

间隙三明治系统的改进卡尔曼状态估计

李琰琰¹, 谭永红^{2†}, 董瑞丽², 李海芬¹

(1. 南开大学 机器人与信息自动化研究所, 天津市智能机器人技术重点实验室, 天津 300071;

2. 上海师范大学 精密机电系统与控制工程研究室, 上海 201418)

摘要: 控制工程中许多实际系统都可以描述为带间隙的三明治系统, 由于间隙具有非光滑、局部记忆性和多值映射等复杂非线性特性, 使得整个三明治系统的内部状态估计工作具有很大挑战性. 首先根据间隙三明治系统的特性引入了几个自动切换函数, 采用关键项分离原理, 建立了随机噪声干扰下间隙三明治系统的非光滑整体伪线性状态空间模型. 针对该系统提出了一种非光滑的改进卡尔曼滤波算法以估计系统状态, 其工作机制能够随系统当前工作区间的转变而自动切换模式. 仿真和实验结果表明, 针对含噪声的间隙三明治系统, 非光滑的改进卡尔曼滤波算法对系统状态的估计准确度要高于传统卡尔曼滤波算法.

关键词: 间隙; 三明治系统; 改进卡尔曼滤波; 非线性系统; 状态估计

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Modified Kalman filter-based state estimation for sandwich systems with backlash

LI Yan-yan¹, TAN Yong-hong^{2†}, DONG Rui-li², LI Hai-fen¹

(1. Tianjin Key Laboratory of Intelligent Robotics, Institute of Robotics and Automatic Information System,

Nankai University, Tianjin 300071, China;

2. Laboratory of Precision Mechatronic Systems and Control Engineering, Shanghai Normal University, Shanghai 201418, China)

Abstract: Many practical systems in control engineering can be described as the so-called sandwich systems with backlash. As the embedded backlash is a complicated non-smooth nonlinear function with local memory and multi-valued mapping, the estimation of internal states for the whole sandwich systems becomes a challenge. Based on the separation principle for key terms, a non-smooth pseudo-linear state space model for the whole sandwich systems with backlash disturbed by random noises is built by introducing several embedded switch functions to handle the effect of backlash. Then, a non-smooth modified Kalman filtering (MKF) method is proposed to achieve the state estimation for the obtained non-smooth state space model. The operating mechanism of this filtering method makes the mode automatically switchable according to the transformation of operation zone of the system. Simulation and experimental results demonstrate that the proposed non-smooth MKF method achieves higher estimation accuracy for such sandwich systems with backlash affected by random noises than the conventional KF method.

Key words: backlash; sandwich systems; modified Kalman filter; nonlinear systems; state estimation

1 引言(Introduction)

作为一种典型的非光滑非线性特性, 间隙在齿轮机械传动系统、电动阀、数字电路、液压系统和伺服系统, 甚至经络信道中广泛存在^[1-3]. 以齿轮机械传动系统为例, 加工精度和安装误差的限制使得齿轮啮合中不可避免的存在间隙特性, 并且机械运转过程中的正常磨损也必然造成机构运动副中存在着间隙, 随着

机器的长时间运转, 间隙特性会越来越明显. 然而, 实际控制系统中间隙特性的存在往往会引起灵敏度变差、定位不准以及控制精度下降, 从而严重制约了系统的动态和控制性能, 甚至可引发不期望的振荡和控制系统的稳定, 进而导致物理破坏^[3-5]. 因此, 对系统中存在的间隙特性进行有效的补偿和控制越来越受到人们的关注. 事实上, 实际系统中的间隙特性并

收稿日期: 2015-04-10; 录用日期: 2015-10-26.

†通信作者. E-mail: tany@shnu.edu.cn.

本文责任编辑: 薛安克.

上海市科委项目(14ZR1430300, 14140711200), 国家自然科学基金项目(61571302, 61203108, 61371145, 61171088)资助.

Supported by Science and Technology Commission of Shanghai (14ZR1430300, 14140711200) and National Science Foundation of China (61571302, 61203108, 61371145, 61171088).

非单独存在, 其前后两端通常串联着其他线性动态系统, 这就导致既不能直接补偿间隙特性, 也无法直接测量其输入输出信号, 具有这类结构的系统则称为带间隙的三明治系统^[6-8]. 此外, 间隙本身除了非光滑这一特性以外, 还具有局部记忆性和多值映射等复杂特性, 这些因素都使得整个系统的辨识和控制工作具有很大挑战性^[8-9]. 而根据可获取的间隙三明治系统的量测数据对无法直接测量的系统内部状态进行估计, 对于该系统的控制和故障诊断都具有重要意义^[10-11]. 文献[12]根据关键项分离原则获得间隙三明治系统的伪线性模型, 并采用改进的一般递推辨识算法对该系统模型的参数进行在线辨识. 文献[9]通过设计特殊的退化激励信号将间隙环节退化为线性函数, 然后采用一般递推辨识算法在线辨识该间隙三明治系统模型的参数. 而文献[13]首次针对带间隙的三明治系统构造了一种非光滑观测器以对系统状态进行估计. 然而信号在采集、传输等实际过程中不可避免会受到测试仪器以及系统周围环境的噪声干扰, 这对信号的处理分析有不小的影响. 为了对此类系统进行有效控制, 必须对系统状态进行在线滤波. 迄今为止, 尚未发现针对含噪声的间隙三明治系统进行状态估计的文献.

本文首先采用分离原理, 根据间隙三明治系统的特性建立了随机噪声干扰下间隙三明治系统的非光滑状态空间模型, 针对该系统提出了一种能够随系统工作区间变化而自动切换模式的非光滑的改进卡尔曼滤波算法以对系统状态进行估计, 并将此算法与传统卡尔曼滤波算法进行了仿真和实验对比. 结果表明, 针对含噪声的间隙三明治系统, 本文提出的非光滑的改进卡尔曼滤波算法对系统状态的估计准确度要高于后者.

2 间隙三明治系统的模型描述(Model of sandwich systems with backlash)

本节将介绍间隙三明治系统的结构, 并根据文献[12]所描述的间隙三明治系统的输入输出参数模型, 构造出了系统相应的非光滑状态空间模型, 从而为设计新的卡尔曼滤波算法做准备.

间隙三明治系统具有非光滑非线性间隙特性内嵌于前后线性动态系统的级联结构, 其模型如图1所示.

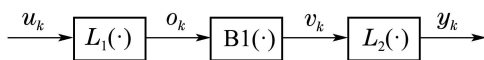


图 1 间隙三明治系统结构图

Fig. 1 Architecture of sandwich system with backlash

图中: L_1 代表输入线性子系统, L_2 代表输出线性子系统, $B1$ 则为嵌入在这两个线性子系统中间的间隙环节; u_k 和 y_k 分别为三明治系统的可测输入和输出, 而间隙环节的输入 o_k 和输出 v_k 是不可直接测量的中间变量, 用于描述系统内部信号的变化规律, 具有实

际的物理意义. 因此 u_k 和 y_k 构成了一个复合映射.

2.1 输入输出线性子系统的状态空间模型(State space models of input and output linear subsystems)

一般地, 输入线性子系统 L_1 的状态空间模型为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{1(k+1)} = A_{11}\mathbf{x}_{1k} + B_{11}u_k, \\ \mathbf{y}_{1k} = C_1\mathbf{x}_{1k}, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}_1 \in \mathbb{R}^{n_1 \times 1}$ 为输入线性子系统 L_1 的系统状态向量, n_1 为该子系统的维数; L_1 的可测输入 $u \in \mathbb{R}^1$ 可看作整个三明治系统的输入; $y_1 \in \mathbb{R}^1$ 为 L_1 的输出, 也即图1中间环节 $B1$ 的输入 o_k , 注意这里的 o_k 无法直接测量.

而输出线性子系统 L_2 的状态空间模型可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{2(k+1)} = A_{22}\mathbf{x}_{2k} + B_{22}v_k, \\ \mathbf{y}_{2k} = C_2\mathbf{x}_{2k}, \end{cases} \quad (2)$$

其中: $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^{n_2 \times 1}$ 为输出线性子系统 L_2 的系统状态向量, n_2 为该子系统的维数; 间隙环节 $B1$ 的输出 $v \in \mathbb{R}^1$ 即为 L_2 的输入, 注意这里的 v 无法直接测量; $y_2 \in \mathbb{R}^1$ 为 L_2 的输出, 也即图1中整个三明治系统的可测输出 y_k .

此外, $A_{ii} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ 为各子系统的状态转移矩阵, $B_{ii} \in \mathbb{R}^{n_i \times 1}$ 为输入矩阵, $C_i \in \mathbb{R}^{1 \times n_i}$ 为输出矩阵, $i = 1, 2$.

2.2 非光滑非线性间隙环节的模型(Model of non-smooth nonlinear backlash)

非光滑间隙环节 $B1$ 的具体结构如图2所示. 其中: D_1 和 D_2 为间隙的宽度($0 < D_1 < \infty, 0 < D_2 < \infty$), m_1 和 m_2 为间隙线性区的斜率($0 < m_1 < \infty, 0 < m_2 < \infty$).

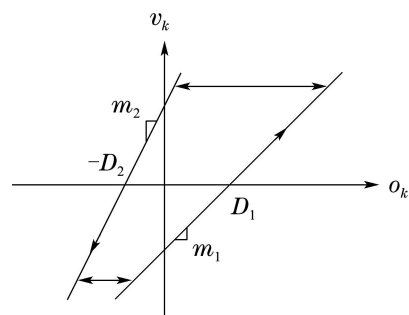


图 2 非光滑非线性间隙特性

Fig. 2 The non-smooth nonlinear backlash

根据图2中的间隙环节的输入输出关系, 可将其表示为如下离散时间模型:

$$v_k = \begin{cases} v_{k-1}, & \frac{v_{k-1}}{m_2} - D_2 < o_k < \frac{v_{k-1}}{m_1} + D_1, \\ \bar{v}_k, & \text{其他}, \end{cases} \quad (3)$$

其中 \bar{v}_k 是定义的强制中间变量, 代表间隙处于线性上升区或下降区.

为方便进一步描述 \bar{v}_k , 定义强制中间变量 m_k [12-15]:

$$m_k = m_1 + (m_2 - m_1)f_k, \quad (4)$$

其中: $f_k = \begin{cases} 0, & \Delta o_k \geq 0, \\ 1, & \text{其他} \end{cases}$ 为引入的切换函数, 负责进行间隙中两个线性区斜率的自动切换; 此外, $\Delta o_k = o_k - o_{k-1}$.

因此 \bar{v}_k 可表示为

$$\bar{v}_k = m_k(o_k - D_1 f_{1k} + D_2 f_{2k}), \quad (5)$$

其中: 切换函数

$$f_{1k} = \begin{cases} 1, & o_k > \frac{v_{k-1}}{m_1} + D_1 \text{ 且 } \Delta o_k \geq 0, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

负责进行间隙中线性上升区和记忆区之间的自动切换, 而

$$f_{2k} = \begin{cases} 1, & o_k < \frac{v_{k-1}}{m_2} - D_2 \text{ 且 } \Delta o_k < 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

负责进行间隙中线性下降区和记忆区之间的自动切换.

再引入切换函数 $f_{3k} = \begin{cases} 0, & f_{1k} + f_{2k} = 0, \\ 1, & f_{1k} + f_{2k} = 1, \end{cases}$ 则间隙的输入输出关系式(3)可以表示为

$$v_k = (1 - f_{3k})v_{k-1} + f_{3k}\bar{v}_k. \quad (6)$$

从上式可以看出, f_{3k} 负责进行间隙中线性区和记忆区的自动切换. 当 $f_{3k} = 0$ 时, 系统工作在记忆区, $v_k = v_{k-1}$; 当 $f_{3k} = 1$ 时, 系统工作在线性区, $v_k = \bar{v}_k$.

根据式(5), 式(6)可进一步表述为

$$v_k = (1 - f_{3k})v_{k-1} + f_{3k}m_k o_k - f_{3k}m_k D_1 f_{1k} + f_{3k}m_k D_2 f_{2k}. \quad (7)$$

2.3 整个三明治系统的状态空间模型(State space model of the whole sandwich system)

将 $o_k = \mathbf{y}_{1k} = C_1 \mathbf{x}_{1k}$ 代入式(7), 再将式(7)代入式(2), 可得

$$\mathbf{x}_{2(k+1)} = A_{22}\mathbf{x}_{2k} + B_{22}[(1 - f_{3k})v_{k-1} + f_{3k}m_k C_1 \mathbf{x}_{1k} - f_{3k}m_k D_1 f_{1k} + f_{3k}m_k D_2 f_{2k}], \quad (8)$$

则整个间隙三明治系统的状态空间模型可以描述为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1(k+1)} \\ \mathbf{x}_{2(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & \mathbf{0} \\ A_{21i} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1k} \\ \mathbf{x}_{2k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \theta_{22i} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{y}_k = C \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1k} \\ \mathbf{x}_{2k} \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (9)$$

其中: i 区分了间隙的3个区, 即

$$i = \begin{cases} 1, & y_{1k} > \frac{v_{k-1}}{m_1} + D_1 \text{ 且 } \Delta y_{1k} \geq 0, \\ 2, & \text{其他}, \\ 3, & y_{1k} < \frac{v_{k-1}}{m_2} - D_2 \text{ 且 } \Delta y_{1k} < 0. \end{cases}$$

此外,

$$A_{21i} = \begin{cases} B_{22}m_1 C_1, & i = 1, \\ \mathbf{0}, & i = 2, \\ B_{22}m_2 C_1, & i = 3, \end{cases} A_{21i} \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_1};$$

而

$$\theta_{22i} = \begin{cases} -B_{22}m_1 D_1, & i = 1, \\ B_{22}v_{k-1}, & i = 2, \\ B_{22}m_2 D_2, & i = 3, \end{cases} \theta_{22i} \in \mathbb{R}^{n_2 \times 1}.$$

鉴于输出线性子系统 L_2 的输出 \mathbf{y}_{2k} 即为整个间隙三明治系统的输出 \mathbf{y}_k , 故矩阵 C 可看作如下两部分:

$$C = [C_{11} \ C_{22}] \in \mathbb{R}^{1 \times (n_1 + n_2)}, \quad (10)$$

其中: $C_{11} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{1 \times n_1}$, $C_{22} = C_2 \in \mathbb{R}^{1 \times n_2}$.

为描述简便起见, 令

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1k} \\ \mathbf{x}_{2k} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n_1 + n_2) \times 1}, \quad A_i = \begin{bmatrix} A_{11} & \mathbf{0} \\ A_{21i} & A_{22} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \eta_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \theta_{22i} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3.$$

因此结合式(9), 整个间隙三明治系统的状态空间模型最终可以描述为如下非光滑仿线性形式:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = A_i \mathbf{x}_k + B u_k + \eta_i, & i = 1, 2, 3, \\ \mathbf{y}_k = C \mathbf{x}_k, \end{cases} \quad (11)$$

其中: A_i 为该系统的分段状态转移矩阵, B 为输入矩阵, C 为输出矩阵, η_i 则是因间隙而产生的切换向量, $i = 1, 2, 3$.

3 改进卡尔曼滤波算法(Modified Kalman filter algorithm)

卡尔曼滤波算法对于解决光滑线性随机系统的状态估计问题起了重要作用, 在控制、导航、制导和通讯等领域的应用成熟而广泛 [16-19]. 其递推计算形式能适应实时处理的需要, 并能消除实时测量的信息中的随机干扰和无用信息, 较好地滤出系统的可靠有用信息, 准确估计出系统的真实状态. 然而本文所研究的是典型的非光滑非线性系统, 且间隙环节的输入输出信号不能直接测量. 因此针对这类典型系统, 需要将传统卡尔曼滤波算法做一些适当的改进.

本小节提出了一种非光滑的改进卡尔曼滤波算法, 来处理在间隙特性及不可测噪声扰动影响下, 对此类非光滑非线性系统的在线状态估计问题. 在实际系统中, 随机噪声是对随机因素的综合反应, 如何服电动

机的电磁干扰, 通讯设备中的热噪声, 测量装置的测量噪声, 以及机械系统机座的随机振动等等. 根据中心极限定理, 许多场合的未知噪声序列均可看作高斯噪声序列. 为处理方便, 本文选取零均值高斯白噪声来近似间隙三明治系统中未知随机噪声的影响.

根据式(11), 考虑如下含未知高斯白噪声的间隙三明治系统^[20]:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = A_i \mathbf{x}_k + B u_k + \eta_i + w_k, & i = 1, 2, 3, \\ \mathbf{y}_k = C \mathbf{x}_k + r_k, \end{cases} \quad (12)$$

其中: w_k 为系统的过程噪声, 其协方差矩阵为 Q_k ; r_k 为观测噪声, 其协方差矩阵为 R_k . 假定二者都是高斯白噪声序列, 且二者不相关, 即

- 1) $E(w_k) = 0, E(w_i w_j^T) = Q_k \delta_{ij}$;
- 2) $E(r_k) = 0, E(r_i r_j^T) = R_k \delta_{ij}$;
- 3) $Cov(w_i, r_j) = E[w_i r_j^T] = 0$.

改进卡尔曼滤波算法的具体步骤如下:

1) 预测

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1/k} = A_i \hat{x}_k + B u_k + \eta_i, \\ P_{k+1/k} = A_i P_k A_i^T + Q_k, \\ \hat{y}_{k+1/k} = C \hat{x}_{k+1/k}, \end{cases} \quad (13)$$

其中: $\hat{x}_{k+1/k}$ 表示第 k 步对第 $k+1$ 步的一步预测值; $P_{k+1/k}$ 为相应的预测误差方差阵; Q_k 则为根据经验选取的过程噪声 w_k 的方差阵.

2) 更新

$$\begin{cases} \Phi_{k+1} = \begin{cases} 1, & f_{3k} = 0, \\ 0, & f_{3k} = 1, \end{cases} \\ S_{k+1} = S_k(1 - \Phi_{k+1}) + \Phi_{k+1}(C P_{k+1/k} C^T + R_{k+1}), \\ K_{k+1} = K_k(1 - \Phi_{k+1}) + \Phi_{k+1} P_{k+1/k} C^T S_{k+1}^{-1}, \\ \hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + \Phi_{k+1} K_{k+1} (y_{k+1} - \hat{y}_{k+1/k}), \\ P_{k+1} = P_{k+1/k} (1 - \Phi_{k+1}) + \Phi_{k+1} [(I - K_{k+1} C) P_{k+1/k} \cdot (I - K_{k+1} C)^T + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T], \end{cases} \quad (14)$$

其中: Φ_{k+1} 负责切换间隙环节中的线性区和记忆区

以决定各变量是否更新; K_{k+1} 为卡尔曼增益矩阵, 代表新息的可信度; \hat{x}_{k+1} 即为改进卡尔曼滤波算法的最终估计状态向量值; P_{k+1} 为该滤波算法的估计误差方差阵; I 为单位矩阵; R_k 则为根据经验选取的观测噪声 r_k 的方差阵.

3) 不断重复上述2个步骤.

4 数值仿真(Numerical simulation)

考虑对如下间隙三明治系统进行状态估计:

输入线性子系统 L_1 :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_{11(k+1)} \\ x_{12(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0.1 & 0.75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11(k)} \\ x_{12(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0 \end{bmatrix} u_k, \\ y_{1k} = [0.4 \ 0.5] \begin{bmatrix} x_{11(k)} \\ x_{12(k)} \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (15)$$

间隙BI:

$$v_k = BI(y_{1k}) = \begin{cases} m_1(y_{1k} - D_1), & y_{1k} > \frac{v_{k-1}}{m_1} + D_1, \\ & \text{且} \Delta y_{1k} \geq 0, \\ BI(y_{1(k-1)}), & \text{其他}, \\ m_2(y_{1k} + D_2), & y_{1k} < \frac{v_{k-1}}{m_2} - D_2, \\ & \text{且} \Delta y_{1k} < 0, \end{cases} \quad (16)$$

其中:

$$m_1 = 0.8, m_2 = 1, D_1 = 0.01, D_2 = 0.03.$$

输出线性子系统 L_2 :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_{21(k+1)} \\ x_{22(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0.3 & 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{21(k)} \\ x_{22(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0 \end{bmatrix} v_k, \\ y_{2k} = [0.3 \ 0.2] \begin{bmatrix} x_{21(k)} \\ x_{22(k)} \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (17)$$

根据前文所述的建模方法, 整个间隙三明治系统的状态空间方程可表示为

$$\begin{bmatrix} x_{11(k+1)} \\ x_{12(k+1)} \\ x_{21(k+1)} \\ x_{22(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.75 & 0 & 0 \\ 0.36 f_{3k} m_k & 0.45 f_{3k} m_k & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11(k)} \\ x_{12(k)} \\ x_{21(k)} \\ x_{22(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.9[(1 - f_{3k})v_{k-1} + f_{3k} m_k (D_2 f_{2k} - D_1 f_{1k})] \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

间隙三明治系统输出

$$y_k = Cx_k = [0 \ 0 \ 0.3 \ 0.2] \begin{bmatrix} x_{11}(k) \\ x_{12}(k) \\ x_{21}(k) \\ x_{22}(k) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

因此,该系统在过程噪声 w_k 和测量噪声 r_k 干扰下的模型可写成如下形式:

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_1 x_k + B u_k + \eta_1 + w_k, \\ y_{1k} > \frac{v_{k-1}}{0.8} + 0.01 \text{ 且 } \Delta y_{1k} \geq 0, \\ x_{k+1} = A_2 x_k + B u_k + \eta_2 + w_k, \\ \text{其他}, \\ x_{k+1} = A_3 x_k + B u_k + \eta_3 + w_k, \\ y_{1k} < v_{k-1} - 0.03 \text{ 且 } \Delta y_{1k} < 0, \end{cases} \quad (20)$$

$$y_k = Cx_k + r_k, \quad (21)$$

其中:

$$x_k = [x_{11}(k) \ x_{12}(k) \ x_{21}(k) \ x_{22}(k)]^T,$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.75 & 0 & 0 \\ 0.288 & 0.36 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.75 & 0 & 0 \\ 0.36 & 0.45 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\eta_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.0072 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \eta_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.9v_{k-1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \eta_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.027 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = [0 \ 0 \ 0.3 \ 0.2],$$

w_k 和 r_k 则假设为方差分别为 $Q_k = 0.005I_4$ 和 $R_k = 0.0002$ 的高斯白噪声序列.

设理想无噪声间隙三明治系统的真实状态初始值为 $x_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$,而改进卡尔曼滤波算法的估计状态初始值为 $\hat{x}_0 = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5]^T$,初始估计误差方差阵为 $P_0 = 10^6 I_4$.采用正弦序列 $u_k = 5 \sin(0.05k)$ 作为该间隙三明治系统的输入信号,仿真采样周期取 $T = 0.1$ s.该系统在无噪声理想情况下的真实状态值如图3所示,而实际系统在随机噪声干扰下的实际状态值如图4所示.

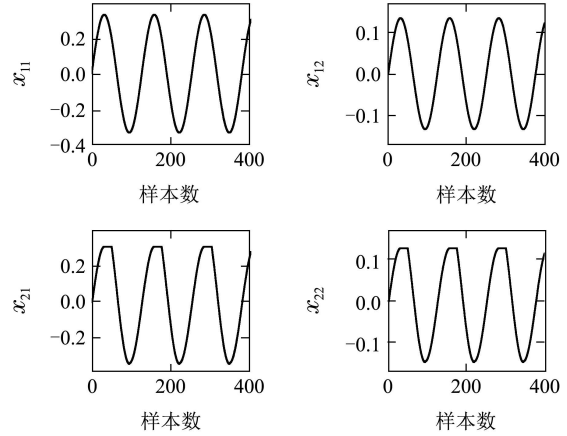


图3 无噪声系统的真实状态值

Fig. 3 Real states of the system without noise interference

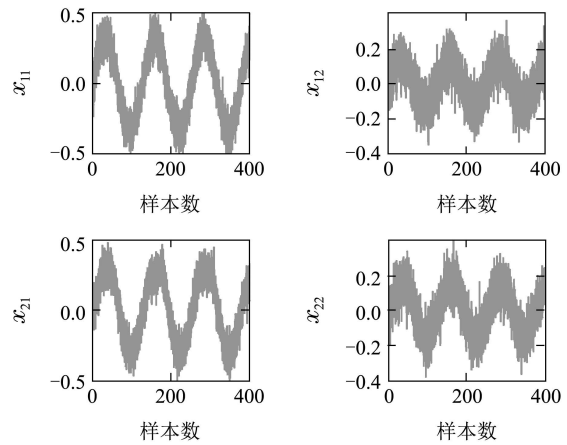


图4 含噪系统的实际状态值

Fig. 4 Actual states of the system with noise interference

采用本文所提出的改进卡尔曼滤波算法估计该含噪间隙三明治系统的真实状态值,其状态估计结果如图5所示.其中实线表示无噪声理想条件下系统各状态变量的真实值,虚线表示该滤波算法的状态估计值.图6给出了相应的估计误差曲线.

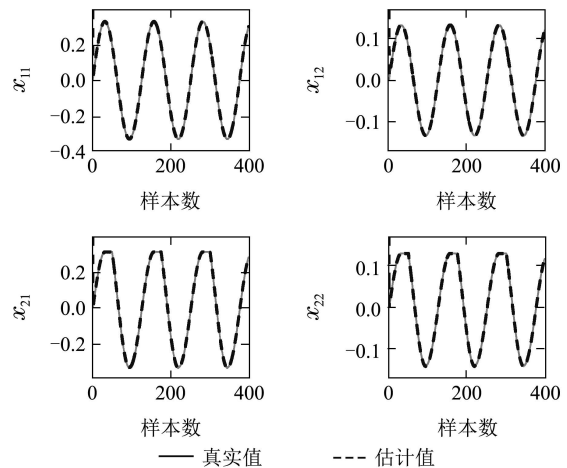


图5 改进卡尔曼滤波算法的状态估计结果

Fig. 5 State estimation results of MKF

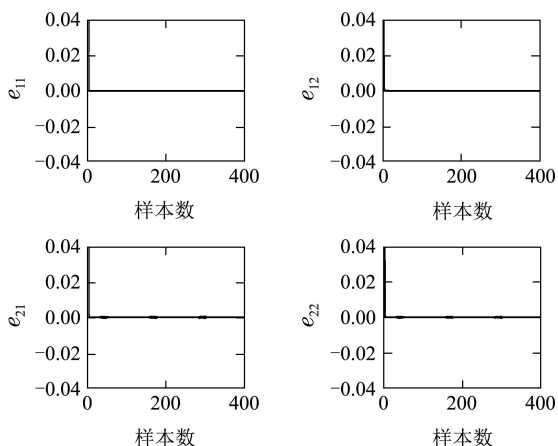


图 6 改进卡尔曼滤波算法的状态估计误差

Fig. 6 State estimation errors of MKF

为更好地体现本文所提出方法的特点, 与传统卡尔曼滤波算法在相同的条件下进行了比较. 传统卡尔曼滤波算法不具有切换机制, 忽略了非光滑非线性间隙环节对三明治系统的影响, 其状态估计结果如图7所示. 图8给出了相应的估计误差曲线.

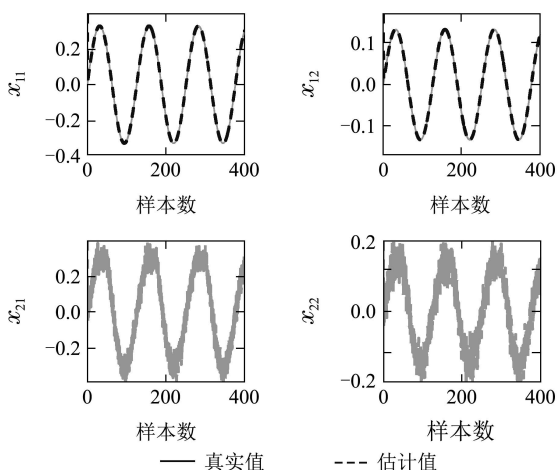


图 7 传统卡尔曼滤波算法的状态估计结果

Fig. 7 State estimation results of conventional KF

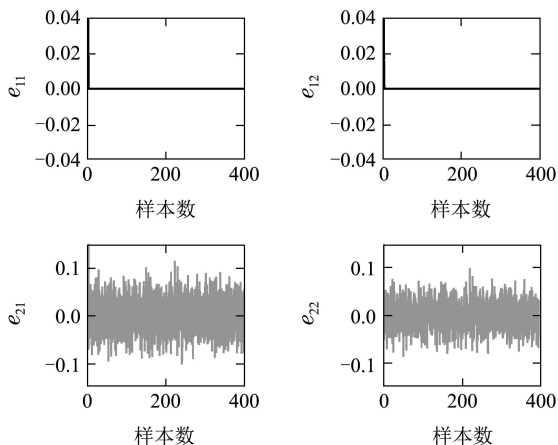


图 8 传统卡尔曼滤波算法的状态估计误差

Fig. 8 State estimation errors of conventional KF

对比图5和图7可以发现, 改进卡尔曼滤波算法由于考虑了非光滑非线性间隙环节对三明治系统中输出线性子系统的影响, 能更快速且准确地实现对系统各个状态变量的估计, 而传统卡尔曼滤波算法只在不受间隙非线性影响的输入线性子系统的状态估计时有效. 从图6和图8中可以看出, 传统卡尔曼滤波算法在估计输出线性子系统的状态变量时出现了较大误差. 与传统卡尔曼滤波算法相比, 改进卡尔曼滤波算法在估计该系统状态变量的真实值时, 各个状态的估计误差都很小.

采用改进卡尔曼滤波算法估计系统状态的均方误差曲线如图9所示. 不难发现, 各状态的均方误差在10s内迅速减小, 之后逐渐收敛至0, 说明本文所提出的改进卡尔曼滤波算法可以有效地快速而准确地估计出该系统各状态变量的真实值. 因此采用本文所提方法对含噪间隙三明治这类典型系统进行状态估计是非常必要的.

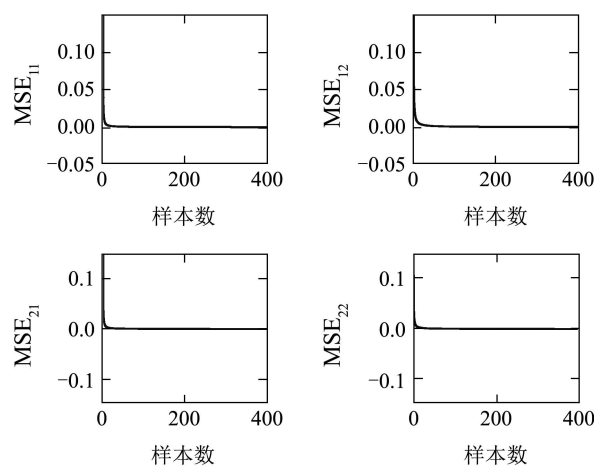


图 9 各状态的均方误差

Fig. 9 MSEs of the states

5 实验验证(Experimental validation)

为验证本文所提方法的有效性, 本节将在X-Y移动定位宏平台上对其进行实验论证. 该实验平台通过“力矩电机+滚珠丝杠”的结构可以实现分米级行程内微米级精度的操作, 其X轴和Y轴分别以独立的直流伺服电机为执行机构进行运动, 以精度为10nm的高精度光栅作为位置传感器测量负载平台每个轴的直线移动位移. 实验平台的具体硬件配置及实时运行环境等信息参见文献[9, 12].

当宏平台进行微米级精度的轨迹运动时, 在滚珠丝杠等传动装置中不可避免的存在摩擦现象, 摩擦的Stribeck效应以及传动链上微小的弹性滞后将

会引起明显的间隙特性^[9],成为制约平台运动精度和灵敏度提高的主要因素.由于间隙前后两端分别连着电机和负载平台,若采用二阶线性模型来描述直流伺服电机的动态特性以构成输入线性子系统 L_1 ,同样采用二阶线性模型来描述负载平台的动态特性以构成输出线性子系统 L_2 ,则宏平台的每个轴实际上是一个典型的非光滑间隙三明治系统.下面以宏平台运动系统中的X轴为例进行分析.

在采样周期为 $T = 20 \text{ ms}$ 的情况下,根据实验平台所采数据应用文献[12]中的辨识方法辨识出该系统的输入输出差分方程模型,并将其转化最终得出宏平台X轴的间隙三明治状态空间模型为:

输入线性子系统 L_1 :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_{11(k+1)} \\ x_{12(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.4084 & 0.0943 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11(k)} \\ x_{12(k)} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} 0.1589 \\ 0.2581 \end{bmatrix} u_k, \\ y_{1k} = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_{11(k)} \\ x_{12(k)} \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (22)$$

间隙Bl:

$$v_k = \text{Bl}(y_{1k}) = \begin{cases} y_{1k} - 0.1119, & y_{1k} > v_{k-1} + 0.1119 \\ & \text{且} \Delta y_{1k} \geq 0, \\ \text{Bl}(y_{1(k-1)}), & \text{其他,} \\ 0.9895(y_{1k} + 0.1486), & y_{1k} < \frac{v_{k-1}}{0.9895} - 0.1486 \\ & \text{且} \Delta y_{1k} < 0. \end{cases} \quad (23)$$

输出线性子系统 L_2 :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_{21(k+1)} \\ x_{22(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.4981 & 0.4771 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{21(k)} \\ x_{22(k)} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 0.63 \end{bmatrix} v_k, \\ y_{2k} = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_{21(k)} \\ x_{22(k)} \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (24)$$

其中:该间隙三明治系统的输入信号 u_k 表示DSP控制器产生的宏平台X轴上直流伺服电机的驱动电压序列,单位是V;间隙三明治系统的输出信号 y_k 也即输出线性子系统 L_2 的输出信号 y_{2k} ,描述了根据高精度光栅所测负载直线位移转化的宏平台X轴移动速度,单位是mm/s;状态 x_{11} 为该直流伺服电机的转角,单位是rad;由于 $x_{21} = y_2$,所以状态 x_{21} 也代表宏平台X轴的移动速度,单位是mm/s;状态 x_{12} 和

x_{22} 则分别是输入输出线性子系统的差分方程模型转化为状态空间模型时的中间状态变量,没有明确的物理意义;两个不可测的中间信号 y_{1k} 和 v_k 代表宏平台X轴运动系统的转角变化信息.

选用一组方波叠加正弦序列作为宏平台X轴的输入电压信号 u_k ,其幅值范围为 $-1.0931 \text{ V} \sim 1.053 \text{ V}$.该宏平台X轴的输入输出特性曲线如图10所示.

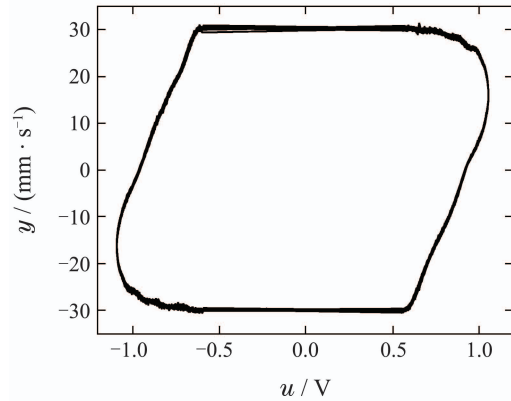


图10 X轴的输入输出特性

Fig. 10 Input-output characteristic of the X-axis

内部状态估计对于进一步了解和控制该平台有重要意义.在相同的条件下,分别采用改进卡尔曼滤波算法和传统卡尔曼滤波算法对该含噪间隙三明治系统的真实状态进行估计.图11-12给出了改进卡尔曼滤波算法的状态估计结果以及相应的估计误差曲线,图13-14给出了传统卡尔曼滤波算法的状态估计结果及其估计误差曲线.

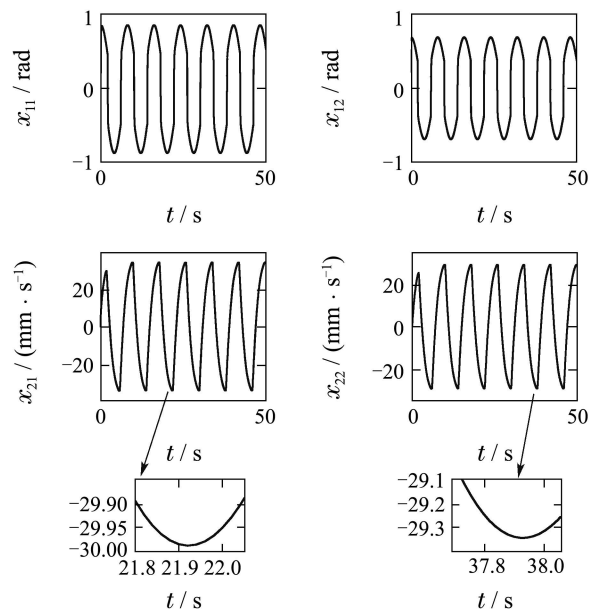


图11 改进卡尔曼滤波算法的状态估计结果

Fig. 11 State estimation results of MKF

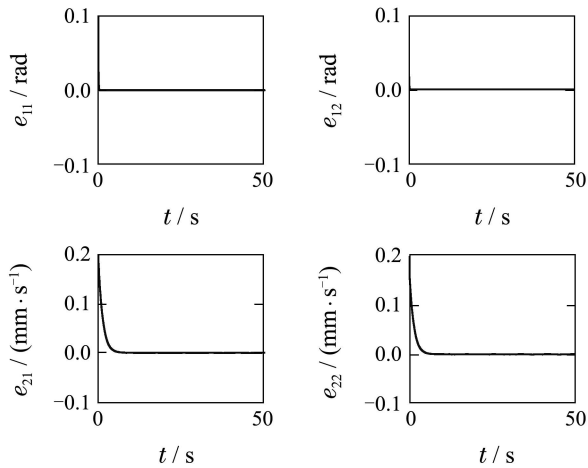


图 12 改进卡尔曼滤波算法的状态估计误差

Fig. 12 State estimation errors of MKF

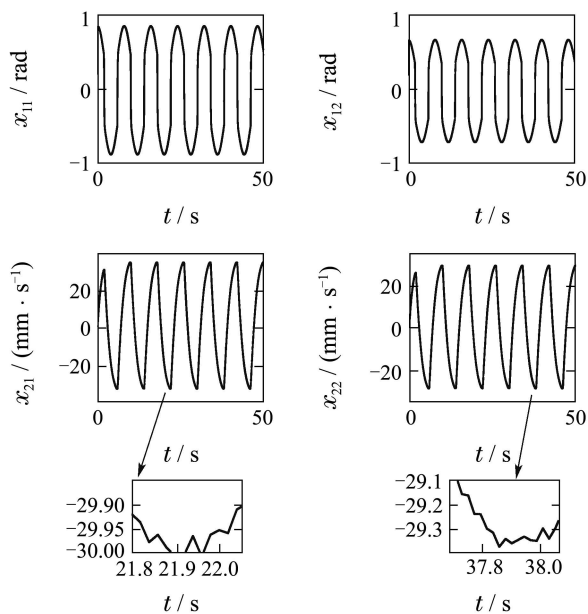


图 13 传统卡尔曼滤波算法的状态估计结果

Fig. 13 State estimation results of conventional KF

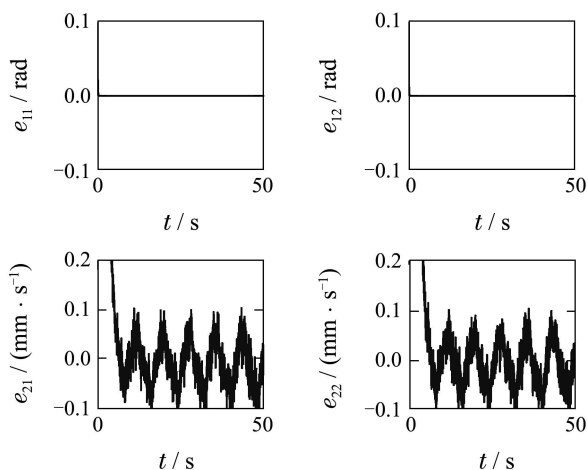


图 14 传统卡尔曼滤波算法的状态估计误差

Fig. 14 State estimation errors of conventional KF

对比图11和图13、图12和图14可以看出, 由于非光滑间隙三明治系统的复杂性, 采用传统卡尔曼滤波算法难以获得令人满意的状态估计结果, 对输出线性子系统状态的估计误差较大. 而改进卡尔曼滤波算法由于考虑了非光滑非线性间隙环节对三明治系统中输出线性子系统的影响, 能更准确有效地实现对该系统状态变量真实值的估计, 各个状态的估计误差都很小. 因此针对含噪间隙三明治这类典型系统的状态估计问题而言, 该方法有很好的工程应用价值.

图15给出了采用改进卡尔曼滤波算法估计系统状态时宏平台X轴的输入输出特性曲线, 其中圆圈为初始化的曲线起点.

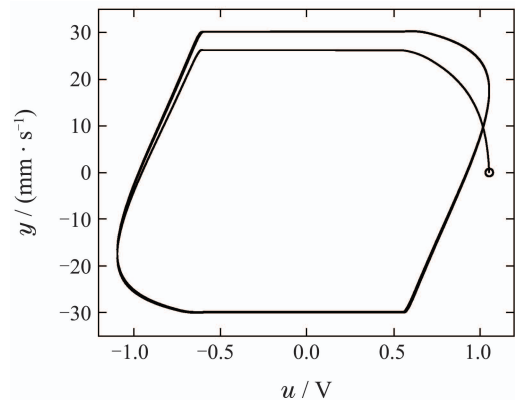


图 15 X轴的输入输出特性

Fig. 15 Input-output characteristic of the X-axis

6 结论(Conclusions)

本文针对在随机噪声影响下的间隙三明治系统提出了非光滑的改进卡尔曼滤波算法估计系统的真实状态. 首先通过自动切换函数的引入, 建立了间隙三明治系统的整体非光滑仿线性状态空间模型. 考虑到间隙环节的非光滑非线性特性, 提出了改进卡尔曼滤波算法. 最后通过仿真以及在X-Y移动定位宏平台上进行的实验验证了该算法的有效性, 并与传统卡尔曼滤波算法进行了对比. 结果表明, 本文所提出的方法可以快速且准确地估计出间隙三明治系统的各个状态, 在对输出线性子系统的状态估计中有明显的优势, 因此为许多工程实际中可以用间隙三明治模型描述的系统的内部状态估计问题提供了一种选择.

参考文献(References):

- [1] SANDER-TAVALLAEY S, SAARINEN K. Backlash identification in transmission unit [C] //The 18th IEEE International Conference on Control Applications, Part of 2009 IEEE Multi-conference on System-s and Control. Saint Petersburg, Russia: IEEE, 2009: 1325 - 1331.

- [2] DONG R L, TAN Y H, CHEN H. Modeling of hysteresis in human meridian system with recurrent neural networks [M] // *Recurrent Neural Networks for Temporal Data Processing*. Rijeka, Croatia: InTech-Open Access Publisher, 2011: 51 – 64.
- [3] NORDIN M, GUTMAN P O. Controlling mechanical systems with backlash—a survey [J]. *Automatica*, 2002, 38(9): 1633 – 1649.
- [4] HAGGLUND T. Automatic on-line estimation of backlash in control loops [J]. *Journal of Process Control*, 2007, 17(6): 489 – 499.
- [5] TAO G, KOKOTOV P V. Adaptive control of plants with unknown hystereses [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(2): 200 – 212.
- [6] VOROS J. Recursive identification of Hammerstein systems with discontinuous nonlinearities containing dead-zones [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(12): 2203 – 2206.
- [7] TAWARE A, TAO G. *Control of sandwich nonlinear system* [D]. Virginia: University of Virginia, 2001: 27 – 37.
- [8] DONG Ruili. Identification and control of the nonsmooth sandwich systems [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2008: 33 – 53.
(董瑞丽. 非光滑三明治系统的辨识和控制研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2008: 33 – 53.)
- [9] XIE Yangqiu. Identification and control of the non-smooth nonlinear dynamic sandwich systems [D]. Xi'an: Xidian University, 2013: 5 – 60.
(谢扬球. 基于三明治模型的非光滑非线性动态系统辨识与控制 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2013: 5 – 60.)
- [10] CACCAVALE F, CILIBRIZZI P, PIERRI F, et al. Actuators fault diagnosis for robot manipulators with uncertain model [J]. *Control Engineering Practice*, 2009, 17(1): 146 – 157.
- [11] CACCAVALE F, PIERRI F, VILLANI L. Adaptive observer for fault diagnosis in nonlinear discrete-time systems [J]. *ASME Journal of Dynamic System, Measurement, and Control*, 2008, 130(2): 1 – 9.
- [12] DONG R L, TAN Y H. On-line identification algorithm and convergence analysis for sandwich systems with backlash [J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2011, 9(3): 588 – 594.
- [13] ZHOU Zupeng, TAN Yonghong. Non-smooth observer for sandwich systems with backlash [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(1): 34 – 40.
(周祖鹏, 谭永红. 基于非光滑观测器的间隙三明治系统状态估计 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(1): 34 – 40.)
- [14] DONG R L, TAN Q Y, TAN Y H. Recursive identification algorithm for dynamic systems with output backlash and its convergence [J]. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2009, 19(4): 631 – 638.
- [15] DONG R L, TAN Y H, CHEN H. Recursive identification for dynamic systems with backlash [J]. *Asian Journal of Control*, 2010, 12(1): 26 – 38.
- [16] KHAN U A, MOURA J M F. Distributing the Kalman filter for large-scale systems [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(10): 4919 – 4935.
- [17] SUKHAVASI R T, HASSIBI B. The Kalman like particle filter: optimal estimation with quantized innovations/measurements [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(1): 131 – 136.
- [18] LORENTZEN R J, NAEVDAL G. An iterative ensemble Kalman filter [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(8): 1990 – 1995.
- [19] ANTONIOU C, BEN-AKIVA M, KOUTSOPOULOS H N. Nonlinear Kalman filtering algorithms for on-line calibration of dynamic traffic assignment models [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2007, 8(4): 661 – 670.
- [20] WELCH G, BISHOP G. An introduction to the Kalman filter [C] // *The 28th ACM International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH 2001, Course 8*. New York: ACM, 2001.

作者简介:

李琰琰 (1987–), 女, 博士研究生, 研究方向为非线性系统辨识与控制, E-mail: lyy0825@mail.nankai.edu.cn;

谭永红 (1958–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性系统建模与控制、超精密制造智能化、智能控制与信号处理、机电系统故障诊断等, E-mail: tany@shnu.edu.cn;

董瑞丽 (1980–), 女, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为非线性系统辨识与优化、微机电系统建模与控制、精密机电系统建模与控制等, E-mail: dongrlnpu@shnu.edu.cn;

李海芬 (1986–), 女, 博士研究生, 研究方向为非线性系统辨识与控制, E-mail: lihaifen@mail.nankai.edu.cn.