

基于多目标控制的变体飞行器切换线性变参数控制器

何 壖^{1,2†}, 章卫国¹, 王敏文³, 杨立本¹, 张 颖¹

(1. 西北工业大学 自动化学院, 陕西 西安 710029; 2. 洛阳理工学院 电气工程与自动化系, 河南 洛阳 471023;

3. 飞行器一体化技术重点实验室, 陕西 西安 710072)

摘要: 变体飞行器在不同的机体构型有不同的控制目标, 针对变体飞行器的多目标控制问题, 提出了一种切换线性变参数(linear parameter varying, LPV)控制方法. 该方法根据变体飞行器的任务模式及性能指标要求把后掠角变化范围分成不同的区域, 在不同的区域根据相应的控制目标求出系统满足控制性能指标的有解条件及相应的LPV控制器, 并用参数依赖多Lyapunov函数和公共Lyapunov函数两种方法保证变体过程的稳定性及快速性. 仿真结果表明: 在飞行器参数大范围快速变化的情况下, 运用本文设计的控制器具有良好的操纵性能.

关键词: 飞行器; 多目标控制; LPV控制器; 参数依赖多Lyapunov函数; 参数依赖公共Lyapunov函数

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Switching linear-parameter-varying controller for morphing aircraft based on multi-objective

HE Yong^{1,2†}, ZHANG Wei-guo¹, WANG Min-wen³, YANG Li-ben¹, ZHANG Ying¹

(1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710029, China;

2. Department of Automation, Luoyang Institute of Science and Technology, Luoyang Henan 471023, China;

3. Key Laboratory of Science and Technology on Aircraft Control, Xi'an Shaanxi 710072, China)

Abstract: A morphing aircraft has different control objectives in different configurations. For the multi-objective-control problem of the morphing aircraft, we propose a switching linear parameter varying (LPV) control method in which the range of the sweep angle is divided into sub-regions according to the flight modes and design objectives. The solvability condition of the problem with a given control performance indices is established, and a family of LPV controllers is designed accordingly. The design is based on either the multiple parameter-dependent Lyapunov functions or the common parameter-dependent Lyapunov function, which ensures the stability of the transition phase in the rapid morphing process under the restrictions of the morphing mechanism. Simulation results show that the designed controller can guarantee the excellent control performance of the morphing aircraft in its wide range of parameter values.

Key words: morphing aircraft; multi-objective-control; LPV controller; multiple parameter-dependent Lyapunov functions; common parameter-dependent Lyapunov function

1 引言(Introduction)

传统飞行器飞行模式单一, 只能完成特定的飞行任务. 而变体飞行器可根据任务模式主动改变自身机体构型, 始终以最优的飞行状态完成飞行任务. 常见的变形形式包括机翼折叠^[1]、变后掠翼^[2]和机翼伸缩^[3]等. 作为一种新概念的飞行器, 变体飞行器有望成为现代高性能飞行器实现突破发展的源泉, 具有重要的研究价值和广阔的应用前景^[2].

变体飞行器的变体过程主要通过改变机翼的气动外形来实现. 机翼形状的改变使得飞行器本体参数如翼面面积、重心位置都随着翼型的改变而改变, 由此

产生的气动力和动量矩(积)随之发生变化^[1], 这将使飞行稳定性受到很大的影响. 因此, 为了满足飞行品质要求, 所设计的飞行控制系统必须确保变体过程中的飞行稳定性^[4-5]. 线性变参数(LPV)控制通过实时可测或可估计的系统参数变化体现系统的时变特性, 可在整个参数轨迹上保证鲁棒稳定性和系统的鲁棒性^[6-7], 因此被广泛地应用于航空、航天系统的控制器设计与研究中^[8-10], 且已经有学者将这种控制方法用于处理变体飞行器变体过程中的稳定性问题^[2, 10-11].

变体飞行器相对于常规飞行器的最大优点在于能

收稿日期: 2015-05-05; 录用日期: 2015-10-16.

†通信作者. E-mail: heyong@mail.nwpu.edu.cn.

国家自然科学基金项目(61374032), 航空科学基金项目(20140753012)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61374032) and Aeronautical Science Foundation of China (20140753012).

够根据飞行任务的变化而改变机体构型,从而在不同的飞行环境和飞行任务中始终具有良好的飞行性能^[12]. 由于不同的任务需求及飞行性能要求对应不同的控制目标,因此很难用单一的控制器的来满足变体飞行器在不同构型下的控制要求. 文[13]根据变体飞行器的多种任务需求,基于最小泛函技术分别得到不同任务模式所对应的最优机翼构型,从而保证不同的飞行状态都具有期望的飞行性能,但没有考虑飞行器在不同任务模式之间转换的稳定性问题. 同时对于变体飞行器在不同构型下的多目标控制问题,国内外却鲜见报道. Lu等将LPV控制方法和切换控制理论相结合,提出了一种基于参数依赖Lyapunov函数的切换LPV控制方法^[14-16],并将其应用于F-16战斗机以解决在不同的迎角区域有不同的性能指标问题^[15]. 本文受其启发拟解决变体飞行器在不同的机体构型有不同的控制目标问题.

文[10]根据变体飞行器的特点及任务模式把后掠角的变化范围分成不同的区域,在各自的区域分别设计控制器,变体时通过激活相应区域的控制器以实现变体过程中的稳定性. 变体飞行器变体时总希望在变形机构允许范围内尽可能快的完成变体过程,但子控制器相互切换时,不论采用平均驻留时间的方法^[14-15]或模型依赖平均驻留时间方法^[17-18],必须考虑时间补偿,这使得系统的切换速度受到了限制,对变体飞行器而言势必影响变体速度. 针对变体飞行器控制中存在的上述问题,分别采用参数依赖Lyapunov函数方法和公共Lyapunov函数方法保证变体飞行器在不同控制器间切换时的稳定性和快速性. 采用本文方法设计的控制器不但能够满足变体飞行器多样化的控制目标要求,还可保证变体飞行器在变形机构允许的范围快速完成变体过程.

2 变体飞行器 LPV 建模 (LPV modeling of morphing aircraft)

基于如图1所示的某型变后掠翼无人机进行研究,机翼后掠角 χ 的变化范围为 $15^\circ \sim 60^\circ$. 这里给出该变体飞行器的纵向短周期非线性动力学模型^[4]:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \frac{1}{mV}(-L - T \sin \alpha + mg \cos \gamma + F_{I_z}), \\ \dot{q} = -\frac{\dot{I}_y}{I_y}q + \frac{1}{I_y}(-S_x g \cos \theta + M_A + T Z_T + M_{I_y}). \end{cases} \quad (1)$$

其中: α 为迎角, γ 为航迹角, q 为俯仰角速度, θ 为俯仰角, m 为飞机质量, V 为飞行速度, g 为重力加速度, I_y 为机体绕 y 轴的转动惯量, T 为推力,其方向与机体轴 x 轴方向平行, Z_T 为动力位置, L 和 M_A 分别为升力和由空气动力产生的俯仰力矩,其表达式为:

$$\begin{cases} L = Q S_w (C_{L0} + C_{L\alpha} \alpha + C_{L\delta_e} \delta_e), \\ M_A = Q S_w c_A (C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha + C_{m\delta_e} \delta_e + C_{mq} \frac{qc_A}{2V}). \end{cases} \quad (2)$$

其中: 动压 $Q = \frac{1}{2} \rho V^2$, ρ 为空气密度, S_w 为机翼参考面积, c_A 为机翼的平均几何弦长, C_{L0} 为零迎角升力系数, $C_{L\alpha}$ 和 $C_{L\delta_e}$ 分别为升力系数对 α 和 δ_e 的导数, δ_e 为升降舵偏角, C_{m0} 为零迎角俯仰力矩系数, $C_{m\alpha}$ 为俯仰力矩系数对迎角的导数, $C_{m\delta_e}$ 为升降舵的操纵导数, C_{mq} 为俯仰力矩系数对俯仰角速度的导数. F_{I_z} 和 M_{I_y} 分别为变体过程中引起的惯性力和惯性力矩,其表达式分别为

$$\begin{cases} F_{I_z} = S_x (\dot{q} \cos \alpha - q^2 \sin \alpha) + \\ \quad 2\dot{S}_x q \cos \alpha + \ddot{S}_x \sin \alpha, \\ M_{I_y} = S_x (\dot{V} \sin \alpha + V \dot{\alpha} \cos \alpha - V q \cos \alpha). \end{cases} \quad (3)$$

以飞行器的纵向短周期模态为研究对象,因此可认为式(3)中 V 为常数且 $\dot{V} = 0$. S_x 为飞机的静矩在机体坐标系 x 轴上的分量,设飞机左右对称,单侧机翼质量为 m_1 ,其质心在机体坐标轴系中的坐标为 $(r_{1x}, r_{1y}, 0)$,机身、机尾的质量及其质心坐标分别为 m_2 和 $(r_{2x}, 0, 0)$,则有

$$S_x = 2m_1 r_{1x} + m_2 r_{2x}. \quad (4)$$

把式(2)-(4)代入式(1)后对其用Jacobian线性化方法可以得到变体飞行器纵向短周期在平衡点处的线性小扰动方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \Delta \delta_e, \quad (5)$$

式中 $\Delta \alpha$, Δq 和 $\Delta \delta_e$ 分别为状态向量和控制向量相对于平衡点处的偏差量,且

$$\begin{cases} a_{11} = \frac{Q_0 S_w C_{L\alpha} + T_0 \cos \alpha_0 - \ddot{S}_x \cos \alpha_0}{mV_0}, \\ a_{12} = 1 + \frac{2\dot{S}_x \cos \alpha_0}{mV_0}, \\ a_{21} = \frac{Q_0 S_w c_A C_{m\alpha}}{I_y}, \\ a_{22} = -\frac{\dot{I}_y + \dot{S}_x V_0 \cos \alpha_0}{I_y} + \frac{\rho_0 V_0 S_w c_A^2 C_{mq}}{4I_y}, \\ b_1 = -\frac{Q_0 S_w C_{L\delta_e}}{mV_0}, b_2 = \frac{Q_0 S_w c_A C_{m\delta_e}}{mV_0}, \end{cases} \quad (6)$$

其中: $Q_0 = \frac{1}{2} \rho_0 V_0^2$ 为基准动压, ρ_0 , V_0 为相应平衡点处的空气密度和速度. 为描述变体动作对飞行器的影响,在后掠角变化范围内每隔 5° 作为一个考察基准,运用CFD计算每种构型下的气动参数. 为便于分析气动参数和 χ 的关系,把变体过程中重心位置的变化对飞机的影响换算为相应构型气动参数的变化.

把计算得到的气动数据对 χ 进行插值与拟合得到如下函数关系式:

$$\begin{cases} C_{L0} = 0.0042\chi^3 - 0.1374\chi^2 - 0.0516\chi + 0.2291, \\ C_{L\alpha} = -1.1264\chi^3 - 0.4351\chi^2 + 0.3816\chi + 4.5920, \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} C_{m0} = 0.4239\chi^2 - 0.4462\chi - 0.0365, \\ C_{m\alpha} = 9.6542\chi^3 - 6.5395\chi^2 - 6.1887\chi - 1.5909, \\ C_{m\delta_e} = -0.1624\chi^2 - 0.9376\chi - 0.7889, \\ C_{mq} = 41.4537\chi^3 - 50.4868\chi^2 - \\ \quad 9.7741\chi - 10.6730, \end{cases} \quad (8)$$

因此,以后掠角作为调度参数,定义 $\rho = \chi$,可得变体飞行器的LPV模型:

$$\dot{x} = A(\rho)x + B(\rho)u, \quad (9)$$

式中:状态变量 $x = (\Delta\alpha \ \Delta q)^T$,控制量 u 为平衡点处升降舵相对于配平值的偏差量 $\Delta\delta_e$.



图1 变后掠翼飞行器

Fig. 1 Variable sweep wing morphing aircraft

3 基于参数依赖 Lyapunov 函数方法的切换 LPV 控制器设计 (Design of switching LPV controller based on parameter-dependent Lyapunov function)

考虑如下形式的切换LPV系统模型:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{i,i(\rho)} & B_{1,i(\rho)} & B_{2,i(\rho)} \\ C_{1,i(\rho)} & D_{11,i(\rho)} & D_{12,i(\rho)} \\ C_{2,i(\rho)} & D_{21,i(\rho)} & D_{22,i(\rho)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \omega \\ u \end{bmatrix}, \rho \in p_i, \quad (10)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$ 是系统状态, $z \in \mathbb{R}^{n_z}$ 是被控输出, $\omega \in \mathbb{R}^{n_\omega}$ 是外部干扰输入, $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ 是量测输出, $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ 是控制输入, ρ 是可实时测量的可微时变参数且在紧集 $P \subset \mathbb{R}^s$ 内,其变化率的上下限为 $\underline{v}_k \leq \dot{\rho}_k \leq \bar{v}_k, k = 1, 2, \dots, s$.假设 P 可由一族切换面分割为一组子区域集 $p_i \in Z_N$,对于任意 $i \in Z_N, Z_N = \{1, 2, \dots, N\}$,有 $p_i \subset P$ 且 $\bigcup_{i=1}^{Z_N} p_i = P$,各子区域可以互相重叠或互联,且在不同的子区域系统的控制目标各不相同.对开环LPV系统(10),在不同的子区域设计具有如下形式的变参数控制器:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_k \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{k,i(\rho)} & B_{k,i(\rho)} \\ C_{k,i(\rho)} & D_{k,i(\rho)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y \end{bmatrix}, i \in Z_N, \quad (11)$$

其中 $x_k \in \mathbb{R}^{n_k}$ 为控制器的状态.当参数变化到某个区间,激活相应的控制器,因此,在每个参数子区域 p_i 内闭环系统描述为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{cl} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{cl,\sigma(\rho)} & B_{cl,\sigma(\rho)} \\ C_{cl,\sigma(\rho)} & D_{cl,\sigma(\rho)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{cl} \\ \omega \end{bmatrix}, \rho \in p_i, i \in Z_N, \quad (12)$$

式中: $x_{cl}^T = [x^T \ x_k^T] \in \mathbb{R}^{n+n_k}$,切换信号 σ 为右连续的分段常值信号,假设在有限的时间间隔内切换发生的次数有限.

本文要做的工作是为开环切换LPV系统(10)的每个子系统设计变参数控制器(11),使得相应的闭环系统在参数区域内满足性能指标,同时在允许的切换规则 σ 下保证闭环切换LPV系统的稳定性.

3.1 参数依赖多Lyapunov函数方法(Multiple parameter-dependent Lyapunov function approach)

对变体飞行器后掠角变化范围进行区域划分,假定存在一组参数相关正定对称矩阵函数 $\{X_i(\rho)\}_{i \in Z_N}$,且 $X_i(\rho)$ 在其所对应的参数区域 p_i 内光滑连续.则系统(12)对应于该子区域的Lyapunov函数为 $V_i(x_{cl}, \rho) = x_{cl}^T X_i(\rho) x_{cl}$,而整个切换LPV系统的参数依赖多Lyapunov函数可定义为

$$V_\sigma(x_{cl}, \rho) = x_{cl}^T X_\sigma(\rho) x_{cl}. \quad (13)$$

用多Lyapunov函数方法设计切换LPV系统的控制器时,如果切换信号选择适当,只需满足当前被激活的子系统所对应的Lyapunov函数单调递减即能保证整个系统的稳定性.这大大降低了控制器设计过程中的保守性,因此多Lyapunov函数方法在切换系统的分析与综合中应用广泛^[14-15,18].

对于上述参数子区域,如果相邻两个子区域相互重叠,如图2所示,则易知在相邻两个子区域之间存在两个切换面 S_{ij} 和 S_{ji} ,用切换面 S_{ij} 和 S_{ji} 分别表示从参数子区域从 p_i 向 p_j 和从 p_j 向 p_i 切换.当参数轨迹碰到切换面时切换事件即发生,被激活的控制器发生变化.相应的切换信号 σ 的生成过程如图2(a).

由图2(a)可知,若 $P(t_0) \in p_i$,则 $\sigma(t_0) = i$.对于所有的 $t > 0$,有

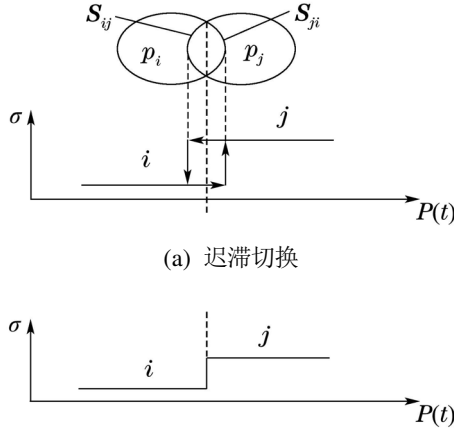
$$\sigma(t) = \begin{cases} i, & P(t^-) = i \text{ 且 } P(t) \in p_i, \\ j, & P(t^-) = i \text{ 且 } P(t) \in S_{ij}. \end{cases} \quad (14)$$

同理,若 $P(t_0) \in p_j$,则 $\sigma(t_0) = j$.对于所有的 $t > 0$,有

$$\sigma(t) = \begin{cases} i, & P(t^-) = j \text{ 且 } P(t) \in p_j, \\ j, & P(t^-) = j \text{ 且 } P(t) \in S_{ji}, \end{cases} \quad (15)$$

对于迟滞切换规则下的闭环系统(12),用 $V_i(x_{cl}, \rho)$ 和 $V_j(x_{cl}, \rho)$ 分别表示相邻子系统的参数依赖Lyapunov函数.若在切换面 S_{ij} 上,参数依赖Lyapunov函数满足条件 $V_i(x_{cl}, \rho) > V_j(x_{cl}, \rho)$,则从区域 i 向区域 j 切换

过程中闭环系统(12)所对应的Lyapunov函数值非增, 此时第*j*个区域所对应的子系统可以在保证整个系统稳定的条件下被激活, 基于上述分析可得如下结论.



(a) 迟滞切换

(b) 临界点切换

图 2 切换逻辑

Fig. 2 Switching logic

定理 1 对于开环切换LPV系统(10)和变参数区域*P*及其子区域 $\{p_i\}_{i \in Z_N}$, 令

$$N_{R,i}(\rho) = \ker([B_{2,i}^T(\rho) \ D_{12,i}^T(\rho) \ 0]),$$

$$N_{S,i}(\rho) = \ker([C_{2,i}^T(\rho) \ D_{21,i}^T(\rho) \ 0]),$$

若对于任意 $\rho \in p_i$ 都存在一组正定对称矩阵 $R_i(\rho)$ 和 $S_i(\rho)$, ($i \in Z_N$)满足如下条件:

$$N_{R,i}^T(\rho) \begin{bmatrix} \pi_i(\rho) & * & * \\ C_{1,i}(\rho)R_i(\rho) - \gamma_i I_{n_z} & * & * \\ B_{1,i}^T(\rho) & 0 & -\gamma_i I_{n_w} \end{bmatrix} N_{R,i}(\rho) < 0, \quad (16)$$

$$N_{S,i}^T(\rho) \begin{bmatrix} \kappa_i(\rho) & * & * \\ B_{1,i}^T(\rho)S_i(\rho) - \gamma_i I_{n_w} & * & * \\ C_{1,i}(\rho) & 0 & -\gamma_i I_{n_z} \end{bmatrix} N_{S,i}(\rho) < 0, \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} R_i(\rho) & I \\ I & S_i(\rho) \end{bmatrix} \geq 0, \quad (18)$$

其中“*”表示矩阵中对应块的转置矩阵, 且

$$\begin{aligned} \pi_i(\rho) &= R_i(\rho)A_i(\rho)^T + A_i(\rho)R_i(\rho) + \sum_{k=1}^s \{\underline{v}_k, \bar{v}_k\} \frac{\partial R_i(\rho)}{\partial \rho_k}, \\ \kappa_i(\rho) &= A_i(\rho)^T S_i(\rho) + S_i(\rho)A_i(\rho) + \sum_{k=1}^s \{\underline{v}_k, \bar{v}_k\} \frac{\partial S_i(\rho)}{\partial \rho_k}, \end{aligned}$$

且对于任意的 $\rho \in S_{ij}$ 有如下不等式成立:

$$\begin{cases} R_i(\rho) \leq R_j(\rho), \\ S_i(\rho) - R_i^{-1}(\rho) \geq S_j(\rho) - R_j^{-1}(\rho), \end{cases} \quad (19)$$

则在整个变参数区域内存在切换LPV控制器使得闭

环系统稳定且满足 $\|z\|_2 < \gamma \|\omega\|_2$, $\gamma = \max\{\gamma_i\}_{i \in Z_N}$.

证 由文献[13]易知, 在任意给定的参数子区域 p_i 内, 假设存在参数相关矩阵函数 $X_i(\rho)$ 和变参数控制器使得由此组成的闭环系统(12)满足有界实引理

$$\begin{bmatrix} \psi_i(\rho) & X_i(\rho)B_{cl,i}(\rho) & C_{cl,i}^T(\rho) \\ B_{cl,i}^T(\rho)X_i(\rho) & -\gamma_i I & D_{cl,i}^T(\rho) \\ C_{cl,i}(\rho) & D_{cl,i}(\rho) & -\gamma_i I \end{bmatrix} < 0, \quad (20)$$

其中 $\psi_i(\rho) = A_{cl,i}^T(\rho, \dot{\rho})X_i(\rho) + X_i(\rho)A_{cl,i}(\rho, \dot{\rho}) + \frac{\partial X_i(\rho)}{\partial \rho_k} \dot{\rho}$, 则当 $\rho \in p_i$ 时, 对应于该子区域的 H_∞ 性能指标为 γ_i , 即控制器在该子区域内稳定且满足 $\|z\|_2 < \gamma_i \|\omega\|_2$.

为实现相邻区域的控制器稳定切换, 对应的参数相关Lyapunov函数在切换面处应满足如下条件:

$$X_i(\rho) \geq X_j(\rho) \quad i, j \in Z_N \text{ 且 } i \neq j. \quad (21)$$

对闭环系统(12)的第*i*个子系统对应的Lyapunov函数矩阵及其逆矩阵进行如下矩阵分割, 可得

$$\begin{aligned} X_i(\rho) &= \begin{bmatrix} S_i(\rho) & N_i(\rho) \\ N_i^T(\rho) & ? \end{bmatrix}, \\ X_i^{-1}(\rho) &= \begin{bmatrix} R_i(\rho) & M_i(\rho) \\ M_i^T(\rho) & ? \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

其中: $M_i(\rho)N_i^T(\rho) = I - R_i(\rho)S_i(\rho)$, “?”表示矩阵中对应的元素可以任意指定. 用投影定理经过代数运算可得式(20)和式(16)–(18)等价^[19].

若选定

$$X_i(\rho) = \begin{bmatrix} S_i(\rho) & R_i^{-1}(\rho) - S_i(\rho) \\ R_i^{-1}(\rho) - S_i(\rho) & S_i(\rho) - R_i^{-1}(\rho) \end{bmatrix},$$

则相应区域的Lyapunov函数可以写成

$$X_i(\rho) = \begin{bmatrix} I & -I \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_i^{-1}(\rho) & 0 \\ 0 & S_i(\rho) - R_i^{-1}(\rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ -I & I \end{bmatrix}.$$

由于在切换面 S_{ij} 处实现稳定切换的条件是相邻两个区域所对应的Lyapunov函数满足条件

$$\begin{aligned} V_i(x_{cl}, \rho) &= x_{cl}^T X_i(\rho) x_{cl} \geq \\ &= x_{cl}^T X_j(\rho) x_{cl} = V_j(x_{cl}, \rho). \end{aligned}$$

综合上述条件, 可以得到采用迟滞切换规则时, 为实现稳定切换在切换面处应满足条件(19).

取 $\gamma = \max\{\gamma_i\}_{i \in Z_N}$, 则原命题得证.

$R_i^{-1}(\rho)$ 和 $R_j^{-1}(\rho)$ 的存在使得上述LMIs的求解比较困难. 若假设在切换面 S_{ij} 上 $R_i(\rho)$ 是连续的, 即 $R_i(\rho) = R_j(\rho)$, 则可以将一个非凸约束问题转化为一个凸约束问题. 此时(19)式可表示为

$$\begin{cases} R_i(\rho) = R_j(\rho), \\ S_i(\rho) \geq S_j(\rho), \end{cases} \quad (22)$$

而 $R_i(\rho) = R_j(\rho)$ 在LMIs中等价于

$$-\varepsilon I \leq R_i(\rho) - R_j(\rho) \leq \varepsilon I, \quad (23)$$

其中 ε 是一个任意小的正常数.

通过上述定理得到满足条件的矩阵函数 $R_i(\rho)$ 和 $S_i(\rho)$ 后,与文[14]类似,通过定义如下中间变量:

$$F_i(\rho) = -(D_{12,i(\rho)}^T D_{12,i(\rho)})^{-1} \cdot [\gamma_i B_{2,i(\rho)}^T R_i^{-1}(\rho) + D_{12,i(\rho)}^T C_{1,i(\rho)}], \quad (24)$$

$$L_i(\rho) = -[-\gamma_i S_i(\rho)^{-1} C_{2,i(\rho)}^T + B_{1,i(\rho)} D_{21,i(\rho)}^T] \cdot (D_{12,i(\rho)}^T D_{12,i(\rho)})^{-1}, \quad (25)$$

则相应区域的切换LPV控制器增益矩阵可通过如下公式得到:

$$A_{k,i}(\rho) = -N_i^{-1}(\rho) \{A_i^T(\rho) - S_i(\rho) \frac{dR_i(\rho)}{dt} - N_i(\rho) \frac{dM_i^T(\rho)}{dt} + S_i(\rho) [A_i(\rho) + B_{2,i}(\rho) F_i(\rho) + L_i(\rho) C_{2,i}(\rho)] R_i(\rho) + \frac{1}{\gamma_i} S_i(\rho) [B_{1,i}(\rho) + L_i(\rho) D_{21,i}(\rho)] B_{1,i}^T(\rho) + \frac{1}{\gamma_i} C_{1,i}^T(\rho) [C_{1,i}(\rho) + D_{12,i}(\rho) F_i(\rho)] R_i(\rho)\} M_i^{-T}(\rho), \quad (26)$$

$$B_{k,i}(\rho) = N_i^{-1}(\rho) S_i(\rho) L_i(\rho), \quad (27)$$

$$C_{k,i}(\rho) = F_i(\rho) R_i(\rho) M_i^{-T}(\rho), \quad (28)$$

$$D_{k,i}(\rho) = 0. \quad (29)$$

注1 在式(16)–(17)中 $\sum_{k=1}^s \{v_k, \bar{v}_k\} \frac{\partial}{\partial \rho_k}$ 分别表示参数相关函数矩阵对参数向量各分量微分的代数和.当变参数向量各分量变化率的上、下限 $\{v_k, \bar{v}_k\}$ 已知时,以上两式中的每一个线性矩阵不等式需 2^s 个不同的线性矩阵不等式来等价.

3.2 参数依赖公共Lyapunov函数方法(Common parameter-dependent Lyapunov function approach)

如果相邻两个区域的重叠部分逐渐减小直至 S_{ij} 和 S_{ji} 重合,这使得系统实现稳定切换时,相邻两个区域的Lyapunov函数值在切换面处相等.文献[15,20]通过平均驻留时间方法降低了对Lyapunov函数在切换面处连续性的要求.但用平均驻留时间方法设计切换律时,为保证切换发生时Lyapunov函数值非增,需使切换前Lyapunov函数值增大 $\mu(>1)$ 倍,为了补偿Lyapunov函数值增大对系统的影响,使得有限时间内的平均切换频率被限制在 $\frac{1}{\tau_a}$.因此,若将该方法用于解决变体飞行器变体过程中的稳定性时,势必使其变体速度受到限制,这有悖于我们对其既快又稳的完成变形过程的期望.

此时,如果系统存在参数依赖公共Lyapunov函数,则在求解Lyapunov函数时,相应的LMIs约束在数量上要比多Lyapunov函数方法的约束条件少得多.同时

该Lyapunov函数可以保证整个系统的稳定性.这对变体飞行器而言就可以不去考虑后掠角变化的限制,因此可在变形机构允许的变体速度下以尽可能快的速度完成变体过程.基于上述分析有如下定理:

定理2 考虑开环切换LPV系统(10),参数区域 P 和其子区域 $\{p_i\}_{i \in Z_N}$,如果对于任意参数子区域 p_i 都存在正实数 γ_i 和正定矩阵 $R(\rho)$, $S(\rho)$ 使得对于任意 $p_i \subset P$ 时都有下列不等式成立:

$$N_{R,i(\rho)}^T \begin{bmatrix} \pi_i(\rho) & * & * \\ C_{1,i(\rho)} R(\rho) - \gamma_i I_{n_z} & * & * \\ B_{1,i(\rho)}^T & 0 & -\gamma_i I_{n_w} \end{bmatrix} N_{R,i(\rho)}(\rho) < 0, \quad (30)$$

$$N_{S,i(\rho)}^T \begin{bmatrix} \kappa_i(\rho) & * & * \\ B_{1,i(\rho)}^T S(\rho) - \gamma_i I_{n_w} & * & * \\ C_{1,i(\rho)} & 0 & -\gamma_i I_{n_z} \end{bmatrix} N_{S,i(\rho)}(\rho) < 0, \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} R(\rho) & I \\ I & S(\rho) \end{bmatrix} \geq 0, \quad (32)$$

其中:

$$\pi_i(\rho) = R(\rho) A_i(\rho)^T + A_i(\rho) R(\rho) + \sum_{k=1}^s \{v_k, \bar{v}_k\} \frac{\partial R(\rho)}{\partial \rho_k},$$

$$\kappa_i(\rho) = A_i(\rho)^T S(\rho) + S(\rho) A_i(\rho) + \sum_{k=1}^s \{v_k, \bar{v}_k\} \frac{\partial S(\rho)}{\partial \rho_k},$$

$$N_{R,i(\rho)} = \ker([B_{2,i(\rho)}^T \ D_{12,i(\rho)}^T \ 0]),$$

$$N_{S,i(\rho)} = \ker([C_{2,i(\rho)} \ D_{21,i(\rho)} \ 0]),$$

则存在变参数控制器使闭环切换线性变参数系统在整个参数变化区域内二次稳定,且其 H_∞ 性能满足

$$\|z\|_2 < \gamma \|w\|_2, \gamma = \max\{\gamma_i\}_{i \in Z_N}.$$

证 见文献[21].

求解得到满足条件的矩阵函数 $R(\rho)$ 和 $S(\rho)$ 后,可用类似于前述参数依赖多Lyapunov函数方法得到各子区域的切换LPV控制器增益矩阵 $A_{ki}(\rho)$, $B_{ki}(\rho)$, $C_{ki}(\rho)$, $D_{ki}(\rho)$.

4 仿真验证(Simulation results)

基于前文给出的变体飞行器切换LPV模型进行仿真研究.变体飞行器的物理参数为 $m = 25 \text{ kg}$,仿真高度 $h = 1000 \text{ m}$,大气密度 $\rho = 1.0555 \text{ kg/m}^3$,速度 $V = 25 \text{ m/s}$.根据变体飞行器的任务模式将后掠角变化范围分为3个区域,则整个系统成为一个具有3个子系统的切换LPV模型.当后掠角变化到某个区域时相应区域的子系统被激活,这样变体飞行器的变体过程可通过3个子系统之间的切换来实现,子系统的非线性动态通过相应区域的LPV模型来表示.为了验证变体

过程中飞行器的操纵性能, 基于文献 [22–24] 的处理方法, 笔者把对指令信号的跟踪问题转换为与理想模型跟踪误差的 H_∞ 控制问题, 被跟踪的模型选为一个二阶的低通滤波器. 则变体飞行器的切换LPV系统的控制结构图如图3所示, 其中 $P(\rho)$ 是变体飞行器纵向短周期的切换LPV模型, 把系统的两个状态 α 和 q 作为输出, 跟踪的理想模型

$$W_{ideal} = \frac{\alpha_{ideal}}{\alpha_{cmd}} = \frac{144}{s^2 + 19.2s + 144},$$

其输出 α_{ideal} 和实际迎角输出 α 的差 $\alpha - \alpha_{ideal}$ 作为跟踪误差, 并通过权值函数惩罚跟踪误差. 外部输入包括2维传感器噪声 n 和迎角指令信号 α_{cmd} . 被控输出包括开环加权误差信号 α_p 和 z_p . 这样跟踪问题就转化为外部输入和被控输出之间的 H_∞ 控制问题. 根据图3的控制结构图, 通过MATLAB指令得到等效广义对象的状态空间实现, 即可用本文的方法进行控制器设计.

注 2 为了便于求解LMIs及控制器增益矩阵, 图3中 $P(\rho)$ 用式(5)对应于不同参数点下的线性方程来近似. 易知参数点选取越密, 和原系统的误差越小, 但参数点越多则使得设计过程中的计算量成几何倍数增长.

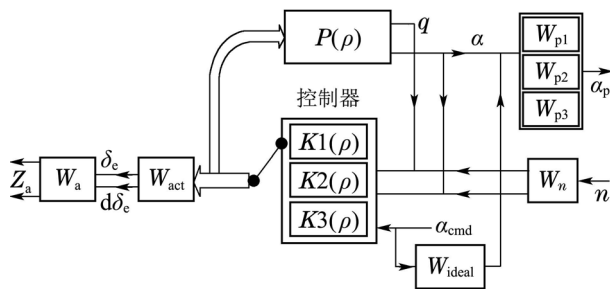


图 3 变体飞行器的权值函数连接图

Fig. 3 Weighted interconnection of morphing aircraft

结合CFD计算的结果, 易知在该飞行条件下, 当后掠角较小时飞机具有较大的升阻比, 在该种机翼构型下完成巡航飞行任务具有较好的飞行性能; 当后掠角较大时飞机的加速性能优, 因此可用于完成冲击飞行任务. 基于上述分析把后掠角的变化范围分为三个区域, 采用迟滞切换时, 区域划分为 $p_1: 15^\circ \leq \chi \leq 35^\circ$; $p_2: 25^\circ \leq \chi \leq 50^\circ$; $p_3: 40^\circ \leq \chi \leq 60^\circ$. 采用参数依赖公共Lyapunov函数方法时, 区域划分为 $p_{1}: 15^\circ \leq \chi \leq 30^\circ$; $p_{2}: 30^\circ \leq \chi \leq 45^\circ$; $p_{3}: 45^\circ \leq \chi \leq 60^\circ$. 由于不同的任务模态控制目标不同, 冲击飞行时希望其对指令信号做出快速而准确的响应; 而巡航飞行时对飞行性能的要求不是很苛刻, 此时控制目标退化为保证飞行器稳定飞行即可. 基于上述分析对3个区域分别选择3个权值函数:

$$W_{p1} = \frac{16s + 80}{10s + 1}, W_{p2} = \frac{18s + 90}{s + 1},$$

$$W_{p3} = \frac{20s + 100}{0.1s + 1}$$

来体现不同的后掠角区域的控制目标. 对应于3个权值函数的零频值分别为80, 90和100, 在相应区域跟踪的稳态误差分别为1.25%, 1.11%和1%, 系统带宽在3个子区域中也逐渐增加, 因此不论从稳态误差还是系统带宽, 都和控制目标相一致. $K1(\rho)$, $K2(\rho)$ 和 $K3(\rho)$ 分别是相应区域的LPV控制器, 当后掠角变化时相应区域的控制器被激活, 并通过相应的权值函数实现了变体飞行器的多目标控制. 作动器动态模型 W_{act} 为

$$W_{act} = \begin{bmatrix} -20 & 20 \\ 1 & 0 \\ -20 & 20 \end{bmatrix}.$$

控制输入的惩罚函数 W_a 为

$$W_a = \text{diag}\{0.1, 0.2\}.$$

设变形机构允许的最快变体速率为 $50^\circ/s$. 对参数区域中的任意子区域 $p_i (i \in Z_N)$, 设待求解的参数依赖型Lyapunov函数矩阵具有参数仿射型形式. 当用参数依赖多Lyapunov函数方法时, 设子区域 p_i 所对应的参数依赖Lyapunov函数矩阵 $X_i(\rho)$ 中,

$$R_i(\rho) = R_{i0} + \rho R_{i1}, S_i(\rho) = S_{i0} + \rho S_{i1},$$

其中: $\rho = \chi$ 为变体飞行器的后掠角, 矩阵 R_{ij} 和 $S_{ij} (j = 0, 1)$ 是待优化求解的矩阵. 对于参数依赖公共Lyapunov函数方法, 待求解的参数依赖公共Lyapunov函数矩阵 $X(\rho)$ 中对应的矩阵元素具有如下形式:

$$R(\rho) = R_0 + \rho R_1, S(\rho) = S_0 + \rho S_1,$$

矩阵 R_j 和 $S_j (j = 0, 1)$ 是待优化求解的矩阵. 基于图3描述的变体飞行器的控制结构, 在上述加权函数描述的基础上, 根据系统模块连接关系求出等效广义对象的状态空间实现, 根据系统区域划分的方法选择适当的参考点求解线性矩阵不等式, 并得到相应的LPV控制器. 由引理1和引理2可知 $\gamma = \max\{\gamma_i\}_{i \in Z_N}$, 在优化求解中, 用前文两种方法求得的优化指标分别为29.8985和79.6034.

图4和图5给出了变体飞行器分别用本文方法在不同的变体速度下的迎角响应曲线.

采用迟滞切换策略时, 切换面的选择和参数的变化方向有关. 根据参数的区域划分方法, 当后掠角增大时切换面分别选择为 $S_{1\bar{2}} = 35^\circ$ 和 $S_{2\bar{3}} = 50^\circ$; 当后掠角减小时切换面选为 $S_{3\bar{2}} = 40^\circ$ 和 $S_{2\bar{1}} = 25^\circ$ (下标表示切换的方向). 当飞行器后掠角发生变化时, 后掠角信号和切换信号间的关系如图4(a), 图中后掠角信号在该点的斜率表示此时的变体速率, σ 的值代表相应区域的控制器被激活. 图4(b)是在变体过程中对迎角指令信号的响应曲线, 图4(c)是升降舵偏角信号.

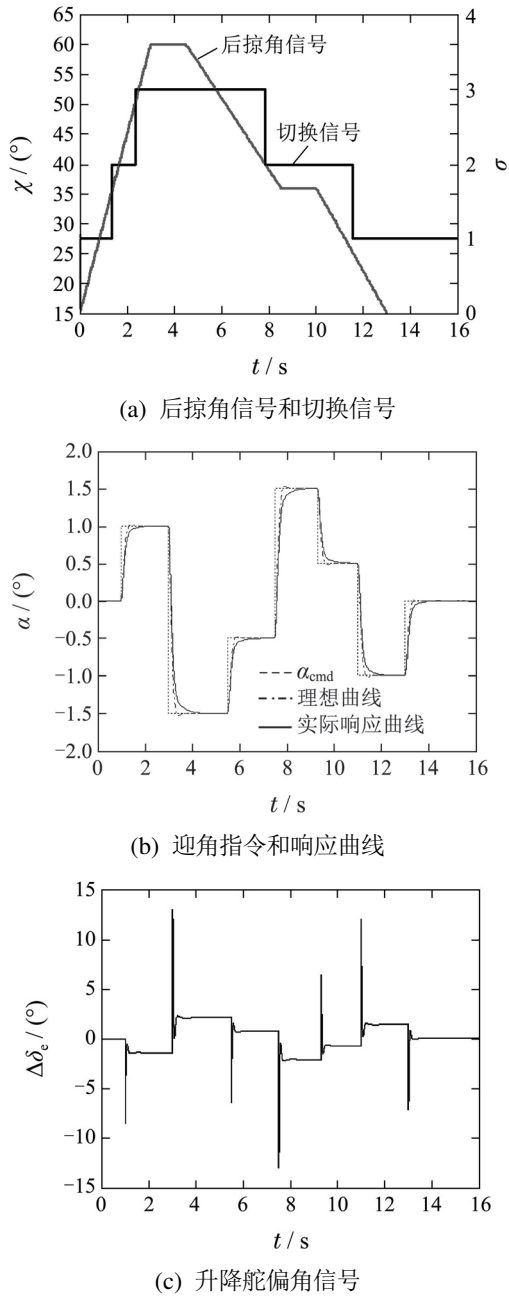


图4 基于迟滞切换响应曲线

Fig. 4 Response curves based on hysteresis

采用公共参数依赖Lyapunov函数方法时, 相邻区域的切换面重合为单一的切换面. 根据区域划分方法选择切换面为 $S_1 = 30^\circ$ 和 $S_2 = 45^\circ$, 后掠角发生变化时后掠角信号和切换信号如图5(a), 变体过程中对迎角指令信号的响应曲线和升降舵偏角如图5(b)和5(c).

比较图4(a)和图5(a), 可知在相同的变体过程中, 由于选择不同的切换策略, 使得控制器发生切换的时间不同, 对迎角的响应曲线也不同, 但两种变体策略都实现了对迎角指令信号的跟踪, 而且从迎角的响应曲线来看, 两种方法相比迟滞切换的跟踪效果更好一些, 这和我们前面的分析相印证.

若采用基于平均驻留时间^[13]的方法设计切换律时, 为了保证切换系统的稳定性, 各子系统的平均驻

留时间应满足 $\tau_a \geq \frac{\ln \mu}{\lambda_0}$, 其中 $\mu (> 1)$ 是切换事件发生时Lyapunov函数放大倍数, λ_0 是Lyapunov函数的衰减率, 则在有限时间内的平均切换频率被限制在 $\frac{1}{\tau_a}$, 这种切换频率的限制对变体飞机而言势必影响其变体速度. 且在相同的 μ 下, Lyapunov函数的衰减率 λ_0 越小, 为保证切换过程的稳定性, 则变体飞行器的允许的变体速率越小.

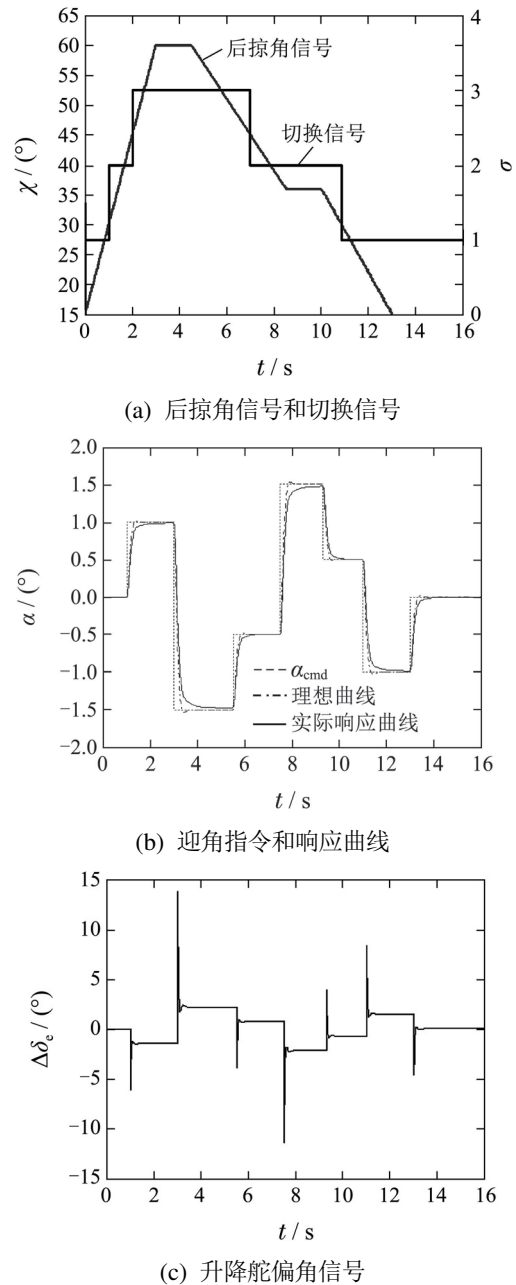


图5 基于公共Lyapunov函数方法的响应曲线

Fig. 5 Response curves based on common Lyapunov

5 结论(Conclusions)

本文用切换LPV控制的方法解决变体飞行器变体过程中的稳定性问题, 在设计过程中综合考虑了变体飞行器在不同的飞行任务阶段有不同的控制目标, 根据不同的控制目标分别设计相应的LPV控制器, 分别

用参数依赖多Lyapunov函数和公共Lyapunov函数方法保证变体过程中的稳定性。在求解LPV控制器时先假设系统的控制问题可解, 并将可解的条件转化为与之等价的LMIs后通过MATLAB软件直接求解。采用本文所用方法的最大优点在于变体过程中可以不去考虑变体速度的限制, 在变体机构允许的范围以内尽可能快的变体速度完成变形。仿真结果表明变体飞行器以不同的后掠角变化速度变形时对指令信号都有较好的跟踪效果。

参考文献(References):

- [1] 乐挺, 王立新, 艾俊强. Z型翼变体飞机的纵向多体动力学特性 [J]. 航空学报, 2010, 31(4): 679 – 686.
(YUE Ting, WANG Lixin, AI Junqiang. Longitudinal multibody dynamic characteristics of Z-wing morphing aircraft [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2010, 31(4): 679 – 686.)
- [2] 王青, 王通, 后德龙, 等. 基于速度线性化的变体飞行器鲁棒LPV控制 [J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(6): 1130 – 1136.
(WANG Qing, WANG Tong, HOU Delong, et al. Robust LPV control for morphing vehicle via velocity-based linearization [J]. *Systems Engineering and Electronics* 2014, 36(6): 1130 – 1136.)
- [3] 殷明, 陆宇平, 何真, 等. 变体飞行器变形辅助机动的建模与滑模控制 [J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(1): 128 – 134.
(YIN Ming, LU Yuping, HE Zhen, et al. Modeling and sliding mode control of morphing aircraft for morphing-aided maneuver [J]. *Systems Engineering and Electronics* 2015, 37(1): 128 – 134.)
- [4] 陈伟, 卢京朝, 王晓光, 等. 基于backstepping/RHO变体飞机控制器设计 [J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(8): 1160 – 1165.
(CHEN Wei, LU Jingchao, WANG Xiaoguang, et al. Design of a controller for morphing aircraft based on backstepping/RHO [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics* 2014, 40(8): 1160 – 1165.)
- [5] SEIGLER T M, NEAL D A. Analysis of transition stability for morphing aircraft [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(6): 1947 – 1954.
- [6] LEE C H, SHIN M H, CHUNG M J. A design of gain-scheduled control for a linear parameter varying system: an application to flight control [J]. *Control Engineering Practice*, 2001, 9(1): 11 – 21.
- [7] 吴定会, 李意扬, 纪志成. 风力机的线性变参数主动容错控制 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(4): 425 – 430.
(WU Dinghui, LI Yiyang, JI Zhicheng. Active fault-tolerant linear-parameter-varying control of wind turbines [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(4): 425 – 430.)
- [8] APKARIAN P, GAHINET P, BECKER G. Self-scheduled H_∞ control of linear parameter-varying systems: a design example [J]. *Automatica*, 1995, 31(9): 1251 – 1261.
- [9] 王明昊, 刘刚, 杨述华. 高超声速飞行器的多胞LPV系统控制器设计 [J]. 空间技术与应用, 2013, 39(1): 15 – 22.
(WANG Minghao, LIU Gang, YANG Shuhua. Polytopic-LPV-system-based control design for hypersonic vehicle [J]. *Aerospace Control and Application*, 2013, 39(1): 15 – 22.)
- [10] 王青, 杨汇川, 董朝阳. 基于重叠参数区域的变体飞行器切换LPV控制 [J]. 沈阳工业大学学报, 2013, 35(6): 698 – 703.
(WANG Qing, YANG Huichuan, DONG Chaoyang. Switching LPV control of morphing aircraft based on overlapped parameter area [J]. *Journal of Shenyang University of Technology*, 2013, 35(6): 698 – 703.)
- [11] YUE T, WANG L, AI J. Longitudinal linear parameter varying modeling and simulation of morphing aircraft [J]. *Journal of Aircraft*, 2013, 50(6): 1673 – 1681.
- [12] BARBARINO S, BILGEN O, AJAJ R M, et al. A review of morphing aircraft [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2011, 22(9): 823 – 877.
- [13] ABDULRAHIM M, LIND R. Control and simulation of a multi-role morphing micro air vehicle [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. San Francisco: [s.n.], 2005: 1 – 19.
- [14] LU B, WU F. Switching LPV control designs using multiple parameter-dependent Lyapunov functions [J]. *Automatica*, 2004, 40(11): 1973 – 1980.
- [15] LU B, WU F, KIM S. Switching LPV control of an F-16 aircraft via controller state reset [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(2): 267 – 277.
- [16] LU B, WU F. Control design of switched LPV systems using multiple parameter-dependent Lyapunov functions [C] // *Proceeding of the 2004 American Control Conference*. Boston: IEEE, 2004: 3875 – 3880.
- [17] ZHAO X, ZHANG L, SHI P, et al. Stability and stabilization of switched linear systems with mode-dependent average dwell time [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(07): 1809 – 1815.
- [18] LU Q, ZHANG L, SHI P, et al. Control design for a hypersonic aircraft using a switched linear parameter-varying system approach [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2013, 227(1): 85 – 95.
- [19] HU K, YUAN J. On H-infinity switching controllers for nuclear steam generator water level: a multiple parameter-dependent Lyapunov functions approach [J]. *Annals of Nuclear Energy*, 2008, 35(10): 1857 – 1863.
- [20] WU F, YANG X H, PACKARD A, et al. Induced L2-norm control for LPV systems with bounded parameter variation rates [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1996, 6(910): 983 – 998.
- [21] HESPANHA J P, MORSE A. Stability of switched systems with average dwell-time [C] // *Proceedings of the 38th Conference on Decision & Control*. Phoenix, Arizona: IEEE, 1999: 2655 – 2660.
- [22] HE X, DIMIROVSKI G M, DIMIROVSKI G M, et al. Control of switched LPV systems using common Lyapunov function method and an F-16 aircraft application [C] // *IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics*. Shenyang: IEEE, 2010: 386 – 392.
- [23] ESTUARDO I, BEI L, ERIC B. Robust control design for a nanosat launch vehicle [C] // *Proceedings of the ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress & Exposition*. Houston, Texas: IMECE2, 2012: 1 – 8.
- [24] WU F, PACKARD A, BALAS G. LPV control design for pitch-axis missile autopilots [C] // *Proceedings of the 34th Conference on Decision & Control*. New Orleans: IEEE, 1995: 188 – 193.
- [25] ALVAREZ D J, LU B. Piloted simulation study comparing classical, H-infinity, and linear parameter-varying control methods [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, 34(1): 164 – 176.

作者简介:

何埔 (1980–), 男, 主要研究方向为变体飞行器的建模与控制, E-mail: heyong@mail.nwpu.edu.cn;

章卫国 (1956–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为现代控制方法与智能控制方法及应用、先进与智能飞行控制及优化技术及容错控制方法及应用, E-mail: zhangweigu@nwpu.edu.cn;

王敏文 (1965–), 男, 研究员, 研究方向为飞行器控制与设计, E-mail: 27629744@qq.com;

杨立本 (1982–), 男, 博士研究生, 研究方向为无人机智能自主飞行控制, E-mail: 709373203@qq.com;

张颖 (1991–), 女, 硕士研究生, 研究方向为信息融合, E-mail: 1245097138@qq.com .