

具有群活性感知的自适应微粒群算法

孙 备, 王雅琳[†], 桂卫华, 阳春华, 何明芳

(中南大学 信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 算法结构和对信息的利用能力是影响算法性能的重要因素. 标准微粒群算法简洁易用, 然而在其寻优过程中, 每个粒子仅仅向自身历史最优经验和种群历史最优经验学习, 未能有效利用寻优过程中其他粒子的经验和状态信息; 另外, 单纯的基于二阶差分方程的迭代寻优方式在算法结构上增大了算法陷入局部最优的概率. 为了从算法结构上减少微粒群算法早熟收敛和陷入局部最优的情况, 本文提出了一种具有群活性感知的自适应微粒群算法: 通过引入群活性对当前的寻优状态进行描述, 然后根据群活性自适应地改变粒子的拓扑结构和搜索模式, 在一定程度上增强了微粒群算法的全局收敛能力. 基准函数测试结果证明了本算法的有效性和特点.

关键词: 微粒群算法; 群活性感知; 信息利用; 控制策略; 自适应

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Adaptive particle swarm optimization with perception of swarm activity

SUN Bei, WANG Ya-lin[†], GUI Wei-hua, YANG Chun-hua, HE Ming-fang

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha Hunan 410083, China)

Abstract: For an optimization algorithm, the algorithm structure and the ability of utilizing information obtained in the optimization process are critically important to its performance. Standard particle swarm optimization is conceptually concise and easy to be implemented. However, for every single particle, it can only learn from the best historical experience of itself and the swarm. The experience of the rest particles and state information of optimization process have not been effectively utilized. In addition, the simple iteration mode based on a second order difference equation raises the structural risk of trapping in a local optimum. In order to avoid trapping in a local optimum and the premature phenomenon, we propose an adaptive particle swarm optimization algorithm with perception of swarm activity. Here, the swarm activity is defined as the current searching state of the algorithm. According to the swarm activity, typologies and searching modes of particles are adaptively changed, enhancing the ability of global convergence of the particle swarm in some extent. Simulation of some Benchmark functions demonstrate the effectiveness and features of the proposed algorithm.

Key words: particle swarm optimization; swarm activity; information utilization; control strategy; adaptation

1 引言(Introduction)

微粒群算法(particle swarm optimization, PSO)是 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出的一种基于群体智能的并行优化算法^[1]. 微粒群算法基于个体之间的信息共享有益于种群进化的思想, 具有调节参数少、易于实现等特点; 在数据挖掘、电力调度、无线网络、过程控制等领域中得到了广泛应用.

从其诞生伊始, 微粒群算法就得到了许多学者的关注. Shi 等人在微粒群算法中引入了惯性因子, 研究了不同的惯性因子参数取值对微粒群算法寻优性能的影响^[2]; Ozcan 和 Mohan 研究了认知因子、社会因

子、个体最优位置以及全局最优位置为常数的情况下粒子的运动轨迹, 并提出了自适应设置微粒群算法参数的思想^[3]; Clerc 和 Kennedy 建立了微粒群算法的五维描述, 分析了在不同的参数设置情况下, 微粒群算法的收敛性和粒子的运动轨迹^[4]; 曾建潮等人通过分析当时已有的微粒群算法, 提出了一种微粒群算法的统一模型, 通过线性系统理论分析了其收敛性^[5]; 潘峰等人分析了微粒群算法的 3 种粒子模型的运动特性, 给出了单信息条件下粒子的最大搜索空间, 以及微粒群算法参数选取的一些准则^[6-7]; Bergh 等人证明了标准微粒群算法并不能保证全局收敛, 甚至不能保证收

收稿日期: 2015-05-08; 录用日期: 2015-11-30.

[†]通信作者. E-mail: ylwang@csu.edu.cn.

本文责任编辑: 张化光.

国家创新研究群体科学基金项目(61321003), 国家自然科学基金面上项目(61273187, 61273186), 教育部高等学校博士学科点专项科研基金优先发展领域项目(20110162130011)资助.

Supported by Foundation for Innovative Research Groups of the National Natural Science Foundation of China (61321003), National Natural Science Foundation of China (61273187, 61273186) and Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (20110162130011).

敛到某一局部最优点, 并根据随机性算法的收敛准则, 给出了微粒群算法参数设置的稳定范围^[8]; Trelea运用动态系统理论进行了微粒群算法的参数选取和稳定性分析, 得到了微粒群算法的稳定区域和不稳定区域, 并对不同区域内粒子的运动轨迹进行了分析^[9]; Fernández-Martínez等人对微粒群算法的参数选取区域进行了进一步划分, 得到了5个具有不同特征参数取值区域^[10]; 周龙甫等人将粒子运动过程抽象为一个二阶变系数非齐次方程, 采用Lyapunov稳定性定理对微粒群算法的稳定性做了深入研究, 得到了使微粒群算法稳定收敛的惯性权重和随机参数取值条件^[11]; 金欣磊等人从随机过程的角度出发, 把带随机因子的线性时变系统在概率意义下转换成线性定常系统加以分析研究, 给出了微粒群算法依均方收敛的一个充分条件^[12]; Zhan等人提出了一种自适应微粒群算法, 定义了探索、开发、收敛和跳出4种状态, 并在寻优过程中实时评估当前搜索状态, 自适应地调整算法参数的取值^[13]; 肖健梅等人提出了一种判别标准微粒群算法是否收敛以及衡量收敛速度的一种等高线图判别法, 结合粒子寻优过程中的梯度信息, 提出了一种新的梯度微粒群算法^[14]; 陈国初和俞金寿针对微粒群优化算法容易陷入局部极值的缺陷, 提出了两群微粒群优化算法^[15]; 莫思敏等人提出了一种扩展的微粒群算法, 基于拟态物理学中的引斥力思想, 重新构建微粒间的作用方式, 通过微粒间适应值的比较定义微粒间作用的引斥力规则, 使微粒在所有微粒对其产生的引斥力的合力方向上随机地移动寻找最优解, 提高了微粒群算法的全局优化性能^[16]; 陈得宝和赵春霞借鉴内分泌系统的高级调节机制, 提出一种基于内分泌调节机理的粒子群算法^[17]; 高立群等人将微粒群算法和和声搜索算法相结合, 提出了一种自适应和声粒子群搜索算法^[18].

可见, 由于微粒群算法的寻优过程是一个带有随机性的动态过程, 关于微粒群算法的研究主要集中在算法参数对算法性能的影响, 算法参数的取值, 粒子的运动特性分析, 以及采用动态系统理论和随机过程理论对算法的收敛性和稳定性进行分析. 另外, 对微粒群算法的改进以及与其他算法的结合也是微粒群算法的一个研究方向.

迄今, 微粒群算法的研究已经取得了巨大的进展. 然而, 对于复杂的优化问题, 如: 多峰多维函数的求解问题, 微粒群算法找到全局最优解的成功率依然较低. 本文针对微粒群算法在寻优过程中仅利用自身和种群的最优历史位置等信息, 缺乏对搜索过程中采集到的其他信息和种群当前状态等信息的利用, 以及标准微粒群算法迭代公式较为单调, 导致其在求解复杂寻优问题时较易陷入局部最优的问题, 结合近几年国内和国际上关于微粒群算法的研究^[19-24], 提出了一种基

于群活性感知的自适应微粒群算法(adaptive particle swarm optimization with perception of swarm activity, PSA-APSO), 最后通过数值实验以及与其他微粒群算法的对比, 说明了本算法的性能和特点.

2 标准微粒群算法的描述和分析(Description and analysis of standard particle swarm optimization)

鸟群和鱼群在觅食等群体活动中存在动作同步、突然集体变向、分散之后重新聚集等有趣的现象. 社会生物学家通过研究这些现象发现种群中的个体可以通过学习种群内其他个体的经验获利, 即种群成员间的信息共享有利于种群进化.

基于这一思想, Kennedy和Eberhart设计了微粒群算法^[1]. 假设在解空间内存在 $N(N \geq 1, N \in \mathbb{N}_+)$ 个粒子, 每个粒子代表解空间中的一个解, 在每一个代, 粒子通过学习自身和种群的历史最优经验, 从而调节自身的运行速度和位置, 推动种群朝着最优解的方向收敛.

标准微粒群算法的迭代计算公式为

$$v_{id}^{(k+1)} = \omega v_{id}^{(k)} + c_1 \gamma_p^{(k+1)} (p_{id}^{(k)} - x_{id}^{(k)}) + c_2 \gamma_g^{(k+1)} (g_{id}^{(k)} - x_{id}^{(k)}), \quad (1)$$

$$x_{id}^{(k+1)} = x_{id}^{(k)} + v_{id}^{(k+1)}, \quad (2)$$

其中: $x_{id}^{(j)}$ 是第 j 代第 i 个粒子在第 d 维上的取值($1 \leq j \leq N_{\max}, j \in \mathbb{N}_+, N_{\max}$ 为最大代数), $v_{id}^{(j)}$ 是第 j 代第 i 个粒子在第 d 维上的运行速度, ω 为惯性权重, $p_{id}^{(j)}$ 和 $g_{id}^{(j)}$ 为第 j 代第 i 个粒子自身历史最优位置和种群历史最优位置在第 d 维上的取值, c_1 和 c_2 分别为认知因子和社会因子, $\gamma_p^{(j)}$ 和 $\gamma_g^{(j)}$ 为两个在 $[0, 1]$ 范围内变化的随机数.

将式(1)代入式(2), 同时由 $v_{id}^{(k)} = x_{id}^{(k)} - x_{id}^{(k-1)}$ 可得PSO的二阶离散差分方程

$$x_{id}^{(k+1)} + [(c_1 \gamma_p^{(k+1)} + c_2 \gamma_g^{(k+1)}) - \omega - 1] x_{id}^{(k)} + \omega x_{id}^{(k-1)} = c_1 \gamma_p^{(k+1)} p_{id}^{(k)} + c_2 \gamma_g^{(k+1)} g_{id}^{(k)}. \quad (3)$$

若令 $\varphi_1 = c_1 \gamma_p^{(k+1)}, \varphi_2 = c_2 \gamma_g^{(k+1)}, \varphi = \varphi_1 + \varphi_2$, 则式(3)可简化为

$$x_{id}^{(k+1)} + (\varphi - \omega - 1) x_{id}^{(k)} + \omega x_{id}^{(k-1)} = \varphi o(k), \quad (4)$$

其中

$$o(k) = \frac{\varphi_1 p_{id}^{(k)} + \varphi_2 g_{id}^{(k)}}{\varphi}. \quad (5)$$

由式(4)及图1可知, 粒子的运动轨迹与 (ω, φ) 的取值有关. 文献[9]通过对式(4)求解, 得到了PSO算法的收敛区间

$$S_C = \{(\omega, \varphi) : |\omega| < 1, 0 < \varphi < 2(\omega + 1)\}. \quad (6)$$

该收敛区间可划分为5个具有不同特征的取值区

域^[10]. 如图2所示, 这5个区域分别用阿拉伯数字1, 2, 3, 4, 5表示. 其中, 区域1为复对称振荡收敛区, 区域2为实对称振荡收敛区, 区域3为实数无振荡收敛区, 区域4为实数不对称振荡收敛区, 区域5为不收敛区.

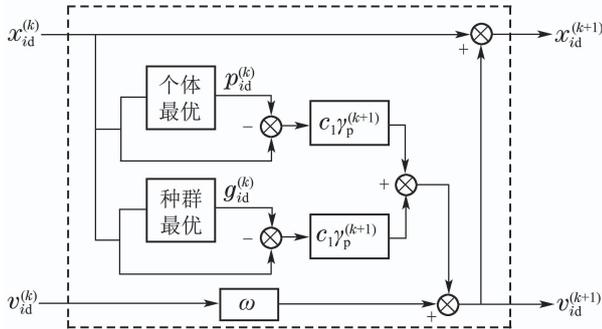


图1 PSO位置速度更新公式结构

Fig. 1 Structure of position and velocity iteration equation of PSO

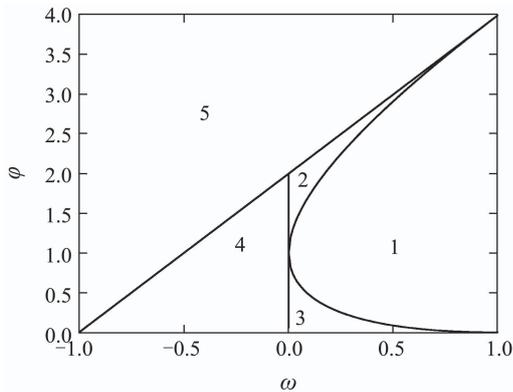


图2 PSO参数取值的5个不同区域

Fig. 2 Five different regions of PSO parameters

合理设置微粒群算法的参数可以实现算法概率意义上的收敛^[12]. 然而, 算法收敛并不意味着算法一定能找到全局最优点, 而是指算法能够收敛于其所能找到的最好的解. 文献[9]中的大量仿真结果表明虽然较优的算法参数对可以提高微粒群算法找到全局最优点的概率, 但对于复杂的多峰多维函数, 找到全局最优点的成功率仍然较低. 另外, 由于标准微粒群算法通常收敛于一点, 对于具有多个全局最优点或具有多个局部最优和单/多个全局最优点的函数, 无法一次找出尽可能多的局部最优和全局最优解. 实际上, 很多现实问题具有多个满意解, 求得多于一个的满意解, 将为工程设计提供更多的选择.

从本质上来说, 微粒群算法的寻优过程是一个粒子与被搜索空间不断进行信息交互的过程. 标准微粒群算法通过计算每个粒子的适应度, 更新个体的最优位置和种群的最优位置, 据此调节粒子的运动速度和方向, 实现粒子适应度的不断优化(见图3).

然而, 粒子的适应度信息仅仅是寻优过程中产生的信息的一部分, 根据适应度信息不足以了解当前搜

索过程的全部情况. 同时, 标准微粒群算法只考虑了自身和种群的历史最优经验, 其他粒子在寻优过程中获取的信息并没有得到有效利用^[24]. 可见, 标准微粒群算法由于迭代方式较为单一, 对搜索过程没有进行有策略的控制, 在算法结构上较易陷入局部最优. 因此, 有必要针对上述问题改进标准微粒群算法, 从算法结构上降低算法陷入局部最优的风险.

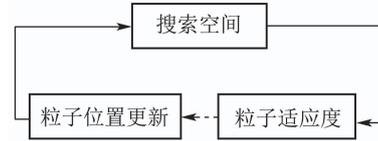


图3 标准微粒群算法和被搜索空间的信息交互

Fig. 3 Information interaction between standard PSO and search space

3 具有群活性感知的自适应微粒群算法(Adaptive particle swarm optimization with perception of swarm activity)

群活性是一个表征种群当前搜索状态的量^[20-21], 若种群中第*i*个粒子的速度为 $v_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{im}]^T$, 则该粒子的活性和整个种群的活性(简称: 群活性)可分别定义为

$$E_i = v_i^T v_i, \tag{7}$$

$$E = \sum_{i=1}^N E_i. \tag{8}$$

由式(7)-(8)可知, 群活性可以用来判别种群的当前搜索状态. 群活性越大, 粒子的分布范围越广, 能够搜索的空间越大; 群活性越小, 粒子的分布范围越小, 能够搜索的空间越小; 群活性为零时, 所有的粒子收敛到一点.

图4显示了标准微粒群算法在求解10维Inverted Rastrigin function时(函数表达式及取值范围见第4节), 群活性、种群最优适应值随代数的典型变化情况. 该函数具有1个全局最优点(最优适应值为0), 59048个局部最优点. 微粒群算法的最大代数设置为3000代, ($\omega = 0.729, c_1 = c_2 = 1.495$)处于收敛区域. 由图4可知, 随着进化的进行, 群活性逐渐减小, 种群最优适应值也逐渐收敛到3.9798(非全局最优). 实际上, 当进化进行到165代时, 群活性已经下降到一个较低的数值(数量级为 10^{-18}), 种群的最优适应值也已经不再改变, 即算法陷入了局部最优. 而165代之后的迭代计算并没有起到改变种群最优位置的作用, 浪费了用于运算的时间和存储空间, 且最终只能得到一个解.

针对上述问题, 文献[19]提出了“全面学习微粒群算法”(comprehensive learning particle swarm optimizer, CLPSO), 每个粒子的每一维在迭代时均随机地向种群中所有粒子的历史最优经验学习, 由于其对种群的信息进行了更加有效的利用, 搜索了更多的空间,

在求解多峰多维函数时具有比标准微粒群算法更好的性能; 文献[22]提出了一种采用环形拓扑结构的无需设置参数的小生境微粒群算法, 每个粒子在迭代时向自身和其邻域的历史最优经验学习, 实现了粒子的自动分群, 在求解多峰函数时, 能够搜索到多个局部/全局最优解.

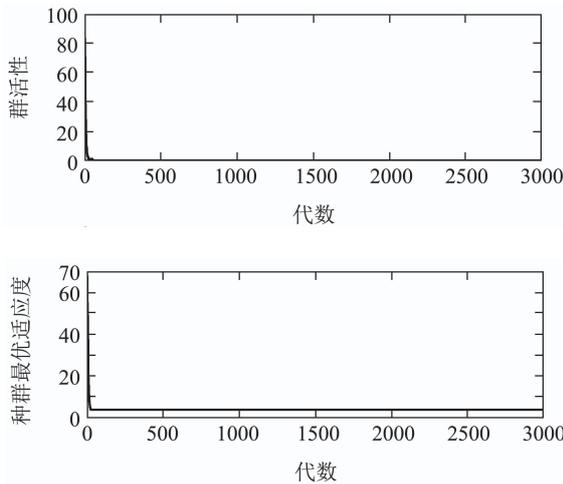


图4 标准微粒群算法在求解10维Inverted Rastrigin function过程中群活性与种群最优适应值的变化

Fig. 4 Variation of swarm activity and best fitness value of swarm during the solving of 10D Inverted Rastrigin function using standard PSO

文献[19]和文献[22]分别从粒子之间的信息交流方式和拓扑结构上对标准微粒群算法进行了改进. 实际上, 将每个粒子视为问题的一个解, 粒子之间可以进行信息共享以及粒子可以按照一定规则组成特定的拓扑结构是微粒群算法的精髓所在. 因此, 若能在寻优过程中了解当前搜索过程的状态, 进而对搜索过程进行有策略的调整, 充分利用微粒群算法的优势, 将有利于优化的进行.

鉴于此, 本文提出一种具有群活性感知的自适应微粒群算法, 在标准微粒群算法的基础上, 通过感知当前的群活性, 选取合适的搜索策略(当群活性较低时改变粒子之间的信息共享方式和拓扑结构), 分3个阶段进行寻优(图5和图6):

1) 首先, 在搜索空间内均匀地产生初始种群, 使用收敛速度快的标准微粒群算法进行寻优, 以保证算法至少能找到一个较优解(或快速地找到单峰函数的最优解);

2) 当群活性下降到一定程度时, 保留一部分粒子对当前的最优位置进行继续寻优, 其他粒子则返回到其寻优早期的个体最优位置, 采用具有环形拓扑结构的小生境微粒群算法进行寻优^[22], 以获得尽可能多的较优解和解空间不同位置的适应值信息;

3) 最后, 当发生聚类现象后(或达到一定代数后), 再次采用全面学习微粒群算法进行寻优^[19], 以加强粒

子之间的信息交流, 直到算法结束.

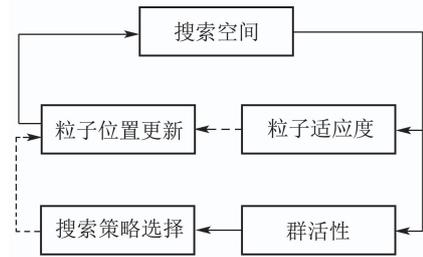


图5 具有群活性感知的微粒群算法和被搜索空间的信息交互

Fig. 5 Information interaction between PSA-APSO and search space

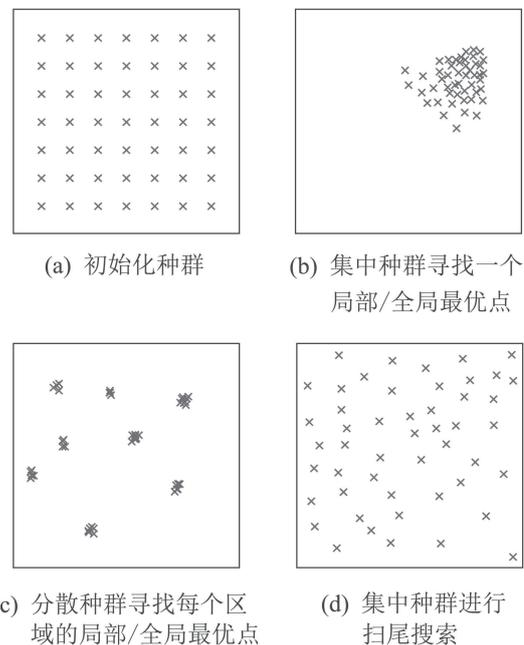


图6 具有群活性感知的微粒群算法搜索步骤

Fig. 6 Searching steps of PSA-APSO

PSA-APSO算法的具体步骤如下:

步骤1 根据待求问题的特点设置最大迭代次数 N_{max} , 精度要求 ϵ , 种群规模 N , 群活性百分比阈值 $E_s\%$, 分群比例 $\alpha\%$, 重定位代数 N_e . 根据解空间的范围随机且均匀地产生初始种群;

步骤2 采用标准微粒群算法进行寻优, 记录每一代粒子的群活性和个体历史最优位置, 若满足精度要求且只需要得到一个解, 则停止算法;

步骤3 当群活性小于初始群活性的 $E_{s1}\%$ 时, 保留 $\alpha\%$ 的粒子在当前最优位置继续寻优, 将其他粒子重新定位在 N_e 代的个体历史最优位置;

步骤4 采用具有环形拓扑结构的微粒群算法进行寻优, 记录每一代粒子的群活性、个体最优位置和种群最优位置;

步骤5 当粒子发生聚类现象后(或群活性小于步骤4中初始群活性的 $E_{s2}\%$ 时), 在每个聚类中心周围

为粒子随机分配位置,并更新每个粒子的个体历史最优位置和种群的历史最优位置,采用全面学习微粒群算法进行寻优,直到达到最大迭代次数。

由于PSA-APSO是标准微粒群算法、全面学习微粒群算法和文献[22]提出的小生境微粒群算法的集成,而后两种算法在改进标准微粒群算法时均没有引入复杂的运算。因此,从计算复杂性的角度来说,PSA-APSO和标准微粒群算法处于同一个量级。另外,标准微粒群算法、全面学习微粒群算法和文献[22]提出的小生境微粒群算法在PSA-APSO的寻优代数中所占的比例(由 E_{s1} , E_{s2} 和 α 决定)直接影响了PSA-APSO的搜索质量与效率。若 E_{s1} 过小,则标准微粒群算法在PSA-APSO的寻优代数中占的比例很大,算法寻优性能欠佳;若 E_{s2} 过小,则文献[22]提出的小生境微粒群算法将导致全面学习微粒群算法缺乏足够的寻优代数;若 α 过大,则在步骤3中将有大部分的粒子继续采用标准微粒群算法进行寻优,进入步骤4的粒子过少,粒子搜索到的空间过少,导致步骤5中全面学习微粒群算法可以利用的信息有限,降低了算法的性能;因此, E_{s1} 和 E_{s2} 通常均不应设置得过小,而 α 不应设置得过大;在本算法中, E_{s1} , E_{s2} 和 α 分别设置为: 10^{-5} , 0.25和10。

4 基准函数测试结果 (Testing results of Benchmark functions)

为了验证本算法的性能,选用了下列典型的基准测试函数进行了测试:

Inverted Shubert function^[25]:

$$f_1(x) = \prod_{i=1}^D \sum_{j=1}^5 j \cos[(j+1)x_i + j],$$

$$-10 \leq x_i \leq 10, i = 1, 2, \dots, D. \quad (9)$$

Inverted Vincent function^[26]:

$$f_2(x) = \frac{1}{D} \prod_{i=1}^D \sin(10 \log(x_i)),$$

$$-10 \leq x_i \leq 10, i = 1, 2, \dots, D. \quad (10)$$

Inverted Rastrigin function^[27]:

$$f_3(x) = \sum_{i=1}^D (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10),$$

$$-5.12 \leq x_i \leq 5.12, i = 1, 2, \dots, D. \quad (11)$$

Schwefel's function^[28]:

$$f_4(x) = 418.9829D - \sum_{i=1}^D x_i \sin(|x_i|^{\frac{1}{2}}),$$

$$-500 \leq x_i \leq 500, i = 1, 2, \dots, D, \quad (12)$$

其中 $D \in \mathbb{N}_+$ 为函数的维数。Inverted Shubert function具有多个局部最优点和全局最优点; Inverted Vincent function具有多个全局最优点和0个局部最优点,且全局最优点的分布不均匀,这两个函数可以用来测试算

法的聚类功能。Inverted Rastrigin function具有数量非常多的局部最优点和1个全局最优点; Schwefel's function具有多个局部最优点和1个全局最优点,其局部最优区域很难跳出且全局最优点和局部最优点之间的距离相当远,这两个函数可以用来测试算法在具有多个局部最优点的情况下寻找全局最优点的能力。

在实验中,种群的大小均设置为100,最大迭代次数为3000代。惯性权重为0.729,认知因子和社会因子均为1.495,在实验中,4个测试函数的维数均取为10维。每个基准测试函数进行了50次实验。实验结果如图表1所示(50次实验的平均值)。

表1 PSA-APSO测试结果
Table 1 Testing result of PSA-APSO

函数	全局/局部最优解个数		
	PSA-APSO	CLPSO	Niching PSO
$f_1(x)$	6.6/6.7	6.4/6.1	6.2/8.2
$f_2(x)$	1/0	1/0	1/0
$f_3(x)$	1/6.8	0.95/4.2	0.9/9.4
$f_4(x)$	0.6/2.6	0.54/1.08	0.36/3.24

通过分析实验结果可以得出如下结论: 1) 本算法保留了标准微粒群算法收敛速度快的优点,在面对简单的测试函数时能快速找到全局最优点; 2) 但是由于本算法对群活性进行在线感知,当群活性低于设定值时,停止使用标准微粒群算法进行寻优,避免了不必要的运算; 3) 本算法采用“合-分-合”的搜索策略,在第2个搜索阶段采用了具有环形拓扑结构的小生境微粒群算法,利用其具有自动分群的特点找到尽可能多的解空间内各个区域的局部/全局最优解; 4) 在本算法的第3个搜索阶段采用了全面学习微粒群算法,扩大了种群间信息交流的范围,充分利用了粒子之间可以进行信息交流的优点,通过增加粒子之间的信息交流提高了找到全局最优解的可能性。

5 结论(Conclusions)

由于标准微粒群算法和被搜索空间的信息交互方式单一,粒子的速度和位置迭代方式单一,算法搜索过程缺乏有策略的控制,在求解复杂优化问题时易于陷入局部最优。本文提出了一种基于群活性感知的微粒群算法,通过计算种群的群活性感知当前的搜索状态,采用“合-分-合”的搜索策略对粒子的搜索过程进行有策略的控制,从算法结构上降低了陷入局部最优的风险。从控制的角度来说,反馈是可以处于不同层面,通过不同的方式完成的。相对于标准微粒群算法,基于群活性感知的微粒群算法增加了一条反馈回路(图5),充分利用了种群在寻优过程中产生的状态信息,根据算法的搜索状态灵活调整粒子之间的信息交流方式和拓扑结构,增强了算法的寻优性能。数值仿真结果证实了所提算法的有效性。

参考文献(References):

- [1] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*. Perth: IEEE, 1995: 1942 – 1948.
- [2] SHI Y, EBERHART R. A modified particle swarm optimizer [C] // *Evolutionary Computation Proceedings of IEEE World Congress on Computational Intelligence*. Anchorage: IEEE, 1998: 69 – 73.
- [3] OZCAN E, MOHAN C. Particle swarm optimization: surfing the waves [C] // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Washington: IEEE, 1999: 1939 – 1944.
- [4] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm—explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(1): 58 – 73.
- [5] ZENG Jianchao, CUI Zhihua. A new unified model of particle swarm optimization and its theoretical analysis [J]. *Journal of Computer Research and Development*, 2006, 43(1): 96 – 100.
(曾建潮, 崔志华. 微粒群算法的统一模型及分析 [J]. 计算机研究与发展, 2006, 43(1): 96 – 100.)
- [6] PAN Feng, CHEN Jie, GAN Minggang, et al. Model analysis of particle swarm optimizer [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2006, 32(3): 368 – 377.
(潘峰, 陈杰, 甘明刚, 等. 粒子群优化算法模型分析 [J]. 自动化学报, 2006, 32(3): 368 – 377.)
- [7] PAN Feng, CHEN Jie, XIN Bin, et al. Several characteristics analysis of particle swarm optimizer [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2009, 35(7): 1010 – 1016.
(潘峰, 陈杰, 辛斌, 等. 粒子群优化方法若干特性分析 [J]. 自动化学报, 2009, 35(7): 1010 – 1016.)
- [8] VAN DEN BERGH F, ENGELBRECHT A P. A study of particle swarm optimization particle trajectories [J]. *Information Sciences*, 2006, 176(8): 937 – 971.
- [9] TRELEA I C. The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection [J]. *Information Processing Letters*, 2003, 85(6): 317 – 325.
- [10] FERNÁNDEZ-MARTÍNEZ J L, GARCÍA-GONZALO E, FERNÁNDEZ-ALVAREZ J P. Theoretical analysis of particle swarm trajectories through a mechanical analogy [J]. *International Journal of Computational Intelligence Research*, 2008, 4(2): 93 – 104.
- [11] ZHOU Longfu, SHI Yibin. Analysis on stability conditions of particle's trajectory in PSO [J]. *Control and Decision*, 2009, 24(10): 1499 – 1505.
(周龙甫, 师奕兵. PSO算法粒子运动轨迹稳定收敛条件分析 [J]. 控制与决策, 2009, 24(10): 1499 – 1505.)
- [12] JIN Xinlei, MA Longhua, WU Tiejun, et al. Convergence analysis of particle swarm optimization based on stochastic processes [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(12): 1263 – 1268.
(金欣磊, 马龙华, 吴铁军, 等. 基于随机过程的PSO收敛性分析 [J]. 自动化学报, 2007, 33(12): 1263 – 1268.)
- [13] ZHAN Z H, ZHANG J, LI Y, et al. Adaptive Particle swarm optimization [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2009, 39(6): 1362 – 1381.
- [14] XIAO Jianmei, LI Junjun, WANG Xihuai. Convergence analysis of particle swarm optimization and its improved algorithm based on gradient [J]. *Control and Decision*, 2009, 24(4): 560 – 565.
(肖健梅, 李建军, 王锡淮. 梯度微粒群优化算法及其收敛性分析 [J]. 控制与决策, 2009, 24(4): 560 – 565.)
- [15] CHEN Guochu, YU Jinshou. Two sub-swarms particle swarm optimization algorithm and its application [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(2): 294 – 298.
(陈国初, 俞金寿. 两群微粒群优化算法及其应用 [J]. 控制理论与应用, 2007, 24(2): 294 – 298.)
- [16] MO Simin, ZENG Jianchao, XIE Liping. Extended particle-swarm optimization algorithm [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(6): 811 – 816.
(莫思敏, 曾建潮, 谢丽萍. 扩展的微粒群算法 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(6): 811 – 816.)
- [17] CHEN Debao, ZHAO Chunxia. Particle swarm optimization based on endocrine regulation mechanism [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(6): 1005 – 1009.
(陈得宝, 赵春霞. 基于内分泌调节机制的粒子群算法 [J]. 控制理论与应用, 2007, 24(6): 1005 – 1009.)
- [18] GAO Liqun, GE Yanfeng, KONG Zhi, et al. Adaptive harmony PSO search algorithm [J]. *Control and Decision*, 2010, 25(7): 1101 – 1104.
(高立群, 葛延峰, 孔芝, 等. 自适应和声粒子群搜索算法 [J]. 控制与决策, 2010, 25(7): 1101 – 1104.)
- [19] LIANG J J, QIN A K, SUGANTHAN P N, et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 10(3): 281 – 295.
- [20] WANG Jianlin, XUE Yaoyu, YU Tao, et al. Particle swarm optimization based on swarm energy conservation [J]. *Control and Decision*, 2010, 25(2): 269 – 272.
(王建林, 薛尧予, 于涛, 等. 基于群能量恒定的粒子群优化算法 [J]. 控制与决策, 2010, 25(2): 269 – 272.)
- [21] SU Shoubao, CAO Xibin, KONG Min. Stability analysis of particle swarm optimization using swarm activity [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(10): 1411 – 1417.
(苏守宝, 曹喜滨, 孔敏. 群活性与粒子群优化的稳定性分析 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(10): 1411 – 1417.)
- [22] LI X D. Niching without niching parameters: Particle swarm optimization using a ring topology [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2010, 14(1): 150 – 169.
- [23] HU M Q, WU T, WEIR J D. An adaptive particle swarm optimization with multiple adaptive methods [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 17(5): 705 – 720.
- [24] LV Qiang, LIU Shirong, QIU Xuena. Design and realization of particle swarm optimization based on pheromone mechanism [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2009, 35(11): 1410 – 1419.
(吕强, 刘士荣, 邱雪娜. 基于信息素机制的粒子群优化算法的设计与实现 [J]. 自动化学报, 2009, 35(11): 1410 – 1419.)
- [25] LI J P, BALAZS M E, PARKS G T, et al. A species conserving genetic algorithm for multimodal function optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 10(3): 207 – 234.
- [26] SHIR O, BÄCK T. Niche radius adaptation in the cms-es niching algorithm [C] // *Proceedings of the 9th International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*. Reykjavik: Springer, 2006: 142 – 151.
- [27] TÖRN A, ZILINSKAS A. *Global Optimization* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1989: 183 – 186.
- [28] QIN A K, HUANG V L, SUGANTHAN P N. Differential evolution algorithm with strategy adaptation for global numerical optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2009, 13(2): 398 – 417.

作者简介:

孙备 (1988–), 男, 博士研究生, 在中南大学博士后流动站做研究工作, 目前研究方向为基于数据的工业过程控制, E-mail: sunbei@csu.edu.cn;

王雅琳 (1973–), 女, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂工业过程建模、优化与控制, E-mail: ylwang@csu.edu.cn;

桂卫华 (1950–), 男, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士, 目前研究方向为复杂工业过程建模、优化与控制, E-mail: gwh@csu.edu.cn;

阳春华 (1965–), 女, 教授, 博士生导师, 国家杰出青年科学基金获得者, 目前研究方向为复杂工业过程建模、优化与控制优化, E-mail: ychh@csu.edu.cn;

何明芳 (1985–), 女, 博士研究生, 目前研究方向为模式识别与工业过程关键参数在线检测, E-mail: hemingfang1215@163.com.