DOI: 10.7641/CTA.2016.50413

采用预估L_2–L_∞滤波器的传感器信号重构

蔺 君†, 张 平

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191;

北京航空航天大学 国防科技重点实验室, 北京 100191)

摘要: 对于含有未建模动态的SIMO系统, 本文提出利用预估L_2–L_∞滤波器实现对故障传感器信号的重构. 通过建立故障信号与最小相对阶的测量信号间的传递函数阵, 由相对阶最小的测量信号实现对故障传感器信号的预估, 并在此预估信号基础上, 结合L_2–L_∞滤波器存在条件, 给出预估L_2–L_∞滤波器设计及其参数求解方法. 通过将预估L_2–L_∞滤波器、L_2–L_∞滤波器及部分状态观测器在飞行器故障传感器信号重构中的对比, 并由蒙特卡洛仿真实验, 预估L_2–L_∞滤波器实现的由俯仰角速度对迎角信号的重构精度最高, 且当系统矩阵及控制输入矩阵的未建模动态在±30%及±20%内浮动时, 迎角重构误差小于0.1°.

关键词: 预估L_2–L_∞滤波器; 信号重构; L_2–L_∞滤波器; 部分状态观测器; 解析余度

中图分类号: V247.4, TP277 **文献标识码**: A

Sensor signal reconfiguration using pre-estimated L_2–L_∞ filter

LIN Jun†, ZHANG Ping

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;
Key Laboratory of Science and Technology for National Defence, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: For SIMO systems contained unmodeled dynamics, pre-estimated L_2–L_∞ filter was proposed to to achieve reconfiguration of fault sensor signals. By establishing transfer function matrix of fault sensors' signals to the measurement with the minimum relative degree, pre-estimated signals of fault sensors were achieved. Combined with the presence of L_2–L_∞ filter, the design procedure of pre-estimated L_2–L_∞ filter were given. By contrast with the reconfigurations of aircraft fault sensors' signals achieving by pre-estimated L_2–L_∞ filter, L_2–L_∞ filter and partial state observer and with Monte Carlo simulation tests, the reconfiguration signal, i.e. attack angle reconfigured by pitch angular rate, which achieved by pre- estimated L_2–L_∞ filter has the highest precision. And the reconfiguration error of attack angle is less than 0.1 degree, while the system and the control input unmodeled dynamics flutter within ±30% and ±20%.

Key words: pre-estimated L_2–L_∞ filter; signal reconfiguration; L_2–L_∞ filter; partial state observer; analytical redundancy

1 引言(Introduction)

飞行器飞行过程中, 传感器发生故障会造成反馈信号失灵或错误, 使得飞行控制律失效或发生错误. 为了提高传感器系统的可靠性, 传统的方法是增加传感器的硬件余度, 通过实时监控表决实现容错. 但过高的传感器余度等级会造成硬件成本增加、设计结构复杂、余度系统的基本可靠性平均无故障间隔时间(MTBF)成倍下降等问题. 目前研究的传感器解析余度概念与方法是传感器余度设计的一个新思路, 其目的是利用解析方法得到一个重构信号, 在多余度传感器系统发生故障后, 用以辅助监控表决系统识别故障传感器, 为系统提供一个可代替故障传感器的信号. 这种解析余度设计概念避免了过高的硬件余度，同时也减轻了地面维护时的工作负担, 因此在国内外研究中获得了充分的重视[1–2].

利用解析方法对传感器故障信号进行重构, 可等效为设计一组状态观测器, 即利用系统的可测量状态对故障传感器的测量信号进行观测. 当前状态观测器主要包括: 部分状态观测器[3–7]、卡尔曼滤波器[8–10]、滑模观测器[11–14]、H_∞滤波器[15–17]、L_2–L_∞滤波器[18–20]等. 部分状态观测器是利用系统的部分输出, 对系统的状态进行观测, 文献[3]提出利用增强Lyapunov–Krasovskii函数, 对具有输入输出延迟的线性系统, 设计最小维观测器实现系统的部分状态估

收稿日期: 2015−05−18; 录用日期: 2015−09−25.
†通信作者. E-mail: linjunbhu@gmail.com; Tel.: +86 10-82316849-66 .
本文责任编委: 宗群.
解放军总装预研项目(513250202)资助.
Supported by PLA Assembly Pre-research Project (513250202).

计; 文献[5]通过将输入非线性干扰分解为两个加性干扰, 并通过求解线性矩阵不等式得到部分状态观测器的设计参数; 文献[6]对含有未知输入的离散线性时不变系统, 通过构建$\alpha+1$个时间单元系统及输入解耦, 实现系统部分状态观测; 文献[7]对含有输入非线性函数项的广义线性系统, 通过对非线性函数项的估计, 给出部分状态观测器存在条件, 并求解观测器参数得到部分状态观测器. 卡尔曼滤波器主要对含有噪声的系统实现最优状态估计, 文献[10]在无迹变换的基础上, 给出了无迹滤波的设计过程, 文献[8–9]分别给出了扩展卡尔曼滤波(EKF)及无迹卡尔曼滤波(UKF)设计方法并分别在非线性系统中进行应用. 无论是部分状态观测器还是卡尔曼滤波器均依赖于精确的数学模型, 且在系统满足可观测条件时, 估计效果准确, 可以对系统状态实现理想重构, 然而当系统模型不够准确时, 部分状态观测器及卡尔曼滤波器对状态的估计均存在误差, 当系统的测量噪声为有色噪声时, 卡尔曼滤波器对状态的估计也不够理想. 滑模观测器通过构建开关函数, 在观测误差不为零时, 迫使系统按照预定的滑动模态的状态轨迹运动, 最终使观测值收敛于实际测量输出, 文献[11]对集总参数模型, 通过设计替代系统, 将原始输出干扰转化为系统噪声, 并设计测量误差的比例及滑模项构建观测器实现系统估计; 文献[12]针对多输入多输出非线性系统, 通过李导数运算及坐标变换方法, 设计高阶滑模观测器实现输入重构; 文献[13]对线性变参数系统, 通过坐标变换将观测误差进行分离, 并通过求解线性矩阵不等式得出滑模观测器的增益矩阵; 文献[14]对含有未知输入及可测量噪声的非线性系统, 通过设计广义系统及鲁棒滑模微分器实现了未知输入及系统状态的重构. 利用滑模观测器在对故障传感器信号重构时, 由于有效测量输出的维数限制, 在某些传感器故障时, 会使得滑模观测器存在的秩约束条件不能满足, 致使滑模观测器无法实现. H_∞滤波器将鲁棒控制中引入的性能指标H_∞范数应用于滤波器设计, 将噪声视为能量有限的随机信号, 使系统的状态估计误差对干扰的闭环传递函数的H_∞范数小于给定的正数γ, 从而在系统含有各种不确定性时, 观测误差有界, 即观测误差小于给定的正数边界γ; L_2–L_∞滤波器则是使估计误差的L_∞范数对干扰(或系统不确定性)的L_2范数之比的峰值(L_2–L_∞增益)小于给定的正数γ, 文献[15]利用频率域设计及无约束输入H_∞最优调控, 实现H_∞最小误差状态估计; 文献[16]对于通信能力有限的系统, 通过设计鲁棒H_∞滤波器对含有测量噪声及的数据传输丢包的系统, 实现信号估计; 文献[17]对含有满足Lipschitz连续非线性项的系统, 通过设计增广系统, 求解线性矩阵不等式获得H_∞滤波器参数, 实现状态估计及未知输入重构; 文献[18]对于含有多时变状态延时及输入输出噪声的系统,在迟滞无关方法的基础上, 给出了鲁棒L_2–L_∞滤波器的设计方法; 文献[19–20]对连续时间系统给出了通过求解线性矩阵不等式设计L_2–L_∞滤波器的方法, 此外文献[20]还讨论了离散时间系统L_2–L_∞ 滤波器的设计方法.

综合上述文献, 当前基于模型设计观测器的研究主集中于故障检测、输入重构及状态估计方面, 而在模型基础上, 利用部分可测量的信号设计观测器对故障传感器信号重构方面较为成熟的研究及应用还较少, 文献[1]利用跟踪微分器方法及俯仰角速度与迎角间的解析关系, 实现由俯角速度对迎角的重构; 文献[2]对含有有界干扰输入的线性系统及偏差性传感器故障, 利用滑模观测器实现故障检测与信号重构, 但这种方法对于无法测量到的故障信号, 重构实现有难度. 综合上述两种研究方法并考虑到基于模型观测器优缺点, 本文试图利用L_2–L_∞滤波器对故障传感器信号进行重构. 在选取了合适的滤波器增益γ后, H_∞滤波器或L_2–L_∞滤波器均可以保证对故障传感器信号的重构误差增益小于给定边界值, 甚至重构误差渐近收敛于零. 而为了使得重构误差能够满足重构信号的精度要求, 则需要将边界值取得尽可能小, 但过小的边界值, 则可能导致观测器不存在. 即便在选取合理的边界值后, 利用H_∞滤波器或L_2–L_∞滤波器对故障传感器进行重构时, 重构信号的动态响应中往往存在过大超调或具有较大调节时间, 导致动态响应不够理想.

为了实现对故障传感器信号的高精度重构, 本文提出预估L_2–L_∞滤波器, 即在系统模型的基础上, 首先建立出故障传感器信号与可测量信号中具有最小相对阶的信号间的传递函数阵, 从而由这个具有最小相对阶的可测量信号得到故障传感器的预估信号, 而后设计L_2–L_∞滤波器对这组预估信号进行观测, 消除未建模动态引起的观测偏差, 保证重构精度. 预估L_2–L_∞滤波器不仅保证重构信号的稳态精度, 且使重构信号的动态过程平缓, 既无过大超调也消除过长的调节时间. 在给出预估L_2–L_∞滤波器设计过程的基础上, 以飞行器纵向短周期运动为例, 在迎角传感器发生故障情况下, 设计预估L_2–L_∞滤波器实现由俯仰角速率信号对迎角的重构, 并进行蒙特卡洛仿真实验. 仿真结果表明本文提出的预估L_2–L_∞滤波器方法实现的重构信号的精度较高, 实时性好.

2 系统描述(System description)

考虑如下单输入多输出(single-input multi-output, SIMO)线性时不变系统:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u, \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}, \end{cases} \tag{1}$$

其中: $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^q$, $u \in \mathbb{R}$分别为系统状态、测量

输出及已知控制输入, $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}$为相应的适维实矩阵.

在传感器故障时, 系统的测量输出$\boldsymbol{y}$将有部分信息不能直接测量得到或者测量不准. 为了便于描述, 将系统(1)在发生传感器故障时改写为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u, \\ \boldsymbol{y}_1 = \boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x}, \\ \boldsymbol{y}_2 = \boldsymbol{C}_2\boldsymbol{x}, \end{cases} \tag{2}$$

其中: $\boldsymbol{y}_1 \in \mathbb{R}^l$为正常的测量输出, $\boldsymbol{y}_2 \in \mathbb{R}^{q-l}$为发生故障下的理想测量值, 也即在这些传感器故障后, 需要进行重构的信号.

给出如下假设:

假设 1 系统(1)为Hurwitz;

假设 2 系统(1)中的各测量输出的向量相对阶为$\boldsymbol{r} = [n-r_1, n-r_2, \cdots, n-r_q]$, 且具有最小相对阶的测量输出未发生故障, 并记这个最小相对阶为向量相对阶中的第m项, 而且这个最小相对阶对应的传递函数为最小相位;

假设 3 系统$(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{C}_1)$可观测.

3 建立预估信号(Establish pre-estimated signal)

定义系统(1)的传递函数阵分母多项式为

$$\Delta(s) = \det(s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}), \tag{3}$$

从而系统(2)的输出传递函数阵可以表示为

$$\boldsymbol{G}(s) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{G}^1(s) \\ \hline \boldsymbol{G}^2(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta(s)} \begin{bmatrix} g_1^1 \\ \vdots \\ g_l^1 \\ \hline g_{(l+1)}^1 \\ \vdots \\ g_q^1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta(s)} \begin{bmatrix} g_1^1 \\ \vdots \\ g_l^1 \\ \hline g_1^2 \\ \vdots \\ g_{q-l}^2 \end{bmatrix},$$

故系统的测量输出为

$$y_j(s) = \frac{g_j^1}{\Delta(s)}u(s), j = 1, 2, \cdots, q.$$

取出相对阶最小的第m项输出, 即

$$y_m(s) = \frac{g_m^1}{\Delta(s)}u(s),$$

则故障传感器的测量输出对应的传递函数与最小相对阶项之比为

$$\begin{bmatrix} \dfrac{y_1^2(s)}{y_m(s)} \\ \vdots \\ \dfrac{y_{q-l}^2(s)}{y_m(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{g_1^2(s)}{g_m^1(s)} \\ \vdots \\ \dfrac{g_{q-l}^2(s)}{g_m^1(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{g_{l+j}^1(s)}{g_m^1(s)} \\ \vdots \\ \dfrac{g_{l+j}^1(s)}{g_m^1(s)} \end{bmatrix}. \tag{4}$$

由假设2可知, $\dfrac{g_{l+j}^1(s)}{g_m^1(s)}$, $j = 1, 2, \cdots, q-l$ 为严格有理函数. 从而传递函数阵(4)存在动态实现为

$$\begin{cases} \dot{\bar{\boldsymbol{x}}} = \boldsymbol{A}_L\bar{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}_L y_m, \\ \bar{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{C}_L\bar{\boldsymbol{x}}, \end{cases} \tag{5}$$

其中$\bar{\boldsymbol{y}}$即是对故障传感器输出的预估. 由假设2, $y_m(s)$为最小相位, 又由假设1可知, 动态实现(5)为Hurwitz. 在不含未建模动态时, 预估信号$\bar{\boldsymbol{y}}$即是故障传感器的理想输出$\boldsymbol{y}_2$, 即

$$\boldsymbol{y}_2(s) = \bar{\boldsymbol{y}}(s) = [\boldsymbol{C}_L(s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}_L)^{-1}\boldsymbol{B}_L + \boldsymbol{D}_L]\frac{g_m^1}{\Delta(s)}u(s).$$

记式(5)表示的预估器为如下的分块阵形式:

$$\boldsymbol{H} = \left[\begin{array}{c|c} \boldsymbol{A}_L & \boldsymbol{B}_L \\ \hline \boldsymbol{C}_L & \boldsymbol{0} \end{array}\right],$$

并称其为预估算子函数, 式(5)则可表示为

$$\bar{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{H}y_m.$$

4 部分状态观测器与L_2–L_∞滤波器(Partial state observer and L_2–L_∞ filter)

4.1 部分状态观测器(Partial state observer)

设计部分状态观测器[5]

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}u + \boldsymbol{K}(\boldsymbol{y}_1 - \hat{\boldsymbol{y}}_1), \\ \hat{\boldsymbol{y}}_2 = \boldsymbol{C}_2\hat{\boldsymbol{x}}, \\ \hat{\boldsymbol{y}}_1 = \boldsymbol{C}_1\hat{\boldsymbol{x}}, \end{cases} \tag{6}$$

并定义状态误差$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}$, 则有

$$\begin{aligned} &\dot{\boldsymbol{e}} = \\ &\dot{\boldsymbol{x}} - \dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = \\ &\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u - [\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}u + \boldsymbol{K}(\boldsymbol{y}_1 - \hat{\boldsymbol{y}}_1)] = \\ &(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{K}\boldsymbol{C}_1)\boldsymbol{e}, \end{aligned}$$

从而, 只要设计观测器增益$\boldsymbol{K}$, 使$\boldsymbol{A} - \boldsymbol{K}\boldsymbol{C}_1$具有负实部根, 则会有随着$t \to \infty$, 状态误差$\boldsymbol{e} \to \boldsymbol{0}$.

记重构误差$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{y}_2} = \boldsymbol{y}_2 - \hat{\boldsymbol{y}}_2$, 则有

$$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{y}_2} = \boldsymbol{y}_2 - \hat{\boldsymbol{y}}_2 = \boldsymbol{C}_2\boldsymbol{e},$$

从而, 故障传感器的重构信号将收敛于其理想测量值$\boldsymbol{y}_2$, 实现了对故障传感器的信号重构.

4.2 建模不确定对重构误差的影响(Impact of uncertainty on reconfiguration error)

由于建模方法、精度及外界干扰的影响, 得到的系统模型不可避免地含有多种因素产生的未建模动态, 导致模型在一定程度上存在不准确性, 系统模型(2)可以表示为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u + \boldsymbol{E}\boldsymbol{d},\\ \boldsymbol{y}_1 = \boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x},\\ \boldsymbol{y}_2 = \boldsymbol{C}_2\boldsymbol{x},\end{cases} \tag{7}$$

其中: $\boldsymbol{d} \in \mathbb{R}^d$为有界未知输入向量, 即$\|\boldsymbol{d}\| < \delta$ (δ为某一正数), 未知输入分布矩阵$\boldsymbol{E}$为列满秩. 否则, 可将其进行分解为$\boldsymbol{E}\boldsymbol{d} = \boldsymbol{E}_1\boldsymbol{E}_2\boldsymbol{d}$, 其中$\boldsymbol{E}_1$为列满秩矩阵, 而视$\boldsymbol{E}_2\boldsymbol{d}$为新的未知输入.

在含有如上的建模不确定性下, 由式(6)得到的部分状态观测器增益$\boldsymbol{K}$, 有状态误差

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{e}} &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u + \boldsymbol{E}\boldsymbol{d} - \\ &[\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}u + \boldsymbol{K}(\boldsymbol{y}_1 - \hat{\boldsymbol{y}}_1)] = \\ &(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{K}\boldsymbol{C}_1)\boldsymbol{e} + \boldsymbol{E}\boldsymbol{d}.\end{aligned}$$

此时系统(7)由于未建模动态的影响, 导致稳态状态误差不为零, 重构信号与故障传感器的理想测量值产生偏差, 部分状态观测器不能对故障传感器的理想测量信号实现重构.

4.3 L_2–L_∞滤波器(L_2–L_∞ filter)

对如式(7)所描述的线性时不变系统, 将未建模动态项d与系统输入u合并, 记为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \bar{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{w},\\ \boldsymbol{y}_1 = \boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x},\\ \boldsymbol{y}_2 = \boldsymbol{C}_2\boldsymbol{x},\end{cases} \tag{8}$$

其中: $\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} = [u^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{d}^{\mathrm{T}}]$, $\bar{\boldsymbol{B}} = [\boldsymbol{B}\ \ \boldsymbol{E}]$.

对如式(8)所描述的线性时不变系统, 设计$\hat{n}(\hat{n} \leqslant n)$阶线性时不变$L_2$–$L_\infty$滤波器[20–21]:

$$\Sigma_f: \begin{cases}\dot{\boldsymbol{\xi}} = \hat{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\xi} + \hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{y}_1,\\ \boldsymbol{z} = \hat{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\xi} + \hat{\boldsymbol{D}}\boldsymbol{y}_1,\end{cases} \tag{9}$$

其中: $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^{\hat{n}}$为滤波器的状态变量, $\boldsymbol{z}$为故障传感器$\boldsymbol{y}_2$的观测值, 此时重构误差$\boldsymbol{e}_{y_2}$可表示为

$$\begin{cases}\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{0}\\ \hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{C}_1 & \hat{\boldsymbol{A}}\end{bmatrix}\boldsymbol{\eta} + \begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{B}}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\boldsymbol{w},\\ \boldsymbol{e}_{y_2} = [\boldsymbol{C}_2 - \hat{\boldsymbol{D}}\boldsymbol{C}_1\quad -\boldsymbol{C}_1]\boldsymbol{\eta}.\end{cases} \tag{10}$$

其中: $\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}} = [\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}]$, $\boldsymbol{e}_{y_2} = \boldsymbol{y}_2 - \boldsymbol{z}$.

为了能够将系统的不确定因素对重构信号的影响降低到某范围内, 使重构误差$\boldsymbol{e}_{y_2}$的L_2–L_∞增益有界, 即

$$\sup_{\boldsymbol{w}\in L_2-\{0\}} \frac{\|\boldsymbol{e}_{y_2}\|_{L_\infty}}{\|\boldsymbol{w}\|_{L_2}} = \sup_{\boldsymbol{w}\in L_2-\{0\}} \frac{\|\boldsymbol{y}_2 - \hat{\boldsymbol{y}}_2\|_{L_\infty}}{\|\boldsymbol{w}\|_{L_2}} < \gamma,$$

其中:

$$\gamma > 0,$$

$$\|\boldsymbol{e}_{y_2}(t)\|_{L_\infty} = \sup_t \sqrt{\boldsymbol{e}_{y_2}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_{y_2}(t)},$$

$$\|\boldsymbol{w}(t)\|_{L_2} = \sqrt{\int_0^\infty \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}(t)\mathrm{d}t},$$

当且仅当存在实对称正定阵$\boldsymbol{P}$使得式(10)所描述的线性时不变系统满足

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{0}\\ \hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{C}_1 & \hat{\boldsymbol{A}}\end{bmatrix}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{0}\\ \hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{C}_1 & \hat{\boldsymbol{A}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} + \begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{B}}\bar{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix} < 0, \tag{11}$$

$$[\boldsymbol{C}_2 - \hat{\boldsymbol{D}}\boldsymbol{C}_1\ \ -\boldsymbol{C}_1]\boldsymbol{P}[\boldsymbol{C}_2 - \hat{\boldsymbol{D}}\boldsymbol{C}_1\ \ -\boldsymbol{C}_1]^{\mathrm{T}} < \gamma^2\boldsymbol{I}. \tag{12}$$

通过对式(11)–(12)求解, 可知$\hat{n}$阶L_2–L_∞滤波器存在当且仅当存在实对称正定阵$\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}$ ($\boldsymbol{Y} \geqslant \boldsymbol{X}$), 满足

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X} & \boldsymbol{X}\bar{\boldsymbol{B}}\\ \bar{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X} & -\boldsymbol{I}\end{bmatrix} < 0, \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}\perp} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{I}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y} & \boldsymbol{Y}\bar{\boldsymbol{B}}\\ \bar{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y} & -\boldsymbol{I}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}\perp\mathrm{T}} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{I}\end{bmatrix} < 0, \tag{14}$$

$$\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}\perp}(\boldsymbol{Y} - \frac{1}{\gamma^2}\boldsymbol{C}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_2)\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}\perp\mathrm{T}} > 0, \tag{15}$$

$$\mathrm{rank}(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}) \leqslant \hat{n}. \tag{16}$$

对于使得L_2–L_∞滤波器存在的可行解对$(\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{Y})$, $\hat{n}$阶L_2–L_∞滤波器为

$$\begin{aligned}&[\hat{\boldsymbol{B}}\ \ \hat{\boldsymbol{A}}] = -\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{\mathcal{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{M}}\boldsymbol{\Psi} + \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{\Psi}^{\frac{1}{2}},\\ &[\hat{\boldsymbol{D}}\ \ \hat{\boldsymbol{C}}] = -\boldsymbol{\mathcal{C}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{M}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\mathcal{M}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{M}}^{\mathrm{T}})^{-1} + \\ &\qquad \boldsymbol{\Delta}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{N}(\boldsymbol{\mathcal{M}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{M}}^{\mathrm{T}})^{-\frac{1}{2}},\end{aligned}$$

其中$\boldsymbol{\Phi}$, $\boldsymbol{R}$及$\boldsymbol{L}$分别为满足下述条件的任意矩阵:

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\Phi} = (\boldsymbol{\mathcal{B}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{\mathcal{B}} - \boldsymbol{\mathcal{A}}\boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{A}}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{\mathcal{D}}\boldsymbol{\mathcal{D}}^{\mathrm{T}}) > 0,\\ &\boldsymbol{R} > 0,\ \|\boldsymbol{L}\| < 1,\ \|\boldsymbol{N}\| < 1,\end{aligned}$$

且有

$$\boldsymbol{\mathcal{A}} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix},\ \boldsymbol{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{I}\end{bmatrix},\ \boldsymbol{\mathcal{M}} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\mathcal{C}} = [\boldsymbol{C}_2\ \ \boldsymbol{0}],\ \boldsymbol{\mathcal{D}} = \begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{B}}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Omega} =&\boldsymbol{R}^{-1} - \boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{\mathcal{B}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Phi} - \\ &\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{M}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\mathcal{M}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{\mathcal{B}}\boldsymbol{R}^{-1},\\ \boldsymbol{\Psi} =& (\boldsymbol{\mathcal{M}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{M}}^{\mathrm{T}})^{-1},\\ \boldsymbol{\Delta} =&[\gamma^2\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\mathcal{C}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{C}}^{\mathrm{T}} + \\ &\boldsymbol{\mathcal{C}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{M}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\mathcal{M}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{M}}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{\mathcal{M}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{C}}^{\mathrm{T}}]^{-1},\end{aligned}$$

从而, 可得$\hat{n}$阶L_2–L_∞滤波器Σ_f, 且满足重构误差$\boldsymbol{e}_{y_2}$有界.

5 预估L_2–L_∞滤波器(Pre-estimated L_2–L_∞ filter)

L_2–L_∞滤波器虽然能在系统含有未建模动态情况下, 实现对故障传感器信息的重构, 且重构误差的L_2–L_∞增益有界, 但是由于L_2–L_∞滤波器是直接利用已知的输出对故障信号实现重构, 因而重构信号的动态过程直接体现这些已知的测量信号的动态过程, 并不能反映出故障传感器信号本身的动态特性, 故不能有效保证重构信号的动态过程.

本文正是考虑到L_2–L_∞滤波器设计的这种缺陷, 提出利用预估L_2–L_∞滤波器对故障传感器信号进行重构. 具体来说, 预估L_2–L_∞滤波器即是利用已知测量输出与故障信号间的动态关系, 由已知测量信号对故障信号进行预估, 并将预估信号作为L_2–L_∞滤波器的输入, 实现存在未建模动态下的故障传感器信号的重构. 由于这个预估信号是利用故障信号与已知的测量信号间的传递函数进行构建, 故预估信号可完全体现出了故障信号的动态特性, 而L_2–L_∞滤波器则使得重构误差得到有效控制, 因而采用预估L_2–L_∞滤波器不仅得到准确的稳态重构信号, 且其动态过程也更接近于故障传感器所测量信号的特性.

预估L_2–L_∞滤波器相比L_2–L_∞滤波器, 滤波器的输入由测量信号$\boldsymbol{y}_1$改换为预估信号$\bar{\boldsymbol{y}}$, 为了得到预估L_2–L_∞滤波器设计参数, 需将含有对于含有未建模动态的系统(7), 转换为含有测量不确定性, 输入为最小相对阶测量信号y_m的表述形式.

考虑到最小相对阶对应输出为

$$y_m(s)=\frac{g_m^1}{\Delta(s)}u(s)+\sum_{i=1}^{d}\boldsymbol{c}_m^1(s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{d}_i(s)=\frac{g_m^1}{\Delta(s)}u(s)+\frac{\sum\limits_{i=1}^{d}\tilde{\boldsymbol{g}}_{mi}^1\boldsymbol{d}_i(s)}{\Delta(s)},$$

故由式(5)所得的预估信号为

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{y}}(s)&=\boldsymbol{H}y_m(s)=\\&\boldsymbol{H}\frac{g_m^1}{\Delta(s)}u(s)+\sum_{i=1}^{d}\boldsymbol{H}\frac{\tilde{\boldsymbol{g}}_{mi}^1\boldsymbol{d}_i(s)}{\Delta(s)}=\\&\bar{\boldsymbol{y}}_2(s)+\sum_{i=1}^{d}\boldsymbol{H}\frac{\tilde{\boldsymbol{g}}_{mi}^1\boldsymbol{d}_i(s)}{\Delta(s)},\end{aligned}$$

从而对故障传感器理想测量信号$\boldsymbol{y}_2$的重构, 可等价为: 存在传递误差及未建模动态影响时对$\bar{\boldsymbol{y}}_2$的重构. 从而, 对系统(7)中故障传感器输出$\boldsymbol{y}_2$的重构, 可等价为对下式(17)中$\bar{\boldsymbol{y}}$的重构:

$$\begin{cases}\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}=\boldsymbol{A}_L\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{B}_Ly_m+\boldsymbol{\varepsilon},\\ \bar{\boldsymbol{y}}=\boldsymbol{C}_L\bar{\boldsymbol{x}}.\end{cases}\tag{17}$$

证 对于含有未建模动态的系统(7), 预估信号与故障传感器理想测量信号$\boldsymbol{y}_2$的差值:

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{y}}(s)&=\bar{\boldsymbol{y}}(s)-\bar{\boldsymbol{y}}_2(s)+\bar{\boldsymbol{y}}_2(s)-\boldsymbol{y}_2(s)=\\&\sum_{i=1}^{d}\boldsymbol{H}\frac{\tilde{\boldsymbol{g}}_{mi}^1\boldsymbol{d}_i(s)}{\Delta(s)}+\sum_{i=1}^{d}\boldsymbol{C}_2(s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{d}_i(s)=\\&\boldsymbol{H}\frac{\tilde{\boldsymbol{g}}_m^1}{\Delta(s)}+\frac{\tilde{\boldsymbol{g}}_2}{\Delta(s)}\boldsymbol{d}(s).\end{aligned}$$

由假设1, 根据控制理论基本原理, 存在容许控制使得

$$\frac{\tilde{\boldsymbol{g}}_2}{\Delta(s)}\boldsymbol{d}(s)=\boldsymbol{H}\boldsymbol{\zeta},$$

故可知

$$\tilde{\boldsymbol{y}}(s)=\boldsymbol{H}\boldsymbol{\varepsilon},$$

其中$\boldsymbol{\varepsilon}=\dfrac{\tilde{\boldsymbol{g}}_m^1}{\Delta(s)}+\boldsymbol{\zeta}$. 当系统(17)的不确定因素$\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{0}$时, 式(17)的预估项

$$\bar{\boldsymbol{y}}=\boldsymbol{H}y_m=\boldsymbol{y}_2,$$

从而对$\boldsymbol{y}_2$的重构即是对$\bar{\boldsymbol{y}}$的重构. 证毕.

对系统(17)建立L_2–L_∞滤波器, 即系统(7)的预估L_2–L_∞滤波器为:

$$\Sigma_f':\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\xi}}'=\hat{\boldsymbol{A}}'\boldsymbol{\xi}'+\hat{\boldsymbol{B}}'\bar{\boldsymbol{y}},\\ \boldsymbol{z}'=\hat{\boldsymbol{C}}'\boldsymbol{\xi}'+\hat{\boldsymbol{D}}'\bar{\boldsymbol{y}}.\end{cases}\tag{18}$$

由此得到, 预估L_2–L_∞滤波器的重构误差为

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}\\ \dot{\boldsymbol{\xi}}'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_L & \boldsymbol{0}\\ \hat{\boldsymbol{B}}'\boldsymbol{C}_L & \hat{\boldsymbol{A}}'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{x}}\\ \boldsymbol{\xi}'\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_L\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}y_m,\\ \boldsymbol{e}_{y_2}=[\boldsymbol{C}_L-\hat{\boldsymbol{D}}'\boldsymbol{C}_L\ \ -\hat{\boldsymbol{C}}']\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{x}}\\ \boldsymbol{\xi}'\end{bmatrix}.\end{cases}\tag{19}$$

从而, 预估L_2–L_∞滤波器重构误差$\boldsymbol{e}_{y_2}$的L_2–L_∞增益小于某给定的γ ($\gamma>0$), 即

$$\sup_{y_m\in L_2-\{0\}}\frac{\|\boldsymbol{e}_{y_2}\|_{L_\infty}}{\|y_m\|_{L_2}}<\gamma,$$

其中$\|y_m(t)\|=\sqrt{\int_0^\infty y_m^{\mathrm{T}}(t)y_m(t)\mathrm{d}t}$, 当且仅当存在实对称正定阵$\boldsymbol{P}'$, 满足[18]

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_L\boldsymbol{P}'+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{A}_L^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{B}_L\\ \boldsymbol{B}_L^{\mathrm{T}} & -\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0,\tag{20}$$

$$\begin{bmatrix}\gamma^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{C}_L\\ \boldsymbol{C}_L^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{P}'^{-1}\end{bmatrix}>0.\tag{21}$$

参考L_2–L_∞滤波器设计过程, $\hat{n}$阶预估L_2–L_∞滤波器的解为

$$\begin{aligned}&[\hat{\boldsymbol{B}}'\ \ \hat{\boldsymbol{A}}']=-\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{\mathcal{B}}'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}'\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\mathcal{M}}'\boldsymbol{\Psi}'+\boldsymbol{\Omega}'\boldsymbol{C}_L\boldsymbol{\Psi}'^{\frac{1}{2}},\\&[\hat{\boldsymbol{D}}'\ \ \hat{\boldsymbol{C}}']=-\boldsymbol{\mathcal{C}}'\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\mathcal{M}}'^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\mathcal{M}}'\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\mathcal{M}}'^{\mathrm{T}})^{-1}+\\&\qquad\boldsymbol{\Delta}'^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{N}'(\boldsymbol{\mathcal{M}}'\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\mathcal{M}}'^{\mathrm{T}})^{-\frac{1}{2}},\end{aligned}$$

其中$\boldsymbol{\Phi}'$, $\boldsymbol{R}'$及$\boldsymbol{L}'$分别为满足下述条件的任意矩阵:

$$\boldsymbol{\Phi}'=(\boldsymbol{\mathcal{B}}'\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{\mathcal{B}}'-\boldsymbol{\mathcal{A}}'\boldsymbol{P}'-\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\mathcal{A}}'^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{\mathcal{D}}'\boldsymbol{\mathcal{D}}'^{\mathrm{T}})>0,$$
$$\boldsymbol{R}'>0, \|\boldsymbol{L}'\|<1, \|\boldsymbol{N}'\|<1,$$

且有

$$\mathcal{A}'=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_L & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix},\ \mathcal{B}'=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{I}\end{bmatrix},\ \mathcal{M}'=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_L & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}\end{bmatrix},$$

$$\mathcal{C}'=[\boldsymbol{C}_L\ \ \boldsymbol{0}],\ \mathcal{D}'=\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{B}}_L\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\varOmega}'=\boldsymbol{R}'^{-1}-\boldsymbol{R}'^{-1}\mathcal{B}'^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\varPhi}'-\boldsymbol{\varPhi}'\boldsymbol{P}'\mathcal{M}'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varPsi}'\mathcal{M}'\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\varPhi}')\mathcal{B}'\boldsymbol{R}'^{-1},$$

$$\boldsymbol{\varPsi}'=(\mathcal{M}'\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\varPhi}'\boldsymbol{P}'\mathcal{M}'^{\mathrm{T}})^{-1},$$

$$\boldsymbol{\varDelta}'=[\gamma^2\boldsymbol{I}-\mathcal{C}'\boldsymbol{P}'\mathcal{C}'^{\mathrm{T}}+\mathcal{C}'\boldsymbol{P}'\mathcal{M}'^{\mathrm{T}}(\mathcal{M}'\boldsymbol{P}'\mathcal{M}'^{\mathrm{T}})^{-1}\mathcal{M}'\boldsymbol{P}'\mathcal{C}'^{\mathrm{T}}]^{-1}.$$

从而, 利用上述给出计算方法, 可以得到$\hat{n}$阶预估L_2–L_∞滤波器Σ_f'各参数, 且重构误差$\boldsymbol{e}_{y_2}$有界.

由于预估L_2–L_∞滤波器设计过程中利用了最小相对阶输出对故障信号的预估, 故预估L_2–L_∞ 滤波器改善了重构信号的动态特性, 又系统在满足假设条件时, 未建模动态引起预估信号有界, 因而按L_2–L_∞滤波器设计方法给出的边界值, 在利用预估L_2–L_∞滤波器设计时, 均可被满足. 故由预估L_2–L_∞滤波器得到的重构信号的动态响应较L_2–L_∞滤波器有所改善, 且使得重构误差也较L_2–L_∞滤波器小.

6 仿真验证(Simulation test)

取某型无人机在高度200 m, 飞行速度70 m/s下的纵向短周期小扰动线性化方程

$$\begin{bmatrix}\dot{\alpha}\\ \dot{q}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1.0174 & 1.0247\\ -4.2674 & -0.8177\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha\\ q\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-0.0005\\ -0.0504\end{bmatrix}\delta_{\mathrm{e}},\tag{22}$$

其中: α为飞机迎角, q为飞机俯仰角速度, δ_{e}为无人机升降舵偏转角.

假设无人机装有迎角传感器及角速度陀螺测量无人机这两个状态, 从而, 在这两个传感器均无故障时, 无人机的测量输出为: $\boldsymbol{y}=[\alpha\ \ q]^{\mathrm{T}}$.

假设无人机的迎角传感器发生故障, 此时无人机的正常测量信号为俯仰角速度信号, 系统测量方程则可表示为

$$y_1=q, y_2=\alpha,\tag{23}$$

其中: $y_1=q$为传感器的正常测量信号, $y_2=\alpha$为故障传感器的理想测量值, 也即需要进行重构的信号.

考虑到系统未建模动态的影响, 系统矩阵$\boldsymbol{A}$及控制输入矩阵$\boldsymbol{B}$会在一定程度上存在偏差, 将这种偏差记为$\Delta\boldsymbol{A}$及$\Delta\boldsymbol{B}$, 从而这些未建模动态对系统方程的影响可表示为$\boldsymbol{d}=\Delta\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\Delta\boldsymbol{B}u$.

将这一项视为一个附加输入项, 则包含未建模动态的系统方程可表示为

$$\begin{bmatrix}\dot{\alpha}\\ \dot{q}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1.0174 & 1.0247\\ -4.2674 & -0.8177\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha\\ q\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-0.0005 & 1 & 0\\ -0.0504 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta_{\mathrm{e}}\\ \boldsymbol{d}\end{bmatrix},\tag{24}$$

而系统的量测输出仍如式(23)所示.

6.1 部分状态观测器设计(Design of partial state observer)

由系统状态方程(22)及迎角传感器故障时系统的测量矩阵(23)可知, 在发生迎角传感器故障情况下, 系统的可观测矩阵:

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{o}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_1\\ \boldsymbol{C}_1\boldsymbol{A}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -4.2674 & -0.8177\end{bmatrix},$$

因$\mathrm{rank}\,(\boldsymbol{W}_{\mathrm{o}})=2$, 故部分状态观测器存在.

设计期望的部分观测器极点为$\boldsymbol{p}_{\mathrm{e}}=[-3\quad -5]$, 此时可得观测器增益为

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}-0.0144\\ 0.1076\end{bmatrix}.$$

6.2 L_2–L_∞滤波器设计(Design of L_2–L_∞ filter)

取$\gamma=255$及

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}0.4107 & -0.0016\\ -0.0016 & 0.1312\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}4.1608 & 3.7485\\ 3.7485 & 3.8813\end{bmatrix},$$

由给出的L_2–L_∞滤波器存在条件(13)–(16)可知, 存在1阶L_2–L_∞滤波器, 可实现对迎角的重构.

取 L_2–L_∞ 滤波器解算过程中的 $R=0.5$, $\boldsymbol{L}=[0.25\quad 0.25]$, $\boldsymbol{N}=[0.3\quad 0.3]$及

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}9.2639 & -3.2739 & 0\\ -3.2739 & 32.7167 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},$$

则有

$$\varDelta=0.0041,\ \varOmega=2,$$

$$\boldsymbol{\varPsi}=\begin{bmatrix}0.0227 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix},\boldsymbol{\varPhi}=\begin{bmatrix}0.0407 & 0 & 0\\ 0 & 0.0407 & 0\\ 0 & 0 & 0.5\end{bmatrix},$$

且满足$\boldsymbol{\varPhi}>0$. 从而有L_2–L_∞滤波器为

$$\begin{cases}\dot{\xi}=-1.5\xi+0.0533y_1,\\ z=4.7059\xi+0.9228y_1.\end{cases}$$

6.3 预估器L_2–L_∞滤波器设计(Design of pre-estimated L_2–L_∞)

由系统矩阵(22), 得到迎角与俯仰角速率间的传递函数:

$$\frac{\alpha(s)}{q(s)}=\frac{1}{s+1.0174},$$

从而有迎角预估信号为

$$\begin{cases}\dot{\bar\alpha}=-1.0174\bar\alpha+q,\\ \bar y=\bar\alpha.\end{cases}$$

由于之前设计的L_2–L_∞滤波器参数, 并取如上预估环节,

$$A_L=-1.0174,\ B_L=1,\ C_L=1,$$

在满足条件(20)(21) 下, 预估L_2–L_∞滤波器为

$$\begin{cases}\dot\xi'=-1.5\xi'+0.0533\bar y,\\ z'=4.7059\xi'+0.9228\bar y.\end{cases}$$

6.4　仿真测试(Simulation test)

假设无人机系统矩阵参数增加25%, 控制输入矩阵也发生30%的舵效失效, 即

$$\Delta\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ -1.0669 & -0.2044\end{bmatrix},\ \Delta\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0.0001\\ 0.0151\end{bmatrix}.$$

假定系统的控制输入为仿真开始3 s后的单位阶跃信号, 在此激励作用下, 由部分状态观测器、L_2–L_∞滤波器及预估L_2–L_∞滤波器分别重构出迎角传感器发生故障时的理想输出.

由图1所示, 在系统含有未建模动态时, 部分观测器设计结果含有较大的恒值偏差, 差值约为1°; L_2–L_∞方法虽然能够使重构信号最终收敛于理想的传感器测量值, 但由于俯仰角速度的动态特性, 重构的迎角信号也相应有一个大的超调; 预估L_2–L_∞滤波器重构信号能较快且准确的跟踪上迎角传感器的理想信号, 实现在迎角传感器故障时对迎角信号的重构, 且重构误差小于0.1°.

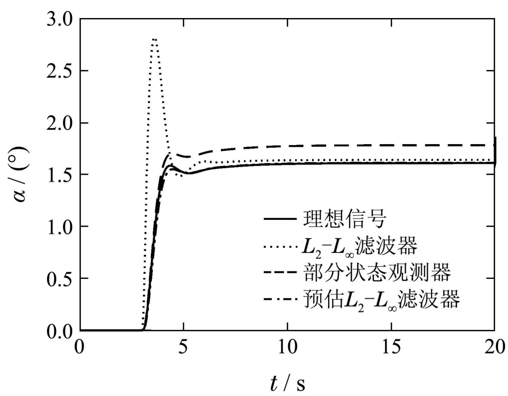

图 1　迎角重构对比图

Fig. 1　Comparisons of attack angle reconfigurations

6.5　预估L_2–L_∞滤波器蒙特卡洛仿真(Monte Carlo simulation for pre-estimated L_2–L_∞ filter)

假设系统矩阵的A_{21}与A_{22}发生幅值±30%浮动, 系统控制输入矩阵$\boldsymbol{B}$发生±20%的浮动, 利用随机函数生成位于区间[−0.3　+0.3]与区间[−0.2　+0.2]内的随机数, 并与系统矩阵与控制输入矩阵相乘, 得到系统矩阵的A_{21}与A_{22}幅值±30%与控制输入矩阵±20%的未建模动态.

将预估L_2–L_∞滤波器与L_2–L_∞滤波器及部分状态观测器方法得到的重构信号进行对比, 利用上述方法生成的未建模动态, 进行样本为100的蒙特卡洛仿真. 由于未建模动态的影响, 系统的稳态值会发生变化, 为了对比重构精度, 将重构与理想信号的差值进行比较.

由图2所示, 当迎角传感器发生故障时, 利用预估L_2–L_∞方法在系统含有未建模动态下对其重构的精度较部分状态观测器方法有较高的精度, 具体来说由预估L_2–L_∞方法得到的重构信号的最大误差在0.1°左右, 稳态误差收敛至0.05°左右, 而部分状态观测器的重构信号的误差能达到0.5°左右, L_2–L_∞方法得到的重构误差其动态过程出现较大的超调量约2.5°左右, 其稳态误差收敛至0.1° 内. 通过三者的对比, 预估L_2–L_∞滤波器可实现对故障传感器信号较高精度的重构, 且重构信号具有较好的动态过程.

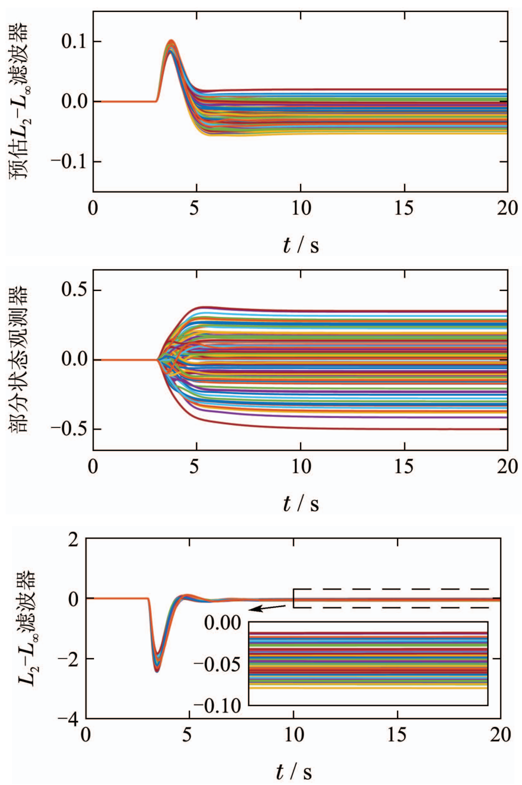

图 2　迎角重构误差对比图

Fig. 2　Comparisons of attack angle reconfiguration error

7　结论(Conclusions)

本文利用预估L_2–L_∞滤波器方法, 在迎角传感器发生故障时, 由俯仰角速度信号实现的对迎角的重构, 而且在系统矩阵含有±30%, 控制输入矩阵含有±20%未建模动态时, 预估L_2–L_∞滤波器方法可消除

这些未建模动态的影响, 实现对迎角信号的较高精度重构, 为飞行器提供解析信号实现解析余度设计.

参考文献(References):

[1] LI Weiqi, CHEN Zongji. Signal reconfiguration method for aircraft's pitch angular rate [J]. *Flight Dynamics*, 2004, 22(2): 26 – 29.
(李卫琪, 陈宗基. 飞机俯仰速率信号重构方法研究 [J]. 飞行力学, 2004, 22(2): 26 – 29.)

[2] XIA Jie, XU Jingjing. Observer–based sensor fault detection and signal reconstruction method [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2013, 39(11): 1529 – 1535.
(夏洁, 许京京. 基于观测器的传感器故障检测与信号重构方法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 39(11): 1529 – 1535.)

[3] HA Q P, THAT N D, NAM P T, et al. Partial state estimation for linear systems with output and input time delays [J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(2): 327 – 334.

[4] WANG L, ALBERTO I, SU H Y, et al. A partial-state observer for a class of mimo nonlinear systems [C] //*The 19th World IFAC World Congress*. Cape Town, South Africa: IFAC, 2014: 3676 – 3681.

[5] TRINH H, FERNANDO T, NAHAVANDI S. Partial–state observers for nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(11): 1808 – 1812.

[6] SHREYAS S, CHRISTOFOROS N H. Partial state observers for linear systems with unknown inputs [J]. *Automatica*, 2008, 44(12): 3126 – 3132.

[7] ZHOU J, MEN B. Partial state observer design for a class of nonlinear descriptor systems [J]. *International Journal of Information and Systems Sciences*, 2011, 7(44): 357 – 369.

[8] RAMBABU K, BJARNE F, LARS I. Applying the unscented Kalman filter for nonlinear state estimation [J]. *Journal of Process Control*, 2008, 18(7/8): 753 – 768.

[9] ERIC A W, RUDOLPH V D M. The unscented kalman filter for nonlinear estimation [C] //*Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium*. Lake Louise, Canada: IEEE, 2000: 153 – 158.

[10] SIMON J J, JEFFREY K U. A new extension of the kalman filter to nonlinear systems [C] //*Proceedings SPIE 3068, Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition VI*. Orlando, USA: SPIE, 1997: 182 – 193.

[11] AGUILAR-LóPEZ R, RAFAEL M Y. State estimation for nonlinear systems under model uncertainties: a class of sliding–mode observers [J]. *Journal of Process Control*, 2005, 15(3): 363 – 370.

[12] LEONID F, YURI S, CHRISTOPHER E, et al. Higher– order sliding–mode observer for state estimation and input reconstruction in nonlinear systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2008, 18(4/5): 399 – 412.

[13] ALWI H, EDWARDS C. Robust fault reconstruction for linear parameter varying systems using sliding mode observers [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2014, 24(24): 1947 – 1968.

[14] YANG Junqi, ZHU Fanglai. Linear–matrix–inequality observer design of nonlinear systems with unkown input and measurement noise reconstruction [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(4): 538 – 544.
(杨俊起, 朱芳来. 未知输入和可测噪声重构之线性矩阵不等式非线性系统观测器设计 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(4): 538 – 544.)

[15] SHAKED U. H_∞–minimum error state estimation of linear stationary processes [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, 35(5): 554 – 558.

[16] GAO H J, CHEN T W. H_∞ estimation for uncertain systems with limited communication capacity [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 51(11): 2070 – 2084.

[17] SALEH S D, ANDREAS J, MOHAMED D, et al. H_∞ filter design for state estimation and unknown inputs reconstruction of a class of nonlinear systems [C] //*IFAC World Congress*. Cape Town, South Africa: IFAC, 2014: 61 – 66.

[18] GAO H J, WANG C H. Robust L_2–L_∞ filtering for uncertain systems with multiple time-varying state delays [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2003, 50(4): 594 – 599.

[19] GAO H J, WANG C H. New approach to robust L_2–L_∞ filter design for uncertain continuous–time system [J]. *Aata Automatica*, 2003, 29(6): 809 – 814.

[20] GRIGORIADIS K M, WATSON J T. Reduced-order H_∞ and L_2–L_∞ filtering via linear matrix inequalities [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(3): 1326 – 1338.

[21] ROBERT E S, IWASAKI T, DIMITRI E G. *A Unified Algebraic Approach to Linear Control Design* [M]. Great Britian: CRC Press, 1997.

作者简介:

蔺 君 (1984–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为飞行控制与主动容错技术, E-mail: linjunbhu@gmail.com;

张 平 (1950–), 女, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为飞行控制、计算机控制理论与应用、容错控制、故障检测与诊断等, E-mail: zhp@buaa.edu.cn.