DOI: 10.7641/CTA.2016.50270

具有积分二次约束属性的网络控制系统H_∞容错控制

彭高丰[1]，蒋伟进[1,2,3†]

(1. 长沙师范学院 电子与信息工程系, 湖南 长沙 410100;

2. 湖南商学院 计算机与信息工程学院, 湖南 长沙 410205; 3. 武汉理工大学 计算机科学与技术学院, 湖北 武汉 430070)

摘要:针对一类具有积分二次约束属性的时滞网络控制系统, 研究了系统在不等间隔采样下的H_∞容错控制. 首先, 分析并处理了网络控制系统中时滞与不等间隔采样之间的关系. 以此为基础, 建立了不等间隔采样下的不确定时滞网络控制系统的切换模型. 通过构造Lyapunov函数, 运用H_∞控制方法, 以及设计具有积分二次约束属性的控制器, 获得了基于LMI描述的系统时滞依赖稳定性判据. 然后, 建立了网络控制系统的传感器故障模型和传感器故障下的网络控制系统数学模型. 通过把结论运用到传感器出现故障的网络控制系统, 得到了系统在H_∞容错控制下的稳定性判据. 最后, 通过与其他文献介绍的方法进行比较的一个例子, 说明了该方法的有效性.

关键词: 网络控制系统; 积分二次约束性; 不等间隔采样; 传感器故障; H_∞控制

中图分类号: TP29　　**文献标识码**: A

H-infinity fault-tolerant control for networked control systems with integral quadratic constraints performance

PENG Gao-feng[1], JIANG Wei-jin[1,2,3†]

(1. School of Electronics and Information Engineering, Changsha Normal College, Changsha Hunan 410100, China;
2. School of Computer and Information Engineering, Hunan University of Commerce, Changsha Hunan 410205, China;
3. School of Computer Science and Technology, Wuhan University of Technology, Wuhan Hubei 430070, China)

Abstract: For a class of networked control systems (NCSs) with time-delay and integral quadratic constraints (IQC）performance, we investigate the H-infinity fault-tolerant control under the unequal interval sampling. First of all, the relationship between the delay and the unequal interval sampling in the NCSs is analyzed and processed. On this basis, the switching model of NCSs with uncertain time-delay under unequal interval sampling is built. By constructing Lyapunov function, using H-infinity control method, and designing controller with IQC performance, the delay-dependent stability criterion based on LMI description systems is obtained. Then, the sensor fault model and the mathematical model of NCSs under the sensor fault are built. By applying the conclusion to the NCSs with sensor fault，we obtain the stability criterion of the systems under H-infinity fault tolerant control. By comparing the performances of a given example with that obtained from other existing methods, we confirm the feasibility of the presented method.

Key words: networked control systems; IQC performance; unequal interval sampling; sensor fault; H-infinity control

1　引言(Introduction)

网络控制系统是指由一系列的网络通道和网络节点构成的闭环控制系统[1–3]. 网络控制系统中的节点(指传感器或执行器)故障、丢包和调度通信约束等都会影响系统的性能乃至失稳. 因而, 研究网络控制系统的容错控制引起了广泛关注[4–8]. 文献[4]基于滑模理论, 根据故障估计信息对离散网络控制系统的主动容错控制进行了研究. 文献[5]针对数据包丢失的网络控制系统, 采用了固定丢包率和异步动态系统稳定性理论来展开容错控制研究. 文献[6]研究了离散不确定网络控制系统的容错控制, 设计了基于观测器的容错控制器. 文献[7]采用保成本容错控制方法对存在数据包丢失和干扰的网络控制系统进行了容错控制研究, 为了提高灵敏度, 将阈值的选择归结为线性矩阵不等式约束的最小化问题. 文献[8]利用单时滞的多通道测量法和新息重组方法, 并通过求解黎卡提方程求解最优估计器. 文献[9]针对时变时延、丢包和通信约束的网络控制系统, 将故障诊断系统切换为多随机参

收稿日期: 2015−04−05; 录用日期: 2015−10−09.
†通信作者. E-mail: 1606732677@qq.com; Tel.: +86 731-84036109.
本文责任编委: 俞立.
国家自然科学基金项目(61472136)资助.
Supported by National Natural Science Foundation of China (61472136).

数系统, 节点访问由随机协议指定, 进行故障诊断滤波. 该方法局限于只能一个网络节点可以访问共享通信通道.

时滞和采样间隔在网络控制系统中不可避免地成对出现且相互约束, 同样是影响网络控制系统性能的主要因素之一. 综合考虑采样间隔和网络时滞的控制系统研究是当前研究热点之一[10–16]. 文献[10]通过计算最大允许传输间格(MATI, 即最大采样抖动)和最大允许延迟(MAD)来保证系统稳定. 文献[11]通过一种允许非小诱导延迟比采样间隔更长的时滞处理方法, 对轮叫调度协议下的网络控制系统稳定性和增益进行了研究, 改善了系统的性能. 文献[12]对于具有时变采样间隔、大时变时滞和丢包的非线性网络控制系统建立了近似离散模型, 为稳定控制器的设计制定一个规范框架. 文献[13]基于主动变采样周期方法, 研究当转移概率部分已知时具有时延和数据包丢失网络控制系统的H_∞控制问题. 文献[14]对于具有丢包的时延网络控制系统, 运用新包重排方法来处理无序丢包以及选择新的控制输入, 并给出了重新丢包与连续采样间隔的关系. 文献[15]提出了非线性网络控制系统中的测量值为异步采样和多通信链路传输, 通信中任何一个环节的影响都是由延迟单元捕获, 并改进了保证系统稳定的时滞界. 文献[16]建立了具有输入延迟的网络控制系统的切换系统, 得到了基于线性不等式的系统渐近稳定性判据, 并设计了切换状态反馈控制器.

目前, 虽然针对网络控制系统的控制算法具有一定的控制效果, 但综合考虑不等间隔采样、节点故障和网络时滞的容错控制方法比较缺乏, 且控制效果有待进一步提高.

本文研究了不等间隔采样、传感器故障且执行器正常下, 具有积分二次约束(integral quadratic constraints, IQC)属性的网络控制系统容错控制问题. 首先, 建立了网络控制系统模型, 对不等间隔采样和时滞进行了充分的分析, 并通过Lyapunov方法和H_∞控制方法, 设计具有积分二次约束属性的控制器, 获得了基于LMI描述的具有IQC属性系统的时滞依赖稳定性判据. 然后, 对传感器故障下的网络控制系统稳定性进行了研究, 获得了时滞依赖稳定性判据. 最后, 把本文方法与文献[10,11]中的方法进行了比较, 说明了本文方法的有效性.

2 问题描述(Problem formulation)

考虑如图1所示的网络控制系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu^{\mathrm{f}}(t) + B_1 w(t), \\ z(t) = Cx(t),\ t \geqslant 0, \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u^{\mathrm{f}}(t) \in \mathbb{R}^m$, $w(t) \in \mathbb{R}^l$, $z(t) \in \mathbb{R}^q$分别为系统的状态、外部干扰、控制输入和被控制输出; $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{n\times l}$, $C \in \mathbb{R}^{p\times n}$, $D \in \mathbb{R}^{q\times n}$为常数矩阵. 并满足:

1) 系统外部扰动的能量有限, 即$w(k) \in L_2[0,\infty]$;

2) 被控对象为完全可控, 且状态可观测;

3) 控制器和执行器为事件驱动, 即在新数据到来之前, 控制器不输出新控制量, 执行器则保持原有控制量.

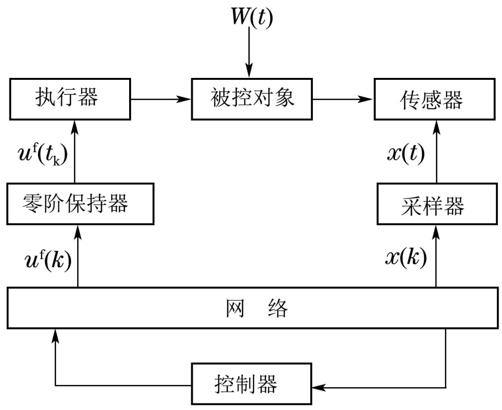

图 1 网络控制系统结构

Fig. 1 Structure of networked control systems

用S_k表示无限单调递增的采样时刻

$$0 = s_0 < s_1 \cdots < s_k \cdots, k \in \mathbb{N},\ \lim_{k\to\infty} s_k = \infty. \tag{2}$$

用h_k表示采样间隔, 即$h_k = s_{k+1} - s_k$. 设h_k有界且满足$h_k \in (\underline{h}, \bar{h}), k \in \mathbb{N}, 0 < \underline{h} \leqslant \bar{h}$. 考虑网络控制系统存在从传感器到控制器的时滞$\tau_k^{\mathrm{sc}}$、从控制器到执行器的时滞$\tau_k^{\mathrm{ca}}$和计算时滞$\tau_k^{\mathrm{c}}$等3类时滞. 则系统总时滞$\tau_k = \tau_k^{\mathrm{sc}} + \tau_k^{\mathrm{ca}} + \tau_k^{\mathrm{c}}$[4], 设$\tau_k$有界且满足$\tau_k \in (\underline{\tau}, \bar{\tau})$. 定义即时更新时刻的零阶保持$t_k = h_k + \tau_k$.

根据文献[17], 在最近一次采样之后, 旧的采样数据不能到达目的节点(控制器或驱动器)的时滞为非小延迟:

$$s_k + \tau_k < s_{k+1} + \tau_{k+1}, \tag{3}$$

也即$\tau_k < t_{k+1} - s_k$, 且时滞小于采样间隔

$$\tau_{k+1} - \tau_k < \bar{\tau} - \underline{\tau} < s_{k+1} - s_k. \tag{4}$$

设从最近一次数据采样到数据更新的时间间隔与网络时滞τ_k之和小于常数τ_{M}, 即

$$t_{k+1} - t_k + \tau_k < \tau_{\mathrm{M}},\ k \in \mathbb{N}, \tag{5}$$

即

$$\begin{aligned} & t_{k+1} - t_k < \tau_{\mathrm{M}} - \underline{\tau}, \\ & t_{k+1} - t_{k-1} + h_{k-1} \leqslant 2\tau_{\mathrm{M}} - \underline{h} \triangleq \bar{\tau}_{\mathrm{M}}, \end{aligned} \tag{6}$$

则

$$\begin{aligned}t\in[t_k,t_{k+1})\to t-t_k+\tau_k\in[\underline{\tau},\tau_{\mathrm{M}}),\\ t-t_{k-1}+\tau_{k-1}\in[\underline{\tau},\bar{\tau}_{\mathrm{M}}),\\ t\in[t_{k+1},t_{k+2})\Rightarrow t-t_k+\tau_k\in[\underline{\tau},\bar{\tau}_{\mathrm{M}}),\\ t-t_{k+1}+\tau_{k+1}\in[\underline{\tau},\tau_{\mathrm{M}}).\end{aligned}$$

设计状态反馈控制器

$$u^{\mathrm{f}}(t)=\begin{cases}-K(x(t_k-\tau_k)+x(t_{k-1}-\tau_{k-1})),\\ t\in[t_k,t_{k+1});\\ -K(x(t_k-\tau_k)+x(t_{k+1}-\tau_{k+1})),\\ t\in[t_{k+1},t_{k+2}),\ k\in\mathbb{N}.\end{cases}\tag{7}$$

把式(7)代入网络控制系统(1), 则有

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=Ax(t)+B_1w(t)-BK(x(t_k-\tau_k)+\\ \qquad x(t_{k-1}-\tau_{k-1})),\\ z(t)=Cx(t),\ t\in[t_k,t_{k+1}),\ k\in\mathbb{N},\\ \dot{x}(t)=Ax(t)+B_1w(t)-BK(x(t_k-\tau_k)+\\ \qquad x(t_{k+1}-\tau_{k+1})),\\ z(t)=Cx(t),\ t\in[t_{k+1},t_{k+2}),\ k\in\mathbb{N}.\end{cases}\tag{8}$$

定义 1[18] 对于具有控制器$u^{\mathrm{f}}(t)=-kx(t)$的时滞网络控制系统(8), 在传感器出现故障时, 如果满足:

i) 系统(8)的外部干扰为零(即$w(t)=0$)时, 系统能够全局渐近稳定;

ii) 在零初始状态下, 系统(8)的外部干扰$w(t)$和被控输出$z(t)$满足

$$\int_0^{\infty}\begin{bmatrix}z(t)\\ w(t)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\cdot\Pi\cdot\begin{bmatrix}z(t)\\ w(t)\end{bmatrix}\mathrm{d}t\leqslant0,\ \Pi=\begin{bmatrix}\Pi_{11}&\Pi_{12}\\ \Pi_{12}^{\mathrm{T}}&\Pi_{22}\end{bmatrix},\tag{9}$$

$\forall w\in L_2[0,\infty),\ w\neq0,$

且$\Pi_{11}>0$及$\Pi_{12}<0$. 则称网络控制系统(8)具有积分二次约束性, 而$u^{\mathrm{f}}(t)=-kx(t)$为系统的积分二次约束容错控制律.

如果选取矩阵$\Pi_{11}=I,\ \Pi_{12}=0,\ \Pi_{22}=-\gamma^2I$, 则不等式(9)与式(10)等价:

$$\int_0^{\infty}\|z(t)\|^2\mathrm{d}t\leqslant\gamma^2\cdot\int_0^{\infty}\|w(t)\|^2\mathrm{d}t.\tag{10}$$

这样, 问题就成了标准的H_∞控制问题. 设H_∞的范数界为λ, 且满足$\lambda>0$.

为了研究, 引入如下引理:

引理 1[19] 给定适维矩阵U,V,W及X, 并使矩阵X和V满足$X=X^{\mathrm{T}}$及$V^{\mathrm{T}}V\leqslant I$, 则有

$$X+UVW+W^{\mathrm{T}}V^{\mathrm{T}}U^{\mathrm{T}}<0.$$

当且仅当存在$\varepsilon>0$时, 使得

$$\begin{aligned}&\mathrm{X}+\varepsilon\cdot UU^{\mathrm{T}}+\varepsilon^{-1}\cdot W^{\mathrm{T}}W=\\ &X+\varepsilon^{-1}\cdot(\varepsilon\cdot U)(\varepsilon\cdot U)^{\mathrm{T}}+\varepsilon^{-1}\cdot(W)^{\mathrm{T}}(W)<0.\end{aligned}$$

3 主要结果(Main results)

定理 1 对于具有积分二次约束属性且存在时滞τ_k的闭环网络化控制系统(8),在不等间隔采样下, 存在常数$\underline{\tau}>0,\ \tau_{\mathrm{M}}>0,\ \tau_k>0,\ \tau_{k-1}>0$, 以及存在对称正定矩阵$P$和正定矩阵$Q_i(i=1,2,3,4)$, 并满足如下条件:

$$\Omega=\begin{bmatrix}\Omega_{11}&\Omega_{12}&\Omega_{13}&\Omega_{14}&0&0\\ *&\Omega_{22}&\Omega_{23}&\Omega_{24}&0&0\\ *&*&\Omega_{33}&\Omega_{34}&0&0\\ *&*&*&\Omega_{44}&0&0\\ *&*&*&*&\Omega_{55}&0\\ *&*&*&*&*&\Omega_{66}\end{bmatrix}<0,\tag{11}$$

则闭环系统(8)在零初始条件下具有H_∞范数界γ. 其中:

$$\begin{aligned}&\Omega_{11}=A^{\mathrm{T}}P+PA+\tau_k^2P+\\ &\quad Q_1-Q_2+Q_3+\\ &\quad \tau_{k-1}^2P-Q_4+C^{\mathrm{T}}C,\\ &\Omega_{12}=PB_1+\tau_k^2A^{\mathrm{T}}PB_1+\tau_{k-1}^2A^{\mathrm{T}}PB_1,\\ &\Omega_{22}=\tau_k^2P+\tau_{k-1}^2P-\gamma^2I,\\ &\Omega_{13}=-PBK-\tau_k^2A^{\mathrm{T}}PBK+\\ &\quad Q_2-\tau_{k-1}^2A^{\mathrm{T}}PBK,\\ &\Omega_{23}=-\tau_k^2B_1^{\mathrm{T}}PBK-\tau_{k-1}^2A^{\mathrm{T}}B_1^{\mathrm{T}}PBK,\\ &\Omega_{33}=\tau_k^2P-Q_2+\tau_{k-1}^2P,\\ &\Omega_{14}=-PBK-\tau_k^2A^{\mathrm{T}}PBK-\\ &\quad \tau_{k-1}^2A^{\mathrm{T}}PBK+Q_4,\\ &\Omega_{24}=-\tau_k^2B_1^{\mathrm{T}}PBK-\tau_{k-1}^2B_1^{\mathrm{T}}PBK,\\ &\Omega_{34}=\tau_k^2P+\tau_{k-1}^2P,\\ &\Omega_{44}=\tau_k^2P+\tau_{k-1}^2P-Q_4,\\ &\Omega_{55}=-Q_1,\Omega_{66}=-Q_3.\end{aligned}$$

“*”为主对角线对称位置元素的转置, I为适维单位矩阵.

证 对于系统(8), 当$t\in[t_k,\ t_{k+1}),\ k\in\mathbb{N}$时, 构造Lyapunov函数

$$\begin{aligned}&V(x_t,k)=\\ &x^{\mathrm{T}}(t)Px(t)+\int_{t-\underline{\tau}}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)Q_1x(s)\mathrm{d}s+\end{aligned}$$

$$\tau_k\int_{t_k-\tau_k}^{t}(s-(t_k-\tau_k))\dot{x}^{\mathrm T}(s)Q_2\dot{x}(s)\mathrm ds+\int_{t-\bar\tau_{\mathrm M}}^{t}x^{\mathrm T}(s)Q_3x(s)\mathrm ds+\tau_{k-1}\int_{t_{k-1}-\tau_{k-1}}^{t}(s-(t_{k-1}-\tau_{k-1}))\dot{x}^{\mathrm T}(s)Q_4\dot{x}(s)\mathrm ds.\tag{12}$$

选取矩阵

$$\Pi_{11}=I,\ \Pi_{12}=0,\ \Pi_{22}=-\gamma^2I,$$

对函数$V(x_t,k)$沿系统(8)求导, 有

$$\dot V(x_t,k)+\begin{bmatrix}z(t)\\w(t)\end{bmatrix}^{\mathrm T}\cdot\begin{bmatrix}I&0\\0&-\gamma^2\cdot I\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}z(t)\\w(t)\end{bmatrix}=\dot V(x_t,k)+z^{\mathrm T}(t)z(t)-\gamma^2w^{\mathrm T}(t)w(t).$$

应用文献[20]中的不等式(7), 有

$$-\tau_k\int_{t_k-\tau_k}^{t}\dot x^{\mathrm T}(s)Q_2\dot x(s)\mathrm ds\leqslant-(\int_{t_k-\tau_k}^{t}\dot x(s)\mathrm ds)^{\mathrm T}Q_2(\int_{t_k-\tau_k}^{t}\dot x(s)\mathrm ds)=-[x(t)-x(t_k-\tau_k)]^{\mathrm T}Q_2[x(t)-x(t_k-\tau_k)],\tag{13}$$

$$-\tau_{k-1}\int_{t_{k-1}-\tau_{k-1}}^{t}\dot x^{\mathrm T}(s)Q_4\dot x(s)\mathrm ds\leqslant-(\int_{t_{k-1}-\tau_{k-1}}^{t}\dot x(s)\mathrm ds)^{\mathrm T}Q_4(\int_{t_{k-1}-\tau_{k-1}}^{t}\dot x(s)\mathrm ds=-[x(t)-x(t_{k-1}-\tau_{k-1})]^{\mathrm T}Q_4[x(t)-x(t_{k-1}-\tau_{k-1})],\tag{14}$$

则有

$$\dot V(x_t,k)+\begin{bmatrix}z(t)\\w(t)\end{bmatrix}^{\mathrm T}\cdot\Pi\cdot\begin{bmatrix}z(t)\\w(t)\end{bmatrix}\leqslant\dot x^{\mathrm T}(t)Px(t)+x^{\mathrm T}(t)P\dot x(t)+x^{\mathrm T}(t)Q_1x(t)-x^{\mathrm T}(t-\underline{\tau})Q_1x(t-\underline{\tau})+{\tau_k}^2\dot x^{\mathrm T}(t)Q_2\dot x(t)-[x(t)-x(t_k-\tau_k)]^{\mathrm T}Q_2[x(t)-x(t_k-\tau_k)]+x^{\mathrm T}(t)Q_3x(t)-x^{\mathrm T}(t-\bar\tau_{\mathrm M})Q_3x(t-\bar\tau_{\mathrm M})+{\tau_{k-1}}^2\dot x^{\mathrm T}(t)Q_4\dot x(t)-[x(t)-x(t_{k-1}-\tau_{k-1})]^{\mathrm T}Q_4[x(t)-x(t_{k-1}-\tau_{k-1})]+z^{\mathrm T}(t)z(t)-\gamma^2w^{\mathrm T}(t)w(t)=X\Omega X^{\mathrm T},\tag{15}$$

其中

$$X=[x^{\mathrm T}(t)w^{\mathrm T}(t)x^{\mathrm T}(t_k-\tau_k)x^{\mathrm T}(t_{k-1}-\tau_{k-1})\cdot x^{\mathrm T}(t-\underline{\tau})x^{\mathrm T}(t-\bar\tau_{\mathrm M})].$$

对于式(11), 设外部干扰为零($w(t)=0$)并存在常数$\lambda>0$, 满足

$$\dot V(x_t,k)|_{w(t)=0}+z^{\mathrm T}(t)z(t)\leqslant-\lambda\|x(t)\|^2,$$

则有

$$\dot V(x(t))\Big|_{w(t)=0}\leqslant-\lambda\|x(t)\|^2.\tag{16}$$

所以, 控制器为$u(t)=-Kx(t)$的系统(8)在外部干扰$w(t)=0$ 情况下渐近稳定[21].

对式(15)从0到∞积分有

$$\lim_{t\to\infty}\dot V(x(t)-x(0))+\int_0^\infty\begin{bmatrix}z(t)\\w(t)\end{bmatrix}^{\mathrm T}\cdot\begin{bmatrix}I&0\\0&-\gamma^2I\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}z(t)\\w(t)\end{bmatrix}\mathrm dt\leqslant0.\tag{17}$$

设初始条件$x_0=0$, 函数$V(x_0)=0$,$V(x(t))\geqslant0$以及

$$\int_0^\infty\begin{bmatrix}z(t)\\w(t)\end{bmatrix}^{\mathrm T}\cdot\Pi\cdot\begin{bmatrix}z(t)\\w(t)\end{bmatrix}\mathrm dt\leqslant0,\quad\forall w\in L_2[0,\infty),\ w\neq0.\tag{18}$$

由定义1知, 系统(8)满足积分二次约束性. 因此, 当不等式(11)成立时, 由引理1和Schur补引理(文献[22]知闭环网络控制系统(8)在零初始条件具有H_∞范数界λ.

当$t\in[t_{k+1},t_{k+2}),\ k\in\mathbb N$, 证明同上.

定理1证毕.

注 1　如果矩阵A为文献[23]中的不确定模型

$$A=\sum_{j=1}^{M}\mu_j(t)A^{(j)},\ 0\leqslant\mu_j(t)\leqslant1,\ \sum_{j=1}^{M}\mu_j(t)=1,$$

则把A代入不等式(11), 即可得到A在该模型下的闭环网络控制系统(8)在零初始条件下具有H_∞范数界λ的条件.

假设传感器出现故障时的控制输入为[24]

$$u^{\mathrm f}(t)=Ru(t),\tag{19}$$

式中矩阵R为传感器故障时的系数矩阵, 且

$$R=\mathrm{diag}\{r_1,r_2,\cdots,r_m\},\ 0\leqslant r_i'\leqslant r_i\leqslant r_i''\leqslant1,\quad i=1,2,\cdots,m.$$

$r_i',r_i''(i=1,2,\cdots,m)$为给定常数, 并设第$i$个传感器完全故障时$r_i=0$, 正常时$r_i=1$, 部分故障时$0<r_i<1$. 定义

$$R_0=\mathrm{diag}\{r_{10},r_{20},\cdots,r_{m0}\},\ r_{i0}=\frac{r_i'+r_i''}{2},$$

$$R_1=\mathrm{diag}\{r_{11},r_{21},\cdots,r_{m1}\},\ r_{i1}=\frac{r_i''-r_i'}{2}.$$

则系数矩阵R表示可为

$$R=R_0+R_1\Delta J,\ \Delta J=\mathrm{diag}\{j_1,j_2,\cdots,j_m\},\ -1\leqslant j_i\leqslant1.$$

把式(19)代入系统(8), 则传感器故障下的闭环网络控制系统为

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=Ax(t)+B_1w(t)-BRK(x(t_k-\tau_k)+ \\ \qquad x(t_{k-1}-\tau_{k-1})), \\ z(t)=Cx(t),\ t\in[t_k,t_{k+1}),\ k\in\mathbb{N}, \\ \dot{x}(t)=Ax(t)+B_1w(t)-BRK(x(t_k-\tau_k)+ \\ \qquad x(t_{k-1}-\tau_{k-1})), \\ z(t)=Cx(t), t\in[t_{k+1},\ t_{k+2}),\ k\in\mathbb{N}, \end{cases} \tag{20}$$

定理 2 对于具有积分二次约束属性且存在时滞τ_k的闭环网络控制系统(20), 在传感器出现故障和不等间隔采样下, 存在常数$\varepsilon_1>0,\ \varepsilon_2>0,\ \underline{\tau}>0,\ \tau_{\mathrm{M}}>0,\ \tau_k>0,\ \tau_{k-1}>0$, 以及存在对称正定矩阵$P$和正定矩阵$Q_i(i=1,2,3,4)$, 并满足如下条件:

$$\begin{bmatrix} \bar{\varOmega}(A,B,B_1,C,K,R_0,Q_1,Q_2,Q_3,Q_4) & \varTheta_1 \\ * & \varTheta_2 \end{bmatrix}<0, \tag{21}$$

其中:

$$\varTheta_1=\begin{bmatrix} -\varepsilon_1(PBR_1+{\tau_k}^2A^{\mathrm{T}}PBR_1+{\tau_{k-1}}^2A^{\mathrm{T}}PBR_1) & 0 & -\varepsilon_2(PBR_1+{\tau_k}^2A^{\mathrm{T}}PBR_1+{\tau_{k-1}}^2A^{\mathrm{T}}PBR_1) & 0 \\ -\varepsilon_1({\tau_k}^2B_1^{\mathrm{T}}PBR_1+{\tau_{k-1}}^2B_1^{\mathrm{T}}PBR_1) & 0 & -\varepsilon_2({\tau_k}^2B_1^{\mathrm{T}}PBR_1+{\tau_{k-1}}^2B_1^{\mathrm{T}}PBR_1) & 0 \\ 0 & K^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K^{\mathrm{T}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\varTheta_2=\begin{bmatrix} -\varepsilon_1I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon_1I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon_2I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_2I \end{bmatrix},\ \bar{\varOmega}=\begin{bmatrix} \varOmega_{11} & \varOmega_{12} & \bar{\varOmega}_{13} & \bar{\varOmega}_{14} & 0 & 0 \\ * & \varOmega_{22} & \bar{\varOmega}_{23} & \bar{\varOmega}_{24} & 0 & 0 \\ * & * & \varOmega_{33} & \varOmega_{34} & 0 & 0 \\ * & * & * & \varOmega_{44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \varOmega_{55} & 0 \\ * & * & * & * & * & \varOmega_{66} \end{bmatrix},$$

且

$$\bar{\varOmega}_{13}=-PBR_0K-{\tau_k}^2A^{\mathrm{T}}PBR_0K+Q_2-{\tau_{k-1}}^2A^{\mathrm{T}}PBR_0K,$$

$$\bar{\varOmega}_{23}=-{\tau_k}^2B_1^{\mathrm{T}}PBR_0K-{\tau_{k-1}}^2A^{\mathrm{T}}B_1^{\mathrm{T}}PBR_0K,$$

$$\bar{\varOmega}_{14}=-PBR_0K-{\tau_k}^2A^{\mathrm{T}}PBR_0K-{\tau_{k-1}}^2A^{\mathrm{T}}PBR_0K+Q_4,$$

$$\bar{\varOmega}_{24}=-{\tau_k}^2B_1^{\mathrm{T}}PBR_0K-{\tau_{k-1}}^2B_1^{\mathrm{T}}PBR_0K,$$

则系统在零初始条件下具有H_∞范数界γ.

证 由定理1知, 当$t\in[t_k,t_{k+1}),k\in\mathbb{N}$时, 对于具有积分二次约束属性且存在时滞$\tau_k$的闭环网络控制系统(20), 在传感器出现故障和不等间隔采样下具有H_∞范数界λ的条件为不等式(22):

$$\begin{aligned} &\varOmega(A,B,B_1,C,K,R,Q_1,Q_2,Q_3,Q_4)= \\ &\varOmega(A,B,B_1,C,K,R_0,Q_1,Q_2,Q_3,Q_4)+ \\ &\varPsi_1J\varPsi_2^{\mathrm{T}}+\varPsi_2J^{\mathrm{T}}\varPsi_1^{\mathrm{T}}+\varPsi_3J\varPsi_4^{\mathrm{T}}+\varPsi_4J^{\mathrm{T}}\varPsi_3^{\mathrm{T}}<0, \end{aligned} \tag{22}$$

其中:

$$\varPsi_1=\begin{bmatrix} -PBR_1-{\tau_k}^2A^{\mathrm{T}}PBR_1-{\tau_{k-1}}^2A^{\mathrm{T}}PBR_1 \\ -{\tau_k}^2B_1^{\mathrm{T}}PBR_1-{\tau_{k-1}}^2B_1^{\mathrm{T}}PBR_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\varPsi_3=\begin{bmatrix} -PBR_1-{\tau_k}^2A^{\mathrm{T}}PBR_1-{\tau_{k-1}}^2A^{\mathrm{T}}PBR_1 \\ -{\tau_k}^2B_1^{\mathrm{T}}PBR_1-{\tau_{k-1}}^2B_1^{\mathrm{T}}PBR_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$\varPsi_2=[0\ \ 0\ \ K^{\mathrm{T}}\ \ 0\ \ 0\ \ 0],\ \varPsi_4=[0\ \ 0\ \ 0\ \ K^{\mathrm{T}}\ \ 0\ \ 0]$.

由引理1和Schur补引(文献[22])理知, 不等式(21)和不等式(22)等价.

当$t\in[t_{k+1},t_{k+2}),\ k\in\mathbb{N}$, 证明同上.

定理2证毕.

4 实例(Example)

为了将本文方法与文献[10,11]中方法进行比较, 对各参数做如下假设:

文献[10]中式(7)为

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}-0.8 & 0.9\\ -0.6 & 0\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0.1 & 0.6\\ 0 & 0.6\end{bmatrix}e(t)+\\ \qquad\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0.6 & 0.2\end{bmatrix}w(t),\\ \dot{e}(t)=\begin{bmatrix}-0.8 & 0.9\\ -0.6 & 0\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0.1 & 0.6\\ 0 & 0.6\end{bmatrix}e(t)+\\ \qquad\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0.6 & 0.2\end{bmatrix}w(t),\\ t\in[t_{s_i},t_{s_{i+1}}]\backslash\{t_{s_i}+\tau_i\},\ i\in\mathbb{N}.\end{cases}\tag{23}$$

文献[11]中式(1)为

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}-0.8 & 0.9\\ -0.6 & 0\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0.1 & 0.6\\ 0 & 0.6\end{bmatrix}u(t)+\\ \qquad\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0.6 & 0.2\end{bmatrix}w(t),\\ z(t)=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.2\end{bmatrix}u(t),\\ t\in(0,\infty).\end{cases}\tag{24}$$

本文中式(8)为

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}-0.8 & 0.9\\ -0.6 & 0\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0.1 & 0.6\\ 0 & 0.6\end{bmatrix}w(t)-\\ \qquad\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0.6 & 0.2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0.8 & 0\\ 0 & 0.6\end{bmatrix}(x(t_k-\tau_k)+\\ \qquad x(t_{k-1}-\tau_{k-1})),\\ z(t)=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix}x(t),\ t\in[t_k,t_{k+1}),\ k\in\mathbb{N},\\ \dot{x}(t)=\begin{bmatrix}-0.8 & 0.9\\ -0.6 & 0\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0.1 & 0.6\\ 0 & 0.3\end{bmatrix}w(t)-\\ \qquad\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0.6 & 0.2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0.8 & 0\\ 0 & 0.6\end{bmatrix}(x(t_k-\tau_k)+\\ \qquad x(t_{k+1}-\tau_{k+1})),\\ z(t)=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix}x(t),\\ t\in[t_{k+1},\ t_{k+2}),\ k\in\mathbb{N}.\end{cases}\tag{25}$$

文献[10]的不等式(57)中$\varepsilon=0.04$.

文献[11]中式(3)中量测噪声为零, 且

$$\begin{cases}y_k^1(s_k)=\begin{cases}\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}x(s_k),\ k=2p,\\ y_{k-1}^1, \qquad k\neq 2p,\ p\in\mathbb{N},\end{cases}\\ y_k^2(s_k)=\begin{cases}\begin{bmatrix}0.5\\ 1\end{bmatrix}x(s_k),\ k=2p,\\ y_{k-1}^2, \qquad k\neq 2p,\ p\in\mathbb{N}.\end{cases}\end{cases}\tag{26}$$

文献[11]中式(7)输出反馈控制器为

$$\begin{cases}\dot{x}_c(t)=\begin{bmatrix}-1.1 & 0.9\\ -0.6 & 0\end{bmatrix}x_c(t)+\begin{bmatrix}-1.1 & 0.9\\ -0.6 & 0\end{bmatrix}y_k,\\ z(t)=\begin{bmatrix}-1.1 & 0.9\\ -0.6 & 0\end{bmatrix}x_c(t)+\begin{bmatrix}-1.1 & 0.9\\ -0.6 & 0\end{bmatrix}y_k,\\ t\in[t_k,\ t_{k+1}),\ k\in\mathbb{N}.\end{cases}\tag{27}$$

本文不等式(11)、不等式(21)中的其他参数为

$$\begin{cases}P=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\ Q_1=\begin{bmatrix}0.5 & 0.1\\ 0 & 0.6\end{bmatrix},\\ Q_2=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.9\end{bmatrix},\ Q_3=\begin{bmatrix}1.1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\\ Q_4=\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0 & 0.3\end{bmatrix},\ \varepsilon_1=0.4,\ \varepsilon_2=0.5.\end{cases}\tag{28}$$

假设本文中传感器故障下有$0.6\leqslant r_1\leqslant 0.8,\ 0.8\leqslant r_2\leqslant 1$, 则有

$$R_0=\begin{bmatrix}0.7 & 0\\ 0 & 0.9\end{bmatrix},\ R_1=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix}.\tag{29}$$

由式(23)–(25)知系统的扰动不为零, 即$w(t)\neq 0$. 而由于式(26)中假设量测噪声为零, 则文献[11]中式(12)为

$$J=\int_0^\infty[z^{\mathrm{T}}(t)z(t)-\gamma^2 w^{\mathrm{T}}(t)\,w(t)]\,\mathrm{d}t.\tag{30}$$

在上述参数下, 设$\tau_k=\tau_k^{\mathrm{sc}}$(文献[10,11]中为$h_k=h_k^{\mathrm{sc}}$), 对$\underline{\tau}$, τ_{M}, τ_k和τ_{k-1}取不同值, 利用MATLAB的LMI工具箱中相关函数求解文献[10]不等式(57)、文献[11]定理1中不等式(18)–(19)(21)、文献[11]中定理2中不等式(29)(31)、本文定理1中不等式(11)、定理2中不等式(21)得到能保证各系统鲁棒渐近稳定的H_∞范数界取γ最小值的情况如表1所示.

表 1 γ在$\underline{\tau}, \tau_{\mathrm{M}}, \tau_k$和$\tau_{k-1}$取不同值下的最小值
Table 1 $\min\gamma$ for different $\underline{\tau}, \tau_{\mathrm{M}}, \tau_k$ and τ_{k-1}

$\underline{\tau}$	0	0.021	0.029	0.039
τ_{M}	0.014	0.031	0.039	0.048
τ_k	0	0.023	0.031	0.042
τ_{k-1}	0	0.022	0.030	0.040
文献[10]中MAD $=\frac{\tau_{\mathrm{M}}}{2}$	2.02	—	—	—
文献[11]中定理1	2.15	2.39	2.64	3.31
文献[11]中定理2	2.09	2.25	2.47	2.90
本文定理1	1.93	2.06	2.26	2.56
本文定理2	1.91	2.04	2.21	2.52

通过表1可以看出, 与文献[10,11]相比, 对于各系统取式(23)–(28)的相关参数, 且$\underline{\tau}, \tau_{\mathrm{M}}, \tau_k$和$\tau_{k-1}$取不同值下, 采用本文结论得到的$\gamma$最小值更小。

5 结语(Conclusions)

本文针对具有IQC属性的时滞网络控制系统在传感器出现故障和不等间隔采样下, 研究了其稳定性, 获得了基于LMI描述的系统时滞依赖稳定性判据. 通过与其他文献的方法相比, 说明了在保证系统稳定的情况下, 采用本文方法可使H_∞范数界γ的取值更小. 通过研究, 说明了本文方法的有效性.

参考文献(References):

[1] YOU Keyou, XIE Lihua. Survey of recent progress in networked control systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 32(2): 102 – 118.
(游科友, 谢立华. 网络控制系统的最新研究综述 [J]. 自动化学报, 2013, 32(2): 102 – 118.)

[2] ZHU Xincheng, ZHOU Chuan, CHEN Qingwei. Model-based average dwell time scheduling and control for networked control system [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(1): 86 – 92.
(朱信成, 周川, 陈庆伟. 网络控制系统的模型依赖平均驻留时间调度与控制 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(1): 86 – 92.)

[3] ZHANG X M, HAN Q L. Event-triggered dynamic output feedback control for networked control systems [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2014, 8(4): 226 – 234.

[4] MAO Z H, JIANG B. Fault estimation and accommodation for networked control systems with transfer delay [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(7): 738 – 743.

[5] HUO Z H, FANG H J. Research on robust fault-tolerant control for Networked control system with packet dropout [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2007, 18(1): 76 – 82.

[6] LI X, WU X B, GAO J. Observer-based guaranteed cost fault-tolerant controller design for networked control systems [J]. *Information Technolog Journal*, 2011, 10(2): 394 – 401.

[7] ZHANG P, CUI Y, JI R Z. Robust guaranteed cost fault diagnosis of networked control systems with interference and data packet dropout [C] //*International Conference on Computer, Networks and Communication Engineering*. Troy, Turkey: Atlantis Press, 2013: 103 – 106.

[8] YANG Yuanhua, HAN Chunyan, LIU Xiaohua. Optimal estimation for networked control systems with bounded random measurement delays [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(2): 181 – 187.
(杨园华, 韩春艳, 刘晓华. 有界随机测量时滞的网络控制系统的最优控制 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(2): 181 – 187.)

[9] LONG Y, YANG G H. Fault detection filter design for stochastic Networked control systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(3): 443 – 460.

[10] HEEMELS W P M H, TEEL A R, VAN DE WOUW N, et al. Networked control systems with communication constraints: tradeoffs between transmission intervals, delays and performance [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(8): 1781 – 1796.

[11] LIU K, FRIDMAN E, HETEL L. Stability and L_2-gain analysis of networked control systems under round-robin scheduling: a time- delay approach [J]. *Systems & Control Letters*, 2012, 61(5): 666 – 675.

[12] VAN DE WOUW N, NEŠIĆ D, HEEMELS W P M H. A discrete-time frame work for stability analysis of nonlinear networked control systems [J]. *Automatica*, 2012, 48(6): 1144 – 1153.

[13] LI Yuan, ZHANG Pengfei, ZHANG Qingling. Control of networked control systems with time-varying sampling periods and partially known packet dropout information [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2014, 35(3): 305 – 308.
(李媛, 张鹏飞, 张庆灵. 丢包信息部分已知的变采样周期网络控制系的控制 [J]. 东北大学学报(自然科学版), 2014, 35(3): 305 – 308.)

[14] LIU A D, ZHANG W A, YU L, et al. New results on stabilization of networked control systems with packet disordering [J]. *Automatica*, 2015, 51(2): 255 – 259.

[15] TAVASSOLI B. Stability of nonlinear networked control systems over multiple communication links with asynchronous sampling [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(2): 511 – 515.

[16] XIE D M, WU Y J, CHEN X X. Stabilization of discrete-time switched systems with input time delay and its applications in networked control systems [J]. *Circuits, Systems & Signal Processing*, 2009, 28(4): 595 – 607.

[17] NAGHSHTABRIZI P, HESPANHA J, TEEL A. Stability of delay impulsive systems with application to networked control systems [J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2010, 32(5): 511 – 528.

[18] CHENG C, ZHAO Q. Reliable control of uncertain delayed systems with Integral quadratic constraints [J]. *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 2004, 151(6): 790 – 796.

[19] YU K W, LIEN C H. Robust control for uncertain T–S fuzzy systems with state and input delays [J]. *Chaos Solitons Fractals*, 2008, 37(1): 150 – 156.

[20] GU K, KHARITONOV V L, CHEN J. *Stability of Time-Delay Systems* [M]. *Birkhauser*, Boston, 2003.

[21] KOLMANOSKII V B, MYSHKIS A. *Applied Theory of Functional Differntial Equations* [M]. Dordrecht: Kluwer Academic, 1992.

[22] BOYD S P, GHAOUI L E, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

[23] LIU K, FRIDMAN E, HETEL L, et al. Richard.Sampled-data Stabilization via round robin scheduling: a direct Lyapunov-Krasovskii approach [C] //*Proceedings of the 18th World Congress of the International Federation of Automatic Control*. Milano, Italy: International Federation of Automatic Control, 2011: 1459 – 1464.

[24] LIEN C H, YU K W. Robust reliable control for uncertain time-delay systems with IQC performance [J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2008, 138(2): 235 – 251.

作者简介:

彭高丰 (1977–), 男, 副教授, 主要研究方向为网络控制系统建模及控制, E-mail: pgf0731@163.com;

蒋伟进 (1964–), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为复杂系统建模与系统仿真, E-mail: 1606732677@qq.com.