

# 城市密集不规则障碍空间无人机航路规划

张启瑞, 魏瑞轩<sup>†</sup>, 何仁珂, 茹常剑, 周凯

(空军工程大学 航空航天工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:** 随着国家低空开放和民用无人机的普及, 小型无人机在城市空间的使用将会越来越广泛, 城市空间的密集不规则障碍环境对无人机的安全提出了严峻挑战. 针对传统的全局航路规划方法在密集不规则障碍环境中容易陷入局部“死区”而导致飞行危险的问题, 通过设计当前航点到无人机视界的航路代价函数, 建立了局部视界范围内的最优回溯模型, 提出基于局部回溯和广度优先思想相结合的综合路径规划方法. 仿真对比实验表明, 本文提出的航路规划方法避免了传统的全局规划方法存在的局部“死区”问题, 可在密集障碍环境中为无人机规划出安全可飞的航路, 使无人机能够规避任意不规则形状的危险障碍, 提高了无人机在城市低空环境中飞行的安全性.

**关键词:** 无人机; 城市空间; 不规则障碍; 局部回溯; 航路规划

中图分类号: TP219 文献标识码: A

## Path planning for unmanned aerial vehicle in urban space crowded with irregular obstacles

ZHANG Qi-rui, WEI Rui-xuan<sup>†</sup>, HE Ren-ke, RU Chang-jian, ZHOU Kai

(Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710038, China)

**Abstract:** With the opening of national low-altitude airspace to the public and the popularization of unmanned aerial vehicles (UAVs), small UAVs will be widely used in urban space where crowded irregular buildings on the ground producing serious challenges for UAVs' safety. To avoid the flight-risk occurred in the dead zone produced when employing traditional method in global path planning, we first make use of the cost function of the distance between the current way-point to UAVs' field of view (FOV) to build the optimal local trace-back model within the range of FOV; and then, by combining the local trace-back model with the breadth-first idea, we develop an integrated path planning method. Comparing simulation results of experiments, we find that the proposed method not only avoid the problem of dead zone produced in applying the traditional global planning methods, but also provides the safe flyable path for UAVs in environments with arbitrary irregular hazard obstacles, thus improving the safety of UAVs flying in the urban low-altitude airspace.

**Key words:** unmanned aerial vehicle; urban space; irregular obstacles; local trace-back; path planning

### 1 引言(Introduction)

当前, 无人机技术飞速发展, 随着国家即将开放1000 m以下的低空空域<sup>[1]</sup>, 城市的上空将会有大量无人机穿梭飞行, 开展航拍、安保、送货等活动. 无人机正在使城市的上空更加精彩, 同时, 城市环境中的密集不规则障碍也严重威胁着无人机的飞行安全. 为了保证城市环境中无人机的飞行安全, 就需要能够在城市密集的不规则障碍空间中为无人机规划出一条安全可飞的航路, 这是衡量航路规划方法是否适合城市环境的重要方面.

传统的航路规划方法有搜索类方法, 图论方法等. A\*算法就是一类典型的搜索类方法, 是一种静态路网

中求解最短路径的方法. Robert等<sup>[2]</sup>通过对基本A\*算法的改进, 提出了一种面向实时鲁棒航路规划的稀疏A\*算法. Ye W等<sup>[3]</sup>改进了基本蚁群算法, 并用于实现飞机低空突防中的航路规划. 基于图论原理的典型航路规划方法是Voronoi图方法, 其具体思想是将威胁源视为在平面上有区别的点, 按照最近原则划分平面形成“凸多边形外壳”, 并依此为无人机确定出从起点到目标点的飞行航路, 赵文婷、叶媛媛等<sup>[4-5]</sup>对此方法进行了研究. 魏瑞轩、王树磊等<sup>[6-7]</sup>引入计算几何学中的Laguerre图思想, 将障碍威胁建模为圆, 提出了基于Laguerre图的航路规划方法, 确保了规划方法一定能够找到两个不相交威胁区之间的安全空隙, 提高了

收稿日期: 2015-04-30; 录用日期: 2015-07-26.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: rxwei369@soho.com; Tel.: +86 29-84787729.

中国航空科学基金项目(20135896027), 国家自然科学基金项目(61573373)资助.

Supported by National Aviation Foundation of China (20135896027) and National Natural Science Foundation of China (61573373).

基于图论原理的航路规划方法的安全性. 另外, 文献[8]研究了基于粒子群优化算法的航路规划方法, 对于无人机航路规划方法的研究还有遗传算法<sup>[9-10]</sup>、神经网络<sup>[11]</sup>等.

尽管对航路规划方法的研究比较广泛, 但主要面向的是以圆形威胁区描述的障碍情况, 或是威胁障碍比较稀疏的情形, 相应的方法对于以密集的不规则障碍为主要特征的城市环境的应用存在一定的局限性. 例如, A\*算法通过构建代价函数来进行航路规划, 理论上一定可以为无人机搜索到最短路径, 但对于密集不规则的障碍环境很容易陷入局部“死区”. 基于Voronoi图的航路规划方法需要将威胁源视为在平面上有区别的点, 当不能将威胁源视为质点或威胁源本身的不规则形状无法被忽视的情况下, 这种方法很难发挥作用. 基于Laguerre图的航路规划方法改进了Voronoi图方法的一些局限, 通过用已知威胁源的位置及覆盖范围定义的圆表征威胁区, 使得生成的航路更为合理, 但本质上并没有改进Voronoi中将威胁视为质点的缺陷. 蚁群算法等是一种概率搜索算法, 虽然能够在复杂空间中找到可行航路, 但其对航路的搜索性能尚需提高. 由此可见, 城市环境中的密集不规则障碍空间对无人机的航路规划方法提出了新的挑战.

为了确保低空无人机的飞行安全, 需要研究适合于密集不规则障碍空间的无人机航路规划新方法. 本文通过分析传统的全局规划方法不适用于密集不规则障碍空间的原因, 提出基于局部回溯和广度优先搜索综合的航路规划方法, 能够有效解决传统航路搜索陷入局部“死区”的问题, 并可提高航路规划方法的性能.

## 2 城市密集障碍环境中的无人机航路规划问题(Path planning in urban space crowded with irregular obstacles)

### 2.1 问题描述(Problem description)

当今现代化城市的一个显著特点就是高楼耸立, 建筑物形状各异, 且建筑与建筑之间的空隙通常比较狭窄. 对于无人机的飞行来说, 就形成了典型的密集不规则障碍飞行空间, 而且无人机还必须有能力到达任务要求的城市中的任意地点. 由此带来的主要问题就是可供无人机选择的航路减少, 可飞空间狭窄, 密集不规则的障碍给无人机的飞行安全造成了极大的挑战. 城市密集障碍环境中的无人机航路规划问题就是要在这样的环境空间中为无人机规划出安全可飞的航路. 如图1所示, 本文构建了一个典型的城市空间规划环境, 其中灰色部分代表城市中的建筑物障碍, 白色区域代表建筑物之间的空间, 即无人机的可飞域. 航路规划的要求就是寻找一条从起点StartPos开始, 经过两个任务点MiddlePos<sub>1</sub>和MiddlePos<sub>2</sub>, 并最终

安全到达终点FinalPos的安全可飞航路, 图中的红色圆点表示无人机的航路起点、终点和任务点.

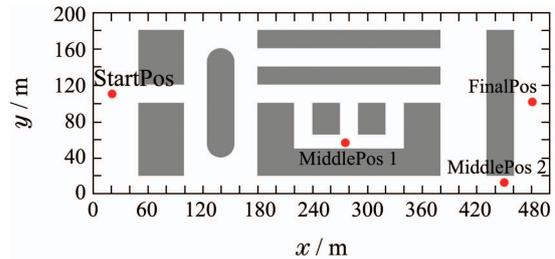


图1 城市密集不规则障碍空间中航路规划问题示意图  
Fig. 1 Sketch map of path planning in urban space crowded with irregular obstacles

### 2.2 全局航路规划及其局限(Global path planning methods and its limits)

基于点搜索或图论思想的航路规划方法, 在解决上述航路规划问题时, 重在考察起点到终点之间的航路的全局最优性, 是面向全局最优的航路规划方法. 以基于A\*算法的航路规划为例, 它是一种启发式的搜索算法, 不需要遍历所有节点即可使搜索向着最可能到达目标的最优解方向发展, 且在搜索过程中对每个节点的检查都引入全局信息, 因而可以解决绝大多数航路规划问题, 得到最短的可飞航路, 是一种典型的全局航路规划方法. 对于基于A\*算法的航路规划, 需要定义如下的评价函数:

$$f(n) = g(n) + h(n), \quad (1)$$

其中:  $n$ 是搜索过程中算法遇到的任意节点,  $f(n)$ 是对该节点的评价函数, 表示从初始节点经过节点 $n$ 到目标节点的最佳路径的代价;  $g(n)$ 表示从初始节点到任意节点 $n$ 的代价; 启发式函数 $h(n)$ 是从节点 $n$ 到目标节点的最小代价值. 本文定义从当前节点到目标节点的曼哈顿距离为启发式函数, 记当前节点为NowPos, 目标节点为FinalPos, 则启发式函数为

$$h(n) = |x_{\text{FinalPos}} - x_{\text{NowPos}}| + |y_{\text{FinalPos}} - y_{\text{NowPos}}|. \quad (2)$$

A\*算法的优点正是在于利用了启发式函数, 使搜索沿着启发函数值不断降低的方向进行, 即 $h(n) < h(n-1)$ . 这样, 就可使搜索方向总是在保证最小代价的条件下趋向于目标点, 所以理论上总是能够较快的找到从起点到终点的最短航路. 但是, 当航路搜索点进入到凹形的障碍区域时, 如图2所示的两个建筑物的拐角相遇处, 规划算法很容易陷入图中所示的局部“死区”, 从而无法为无人机找到安全可飞的航路. 这是因为A\*算法启发函数的特性限制了规划算法总是在寻找当前节点到航路终点的最优路径. 若这段路径中间有障碍物遮挡, A\*算法将使搜索过程转向寻找

无障碍的前进方向. 但是由于凹形障碍区域多面都有障碍物, 按照A\*算法的工作原理, 航路搜索过程就会在凹形区域的小范围内反复徘徊, 形成航路规划的局部“死区”, 最终可能导致飞行事故的发生. 图2是对这种危险情形的仿真结果, 图中放大的圆形区域部分为局部“死区”的放大观察图.

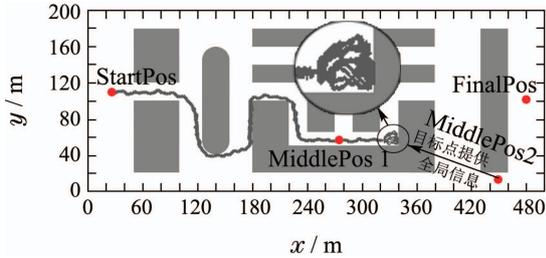


图 2 基于A\*算法的航路规划陷入局部“死区”的情形  
Fig. 2 Path planning using A-star method falls into dead zone

### 3 面向密集障碍空间的局部回溯航路规划方法(Path planning in the environment crowded with obstacles using local trace-back method)

#### 3.1 密集障碍空间中的航路规划问题建模(Path planning modeling in the environment crowded with obstacles)

为了描述密集障碍空间中的航路规划问题, 需要建立航路规划的相关要素模型, 主要包括无人机模型、城市环境模型、无人机视界模型和相应的约束要求.

无人机模型: 本文针对的无人机都是城市低空环境中使用的小型无人机, 按照当前无人机的发展趋势看, 将以旋翼型无人机居多. 为此, 本文考虑使用四旋翼无人机, 它具有灵活的机动性, 可以在飞行途中快速变向而不需要过多的考虑最小转弯半径、过载等因素的约束. 因此, 本文将四旋翼无人机作为一个可操纵的质点<sup>[12]</sup>, 在不考虑其绕质心转动的情况下, 建立四旋翼无人机的质点运动方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = V \cos \theta, \\ \dot{y} = V \sin \theta, \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $V$ 为无人机的速度,  $\theta$ 为速度矢量与水平 $x$ 轴之间的夹角. 通过对上式积分可以求得无人机质心相对于水平坐标平面的位置坐标 $x$ 和 $y$ .

城市环境模型: 由于城市中耸立的高楼几乎均为垂直建筑, 因此为了简化环境模型进行建模, 本文可以在立体空间中取飞行平面, 将其转化为二维平面进行航路规划分析. 一般建筑物可用三维函数描述如下:

$$f(x, y, z) = \begin{cases} f(x, y), \\ z = h, \end{cases} \quad (4)$$

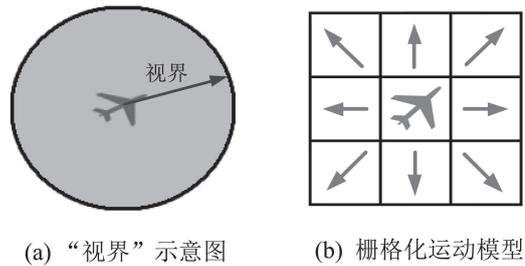
即城市空间中障碍物平面形状不会随高度 $h$ 的改变而改变, 则将城市空间简化为如图1所示的平面环境.

视界模型: 考虑到无人机在进行航迹规划时需要到周围的障碍物进行探测, 从而获取身边的环境信息, 假设其感知传感器能感知周围环境信息的距离为 $R$ , 则无人机感知范围可以定义为以自身为圆点, 半径为 $R$ 的圆形区域, 类似于人眼可以看到自身周围信息一样, 将无人机的感知范围定义为“视界(Vision)”, 设可知无人机实时视界 $Vision = (x, y)$ 如式(5), 视界示意图如图3(a)所示:

$$(x - X_{NowPos})^2 + (y - Y_{NowPos})^2 = R^2. \quad (5)$$

利用栅格化的思想, 对无人机视界范围内的地形信息离散化, 并进行数字化表达, 将障碍物区域与可飞域用不同数值进行标注.

因此可以对质点运动方程进行简化, 使用栅格化的思想定义质点无人机的飞行区间. 假设无人机每次以一个栅格区域的长度进行飞行, 则有8个方向选择飞行, 如图3(b)所示即为栅格化低空无人机运动模型:



(a) “视界”示意图 (b) 栅格化运动模型

图 3 无人机视界及运动模型示意图  
Fig. 3 Sketch maps of FOV and motion model

运动约束要求: 假设障碍物对无人机的约束使得无人机只能在安全空域内进行飞行, 设安全可飞域集合 $\vec{R}_{safe} = [x_{safe} \ y_{safe} \ z_{safe}]^T$ , 则为保证无人机的安全飞行, 无人机的所在位置必须满足

$$\vec{R}_{now} = [x_{now} \ y_{now} \ z_{now}]^T \in \vec{R}_{safe},$$

这是障碍物对无人机运动的约束所决定的.

$$\begin{cases} h(n) < h(n-1), \\ \vec{R}_{now} \in \vec{R}_{safe}. \end{cases} \quad (6)$$

时间约束要求: 设第 $k$ 次局部规划时, 当前无人机的速度为 $V_{now}^k$ , 在其视界范围内, 从自身节点到最近障碍物节点的距离为 $D_{min}^k$ , 则航路规划的算法时间 $t$ 必须满足 $t < V_{now}^k / D_{min}^k$ , 即在无人机以当前速度飞行, 与最近障碍物发生碰撞之前必须规划出下一航点, 改变飞行轨迹. 要满足此要求, 则仅需要规划时间 $t$ 小于所有局部规划中 $V_{now}^k / D_{min}^k$ 的最小值即可. 即:

$$t < \min(V_{now}^k / D_{min}^k), \quad k = 1, 2, \dots \quad (7)$$

### 3.2 基于局部回溯的航路规划原理(Principium of the path planning method based on local trace-back)

通常,航路规划是要在起点与目标点之间为飞行器设计一条全局可飞的最优航路.但是,正如第2节中分析的那样,由于城市密集环境的特殊性,传统的全局性航路规划算法容易陷入局部“死区”难以在城市低空环境中的无人机规划出安全可达的最优航路.主要原因在于传统的全局性航路规划算法,对于密集的不规则障碍环境难以做到全局最优.为此,本文在进行全局规划的同时,引入局部回溯思想,实现对不规则障碍空间中“航路死区”的突破.

为此,首先构造全局规划算法的评估函数.考虑一般性,本文使用A\*算法进行全局规划,根据式(1)–(2)定义评估函数与启发函数如下:

$$f^k = g^k + h^k, \quad (8)$$

$$h^k = |\text{end}.x - \text{now}.x| + |\text{end}.y - \text{now}.y|. \quad (9)$$

以无人机当前所在位置( $X_{\text{NowPos}}$ ,  $Y_{\text{NowPos}}$ )为原点,将无人机视界范围内的障碍信息进行栅格化.每个栅格代表无人机飞行过程中的一个最小节点,则根据无人机栅格化的运动模型,根据广度优先算法可以推算出视界范围内所有无人机的飞行路线.

记第 $k$ 次路径规划时局部规划的代价函数:

$$g^k = \sum_{i=m}^n g_i^k(s_i, u_i), \quad (10)$$

其中: $m$ 为当前无人机所处节点; $n$ 为当前无人机的视界内节点; $s_i$ 为第 $i$ 步局部规划无人机节点位置; $u_i$ 为第 $i$ 步局部规划的飞行决策.

显然,当初始局部规划节点 $m$ 确定,飞行过程的策略就被确定,即:

$$g^k = g_m^k(s_m, u_m) + G_{m+1,n}^k(s_{m+1}, \dots, s_n), \quad (11)$$

式中: $G_{m+1,n}^k(s_{m+1}, \dots, s_n)$ 为第 $k$ 次路径规划,由过

程 $m+1$ 阶段开始到终止阶段 $n$ 为止的决策过程集,简记为 $G_{m+1,n}^k$ .

当飞行决策过程达到视界边界节点后,计算路径规划的评估函数,取所有边界节点中的评估函数 $f^k$ 最小值即为最优评估函数,即:

$$\text{opt } f^k = \text{opt } g^k + \text{opt } h^k, \quad (12)$$

其中:opt是最优化(optimization)的缩写,代表取得最优函数值.

从opt  $g^k$ 的边界最优节点回溯一步,则上一步 $G_{n-1,n}^k$ 也为最优飞行路径决策,即:

$$\text{opt } g^k = \sum_{i=m}^{n-1} g_i^k(s_i, u_i) + \text{opt } G_{n-1,n}^k. \quad (13)$$

依次类推,向无人机当前所在节点 $m$ 进行回溯,从而逐步可求得各阶段的最优飞行决策.最后回溯到 $g_m^k(s_m, u_m)$ 时就得到无人机局部路径规划的最优解:

$$\begin{aligned} \text{opt } g^k &= \sum_{i=m}^{n-1} g_i^k(s_i, u_i) + \text{opt } G_{n-1,n}^k = \\ & \sum_{i=m}^{n-2} g_i^k(s_i, u_i) + \text{opt } G_{n-2,n}^k = \dots = \\ & g_m^k(s_m, u_m) + \text{opt } G_{m+1,n}^k. \end{aligned} \quad (14)$$

在全过程路径规划中不断重复上述过程,则可得无人机的全局规划路径.且可得到最优飞行路径的飞行距离:

$$\text{Dis\_UAV} = \sum_k \text{Dis\_UAV}_{k,k+1}. \quad (15)$$

## 4 局部回溯航路规划方法的实现 (Implementation of local trace-back path planning method)

根据上述的基于局部回溯的航路规划原理,新的航路规划方法的实现需要以下5个步骤:

首先,将无人机的视界范围进行栅格化,将有障碍物区域标注为1区域,无障碍物区域标注为0区域,如图4所示.

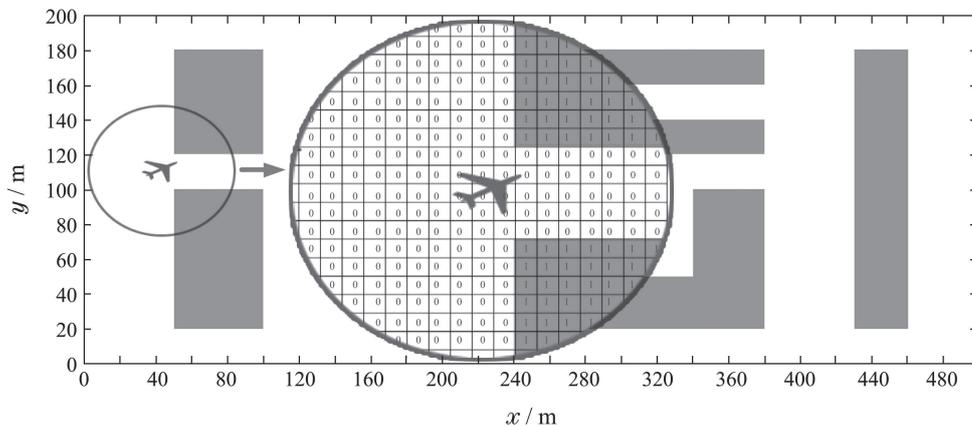


图4 无人机视界区域障碍栅格图

Fig. 4 Grid map of obstacles in UAV's field of view

然后使用广度优先的搜索算法,从无人机现在所在的节点开始,寻找所有一个飞行步长(即一个栅格区域)所能到达的位置,记录这些位置,再从这些位置开始,寻找出所有下次一个飞行步长所能到达的所有位置(即从无人机所在的节点开始的两个飞行步长所有位置),不断重复,直到记录完无人机当前状态视界内的所有飞行区域为止.如图5所示.

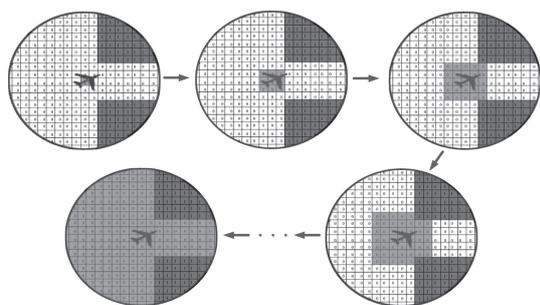


图 5 广度优先搜索示意图

Fig. 5 Exploring map based on breadth first thought

当探测完所有飞行区域后,对所有区域的视界边界节点进行全局规划,使用A\*算法计算评估函数,取得评估函数最小值的节点,此点即为局部规划目标点.

在取得局部目标点的基础上,利用回溯算法,从局部规划后的目标点开始,以此节点向内拓展,我在广度优先算法中记录节点中的临近节点,再依次向内进行拓展,直到回溯到无人机现在所在的节点为止,可以得到局部规划的无人机航路规划路线.

最后,通过不断进行局部回溯,并与目标点信息相结合,则可以得到面向城市空间复杂密集障碍环境下进行低空飞行的安全航路.

通过将航路规划分为全局规划和局部规划的方法,使用A\*算法进行全局路径规划引导无人机全局飞行,使用广度优先算法和局部回溯思想综合进行局部航路规划,设计基于局部回溯的航路规划算法体系如图6所示.

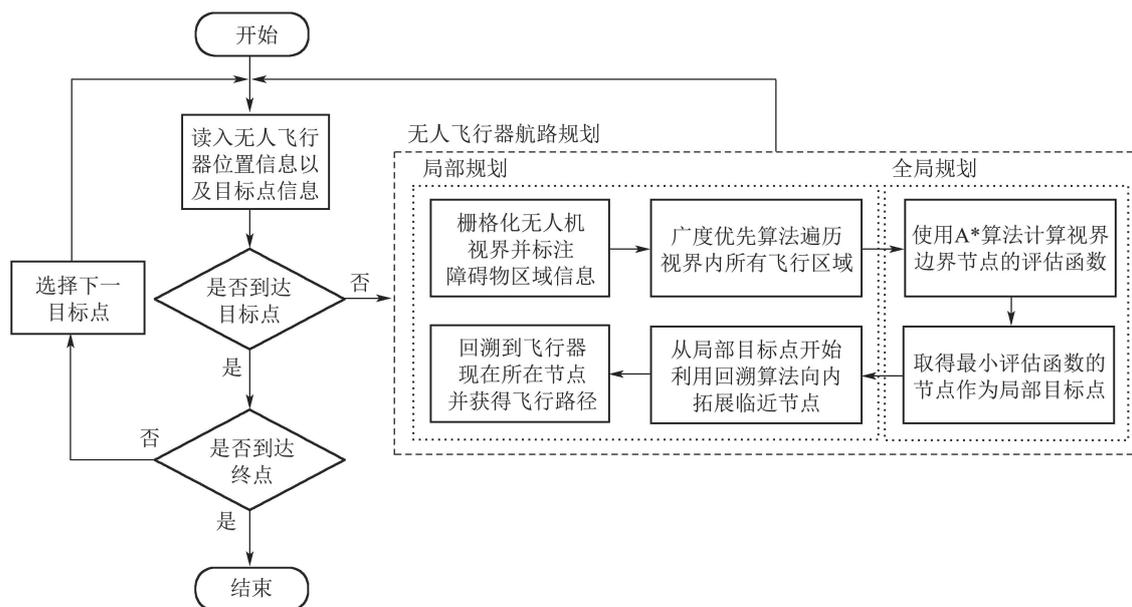


图 6 无人机航路规划局部回溯算法体系

Fig. 6 The arithmetic system of UAV's path planning using local trace-back

### 5 仿真与分析(Simulation and analysis)

为了验证本文提出的基于局部回溯的航路规划算法对于城市密集障碍空间中航路规划问题的有效性,本节从2个方面对其性能进行仿真和分析.一是本文方法与文献[13]的A\*算法进行航路规划的比较,二是本文方法与文献[14]的蚁群航路规划算法进行性能对比分析.

本文针对图1所示的城市空间任务飞行环境进行仿真实验.城市空间为500 m \* 200 m的矩形区域,小型无人机进行低空飞行速度为2 m/s,设定无人机

航路规划的起点StartPos = (22, 109), 经过任务1的目标点MiddlePos 1 = (276, 55)以及任务2的目标点MiddlePos 2 = (450, 13), 最终需要到达的航路终点FinalPos = (480, 101), 在仿真结果中用红色航路点表示.

图7是A\*航路规划算法与基于局部回溯的航路规划算法的仿真结果对比图.由图7中可以看出,A\*航路规划算法在进入凹形建筑物后陷入了局部死区,无法为无人机规划出安全可飞的航路,不能满足密集不规则障碍物条件下的航路规划要求.而

基于局部回溯的算法在进入凹形建筑物后能够根据障碍环境的不同,进行合理的障碍规避从而自主改出局部死区的情况。

图8是本文基于局部回溯的航路规划算法与蚁群航路规划算法的航路规划效果仿真对比图。从图8中可以看出,蚁群算法与本文算法都能在城市密集不规则环境中为无人机规划出经过任务点最终到达目标点的可飞航路。但是,深入分析发现,本

文的航路规划算法在性能上更优于蚁群航路规划算法。蚁群算法虽然能够通过信息素不断叠加的方法到达目标点,但它是通过随机概率的方式进行航路规划,需要大量时间对航路进行试算,因此需要更长的规划时间。两种方法航路规划时间如表1所示,其中 $t_1, t_2, t_3$ 分别代表无人机到达目标点1、目标点2以及最终到达终点所需要的时间。本文算法的规划时间明显优于蚁群算法。

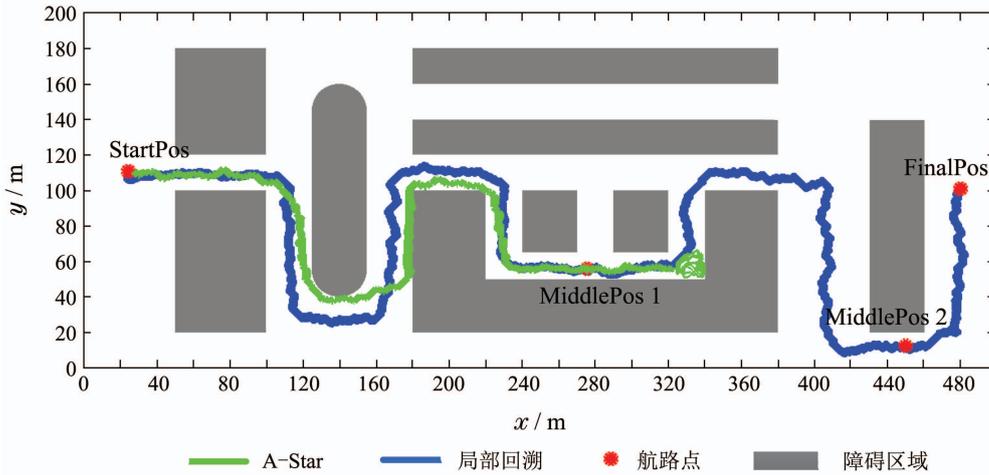


图7 A\*算法与局部回溯航路规划仿真比较

Fig. 7 Comparison of path planning simulation between A-star algorithm and local trace-back method

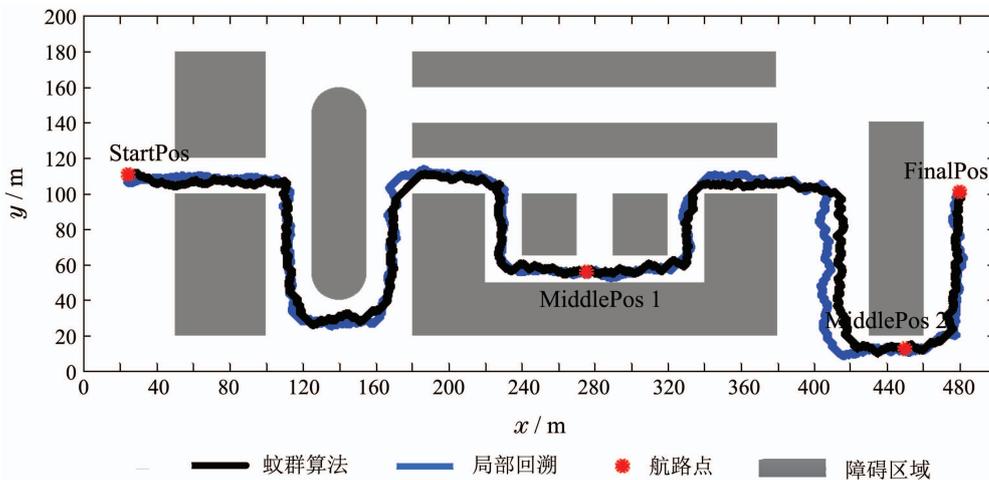


图8 蚁群算法与局部回溯航路规划仿真比较

Fig. 8 Comparison of path planning simulation between ant colony algorithm and local trace-back method

表1 两种航路规划算法的耗时对比

Table 1 Comparison of two approaches on time-consuming

算法名称/s	蚁群算法	局部回溯
$t_1$	359.7	275.3
$t_2$	674.6	378.2
$t_3$	1025.2	453.7

综合上述仿真结果可知,基于局部回溯的航路规划方法,使得无人机可以根据障碍物形状的不同进行高效合理的规避飞行,进入复杂凹形区域后不会发生飞行危险。与其他航路规划算法相比,本文算法具有更好的规划性能,更加适合于低空无人机在城市空间的安全飞行。

### 6 结束语(Conclusions)

城市密集不规则障碍空间的航路规划对于低空

无人机的安全飞行是非常重要的问题, 现有方法在这方面有一定局限性. 本文对这一问题进行了研究, 给出了一种新颖的基于局部回溯的航路规划算法, 仿真实验和分析说明本文方法对于城市空间中的密集高楼障碍是有效的. 由于城市空间中的障碍环境非常复杂, 特别是对于动态威胁条件, 本文方法的适应性将受限. 如何解决这些新的问题, 是本文今后需要深入研究的方向.

### 参考文献(References):

- [1] 杨勇, 隋东. 我国低空空域改革和通用航空事业发展有关问题的思考 [J]. 南京航空航天大学学报(社会科学版), 2010, 12(2): 50 – 53.  
(YANG Yong, SUI Dong. Thoughts on reforming low altitude airspace and development of general aviation in China [J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics (Social Sciences)*, 2010, 12(2): 50 – 53.)
- [2] ROBERT J S, PEGGY G I S, CLICKSTEIN, et al. Robust algorithm for algorithm for real-time route planning [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System*, 2000, 36(3): 869 – 878.
- [3] YE W, MA D W, FAN H D. Algorithm for low altitude penetration aircraft path planning with improved ant colony algorithm [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2005, 18(4): 304 – 309.
- [4] 赵文婷, 彭俊毅. 基于VORONOI图的无人机航迹规划 [J]. 系统仿真学报, 2006, 18(2): 159 – 162.  
(ZHAO Wenting, PENG Junyi. VORONOI Diagram-based path planning for UAVs [J]. *Journal of System Simulation*, 2006, 18(2): 159 – 162.)
- [5] 叶媛媛, 闵春平, 沈林成, 等. 基于VORONOI图的无人机空域任务规划方法研究 [J]. 系统仿真学报, 2005, 17(6): 1353 – 1355.  
(YE Yuanyuan, MIN Chunping, SHEN Lincheng, et al. VORONOI diagram based spatial mission planning for UAVs [J]. *Journal of System Simulation*, 2005, 17(6): 1353 – 1355.)
- [6] 魏瑞轩, 许卓凡, 王树磊, 等. 基于Laguerre图的自优化A-Star无人机航路规划算法 [J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(3): 577 – 582.  
(WEI Ruixuan, XU Zhuofan, WANG Shulei, et al. Self-optimization A-Star algorithm for UAV path planning based on Laguerre diagram [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2015, 37(3): 577 – 582.)
- [7] 王树磊, 魏瑞轩, 沈东, 等. 面向航路规划的Laguerre图构造算法 [J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(3): 552 – 556.  
(WANG Shulei, WEI Ruixuan, SHEN Dong, et al. Construction algorithm of Laguerre diagram for path planning [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35(3): 552 – 556.)
- [8] SHAKIBA R, NAJAFIPOUR M, SALEHI M E. An improved PSO-based path planning algorithm for humanoid soccer playing robots [C] // *Proceedings of the 3rd Joint Conference of AI & Robotics and the 5th RoboCup Iran Open International Symposium*. Tehran, Iran: IEEE, 2013: 1 – 6.
- [9] 刘新, 周成平, 丁明跃. 无人机快速航迹规划算法 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2011, 39(4): 45 – 48.  
(LIU Xin, ZHOU Chengping, DING Mingyue. Efficient path planning algorithm for UAV [J]. *Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2011, 39(4): 45 – 48.)
- [10] 冯文镛, 杨灿军, 陈鹰. ACR原型系统的全局路径规划遗传算法研究 [J]. 控制理论与应用, 2002, 19(2): 282 – 286.  
(FENG Wenyong, YANG Canjun, CHEN Ying. Research of genetic algorithm for the global path planning for ACR prototype system [J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(2): 282 – 286.)
- [11] YANG S X, LUO C M. A neural network approach to complete coverage path planning [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics*, 2004, 34(1): 718 – 725.
- [12] GREATWOOD C, RICHARDS A. Implementation of fast MPC with a quadrotor for obstacle avoidance [C] // *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Boston, MA: AIAA, 2013 – 4790.
- [13] YAO J F, LIN C, XIE X B. Path planning for virtual human motion using improved A\* star algorithm [C] // *Proceedings of the 7th International Conference on Information Technology: New Generations*. Las Vegas, NV: IEEE, 2010: 1154 – 1158.
- [14] 陈雄, 赵一路, 韩建达. 一种改进的机器人路径规划的蚁群算法 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(6): 821 – 825.  
(CHEN Xiong, ZHAO Yilu, HAN Jianda. An improved ant colony optimization algorithm for robotic path planning [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(6): 821 – 825.)

### 作者简介:

**张启瑞** (1992–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为无人机自主防撞控制, E-mail: 415117343@qq.com;

**魏瑞轩** (1968–), 男, 教授, 主要研究方向是无人机自主控制与应用, E-mail: rxwei369@sohu.com;

**何仁珂** (1993–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向是无人机自主控制, E-mail: lnzrds@163.com;

**茹常剑** (1986–), 男, 博士研究生, 主要研究方向是无人机自主控制, E-mail: ruchangjian@126.com;

**周凯** (1992–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向是无人机自主控制, E-mail: kaigemima@163.com.