

面向目标跟踪的多机协同通信保持控制

朱黔[†], 周锐

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘要: 由于无人机存在通信和测量约束的情况, 远程无人机执行持续目标跟踪任务时无法直接与地面站保持通信, 需要其他无人机作为通信中继方可与地面站建立可靠的通信连接. 基于Dubins曲线, 采用最小转弯半径和航向调整相结合的方法对具有初始和终止航向角约束的多无人机进行协同航路规划, 确保所有无人机同时到达指定位置, 形成多机协同通信保持的初始构型. 针对随机移动目标, 在多机协同通信保持的动态过程中, 考虑平台性能、通信约束、碰撞规避等约束条件, 采用非线性模型预测控制(NMPC)实现无人机协同分布式在线优化. 在确保无人机通信中继保持的前提下, 有效提高了算法的实时性. 仿真结果表明了该算法的有效性.

关键词: 无人机; Dubins曲线; 航路规划; 同时到达; 中继保持; 非线性模型预测

中图分类号: TP391 文献标识码: A

Using multiple unmanned aerial vehicles to maintain continuous reliable cooperative communication in target tracking

ZHU Qian[†], ZHOU Rui

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Because of the communication and measurement constraints, when performing persistent target tracking, unmanned aerial vehicles (UAVs) require a reliable airborne communication relay established by other UAVs to communicate with the base station. For the purpose of forming the initial airborne communication relay chain, a novel method for cooperative path planning is proposed to ensure simultaneous arrival of multiple unmanned aerial vehicles (UAVs) with initial and terminal course angle constraints, which is realized by adopting the minimum turning radius of Dubins curves and appropriately adjusting the course angle. For the random moving target, establishing continuous reliable communication relay chain is implemented by using distributed nonlinear model predictive control (NMPC), considering the constraints of UAVs dynamics, communication constraints, collision avoidance and so on. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: unmanned aerial vehicles; Dubins curves; path planning; simultaneous arrival; relay keeping; nonlinear model predictive control

1 引言(Introduction)

多无人机能够协同完成多种任务, 如编队护航、巡逻监视、灾难救援等^[1-2], 作为通信中继也是无人机一个主要的应用领域^[3-4]. 通信中继无人机在远程无人机和基站之间建立动态、可靠的通信数据链, 可以有效增加远程无人机与基站之间的通信距离, 扩大任务执行范围, 实现持续目标跟踪.

由于动力学约束, 固定翼无人机作为通信中继时需要通过盘旋机动动态保持通信连接. 现有文献的研究重点主要是如何形成通信数据链, 如Ibrahim Zagli等人利用人工势场法形成通信中继, 其在存在地形障碍的情况下具有很好的效果^[5]. Ouyang Jian等人^[6]以

最大化输出信号信噪比作为准则, 通过航路规划形成中继保持. 而Marco A. M. Marinho等人^[7]将多输入多输出技术应用于稀疏无线传感器网络中, 利用无人机作为移动节点确保通信网络连接. Andrew Wichmann等人^[8]在考虑通信约束的前提下, 以最小跳数/最小通信距离作为机器人移动的基本准则, 实现通信网络连接. 这些文章的研究重点均为给出无人机期望位置点从而形成通信网络. 而本文在考虑多无人机如何形成稳定可靠链式通信中继网络的同时, 通过动态优化无人机控制律确保整个通信中继网络动态保持. 王林等人^[9]将滚动时域优化用于复杂环境中的多机协同目标跟踪, 取得了很好的效果. Gordon J.

收稿日期: 2015-05-18; 收修改稿日期: 2015-11-05.

[†]通信作者. E-mail: zhuqian@buaa.edu.cn; Tel.: +86 10-82316849-72

国家自然科学基金项目(61273349, 61175109), 航空科学基金项目(2014ZA18004, 2013ZA18001)资助.

Supported by National Science Foundation of China (61273349, 61175109) and Aviation Science Fund (2014ZA18004, 2013ZA18001).

Sutton等人^[10]第1次将非线性模型预测控制用于潜艇中,并通过梯度寻优迭代获得最优控制输入.随后,J Shin等人^[11]、S Kim等人^[12]分别将非线性模型预测方法用于编队飞行和对峙跟踪中,都取得了很好的效果.基于上述文献启发,本文将非线性模型预测控制用于多机协同通信保持问题中.

由于各架无人机初始状态不同,而且在形成通信中继网络时的初始期望位置也不同,因此需要实现具有起始和终止航向角约束的两点之间的协同航路规划,让所有无人机在最短时间内同时到达各自中继保持构型的初始期望位置. Dubins^[13]证明2维平面内任意两点之间的最短曲线是由一系列圆弧和直线构成.因而在防止碰撞的前提下,本文利用Dubins曲线进行协同航路规划,通过航向角和Dubins曲线最小转弯半径调整相结合实现具有起始和终止航向角约束的同时到达,从而形成链式通信中继初始构型.针对目标跟踪过程中多无人机通信中继网络的动态保持,同时考虑通信约束、平台性能、碰撞避免等问题,本文采用分布式非线性模型预测控制动态优化各无人机控制输入,实现稳定的多机协同通信中继保持.

2 问题描述(Problem definition)

2.1 无人机中继(UAVs relay)

如图1所示,由于无人机所带载荷有限,其探测和通信范围存在距离约束.当无人机跟踪地面移动目标时,由于通信距离受限,目标信息无法及时传递给地面站,此时需要通信中继无人机在跟踪无人机和地面站之间建立稳定可靠的通信连接.

2.2 无人机动力学模型(UAVs dynamic model)

假设所有无人机平台都具有理想的飞行控制系统,可以有效跟踪控制指令.假定无人机只在等高平面运动,并忽略相应的风干扰,有如下无人机动力学模型:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{pmatrix} v \cos \psi \\ v \sin \psi \\ \omega \\ -\frac{1}{\tau_v} v + \frac{1}{\tau_v} u_v \\ -\frac{1}{\tau_\omega} \omega + \frac{1}{\tau_\omega} u_\omega \end{pmatrix}, \quad (1)$$

上式中 $\mathbf{x} = [x \ y \ \psi \ v \ \omega]^T$ 为无人机状态向量.其中: (x, y) 为惯性坐标系下无人机的位置, ψ, v, ω 分别为无人机的航向角、速度和偏航角速度, $\mathbf{u} = (u_v, u_\omega)^T$ 为无人机的速度和偏航角速度控制指令, (τ_v, τ_ω) 为表征执行机构时延的时间常数.针对固定翼无人机的动力学特性,需考虑如下约束^[14].

$$|u_v - v_0| \leq v_{\max}, \quad |u_\omega| \leq \omega_{\max}, \quad (2)$$

式中: v_0 表示无人机巡航速度, v_{\max}, ω_{\max} 分别表示速度和偏航角速率对应的最大变化范围.

无人机动力学模型的离散化形式表示如下:

$$\mathbf{x}_{k+1} = f_d(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) = \mathbf{x}_k + T_s f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k).$$

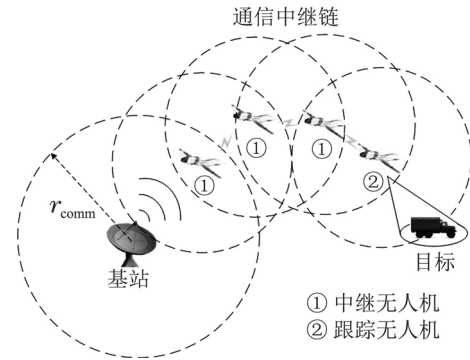


图1 无人机通信中继

Fig. 1 UAVs communication relay

2.3 目标动力学模型(Target dynamic model)

假设在水平二维平面内,目标可以通过速度和航向角的调整实现任意机动.本文采用加速度模型^[15]来表征目标的运动状态,目标运动方程如下:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}_k \mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\eta}, \quad (3)$$

式中: $\mathbf{x}(k) = [x_k \ \dot{x}_k \ \ddot{x}_k \ y_k \ \dot{y}_k \ \ddot{y}_k]^T$ 为目标运动状态,分别对应目标 x 和 y 方向的位置、速度、加速度信息. \mathbf{F}_k 为目标状态转移矩阵, $\boldsymbol{\eta}$ 为均值为0,方差为 σ_a^2 的高斯白噪声用以表示加速度噪声.

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} 1 & T_s & q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & q_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T_s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T_s & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-\alpha T_s} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

式(4)为目标状态转移矩阵,式中: T_s 为采样时间, $q_1 = (e^{-\alpha T_s} + \alpha T_s - 1)/\alpha^2$, $q_2 = (1 - e^{-\alpha T_s})/\alpha$,其中 α 为目标运动模型相对因子. α 小时,对应目标缓慢运动,反之表示目标快变运动.

3 初始通信中继形成(Establishing initial communication relay chain)

3.1 Dubins曲线同时到达(Simultaneous arrival based on Dubins curves)

假设共有 M 架无人机形成通信中继网络,并且所有无人机的性能完全一样.设每架无人机的任意初始状态信息为 $(x_i^s, y_i^s, \theta_i^s)$,形成初始通信中继指定构型时对应的终止状态为 $(x_i^e, y_i^e, \theta_i^e)$.其中: (x_i^s, y_i^s) , (x_i^e, y_i^e) 分别为起始、终止位置坐标, θ_i^s, θ_i^e 分别为初始、终止航向角.因此多无人机初始通信中继构型形成问题实际转变为具有起始和终止航向角约束的多无人机同时到达的协同航路规划问题.在避免碰撞的前提下,

各架无人机在最短时间内同时到达各自期望的终止位置, 形成多机链式通信保持初始构型。

如图2所示为Dubins曲线的基本形式, 由文献[13]可知Dubins曲线是两点之间满足最大曲率约束和航向角约束的最短路径. Dubins曲线由CLC或CCC, 或者由其对应子集构成, 其中L表示直线段, C表示弧线段. 因此通过简单几何计算, 可以确定最短Dubins曲线形式, 并对应计算出曲线长度。

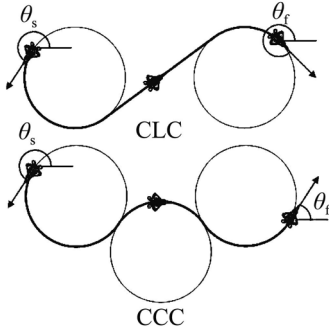


图 2 Dubins 曲线形式
Fig. 2 Dubins curves type

对于 M 架无人机, 设每架无人机的最小Dubins曲线长度分别为 $L_{i \min}$, 基于巡航速度 v_0 , 每架无人机到达各自指定位置所需最短时间为 $t_{i \min} = \frac{L_{i \min}}{v_0}$. 因而 M 架无人机基于Dubins曲线实现同时到达所需最短时间可以用如下公式表示:

$$\begin{cases} t_{\min} = \max\{t_{i \min}\} = \max\{\frac{L_{i \min}}{v_0}\}, i = 1, \dots, M, \\ P(x_i(0) = x_i^s, y_i(0) = y_i^s, \theta_i(0) = \theta_i^s) \xrightarrow{L_{i \min}} \\ P(x_i(t_{i \min}) = x_i^e, y_i(t_{i \min}) = y_i^e, \theta_i(t_{i \min}) = \theta_i^e). \end{cases} \quad (5)$$

假设第 k 架无人机到达期望位置所需最短时间为 $t_{k \min} = t_{\min}$, 对应其他 $i = 1, \dots, M, i \neq k$ 无人机为实现同时到达所需要对应增加飞行长度: $L_{i \Delta} = (t_{\min} - t_{i \min}) \cdot v_0 = (t_{k \min} - t_{i \min}) \cdot v_0$. 本文并未考虑到达时间约束, 仅要求所有无人机以最短时间同时到达各自终止位置, 形成链式中继网络初始构型. 如图3所示, 航线飞行长度增加方法采用最小转弯半径和航向调整相结合的方式:

1) 直接调整最小转弯半径 R_{\min} , 增加Dubins曲线总长. 图3(a)为初始Dubins曲线, 通过黄金分割法迭代找出调整后的最小转弯半径 R_{adj} , 此时曲线长度调整为 $L_{i \min} = t_{\min} \cdot v_0$. 调整后的曲线如图3(b)所示。

2) 航向调整. 以旋转调整距离短为原则, 无人机在Dubins圆弧上进行航向角调整, 获取航向调整后的调整点信息为 $(x_i^a, y_i^a, \theta_i^a)$, 其中 (x_i^a, y_i^a) 在Dubins圆弧上, $\theta_i^a = \pi + \theta_i^e$. 无人机在Dubins圆弧上的运行时间为 $t_{id} = \frac{L_{id}}{v_0}$. 调整点到终止点的最短距离Dubins

曲线规划如下式所示:

$$\begin{aligned} P(x_i(0) = x_i^a, y_i(0) = y_i^a, \theta_i(0) = \theta_i^a) \xrightarrow{L_{i \min}^a} \\ P(x_i(t_{ia}) = x_i^e, y_i(t_{ia}) = y_i^e, \theta_i(t_{ia}) = \theta_i^e). \end{aligned} \quad (6)$$

由于调整点和终止点位置航向确定, 其间最短Dubins曲线长度为 $L_{i \min}^a$, 对应时间为 $t_{ia} = \frac{L_{i \min}^a}{v_0}$. 该架无人机所需最短同时到达时间为 $t_i = t_{id} + t_{ia}$. 若满足条件: $t_i < t_{\min}$, 随后可进行航线调整。

首先计算同时到达需要增加的航线长度如下:

$$L_{i \Delta} = t_{\min} \cdot v_0 - L_{i \min}^a - L_{id}. \quad (7)$$

采用反向延长和顺次延长两种方案增加航线长度:

i) 如图3(c)为反向延长方法, 在调整点按速度方向同向、终止点按速度方向反向延长 $\frac{L_{i \Delta}}{2}$ 距离. 由于待规划Dubins曲线起始点和终止点间相对位置和最短距离恒定, 仅需计算 $L_{i \Delta}$ 长度, 即可获得最终航线. ii) 如图3(d)为顺次延长方法, 在调整点按速度方向同向, 终止点按速度方向反向, 对待规划的Dubins曲线起始和终止点位置进行微调. 通过顺次递加长度为 ΔL 的直线段, 在确保航向角不变的同时依次微调终止点位置、起始点位置、同时微调两点位置. 计算调整后的最短Dubins曲线长度, 在调整后的曲线总长小于 $L_{\min} = t_{\min} \cdot v_0$ 时, 通过迭代计算调整Dubins曲线最小转弯半径, 使得调整后航线总长等于期望曲线长度; 否则当前对应的调整方案无效。

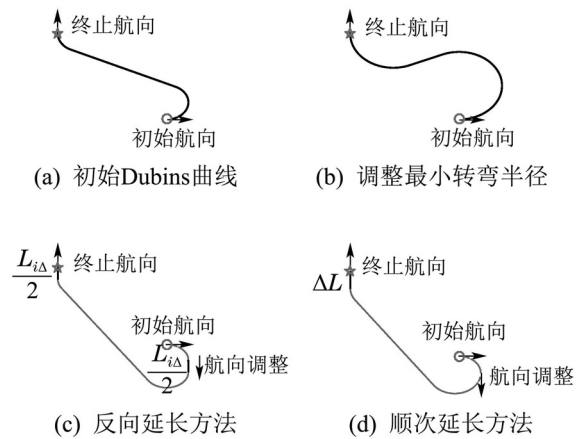


图 3 Dubins 曲线调整方法

Fig. 3 Dubins curves adjustment

3.2 碰撞规避(Collision avoidance)

针对协同航路规划, 机间防撞主要考虑两条航线之间的最小间隔距离是否满足安全距离, 在不满足安全距离时, 两架飞机是否会同时到达可能发生的碰撞点^[16]. 本文结合这两种约束, 将协同航路规划的防撞约束定义为: 同时到达位置点约束, 即在相同运行距离下, 任意两架无人机相对距离应满足如下约束:

$$|P_i(n \Delta t \cdot v_0) - P_j(n \Delta t \cdot v_0)| \geq 2R_c + 2 \Delta t \cdot v_0. \quad (8)$$

式中: R_c 为安全半径,取右侧加和值作为安全距离; Δt 为检测点间隔时间, $P_i(s)$ 为第*i*架无人机飞行距离*s*时对应的位置点信息; n 为碰撞检测点序号,满足 $n = 0, 1, \dots, \lceil \frac{L_{\min}}{\Delta t \cdot v_0} \rceil + 1$.

针对*N*架无人机最短时间同时到达规划出的航线,需按照式(8)对航线进行碰撞点检测. 如果存在碰撞,则需要用第3.1节的方法对存在碰撞的航线进行调整,直到所有规划航线都不存在碰撞.

3.3 算法流程(Algorithm procedure)

针对*M*架无人机,具有起始和终止航向角约束的Dubins曲线最短时间同时到达可用如下流程表示:

1) 对于*M*架无人机,基于当前起始点状态(x_i^s, y_i^s, θ_i^s),终止点状态(x_i^e, y_i^e, θ_i^e)分别计算每架无人机的最短Dubins曲线长度 $L_{i \min}$.

2) 从*M*架无人机中找出最长的Dubins曲线距离 L_{\min} ,假设第*k*架无人机对应最长的Dubins曲线距离为 $L_{\min} = L_{k \min}$.

3) 对于除第*k*架无人机之外的其他无人机,通过调整最小转弯半径 R_{\min} 的方式,使调整后的Dubins曲线满足 $L_{i \min} = L_{\min}, i = 1, \dots, M, i \neq k$.

4) 利用公式(8)进行碰撞检测,判断每架无人机的同时到达Dubins曲线是否会发生碰撞.

5) 如果不发生碰撞,算法结束;否则按照第3.1节调整对应无人机的最小转弯半径和航向角,并返回步骤4).

4 持续通信中继保持(Maintaining continuous reliable communication relay chain)

当所有无人机形成链式通信中继初始构型后,在随机移动目标跟踪过程中需要动态保持通信中继网络. 第*M*架无人机为实现对跟踪目标的传感器全覆盖,需要对目标进行持续standoff跟踪;第1架无人机应与地面站保持持续通信连接;其他*i* = 2, ..., *M* - 1架无人机作为通信中继确保在第*M*架无人机和地面站之间建立稳定可靠的通信连接. 为确保通信中继动态保持,本文提出虚拟目标点的概念,虚拟目标点是移动目标和静止地面站连线之间的等距离点. 让中继无人机围绕虚拟目标点进行持续等距的盘旋机动,并与邻近的无人机保持指定距离,可以确保整个动态跟踪过程中链式通信中继网络构型保持稳定,能有效扩展无人机中继网络通信范围.

4.1 非线性模型预测控制(Nonlinear model predictive control)

在随机移动目标跟踪过程中,针对*M*架无人机的不同任务要求,考虑平台性能、通信约束、机间防撞等因素,采用分布式非线性模型预测控制优化每架无人机的控制输入. 为确保通信中继网络动态保持,系统

整体性能指标包含如下3个部分:

$$J = \sum_{i=1}^M J_i = J_1 + \sum_{i=2}^{M-1} J_i + J_M. \quad (9)$$

对于每一架无人机,其性能指标如下:

$$J_i = \phi(\tilde{r}_{iN}, \tilde{d}_{iN}) + \sum_{k=0}^{N-1} L(\tilde{r}_{ik}, \tilde{d}_{ik}, \mathbf{u}_{ik}), \quad (10)$$

$$\phi(\tilde{r}_{iN}, \tilde{d}_{iN}) = \frac{1}{2}(p_{ir}\tilde{r}_{iN}^2 + p_{id}\tilde{d}_{iN}^2), \quad (11)$$

$$L(\tilde{r}_{ik}, \tilde{d}_{ik}, \mathbf{u}_{ik}) = \frac{1}{2}(q_{ir}\tilde{r}_{ik}^2 + q_{id}\tilde{d}_{ik}^2 + r_{iv}(\frac{u_{ivk} - v_0}{v_{\max}})^2 + r_{i\omega}(\frac{u_{i\omega k} - \omega_0}{\omega_{\max}})^2), i = 1, \dots, M. \quad (12)$$

对于第1架无人机需始终与静止地面站保持通信连接,其性能指标如下:

$$\tilde{r}_{1k} = \frac{r_{1d}^2 - |r_{1k}|^2}{r_{1d}^2}, \quad (13)$$

$$|r_{1k}| = \sqrt{(x_{1k} - x_b)^2 + (y_{1k} - y_b)^2}, \quad (14)$$

$$\tilde{d}_{1k} = \frac{d_{1r}^2 - |d_{1k}|^2}{d_{1r}^2}, \quad (15)$$

$$|d_{1k}| = \sqrt{(x_{1k} - x_{2k})^2 + (y_{1k} - y_{2k})^2}. \quad (16)$$

式(14)中: (x_b, y_b)为基站位置, (x_{1k}, y_{1k}), (x_{2k}, y_{2k})分别为非线性模型预测控制中,第*k*步无人机1, 2的位置. d_{1r}, r_{1d} 分别为第1架无人机与第2架无人机、地面站之间的期望距离.

第*M*架无人机需始终对目标进行传感器全方位覆盖跟踪,其性能指标如下:

$$\tilde{r}_{Mk} = \frac{r_{Md}^2 - |r_{Mk}|^2}{r_{Md}^2}, \quad (17)$$

$$|r_{Mk}| = \sqrt{(x_{Mk} - x_{Tk})^2 + (y_{Mk} - y_{Tk})^2}, \quad (18)$$

$$\tilde{d}_{Mk} = \frac{d_{Mr}^2 - |d_{Mk}|^2}{d_{Mr}^2}, \quad (19)$$

$$|d_{Mk}| = \sqrt{(x_{Mk} - x_{(M-1)k})^2 + (y_{Mk} - y_{(M-1)k})^2}. \quad (20)$$

式(18)中: (x_{Tk}, y_{Tk})为非线性模型预测控制中第*k*步目标位置, $|r_{Mk}|, |d_{Mk}|$ 分别为第*M*架无人机与目标、第*M* - 1架无人机之间的距离.

对于其他的无人机,在围绕虚拟目标点进行等距盘旋的同时,需要始终与两侧无人机保持期望距离,实现持续稳定通信连接. 对应性能指标如下:

$$\tilde{r}_{ik} = \frac{r_{id}^2 - |r_{ik}|^2}{r_{id}^2}, \quad (21)$$

$$|r_{ik}| = \sqrt{(x_{ik} - x_{ivt})^2 + (y_{ik} - y_{ivt})^2}, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \tilde{d}_{ik} &= \frac{d_{ir}^2 - |d_{(i-1)k}|^2}{d_{ir}^2} + \frac{d_{ir}^2 - |d_{(i+1)k}|^2}{d_{ir}^2}, \quad (23) \\ |d_{(i-1)k}| &= \sqrt{(x_{ik} - x_{(i-1)k})^2 + (y_{ik} - y_{(i-1)k})^2}, \quad (24) \\ |d_{(i+1)k}| &= \sqrt{(x_{ik} - x_{(i+1)k})^2 + (y_{ik} - y_{(i+1)k})^2}, \quad (25) \\ & \quad i = 2, \dots, M - 1. \end{aligned}$$

式中: r_{id} , d_{ir} 分别表示期望盘旋半径和机间期望距离, (x_{ivk}, y_{ivk}) 为虚拟目标点位置, $|d_{(i-1)k}|$, $|d_{(i+1)k}|$ 代表当前无人机与两侧无人机相对距离.

考虑无人机的动力学模型, 有如下等式约束:

$$f_d(\mathbf{x}_{ik}, \mathbf{u}_{ik}) - \mathbf{x}_{i(k+1)} = 0. \quad (26)$$

考虑控制输入限幅、机间防撞、通信距离等约束, 在非线性模型预测中代入如下不等式约束:

$$S_{iv}(\mathbf{u}_{ik}) = \frac{|u_{ivk} - v_0| - v_{\max}}{v_{\max}} \leq 0, \quad (27)$$

$$S_{i\omega}(\mathbf{u}_{ik}) = \frac{|u_{i\omega k} - \omega_{\max}| - \omega_{\max}}{\omega_{\max}} \leq 0, \quad (28)$$

$$S_{(i-1)c}(\mathbf{x}_{ik}) = \frac{r_c - |r_{i(i-1)}|}{r_c} \leq 0, \quad (29)$$

$$S_{(i+1)c}(\mathbf{x}_{ik}) = \frac{r_c - |r_{i(i+1)}|}{r_c} \leq 0, \quad (30)$$

$$S_{(i-1)\text{comm}}(\mathbf{x}_{ik}) = \frac{|r_{i(i-1)}| - r_{\text{comm}}}{r_{\text{comm}}} \leq 0, \quad (31)$$

$$S_{(i+1)\text{comm}}(\mathbf{x}_{ik}) = \frac{|r_{i(i+1)}| - r_{\text{comm}}}{r_{\text{comm}}} \leq 0. \quad (32)$$

式中 $|r_{i(i-1)}|$, $|r_{i(i+1)}|$ 表示相邻无人机之间的距离, 考虑式(26)–(32)的等式和不等式约束, 每架无人机相应的改进的性能指标如下:

$$\begin{aligned} J_{ai} &= \phi(\tilde{r}_{iN}, \tilde{d}_{iN}) + \sum_{k=0}^{N-1} [L(\tilde{r}_{ik}, \tilde{d}_{ik}, \mathbf{u}_{ik}) + \lambda_{i(k+1)}^T \{f_d(\mathbf{x}_{ik}, \mathbf{u}_{ik}) - \mathbf{x}_{i(k+1)}\} + \frac{1}{2} \mu_{iv} l_{ivk} S_{iv}^2(\mathbf{u}_{ik}) + \frac{1}{2} \mu_{ic} l_{(i-1)ck} S_{(i-1)c}^2(\mathbf{x}_{ik}) + \frac{1}{2} \mu_{i\omega} l_{i\omega k} S_{i\omega}^2(\mathbf{u}_{ik}) + \frac{1}{2} \mu_{ic} l_{(i+1)ck} S_{(i+1)c}^2(\mathbf{x}_{ik}) + \frac{1}{2} \mu_{i\text{comm}} l_{(i-1)\text{comm}k} S_{(i-1)\text{comm}}^2(\mathbf{x}_{ik}) + \frac{1}{2} \mu_{i\text{comm}} l_{(i+1)\text{comm}k} S_{(i+1)\text{comm}}^2(\mathbf{x}_{ik})], \quad (33) \end{aligned}$$

其中

$$l_{i*k} = \begin{cases} 0, & S_{i*} < 0, \\ 1, & S_{i*} \geq 0, \end{cases} \quad (34)$$

式(33)–(34)中恒有: $l_{0ck} = 0$, $l_{0\text{comm}k} = 0$, $l_{(M+1)ck} = 0$, $l_{(M+1)\text{comm}k} = 0$.

由性能指标式(33), 定义Hamiltonian函数如下:

$$\begin{aligned} H_{ik} &= L(\tilde{r}_{ik}, \tilde{d}_{ik}, \mathbf{u}_{ik}) + \lambda_{i(k+1)}^T \{f_d(\mathbf{x}_{ik}, \mathbf{u}_{ik}) - \mathbf{x}_{i(k+1)}\} + \frac{1}{2} \mu_{iv} l_{ivk} S_{iv}^2(\mathbf{u}_{ik}) + \frac{1}{2} \mu_{i\omega} l_{i\omega k} S_{i\omega}^2(\mathbf{u}_{ik}) + \frac{1}{2} \mu_{ic} l_{(i-1)ck} S_{(i-1)c}^2(\mathbf{x}_{ik}) + \frac{1}{2} \mu_{ic} l_{(i+1)ck} S_{(i+1)c}^2(\mathbf{x}_{ik}) + \frac{1}{2} \mu_{i\text{comm}} l_{(i-1)\text{comm}k} S_{(i-1)\text{comm}}^2(\mathbf{x}_{ik}) + \frac{1}{2} \mu_{i\text{comm}} l_{(i+1)\text{comm}k} S_{(i+1)\text{comm}}^2(\mathbf{x}_{ik}). \quad (35) \end{aligned}$$

对改进的性能指标式(33)求偏导数, 可得到下式:

$$\begin{aligned} dJ_{ai} &= \sum_{k=1}^{N-1} [(\frac{\partial H_{ik}}{\partial \mathbf{x}_{ik}} - \lambda_{ik}^T) d\mathbf{x}_{ik} + \frac{\partial H_{ik}}{\partial \mathbf{u}_{ik}} d\mathbf{u}_{ik}] + \frac{\partial H_{i0}}{\partial \mathbf{x}_{i0}} d\mathbf{x}_{i0} + \frac{\partial H_{i0}}{\partial \mathbf{u}_{i0}} d\mathbf{u}_{i0} + (\frac{\partial \phi(\tilde{r}_{iN}, \tilde{d}_{iN})}{\partial \mathbf{x}_{iN}} - \lambda_{iN}^T) d\mathbf{x}_{iN}. \quad (36) \end{aligned}$$

由于式(26)对应的等式约束, 因而 λ_{ik} 可以任意进行选择. 对 λ_{ik} 选择如下:

$$\begin{cases} \lambda_{ik}^T = \frac{\partial H_{ik}}{\partial \mathbf{x}_{ik}}, & k=0, 1, \dots, N-1. \\ \lambda_{iN}^T = \frac{\partial \phi(\tilde{r}_{iN}, \tilde{d}_{iN})}{\partial \mathbf{x}_{iN}}, \end{cases} \quad (37)$$

将上式代入公式(36)中, dJ_{ai} 可以表示如下:

$$dJ_{ai} = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\partial H_{ik}}{\partial \mathbf{u}_{ik}} d\mathbf{u}_{ik} + \lambda_{i0}^T d\mathbf{x}_{i0}. \quad (38)$$

式中的 λ_{ik}^T 的计算公式如下:

$$\begin{aligned} \lambda_{iN}^T &= \frac{\partial \phi(\tilde{r}_{iN}, \tilde{d}_{iN})}{\partial \mathbf{x}_{iN}} = p_{ir} \tilde{r}_{iN} \frac{\partial \tilde{r}_{iN}}{\partial \mathbf{x}_{iN}} + p_{id} \tilde{d}_{iN} \frac{\partial \tilde{d}_{iN}}{\partial \mathbf{x}_{iN}}, \\ \lambda_{ik}^T &= \frac{\partial H_{ik}}{\partial \mathbf{x}_{ik}} = q_{ir} \tilde{r}_{ik} \frac{\partial \tilde{r}_{ik}}{\partial \mathbf{x}_{ik}} + \lambda_{k+1}^T \frac{\partial f_d(\mathbf{x}_{ik}, \mathbf{u}_{ik})}{\partial \mathbf{x}_{ik}} + q_{id} \tilde{d}_{ik} \frac{\partial \tilde{d}_{ik}}{\partial \mathbf{x}_{ik}} + \mu_{ic} l_{(i-1)ck} S_{(i-1)c}(\mathbf{x}_{ik}) \frac{\partial S_{(i-1)c}(\mathbf{x}_{ik})}{\partial \mathbf{x}_{ik}} + \mu_{ic} l_{(i+1)ck} S_{(i+1)c}(\mathbf{x}_{ik}) \frac{\partial S_{(i+1)c}(\mathbf{x}_{ik})}{\partial \mathbf{x}_{ik}} + \mu_{i\text{comm}} l_{(i-1)\text{comm}k} S_{(i-1)\text{comm}}(\mathbf{x}_{ik}) \frac{\partial S_{(i-1)\text{comm}}(\mathbf{x}_{ik})}{\partial \mathbf{x}_{ik}} + \mu_{i\text{comm}} l_{(i+1)\text{comm}k} S_{(i+1)\text{comm}}(\mathbf{x}_{ik}) \frac{\partial S_{(i+1)\text{comm}}(\mathbf{x}_{ik})}{\partial \mathbf{x}_{ik}}. \end{aligned}$$

$$\frac{\partial S_{(i+1)\text{comm}}(\mathbf{x}_{ik})}{\partial \mathbf{x}_{ik}}. \quad (39)$$

式中有:

$$\frac{\partial \tilde{r}_{ik}}{\partial \mathbf{x}_{ik}} = \frac{1}{r_{id}^2} [-2(x_{ik} - x_{ik}^t) \quad -2(y_{ik} - y_{ik}^t) \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad (40)$$

$$\frac{\partial \tilde{d}_{ik}}{\partial \mathbf{x}_{ik}} = \frac{1}{d_{ir}^2} (-2(|d_{1k}| \frac{\partial |d_{1k}|}{\partial \mathbf{x}_{ik}} + |d_{2k}| \frac{\partial |d_{2k}|}{\partial \mathbf{x}_{ik}}), \quad (41)$$

$$\frac{\partial f_d(\mathbf{x}_{ik}, \mathbf{u}_{ik})}{\partial \mathbf{x}_{ik}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -T_s v_{ik} \sin \psi_{ik} & T_s \cos \psi_{ik} & 0 \\ 0 & 1 & T_s v_{ik} \cos \psi_{ik} & T_s \sin \psi_{ik} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & T_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{1}{\tau_{iv}} T_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{1}{\tau_{i\omega}} T_s \end{bmatrix}. \quad (42)$$

式(40)中: $x_{1k}^t = x_b, y_{1k}^t = y_b$ 时对应为地面站位置坐标; $x_{Mk}^t = x_{Tk}, y_{Mk}^t = y_{Tk}$ 表示移动目标位置坐标; $x_{ik}^t = x_{ivk}, y_{ik}^t = y_{ivk}$ 代表第*i*架无人机对应盘旋的虚拟目标点位置; r_{id}, d_{ir} 分别为当前无人机与盘旋中心点、相邻无人机之间期望距离,其值随目标与地面站的距离变化而变化; $|d_{1k}|, |d_{2k}|$ 分别为第*i*架无人机与两侧无人机相对距离。

$$S_{*c}(\mathbf{x}_{ik}) = \frac{r_c - |r_{i*}|}{r_c}, \quad (43)$$

$$S_{*comm}(\mathbf{x}_{ik}) = \frac{|r_{i*}| - r_{comm}}{r_{comm}}, \quad (44)$$

$$\frac{\partial S_{*c}(\mathbf{x}_{ik})}{\partial \mathbf{x}_{ik}} = \frac{1}{r_c |r_{i*}|} [(x_{ik} - x_{*k}) (y_{ik} - y_{*k}) \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad (45)$$

$$\frac{\partial S_{*comm}(\mathbf{x}_{ik})}{\partial \mathbf{x}_{ik}} = \frac{1}{r_{comm} |r_{i*}|} [(x_{ik} - x_{*k}) (y_{ik} - y_{*k}) \quad 0 \quad 0 \quad 0]. \quad (46)$$

式(43)–(46)中:下标中星号表示第*i*架无人机两侧无人机序号,分别对应*i* + 1, *i* - 1,对于第1, *M*架无人机只需计算单侧距离; r_{comm} 为通信距离, r_c 表示安全距离, $|r_{i*}|$ 表示与相邻无人机之间的距离。

采用梯度理论最小化Hamiltonian函数,通过迭代寻优计算更新控制指令如下:

$$\mathbf{u}_{ik}^{\text{iter}+1} = \mathbf{u}_{ik}^{\text{iter}} - \Delta k \frac{\partial H_{ik}}{\partial \mathbf{u}_{ik}}, \quad k=0, \dots, N-1. \quad (47)$$

式(47)中的Hamiltonian函数计算项有如下表示:

$$\frac{\partial H_{ik}}{\partial \mathbf{u}_{ik}} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_{iv}}{v_{i\max}^2} l_{ivk} S_{iv}(\mathbf{u}_{ik}) \text{sgn}(u_{ivk} - v_0) \\ \frac{\mu_{i\omega}}{\omega_{i\max}^2} l_{i\omega k} S_{i\omega}(\mathbf{u}_{ik}) \text{sgn}(u_{i\omega k} - \frac{v_0}{r_{id}}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{r_{iv}}{v_{i\max}^2} (u_{ivk} - v_0) \\ \frac{r_{i\omega}}{\omega_{i\max}^2} (u_{i\omega k} - \frac{v_0}{r_{id}}) \end{bmatrix} + \lambda_{k+1}^T \frac{\partial f_d(\mathbf{x}_{ik}, \mathbf{u}_{ik})}{\partial \mathbf{x}_{ik}}. \quad (48)$$

4.2 计算步骤(Calculation procedure)

在每一个预测周期内,当无人机处于彼此通信范围内,可实时传输彼此状态信息,通过分布式在线优化计算各自控制序列.每个周期优化计算出的控制命令作为当前控制周期的控制输入,而下一周期优化控制序列输入采用如下形式:

$$(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{N-1}, \mathbf{u}_{N-1}). \quad (49)$$

分布式非线性模型预测控制采用基本梯度理论,通过迭代计算优化控制输入的步骤如下:

While $|\Delta J| > \varepsilon$ do

以目标状态信息、基站信息、相邻无人机状态信息作为信息输入,利用公式(1)的无人机状态方程计算在控制输入序列 $(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{N-1})$ 作用下的状态推演 $\{\mathbf{x}_k\}, k=0, 1, \dots, N$.

按照公式(37)对应的拉格朗日乘子后向计算出 $\{\lambda_k\}, k=N, \dots, 1$.

对应每个预测周期的 $\{\lambda_{k+1}, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k\}$,计算Hamiltonian函数对于控制输入 \mathbf{u}_k 的偏导数 $\frac{\partial H_k}{\partial \mathbf{u}_k}, k=0, \dots, N-1$.

计算当前迭代周期性能指标变化: $\Delta J = J^{\text{iter}} - J^{\text{iter}-1}$.

If $\Delta J < 0$

运用基本梯度理论优化控制序列 $\{\mathbf{u}_k\}, k=0, 1, \dots, N-1$.

Else 减小可变步长 Δk ,确保性能改善.

End If

迭代次数iter+1;

If iter > MaxIterNum

终止循环

End While

5 仿真结果与分析(Simulation result and analysis)

采用4架无人机、一个随机移动目标和一个静止的地面站进行仿真.由于无人机数量有限,本文假设随机移动目标运动不会超过无人机最大通信范围.随机移动目标采用加速度模型,目标初始运动状态为

(2500 m, 1 m/s, 0.5 m/s², 0 m, 1 m/s, 0.2 m/s²). 目标运动存在均值为0, 均方差为0.02 m/s²的加速度噪声. 基站位置为(-500 m, 0 m) 处于静止. 4架无人机初始位置为(1200 m, -800 m), (-2000 m, -900 m), (-1500 m, -600 m), (-1000 m, -900 m). 初始航向分别为: -45°, 135°, -135°, -45°. 指定终止位置分别为: (-1000 m, 0 m), (0 m, 0 m), (1000 m, 0 m), (2000 m, 0 m), 终止航向角均为90°. 4架无人机的最小转弯半径都设置为200 m. 在避免碰撞的前提下, 4架无人机通过最短距离Dubins曲线实现同时到达, 形成链式中继保持初始构型. 通过分布式非线性模型预测优化4架无人机的控制输入实现多机协同通信保持. 具体仿真结果参见图4-11, 仿真参数见表1.

如图4所示, 4架无人机分别计算具有起始和终止角度约束下的最短Dubins曲线距离, 取最长Dubins曲线作为最短时间同时到达参考曲线. 取图中虚线代表的UAV4最短Dubins曲线作为参考曲线, 对应路径长度为3235.9237 m. 如图5所示, 以最短时间同时到达Dubins曲线作为参考, 通过调整最小转弯半径, 调整除UAV4外其他所有无人机的Dubins曲线, 使得所有无人机的Dubins曲线长度都等于3235.9237 m, 从而实现最短时间同时到达.

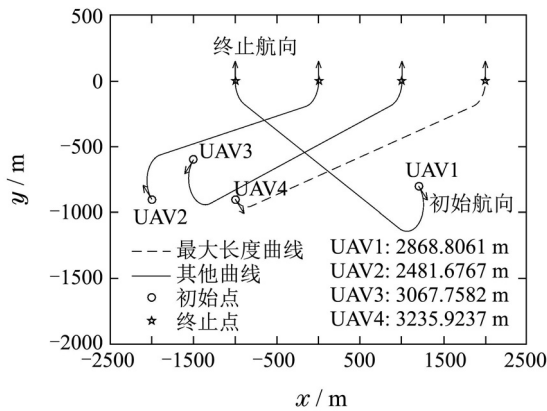


图 4 初始Dubins曲线

Fig. 4 Initial Dubins curves

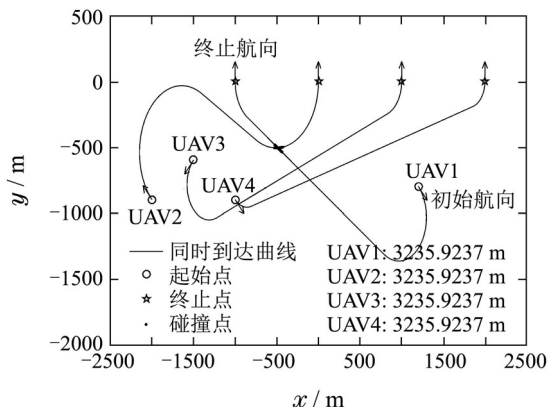


图 5 初始Dubins同时到达曲线

Fig. 5 Initial Dubins curves for simultaneous arrival

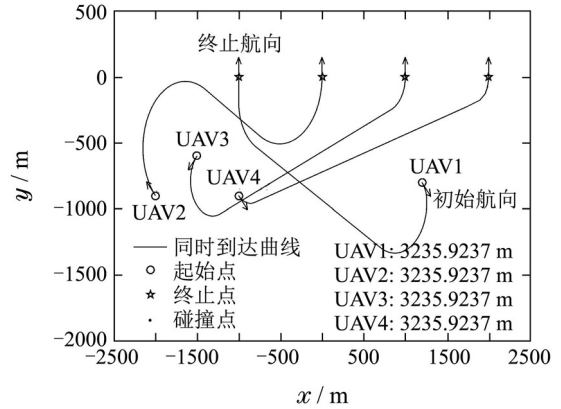
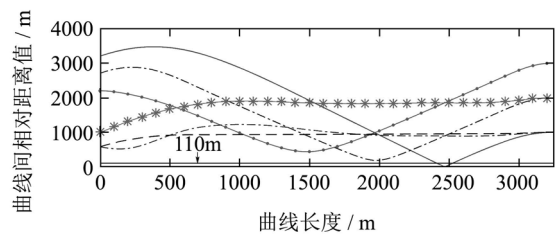
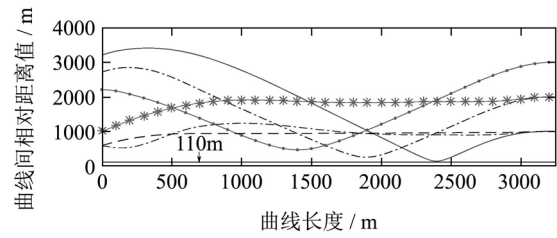


图 6 最终Dubins同时到达曲线

Fig. 6 Final Dubins curves for simultaneous arrival



(a) 初始同时到达曲线相对距离值



(b) 最终同时到达曲线相对距离值

图 7 Dubins曲线相对距离

Fig. 7 Relative distance between Dubins curves

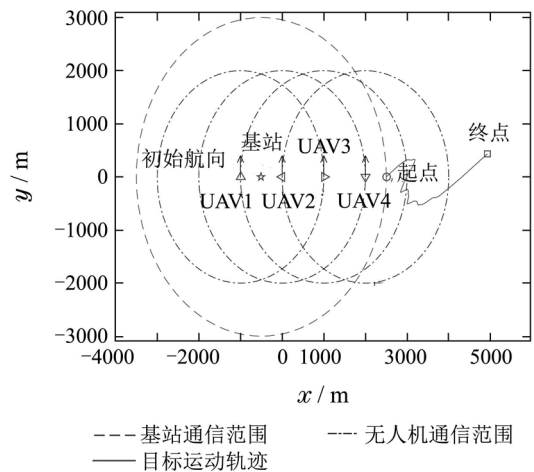


图 8 无人机通信中继初始状态

Fig. 8 UAVs communication relay initial state

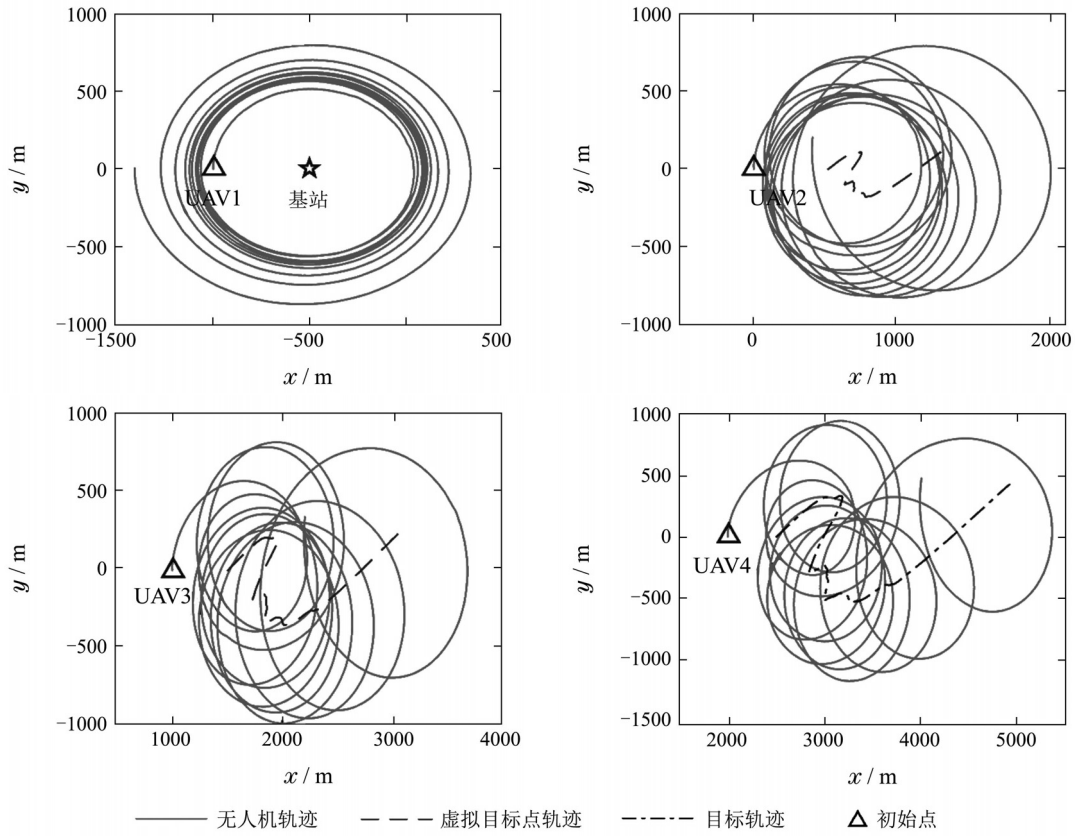


图9 无人机运行轨迹

Fig. 9 UAVs trajectories

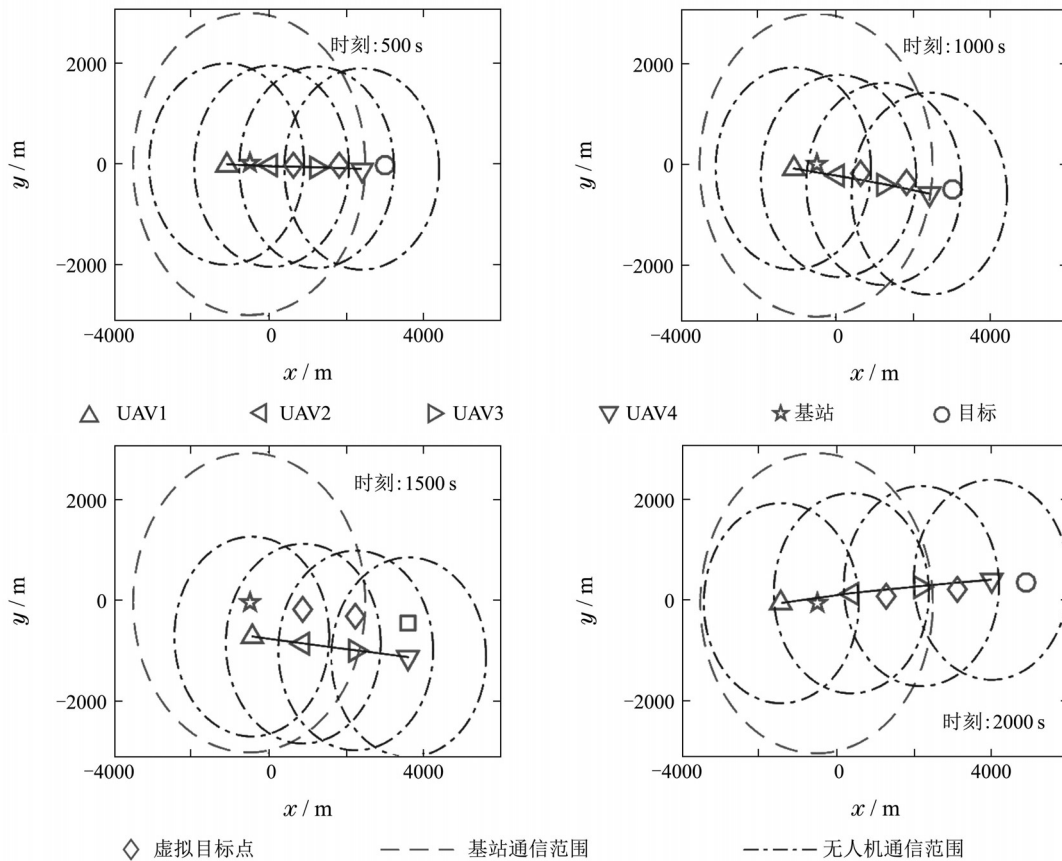


图10 无人机瞬时相对位置

Fig. 10 UAVs instantaneous relative position

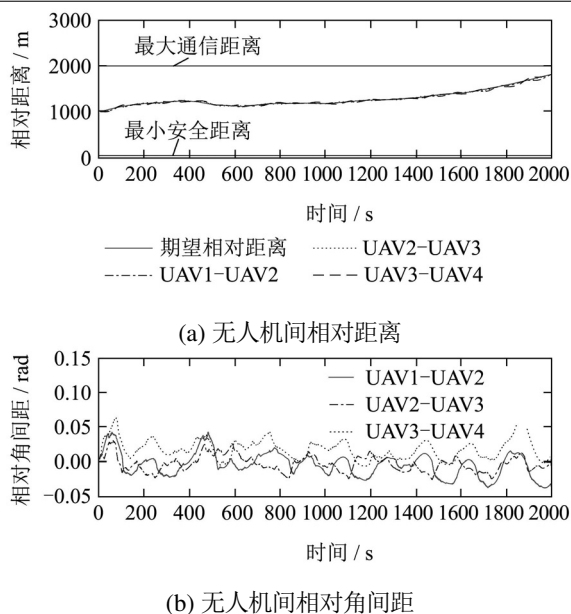


图 11 无人机相对距离和方位

Fig. 11 Relative position and azimuth between UAVs

表 1 仿真参数设置

Table 1 Simulation parameters

参数名	参数值
采样时间 T_s	0.5 s
碰撞检测时间间隔 Δt	0.25 s
预测步数 N	4
仿真步数	4000
目标运动属性 α	0.3
速度变化范围 v_{max}	10 m/s
角速度变化范围 ω_{max}	0.15 rad/s
机构延迟 τ_v, τ_ω	0.33 s^{-1}
名义速度 v_0	20 m/s
初始步长 Δk	0.3
防撞距离 r_c	50 m
通信距离 r_{comm}	2000 m
优化参数 $r_v, r_\omega, \mu_c, \mu_{comm}$	10^{-1}

但如图5所示, 初始最短时间同时到达航线在碰撞检测中发现UAV1和UAV2的航线存在碰撞点, 如图中黑点所示. 依据图7相同到达时刻规划航线的相对距离图, 可以明显看出此时UAV1和UAV2的航线相对距离明显小于最小安全距离110 m, 此时需要对航线进行调整. 调用第3.1节的航线调整算法, 对UAV1的航线进行调整, 调整结果如图6所示. 可以看出此时任意两条规划航线在相同到达时刻的相对距离都大于安全距离110 m, 此时在满足防撞约束的前提下, 4架无人机实现最短时间同时到达.

4架无人机在同时到达后形成的链式通信中继网络初始构型如图8所示, 图中虚线为地面站通信范围, 点划线为无人机通信范围, 实线代表随机移动目标的运行轨迹.

由图9各架无人机的运行轨迹可以看出在通信中继网络动态保持过程中, 第4架无人机对目标进行持续standoff跟踪, 第1架无人机与地面站保持持续通信, 其他两架无人机作为通信中继在第4架无人机与地面站之间建立稳定可靠的通信连接. 在目标随机运动的过程中, 采用非线性模型预测控制在确保目标持续跟踪的前提下, 保持整个通信中继网络的通信连接. 随着目标逐渐远离地面站, 各架无人机为确保通信连接, 逐渐扩大盘旋半径并与相邻无人机保持期望距离. 图10为各架无人机瞬时相对位置信息, 图11表示各架无人机相邻距离和相对方位角差值, 可以看出在整个随机移动目标跟踪过程中, 相邻两架无人机距离都在期望距离附近波动, 而相邻两架无人机对于各自盘旋点的方位角差值始终小于 0.05 rad , 虽然各架无人机在期望位置附近小幅波动, 但整个链式通信中继网络构型始终保持稳定, 没有发生变化.

考虑目标运动的随机性, 为了验证本文提出的分布式非线性模型预测通信中继动态保持算法的可靠性, 随机生成20组移动目标轨迹, 仿真结果统计如表2所示. 可以看出4架无人机在动态通信中继保持的过程中, 由于目标的随机运动, 各架无人机会在期望构型位置附近小幅波动, 但整个通信中继保持构型始终保持稳定. 在保持可靠目标standoff跟踪的同时, 通过中继无人机在跟踪无人机和地面站之间建立可靠的通信连接, 验证了本文提出方法的有效性. 采用Matlab最优化工具箱对通信中继保持问题进行优化求解, 其在盘旋半径平均距离差、相邻无人机平均距离两项性能指标上较比分布式非线性模型预测控制有0.737 m, 1.918 m的略微提高, 但计算时间1310.63 s远超过对应的170.2 s, 可见本文方法在确保性能的同时明显缩短了计算时间, 提高了算法的实时性.

表 2 目标随机运动仿真结果统计

Table 2 Statistical result for target random moving

相对UAV序号	平均相对距离差/m	平均方位角度差/(°)
UAV1-UAV2	10.9717	0.74758
UAV2-UAV3	13.6990	0.91212
UAV3-UAV4	10.3441	0.64116

当移动目标在原有二维随机运动的基础上匀速增加高度, 利用非线性模型预测方法对链式通信拓扑动态保持的仿真结果如图12所示. 随着目标高度的变化, 依据链式拓扑结构, 各架无人机分别处于等间距的不同高度平面进行盘旋机动, 实现多机协同中继保持. 参考文献[17]可以采用二维Dubins曲线和螺旋线实现3维Dubins曲线航路规划, 结合本文方法可以扩展到3维环境下的同时到达, 形成初始链式通信拓扑. 而基于固定的链式拓扑结构, 利用本文提出的非线性模

型预测方法,可以实现各架无人机在等间距的不同高度平面内盘旋机动,实现多机协同通信保持.

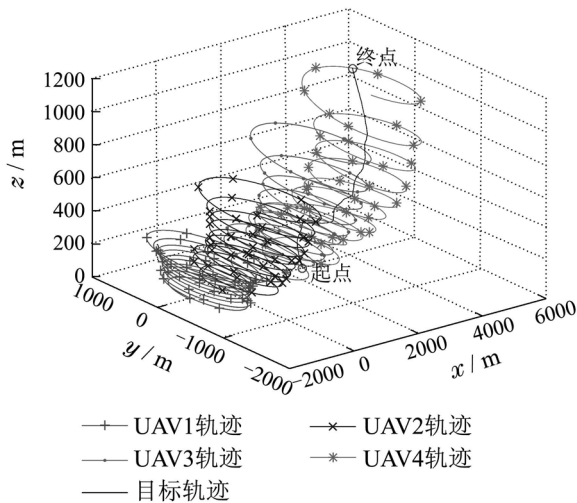


图 12 3维环境下无人机运动轨迹

Fig. 12 UAVs trajectories in 3 dimensions

6 结论(Conclusions)

本文针对多机协同通信保持问题进行了研究. 首先,采用Dubins曲线最小转弯半径调整和航向调整相结合的方法,在碰撞避免的前提下实现具有起始和终止航向角约束的多无人机最短时间同时到达,形成多机协同通信保持初始构型. 随后采用分布式非线性模型预测控制在线优化各架无人机的控制输入,实现对随机移动目标的持续跟踪和多机协同通信保持. 仿真实验表明本文提出方法在保证性能的前提下具有较好的实时性,并且具有扩展到3维环境的可行性.

当目标移动超出无人机最大通信范围,如何通过动态注入无人机延伸通信范围是一个值得研究的问题. 而通信中继用于真实3维环境,考虑地形遮蔽问题也是作者将研究的方向.

参考文献(References):

- [1] YANG K, KANG Y, SUKKARIEH S. Adaptive nonlinear model predictive path-following control for a fixed-wing unmanned aerial vehicle [J]. *International Journal of Control, Automation and System*, 2013, 11(1): 65 – 74.
- [2] DE FREITAS E P, HEIMFARTH T, NETTO I F, et al. UAV relay network to support WSN connectivity [C] // *2010 International Congress on Ultra Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT)*. Moscow: IEEE: 309 – 314.
- [3] CETIN O, ZAGLI I. Continuous airborne communication relay approach using unmanned aerial vehicles [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2012, 65(1/2/3/4): 549 – 562.
- [4] BEKMEZCI I, SAHINGOZ O K, TEMEL S. Flying ad-hoc networks (FANETs): a survey [J]. *Ad Hoc Networks*, 2013, 11(3): 1254 – 1270.
- [5] CETIN O, ZAGLI I, YILMAZ G. Establishing obstacle and collision free communication relay for UAVs with artificial potential fields [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2013, 69(1/2/3/4): 361 – 372.
- [6] OUYANG J, ZHUANG Y, LIN M, et al. Optimization of beamforming and path planning for UAV-assisted wireless relay networks [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2014, 27(2): 313 – 320.
- [7] MARINHO M A M, DE FREITAS E P, LUSTOSA DA COSTA J P C, et al. Using cooperative MIMO techniques and UAV relay networks to support connectivity in sparse Wireless Sensor Networks [C] // *Computing, Management and Telecommunications (comMan-Tel)*. Ho Chi Minh City: IEEE, 2013: 49 – 54.
- [8] WICHMANN A, KORKMAZ T, TOSUN A S. Minimum hop and/or minimum distance robot movement with connectivity constraints in WSRNs [C] // *Global Communications Conference (GLOBECOM)*. Austin Tx: IEEE, 2014: 523 – 529.
- [9] 王林, 彭辉, 朱华勇, 等. 复杂环境下多无人机协作式地面移动目标跟踪 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(3): 300 – 308. (WANG Lin, PENG Hui, ZHU Huayong, et al. Cooperative tracking of ground moving target using unmanned aerial vehicles in cluttered environment [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(3): 300 – 308.)
- [10] SUTTON G J, BITMEAD R R. Performance and computational implementation of nonlinear model predictive control on a submarine [M] // *Nonlinear Model Predictive Control*. Berlin, Germany: Birkhäuser Basel Press, 2000: 461 – 472.
- [11] SHIN J, KIM H J. Nonlinear model predictive formation flight [J]. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2009, 39(5): 1116 – 1125.
- [12] KIM S, OH H, TSOURDOS A. Nonlinear model predictive coordinated standoff tracking of a moving ground vehicle [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2013, 36(2): 557 – 566.
- [13] DUBINS L E. On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal positions and tangents [J]. *American Journal of mathematics*, 1957, 79(3): 497 – 516.
- [14] ZHU S, WANG D. Adversarial ground target tracking using UAVs with input constraints [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2012, 65(1/2/3/4): 521 – 532.
- [15] MEHROTRA K, MAHAPATRA P R. A jerk model for tracking highly maneuvering targets [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(4): 1094 – 1105.
- [16] SHANMUGAVEL M, TSOURDOS A, WHITE B, et al. Cooperative path planning of multiple UAVs using Dubins paths with clothoid arcs [J]. *Control Engineering Practice*, 2010, 18(9): 1084 – 1092.
- [17] WANG Y, WANG S, TAN M, et al. Real-time dynamic dubins-helix method for 3-d trajectory smoothing [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(2): 730 – 736.

作者简介:

朱 黔 (1988–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为多无人机协同控制, E-mail: zhuqian@buaa.edu.cn;

周 锐 (1968–), 男, 教授, 目前研究方向为无人机自主控制、多飞行器协同控制等, E-mail: zhr@buaa.edu.cn.