_i + B_i K_{i,FB}) E_i = \lambda_j^* E_i, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad i = 1, 2.$$

### 3.3 鲁棒补偿器(Robust compensator design)

对非线性系统的控制器设计问题, 不仅要考虑模型的非线性、多变量耦合等因素的影响, 还要考虑多种不确定性带来的影响. 这些不确定性既包括实际工作过程中存在内部的结构和参数的变化也包括无法获知的未建模动态以及外界扰动, 文中把它们统称为等价扰动, 由于等价扰动的存在使得所建立的数学模型与实际对象往往存在着差异, 从而对非线性控制系统产生了不利影响. 为此, 为确保所设计非线性闭环系统的稳定性, 必须设计适合的强鲁棒补偿器来抑制等价扰动的影响.

文中没有给出不确定项的显示表达式, 这些不确定项可包含在等价干扰 $\Delta_i$  ( $i = 1, 2$ )中. 如果这些不确定项是范数有界的, 设计的鲁棒补偿器就能抑制闭环系统中等价干扰 $\Delta_i$  ( $i = 1, 2$ )的影响. 由 $A_{i,FB} = A_i + B_i K_{i,FB}$  ( $i = 1, 2$ )可得

$$\dot{E}_i = A_{i,FB} E_i + B_i v_{i,RC} + \Delta_i, \quad (21)$$

$$y_i = C_i E_i, \quad i = 1, 2.$$

速度通道和高度通道的传递函数 $G_i(s)$  ( $i = 1, 2$ )可以表示如下:

$$G_i(s) = C_i (sI_i - A_{i,FB})^{-1} B_i, \quad i = 1, 2, \quad (22)$$

式中:  $s$ 为拉普拉斯算子;  $I_i$ 为单位阵. 由式(21)可进而得输入输出关系如下:

$$y_i(s) = C_i (sI_i - A_{i,FB})^{-1} (E_i(0) + \Delta_i(s)) + G_i(s) v_{i,RC}(s), \quad i = 1, 2. \quad (23)$$

为了消除等价扰动的影响, 设计鲁棒补偿器如下:

$$v_{i,RC}(s) = -F_i(s) G_i^{-1}(s) C_i (sI_i - A_{i,FB})^{-1} \Delta_i(s), \quad i = 1, 2, \quad (24)$$

式中:  $F_1(s) = f_1^3 / (s + f_1)^3$  和  $F_2(s) = f_2^4 / (s + f_2)^4$  为含有待定参数 $f_1$ 和 $f_2$ 的鲁棒滤波器. 如文献[12-15]中所描述的: 当滤波器参数 $f_1$ 和 $f_2$ 充分大时, 滤波器的增益将接近于1. 在这种情况下,  $\Delta_i(t)$  ( $i = 1, 2$ )对于闭环控制系统的影响可以得到抑制. 由于 $\Delta_i(t)$  ( $i = 1, 2$ )的具体数值无法直接测量得到, 所以在忽略初始状态 $E_i(0)$  ( $i = 1, 2$ )的情况下, 式(23)可以写为

$$y_i(s) = C_i (sI_i - A_{i,FB})^{-1} \Delta_i(s) + G_i(s) v_{i,RC}(s), \quad i = 1, 2.$$

将式(22)代入上式得到

$$y_i(s) = C_i (sI_i - A_{i,FB})^{-1} (\Delta_i(s) + B_i v_{i,RC}(s)), \quad i = 1, 2.$$

结合式(21)中 $y_i(s) = C_i E_i(s)$ ,  $i = 1, 2$ , 可以得到

$$E_i(s) = (sI_i - A_{i,FB})^{-1} (\Delta_i(s) + B_i v_{i,RC}(s)), \quad i = 1, 2.$$

由式(21), 可得到不确定项 $\Delta_i(t)$  ( $i = 1, 2$ )的表达式如下:

$$\Delta_i(s) = (sI_i - A_{i,FB}) E_i(s) - B_i v_{i,RC}(s), \quad i = 1, 2. \quad (25)$$

结合式(24)和式(25), 最后可以得到不包含不确定项 $\Delta_i(t)$  ( $i = 1, 2$ )的鲁棒补偿器的控制输入如下:

$$v_{i,RC}(s) = -(1 - F_i(s))^{-1} F_i(s) G_i^{-1}(s) y_i(s), \quad i = 1, 2. \quad (26)$$

## 4 鲁棒特性分析 (Robust stability and robust tracking properties analysis)

将式(24)代入式(21)中, 可得

$$\max |e_{i,j}(t)| \leq \| (sI_{3 \times 3} - A_{i,FB})^{-1} (1 - F_i) \|_1 \|\Delta_i\|_\infty + \max |c_j^T e^{A_{i,FB} t} E_i(0)|, \quad i = 1, 2, \quad (27)$$

式中:  $c_j$ 是第 $j$ 行为1, 其余行为0的单位向量. 该不等式可以推导出状态 $E_i(t)$  ( $i = 1, 2$ )所满足的范数不等式如下:

$$\|E_i\|_\infty \leq \mu_{E_i(0)} + \delta_i \|\Delta_i\|_\infty, \quad i = 1, 2, \quad (28)$$

式中:  $\mu_{E_i(0)}$  ( $i = 1, 2$ ) 是有限非负常量, 满足不等式  $\mu_{E_i(0)} \geq \|e^{A_{i,FB} t} E_i(0)\|_\infty$ ;  $\delta_i$  ( $i = 1, 2$ ) 满足方程  $\delta_i = \| (sI - A_{i,FB})^{-1} (1 - F_i) \|_\infty$  ( $i = 1, 2$ ).

假设等价扰动满足如下范数不等式:

$$\|\Delta_i\|_\infty \leq$$

$$\begin{aligned} & \phi_{\Delta E4i} \|E\|_{\infty}^4 + \phi_{\Delta E3i} \|E\|_{\infty}^3 + \phi_{\Delta E2i} \|E\|_{\infty}^2 + \\ & \phi_{\Delta E1i} \|E\|_{\infty} + \phi_{\Delta ci}, \quad i = 1, 2, \end{aligned} \quad (29)$$

式中:  $\phi_{\Delta E4i}, \phi_{\Delta E3i}, \phi_{\Delta E2i}, \phi_{\Delta E1i}$  和  $\phi_{\Delta ci} (i = 1, 2)$  为正的常数;  $E = [E_1^T \ E_2^T]^T$ .

**证** 由文献[14]得知, 存在一个正数  $f_{m1}$ , 使得当  $f_i > f_{m1} (i = 1, 2)$  时, 有

$$\|\delta\|_{\infty} \leq \pi_{\delta} / f_i, \quad i = 1, 2. \quad (30)$$

式中:  $\delta = \max_i \delta_i$ . 由式(28)–(30)可得, 如果取正数  $f_{m2} (i = 1, 2)$  满足  $f_{m2} \geq \pi_{\delta}$ , 并且

$$\begin{aligned} f_{m2} \geq & 4\pi_{\delta} (\phi_{\Delta E4i} \|E\|_{\infty}^3 + \phi_{\Delta E3i} \|E\|_{\infty}^2 + \\ & \phi_{\Delta E2i} \|E\|_{\infty} + \phi_{\Delta E1i})^2, \end{aligned} \quad (31)$$

此时以下不等式成立:

$$\begin{aligned} & (\delta + \sqrt{\delta}) (\phi_{\Delta E4} \|E\|_{\infty}^3 + \phi_{\Delta E3} \|E\|_{\infty}^2 + \\ & \phi_{\Delta E2} \|E\|_{\infty} + \phi_{\Delta E1}) \leq 1, \end{aligned} \quad (32)$$

式中  $\phi_{\Delta E_j} = \max_i \phi_{\Delta E_{ji}} (j = 1, 2, 3, 4)$ .

由式(28)–(29)和式(32)可得

$$\|\Delta\|_{\infty} \leq (\mu_{E(0)} + \sqrt{\delta} \phi_{\Delta c} + \delta \phi_{\Delta c}) / \sqrt{\delta}, \quad (33)$$

式中:

$$\begin{aligned} \Delta &= [\Delta_1^T \ \Delta_2^T]^T, \quad \phi_{\Delta c} = \max_i \phi_{\Delta ci}, \\ \mu_{E(0)} &= \max_i \mu_{E_i(0)}. \end{aligned}$$

由此, 结合式(28)和式(29)可以得到如下不等式:

$$\|E\|_{\infty} \leq \mu_{E(0)} + \phi_{Ef} (\min_i f_i)^{-1/2}, \quad (34)$$

式中:  $\phi_{Ef}$  是正数, 并且满足式

$$\phi_{Ef} \geq \sqrt{\pi_{\delta}} (\mu_{E(0)} + \sqrt{\delta} \phi_{\Delta c} + \delta \phi_{\Delta c}).$$

需要指出的是不等式(31)决定了  $E$  的吸引域, 其形式如下:

$$\{E : \|E\|_{\infty} \leq \chi_{E \max}\}, \quad (35)$$

式中:  $\chi_{E \max}$  是下面关于  $E$  的方程的最大正实根:

$$\begin{aligned} \min_i \{f_i\} &= 4\pi_{\delta} (\phi_{\Delta E4} \|E\|_{\infty}^3 + \phi_{\Delta E3} \|E\|_{\infty}^2 + \\ & \phi_{\Delta E2} \|E\|_{\infty} + \phi_{\Delta E1})^2. \end{aligned} \quad (36)$$

因此存在一个正数  $f_{m3}$  使得当  $f_i \geq f_{m3} (i = 1, 2)$  时, 有

$$\begin{cases} \chi_{E \max} > \mu_{E(0)}, \\ \chi_{E \max} \geq \|E(0)\|_{\infty}. \end{cases} \quad (37)$$

由此, 对于任意  $f_i \geq f_{m3} (i = 1, 2)$  满足:

$$f_{m3} = \phi_{Ef}^2 / (\chi_{E \max} - \mu_{E(0)})^2, \quad (38)$$

不等式(32)成立. 由式(28)(30)和式(34), 可得

$$\begin{aligned} \max |e_{i,j}(t)| &\leq \max |c_j^T e^{A_i F B^T} E_i(0)| + \\ & \phi_{Ef} (\min_i f_i)^{-1/2}, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (39)$$

令  $f_{m4} = 4\phi_{Ef}^2 / \varepsilon^2$ , 那么对于任意给定的初始误差  $E(0)$  和正数  $\varepsilon$ , 均存在正数  $f_T = \max_i \{f_{mi}\}$  和  $T_m$ , 使得对于  $\forall t \geq T_m, f_i \geq f_T (i = 1, 2)$ , 误差  $E(t)$  有界且满足  $|y_i(t)| \leq \varepsilon (i = 1, 2)$ .

上述证明中, 由于使用了大量的不等式进行放缩, 文中基于式(29)假设求出的鲁棒补偿器参数  $f_i (i = 1, 2)$  的理论值偏大, 有可能使系统的保守性增强. 值得注意的是, 如果鲁棒补偿器参数  $f_i (i = 1, 2)$  的取值更大, 跟踪性能将会得到改进. 因此在实际应用中, 鲁棒补偿器参数  $f_i (i = 1, 2)$  可以先选取一定的初始正值, 并且不断增大取值, 直到闭环控制系统可以取得理想的跟踪结果. 这种单向参数整定方法可以在实际应用中根据具体情况来确定  $f_i (i = 1, 2)$  的值, 从而有可能降低控制系统的保守性.

## 5 仿真结果(Simulation results)

这一部分将对第3章所设计的闭环控制系统进行 MATLAB/Simulink 仿真验证, 检验所设计的非线性鲁棒控制器的有效性和鲁棒性. 飞行器模型标称参数值即巡航状态的参数值设置如表1所示.

表1 标称参数值

Table 1 Nominal parameter values

参数	值	参数	值
$V_0$	15060 ft/s	$\mu$	$1.36 \times 10^{16} \text{ ft}^3/\text{s}^2$
$h_0$	110000 ft	$I_y$	$7 \times 10^6 \text{ slugs} \cdot \text{ft}^2$
$m$	9375 slugs	$r$	$2.09035 \times 10^7 \text{ ft}$
$\bar{c}$	80 ft	$\rho_0$	$2.38 \times 10^{-3} \text{ slugs}/\text{ft}^3$
$\omega_n$	20	$S$	$3603 \text{ ft}^2$
$\xi_n$	0.3		

速度通道和高度通道的指令跟踪信号分别为

$$V_r(s) = \beta_1^4 V_c(s) / (s + \beta_1)^4,$$

$$h_r(s) = \beta_2^4 h_c(s) / (s + \beta_2)^4,$$

其中:  $V_c(s)$  和  $h_c(s)$  分别为轨迹输入指令信号,  $\beta_1 = 0.4, \beta_2 = 0.4$ . 仿真中系统的速度值由15060 ft/s提升到15180 ft/s, 高度值由110000 ft升到111000 ft. 为了能更好的跟踪指令信号, 将控制器的理想参考极点设置为

$$f_1 = 50, f_2 = 60,$$

$$\lambda_1 = [-20 \quad -0.2 + 0.2j \quad -0.2 - 0.2j],$$

$$\lambda_2 = [-7 \quad -2 \quad -0.05 + 0.03j \quad -0.05 - 0.03j].$$

**仿真1** 针对标称模型进行仿真验证, 即在不考虑参数不确定性和外界扰动等不确定性的情况下, 使系统跟踪速度通道和高度通道指令信号  $V_r$  和  $h_r$ , 其中:

$$c_i = 0 (i = V, \gamma, q, \alpha, h), \quad \Delta_{Ci} = 0 (i = 1, 2, \dots, 7, 8).$$

图1和图2描述了标称模型鲁棒控制器和回路成形控制器的系统状态响应曲线. 从图1和图2可看出, 对

于不包含不确定性和扰动的标称模型, 两个控制器都能较好的跟踪速度和高度指令信号。

外界扰动等多种不确定性的情况下, 使系统跟踪速度通道和高度通道指令信号, 其中高超声速飞行器参数和气动系数是标称模型相关参数的25%, 时变外界扰动 $c_i (i = V, \gamma, q, \alpha, h)$ 和 $\Delta_{C8}$ 取值如表2所示。

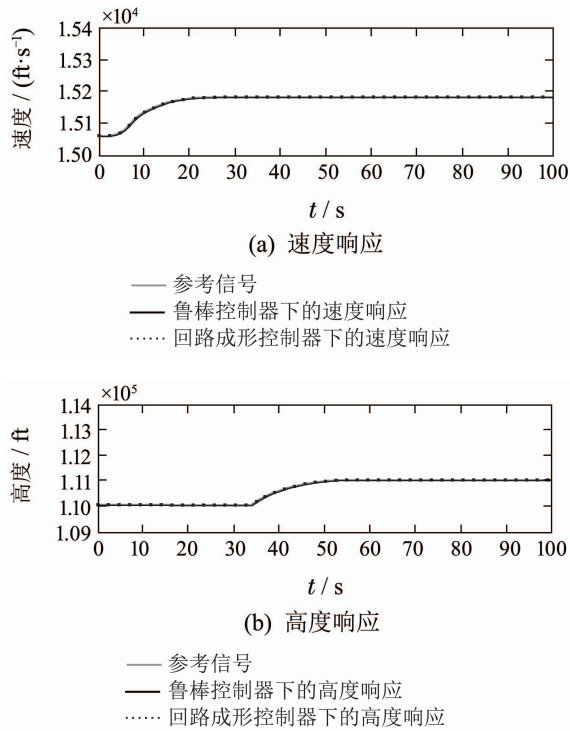


图 1 标称模型的速度和高度响应曲线

Fig. 1 Velocity and height responses without uncertainties

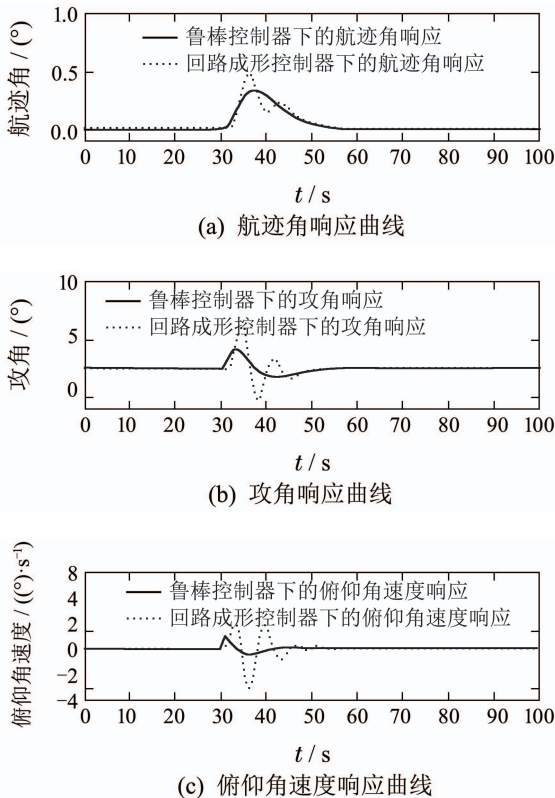


图 2 标称模型的航迹角、攻角和俯仰角速度响应曲线

Fig. 2 Flight path angle, angle of attack, and pitch rate responses without uncertainties

仿真 2 在扰动模型下, 即考虑参数不确定性和

表 2 外界扰动值

Table 2 External disturbances values

参数	值
$c_V$	$5 \sin(0.01\pi t) + 0.02$
$c_h$	$10 \sin(0.01\pi t) + 0.01$
$c_\gamma$	0.0005
$c_\alpha$	0.001
$c_q$	$0.8 \sin(0.01\pi t) - 0.05$
$\Delta_{C8}$	$0.1 \sin(0.001\pi t) + 0.2$

图3和图4描述了扰动模型鲁棒闭环控制系统的状态响应。从图3-4中可以得出, 在多种不确定性的影响下, 文章所提出的鲁棒控制器仍然能够较好的跟踪参考指令信号。这说明鲁棒控制器能够较好的抑制参数不确定性和外界扰动等带来的影响, 闭环控制系统具有较好的鲁棒性。此外, 从图中可以看出, 一通道的跟踪效果对于另一通道的跟踪效果影响较小, 闭环系统实现了较好的动态解耦。

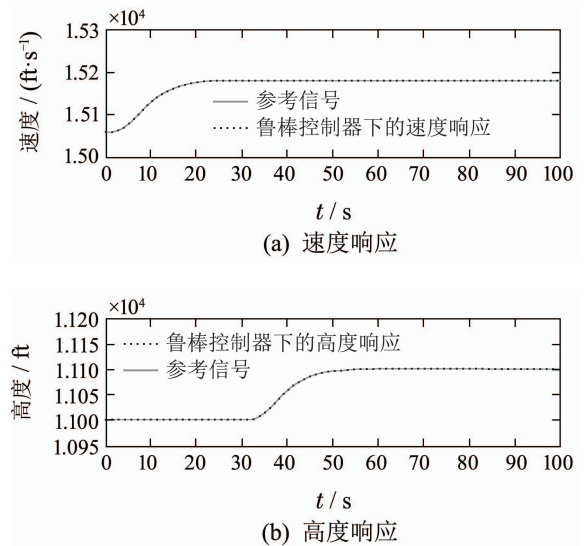
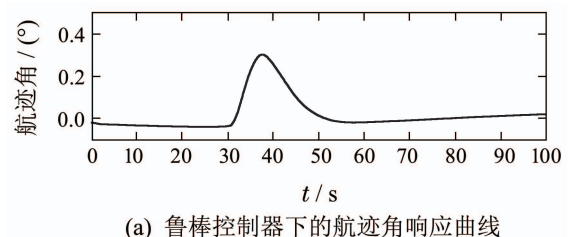


图 3 扰动模型的速度和高度响应曲线

Fig. 3 Velocity and height responses with uncertainties



(a) 鲁棒控制器下的航迹角响应曲线



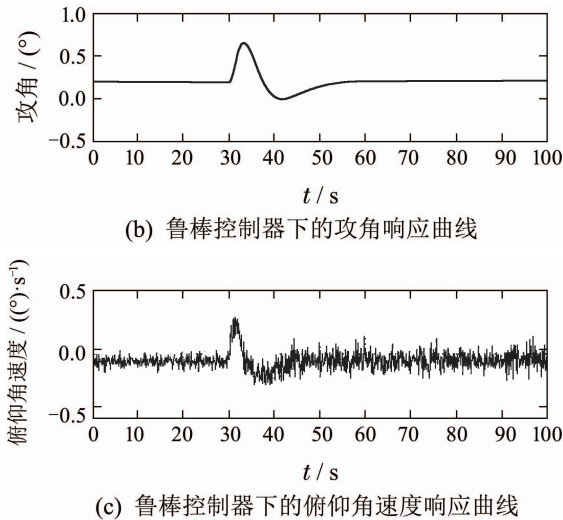


图4 扰动模型的航迹角、攻角和俯仰角速度响应曲线

Fig. 4 Flight path angle, angle of attack, and pitch rate responses with uncertainties

**仿真3** 图5给出了回路成形控制下扰动模型的输出响应曲线. 从图中可以看出, 速度和高度有发散的趋势, 因此文章只给出了7s的响应曲线. 此外, 仿真结果可以看出回路成形闭环控制系统的跟踪误差大于所设计的鲁棒闭环控制系统的跟踪误差. 采用回路成形设计方法, 并不能准确的完成跟踪指令信号的任务. 这显示出了回路成形控制器在抑制不确定性所带来的影响的局限性, 文章通过这种对比, 将两种控制器的响应曲线结合了起来, 凸显了所设计鲁棒控制器的优越性. 此外, 由于引入了反馈线性化技术, 充分利用了动态系统中的非线性信息, 降低了传统线性鲁棒控制器设计的保守性.

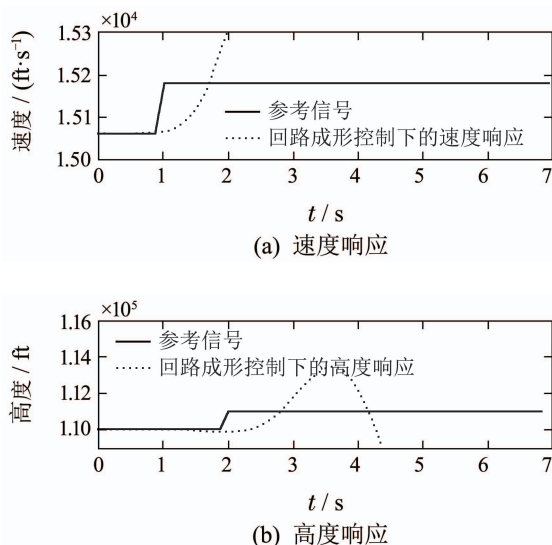


图5 扰动模型的速度和高度响应曲线

Fig. 5 Velocity and height responses with uncertainties

## 6 结论(Conclusions)

论文介绍了基于输入输出反馈线性化的高超声速

飞行器非线性鲁棒控制器设计方法. 所设计闭环控制系统的仿真表明:

1) 对速度和高度通道进行解耦并分别设计控制器, 仿真结果显示两通道解耦效果好, 一通道对于另一通道跟踪性能影响较小;

2) 论文提出的非线性鲁棒控制器能够抑制飞行过程中出现的参数不确定性、非线性和耦合动态、外界扰动对飞行控制系统带来的影响, 表明了所设计的鲁棒控制方法的有效性.

3) 鲁棒控制器相比于回路成形控制器, 能够更好的抑制多种不确定性的影响. 采用传统的回路成形控制器, 并不能把不确定性的影响抑制到理想的范围内, 闭环系统跟踪参考轨迹发散的仿真结果也验证了这一点.

未来的研究工作可以按照如下的两点展开:

1) 文章只针对高超声速飞行器纵向模型进行了控制器的设计, 没有对横向动态进行深入研究. 飞行器的横纵向控制更有挑战;

2) 文章没有给不确定项的显示表达式, 控制模型的不确定性可深入研究.

## 参考文献(References):

- [1] HUANG Lin, DUAN Zhisheng, YANG Jianying. Challenges of control science in near space hypersonic aircrafts [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(10): 1496 – 1505. (黄琳, 段志生, 杨剑影. 近空间高超声速飞行器对控制科学的挑战 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(10): 1496 – 1505.)
- [2] XU B, PAN Y P, WANG D W, et al. Discrete-time hypersonic flight control based on extreme learning machine [J]. *Neurocomputing*, 2014, 128(15): 232 – 241.
- [3] XU B, WANG D W, SUN F C, et al. Direct neural discrete control of hypersonic flight vehicle [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 70(1): 269 – 278.
- [4] WANG Q, STENGEL R F. Robust nonlinear control of a hypersonic aircraft [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, 23(4): 577 – 585.
- [5] BUSHCEK H, CALISE A J. Uncertainty modeling and fixed-order controller design for a hypersonic vehicle model [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1997, 20(1): 42 – 48.
- [6] PARKER J T, SERRANI A, YURKOVICH S, et al. Control-oriented modeling of an air-breathing hypersonic vehicle [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(3): 856 – 869.
- [7] YANG J, LI S, SUN C, et al. Nonlinear-disturbance-observer-based robust flight control for airbreathing hypersonic vehicles [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 1263 – 1275.
- [8] DAVIDSON J, LALLMAN F, MCMINN J D, et al. Flight control laws for NASA's hyper-X research vehicle [C] // *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. Portland: AIAA, 1999: 1 – 9.
- [9] MARRISON C I, STENGEL R F. Design of robust control systems for a hypersonic aircraft [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(1): 58 – 63.
- [10] FIORENTINI L, SRRRANI A, BOLENDER M A, et al. Nonlinear robust adaptive control of flexible air-breathing hypersonic ve-

- hicles [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(2): 401–416.
- [11] XU H J, MIRMIRANI M D, IOANNOU P A. Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, 27(5): 829–838.
- [12] HU X, WU L, HU C, et al. Adaptive sliding mode tracking control for a flexible air-breathing hypersonic vehicle [J]. *Journal of The Franklin Institute*, 2012, 349(2): 559–577.
- [13] LI H, SI Y, WU L, et al. Guaranteed cost control with poles assignment for a flexible air-breathing hypersonic vehicle [J]. *International Journal of Systems Science*, 2011, 42(5): 863–876.
- [14] GAO Daoxiang, SUN Zengqi, LUO Xiong, et al. Fuzzy adaptive control for hypersonic vehicle via backstepping method [J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(5): 805–810.  
(高道祥, 孙增圻, 罗熊, 等. 基于Backstepping的高超声速飞行器模糊自适应控制 [J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(5): 805–810.)
- [15] LIU H, WANG X F, ZHONG Y S. Quaternion-based robust attitude control for uncertain robotic quadrotors [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2015, 11(2): 406–415.
- [16] LIU H, LU G, ZHONG Y S. Robust LQR attitude control of a 3-DOF laboratory helicopter for aggressive maneuvers [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(10): 4627–4636.
- [17] ZHONG Y S. Robust output tracking control of SISO plants with multiple operating points and with parametric and unstructured uncertainties [J]. *International Journal of Control*, 2002, 75(4): 219–241.
- [18] LIU H, XI J X, ZHONG Y S. Robust hierarchical control of a laboratory helicopter [J]. *Journal of The Franklin Institute*, 2014, 351(1): 259–276.
- [19] LIU H, WANG X F, ZHONG Y S. Robust position control of a lab helicopter under wind disturbances [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2014, 8(15): 1555–1565.
- [20] PREMPAIN E, POSTLETHWAITE I. Static  $H_\infty$  loop shaping control of a fly-by-wire helicopter [C] // *Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*. Paradise Island: IEEE, 2014: 1188–1195.

#### 作者简介:

**李昭莹** (1983–), 女, 讲师, 目前研究方向为临近空间飞行器制导与控制, E-mail: lizhaoying@buaa.edu.cn;

**余令艺** (1993–), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为高超声速飞行器鲁棒控制, E-mail: yulingyi@buaa.edu.cn;

**刘昊** (1985–), 男, 讲师, 目前研究方向为鲁棒控制、最优控制、非线性控制和无人飞行器, E-mail: liuhao13@buaa.edu.cn;

**李惠峰** (1970–), 女, 教授, 目前研究方向为航天飞行器控制技术、高超飞行器轨迹规划, E-mail: lihweifeng@buaa.edu.cn.