

多无人机空中加油的最优会合航路规划

胡春鹤[†], 陈宗基

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘要: 为了空中加油能面向多架无人机, 本文提出了空中加油的三维最优会合航路规划算法. 多架无人机分布在不同区域, 需要加油机沿预定的规划航路飞行会合, 以完成空中加油任务. 由于加油机可同时服务的受油机数量有限, 需要寻找最优分配策略将无人机预分配至不同加油区域与之会合. 本文首先根据加、受油机在各加油区域的最短会合时间, 将最优分配问题建模为整数线性规划问题, 求解得到加油机与各无人机的最优会合点. 随后, 本文提出了三维空间Dubins路径延长算法, 保证各无人机按照分配结果与加油机同时到达会合点. 最后, 分别针对二维和三维多架无人机空中加油任务进行仿真. 仿真结果表明本文提出的最优会合航路规划算法得到的Dubins航路, 可以保证空中加油会合任务在最短时间内完成.

关键词: 多无人机; 空中加油; 航路规划; 会合; Dubins路径

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Optimal rendezvous path planning for multiple unmanned aerial vehicle on air refueling

HU Chun-he[†], CHEN Zong-ji

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: To air-refuel multiple unmanned aerial vehicles (UAVs) by a refueling vehicle, we propose a 3-dimensional optimal rendezvous-path planning strategy for the refueling vehicle. Since UAVs are distributed in space, the refueling vehicle has to fly along a pre-planned flight path to rendezvous with the UAV for executing the refueling. Because only a limited number of UAV may be refueled simultaneously by a refueling vehicle, an optimal allocation strategy has to be found for assigning the proper refueling area and the proper time to each UAV for rendezvous. This allocation problem is formulated as an integer linear programming problem according to the shortest rendezvous time required by each UAV in its refueling area. By solving this problem, we obtain the optimal rendezvous point of refueling for each UAV. Next, we employ the 3D Dubins elongation algorithm to ensure every UAV to rendezvous with the fueling vehicle at the assigned allocation point. Simulations of air-refueling on multiple UAVs in 2D and 3D spaces are performed. Results show that the Dubins path obtained by the optimal rendezvous path planning strategy guarantees multiple UAVs to complete rendezvous and air refueling in the shortest time interval.

Key words: multiple UAVs; air refueling; path planning; rendezvous; Dubins path

1 引言(Introduction)

为满足无人机参与网络化作战需求, 提高无人机整体战场覆盖, 要求无人机长航时运行. 然而, 全载荷无人机空中航行时间明显受限于油量消耗率, 只能执行有限的侦察、搜索等任务, 这使得研究无人机自主空中加油技术成为迫切需求. 同时, 随着无人机自主能力的不断提高以及各国对无人机作战想定的不断发展, 无人机自主空中加油技术正逐渐成为各国的研究重点, 如2015年4月美国首次进行了无人机自主空中加油验证.

空中加油过程包括会合、锁定与加油编队保持等程序, 其中加、受油机会合策略是空中加油的先决条件. 目前主要的会合策略包括元编队(或伴飞, on course)、定点平行会合(point parallel)和航路上会合(en route)等^[1-2]. 定点平行会合要求加油机提前在加油控制点执行跑道式盘旋等待受油机; 航路上会合要求加受油机同时抵达会合点, 形成元编队共线航行, 具有低油耗、低风险与靠近任务区域等优点. 针对加受油机会合问题, 各国学者展开大量研究. 其中, Burns利用Dubins曲线设计了受油机与执行预定航路加油机

收稿日期: 2015-05-23; 收修改稿日期: 2015-09-14.

[†]通信作者. E-mail: hchh@buaa.edu.cn; Tel.: +86 10-82316849-63.

国家自然科学基金项目(61175109, 61203223, 61273349)资助.

Supported by National Nature Science Foundation of China (61175109, 61203223, 61273349).

的会合航路, 实现最短时间集结^[3-4]. Owen同样基于Dubins模型, 提出了一种基于向量场的三维会合航路设计方法^[5]. Wilson基于启发式搜索算法设计受油机航路^[6]. 刘健豪等^[7-8]和孙金标等^[9]分别以油耗消耗和航路距离为优化目标, 利用神经网络方法实现空中加油的航路规划. 通过借鉴制导控制律, 郭军等设计了基于Backstepping的会合控制方法^[10]. 许萌提出了一种大气扰动条件下的受油机完整控制律^[11]. 目前, 大量文献集中于讨论单架受油机与单架加油机的一对一会合问题, 面对未来复杂的空中交通环境缺少适应能力.

未来, 无人机向着机队化、集群化方向发展, 依靠有效协同合作解决复杂任务, 这要求自主空中加油技术必须具备面向多无人机的能力. 现阶段, 空中加油硬件层面已符合这一需求, 以KC-130等为代表的加油机单次满负荷起飞可充满6-7架MQ-9无人机, 并可以以高供油速率同时服务2架无人机^[12], 但是当前的规划层面仍有待发展, 其中会合策略只能满足单机需求. 尽管定点平行会合策略可扩展适应多无人机需求, 但会额外增加等待时间、油量消耗与安全隐患. 事实上, 多无人机的空中加油问题是一类结合任务分配与路径规划的复杂问题. 如何通过合理的分配与规划, 使得空间分布的多无人机与加油机以最短时间或最短距离实现会合, 对保障飞行器安全、降低整体油耗具有重要意义. 同时, 研究这一全新课题对我国未来在无人机系统领域的发展具有重要理论价值.

本文提出一种全新的面向多无人机的空中加油最优会合策略并设计最优航路. 作者首先对多无人机的空中加油会合问题进行分析, 提出一种基于整数线性规划的任务分配方法. 根据分配结果得到各无人机与加油机的会合点信息. 为保证加受油机同时到达指派的会合点, 本文提出一种三维Dubins路径延长算法. 利用规划算法和Dubins路径延长算法设计的多无人机空中加油会合航路保证空中加油任务在最短时间内完成.

2 问题假设与描述(Problem formulation)

本文研究的多无人机空中加油任务中飞行器包括多架受油无人机与单架加油机. 假定所有飞行器相对地面运动模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = V_i \cos \mu_i \cos \varphi_i, \\ \dot{y}_i = V_i \cos \mu_i \sin \varphi_i, \\ \dot{h}_i = V_i \sin \mu_i, \end{cases} \quad (1)$$

其中: (x_i, y_i, h_i) 为无人机 i 的位置与高度, 初始为 (x_{i0}, y_{i0}, h_{i0}) ; μ_i 为航迹倾斜角; φ_i 为航迹方位角; V_i 为地速.

同时假设:

- 假设 1**
- 1) 无人机初始分布在空间不同区域;
 - 2) 所有飞行器的最大巡航速度相同;
 - 3) 加油机最多可同时为两架无人机加油;
 - 4) 飞行器航路中不存在突发威胁与障碍, 加油机的航路广播至所有无人机.

当无人机发出加油任务请求后, 加油机规划航路 L , 保证航路中存在足够长的、无人机可抵达的加油区域 l . 由于受油无人机初始位置不同以及加油机可同时服务的数量有限, 所以需要协调各受油无人机 R_i 在不同的时间 t_i 和空间位置 $(x_i, y_i, h_i)|_{t_i}$ 与加油机会合. 各受油机与加油机的会合时间、地点以及具体会合方式被称作会合策略. 由于存在无数种会合策略, 如何找到其中使得空中加油任务整体时间最短的最优策略成为本文主要解决的问题. 空中加油任务整体时间最短意味着多无人机整体飞行距离最短, 油耗最低. 若加、受油机以最短时间会合, 加油编队暴露在空中的时间最短, 这对多无人机和加油机的安全保障起到重要作用.

时间最优会合策略的问题可以描述为如下形式:

$$\min_S \left(\sum_i t_i \right), \quad (2)$$

使得

$$\begin{cases} (x_i, y_i, h_i) = (x_T, y_T, h_T)|_{t_i}, \\ (\mu_i, \varphi_i) = (\mu_T, \varphi_T)|_{t_i}, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $i \in \{1, \dots, n\}$. 且对任意互不相等的 $i, j, k \in \{1, \dots, n\}$,

$$t_i = t_j \Rightarrow t_i \neq t_k, \quad (4)$$

其中: t_i 为加、受油机会合时间, $(x_T, y_T, h_T)|_{t_i}$ 和 $(\mu_T, \varphi_T)|_{t_i}$ 为加油机在 t_i 时刻的空间位置与航迹角, S 为会合策略. 式(4)保证分配结果满足假设1的式(3), 即加油机单次服务的无人机数目小于2.

为便于分析, 引入如下数学运算.

定义 1 (矩阵向量化) 给定矩阵 $A = [a_{ij}]_{n \times m}$, 定义向量化运算 $\text{vec}(\cdot)$ 为

$$\text{vec}(A) = [a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1m} \ a_{21} \ \dots \ a_{nm}]^T. \quad (5)$$

3 基于整数线性规划的会合点分配(Integer linear programming on rendezvous points)

为解决多无人机的空中加油会合航路规划问题, 本文提出如下两步策略: 首先, 将加油航路划分出不同的待分配加油子区域, 各子区域起点为预定会合点; 随后, 寻找子区域分配给各无人机的策略, 保证会合任务整体时间最优. 这一节将该时间最优分配问题具体建模为整数线性规划问题(integer linear programming, ILP)并实现求解.

3.1 整数线性规划(Integer linear programming)

整数线性规划(ILP)用于描述一类具有线性目标、线性约束且决策量为整数的优化问题. 整数线性规划被广泛应用求解旅行商^[13]、Petri网分析^[14]以及项目调度^[15]等问题. ILP的数学描述如下:

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{f}^T \mathbf{x}, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{Z}^n, \quad (6)$$

使得

$$A\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \quad A_{\text{eq}}\mathbf{x} = \mathbf{b}_{\text{eq}}, \quad \mathbf{l}_b \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u}_b, \quad (7)$$

其中: \mathbf{x} 为整数决策变量, \mathbf{l}_b 和 \mathbf{u}_b 是其上下界, \mathbf{f} 为优化目标向量, A , \mathbf{b} 和 A_{eq} , \mathbf{b}_{eq} 分别为适维的不等式约束和等式约束. 当决策变量只能取0或1时, 上述问题变为(0-1)ILP问题.

ILP问题的求解方法包括分枝定界(branch and bound)、启发式搜索和切平面法等多种算法. 其中, 分枝定界算法具有简单直接、平均速度快等特点^[13], 已发展出大量商业化软件, 因此本文采用该算法.

3.2 Dubins 最短路径 (Shortest path for Dubins vehicle)

Dubins 指出^[16], 二维平面的Dubins运动体从初始状态到达任意含角度约束位置的最短路径为CSC或CCC的形式, 其中C和S分别代表圆形曲线和线段. 对于三维空间, Sussmann证明含有初始和终点约束的Dubins最短路径为CSC, CCC或螺旋曲线^[17].

Shanmugavel等^[18]通过对Dubins运动体初始方位进行调整, 使得新的初始方位与终点方位约束共面, 进而将三维路径规划转化为二维Dubins路径问题得以求解. 本文采用建立非线性几何方程的方法对三维的Dubins最短路径进行求解^[19].

假定运动体在以 \mathbf{U}_1 为法向量的平面内从初始位置 $\mathbf{X}_0 = (x_{i0}, y_{i0}, h_{i0})$ 沿速度方向 \mathbf{v}_1 按照圆形轨迹旋转角度 θ_1 , 随后执行直线航线 \mathbf{X} , 最后在 \mathbf{U}_2 为法向量的平面旋转角度 θ_2 以终点速度 \mathbf{v}_2 抵达终点 \mathbf{X}_f . 直线段向量 \mathbf{X} 满足如下方程^[19]:

$$\begin{aligned} l\mathbf{X} = & (\mathbf{X}_f - \mathbf{X}_0) \pm r(\mathbf{x} + \mathbf{v}_1) \tan \frac{\theta_1}{2} \pm \\ & r(\mathbf{x} + \mathbf{v}_2) \tan \frac{\theta_2}{2}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中: r 为运动体的最小转弯半径, \mathbf{x} 为直线航线 \mathbf{X} 方向的单位向量. 通过对上述非线性方程的求解, 可以得到四条不同的直线段向量 \mathbf{X} .

根据四条直线向量计算得到初始和终点圆形轨迹所在平面的法向量 \mathbf{U}_1 , \mathbf{U}_2 与旋转角度 θ_1 , θ_2 为

$$\begin{cases} \mathbf{U}_i = \mathbf{x} \times \mathbf{v}_i, \\ \theta_i = \arccos(\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{x}), \end{cases} \quad i \in \{1, 2\}, \quad (9)$$

其中 \times 和 \cdot 分别代表向量外积与内积运算. 计算比较4条不同的轨迹长度, 其中最短路径成为三维空间内

的Dubins最短路径.

3.3 会合点分配(Rendezvous point allocation)

面向多无人机的空中加油任务, 加油机需要协调与各无人机的会合时间和地点. 为了保障空中安全与任务的顺利执行, 以加油机单次加油时间所飞行距离 Δl 为安全距离, 将加油机加油航段从起点开始等间隔地划分出待分配加油子区域, l_1, l_2, \dots, l_m . 各子区域 l_i 要合理地策略分配给 n 架无人机, 保障任务整体时间最短. 各子区域的起点成为加油机与分配至该区域无人机的会合点.

分配策略可以描述为如下 $\{0, 1\}$ 矩阵形式:

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & \cdots & s_{1m} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ s_{n1} & \cdots & s_{nm} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中: $s_{ij} = 1$ 表示航段 j 被分配给无人机 i , 否则 $s_{ij} = 0$. 由于加油机同时服务的无人机数量有限, 分配策略需要保证每个子区域至多被分配给2架无人机, 即

$$\sum_j s_{ij} \leq 2, \quad (11)$$

并且保证任意无人机被唯一分配于某个子区域

$$\sum_i s_{ij} = 1. \quad (12)$$

显然, 分配策略取决于各无人机抵达不同子区域起点的最短航行时间或最短航行距离, 后者又与无人机的初始位置、速度方向、最小曲线运动半径以及会合点位置方向相关. 通过计算各无人机 i 航行至加油子区域 l_j 起点的最短时间 $t_{i,j}$, 可以得到无人机与加油机规划航路的最短时间会合矩阵

$$T = \begin{bmatrix} t_{1,1} & \cdots & t_{1,m} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ t_{n,1} & \cdots & t_{n,m} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

本文要求受油机先于加油机抵达会合点, 则根据加油机抵达子区域 l_j 的时间 t_{l_j} 修正会合矩阵中各项,

$$t_{i,j} = \begin{cases} \infty, & t_{i,j} > t_{l_j}, \\ t_{i,j}, & \text{其他}. \end{cases} \quad (14)$$

给定策略 S , 可得到加油任务的整体时间为

$$T_{\text{total}} = \text{vec}(T)^T \cdot \text{vec}(S). \quad (15)$$

空中加油时间最优分配问题可以描述为如下的ILP形式,

$$\min_{s_{ij}} \text{vec}(T)^T \cdot \text{vec}(S), \quad (16)$$

使得

$$\begin{cases} A \cdot \text{vec}(S) \leq \mathbf{b}, \\ A_{\text{eq}} \text{vec}(S) = \mathbf{b}_{\text{eq}}, \\ 0 \leq s_{ij} \leq 1, \end{cases} \quad (17)$$

其中:

$$S = [s_{ij}] \in \mathbb{Z}^{n \times m}, A = ([1, 2, \dots, n] \otimes I_{m \times m}),$$

$$\mathbf{b} = 2 \cdot [1 \ 2 \ \dots \ m]^T, \mathbf{b}_{eq} = [1 \ 2 \ \dots \ n]^T,$$

$$A_{eq} = (I_{n \times n} \otimes [1 \ 2 \ \dots \ m]^T).$$

其中: 分配策略 s_{ij} 为决策变量, n 为无人机数, m 为待分配会合点数目, T 为最短时间会合矩阵, \otimes 为Kronecker积运算.

通过分枝定界法求解ILP(16), 可以得到最优分配策略. 根据分配结果, 各无人机即可根据分配的会合点计算最优Dubins路径实现与加油机的会合.

注 1 若将加油航路划分起点选为受油机当中与加油机会合时间最短的会合点, 可以进一步的降低整体时间.

4 加、受油机会合策略(Rendezvous strategy for air refueling)

利用整数线性规划算法, 各受油机被分配到不同的加油区域与加油机会合. 为了保证双方快速形成加油编队执行加油任务, 应当使得双方同时抵达会合点. 但是, 根据分配结果, 受油机若按照Dubins最短路径会先于加油机抵达会合点. 那么通过延长受油机的路径即可实现受油机在空中等待加油机任意时长, 保证与加油机以相同的时间会合. 这一节, 本文通过设计Dubins延长算法, 保证会合满足时间相同的要求, 形成完整会合策略.

4.1 Dubins 延长算法 (Dubins path elongation method)

Dubins 延长算法是对二维平面Dubin最短路径的修正方法, 可以实现路径的任意延长, 被用于解决多无人机空中交会问题^[20-21]. Mayer指出, 若二维平面Dubins运动体的出发点角度和终点角度相差 180° , 则可通过在Dubins最短路径的出发、终点两处各增加长度为 $\Delta x/2$ 的直线轨迹即可实现任意长度 $\Delta x \geq 0$ 的路径延长^[20-21], 见图1.

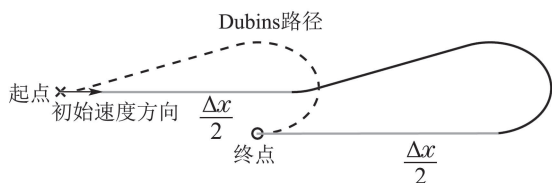


图 1 二维平面Dubins延长算法

Fig. 1 2D space Dubins path elongation method

在图1中: 在起点和终点分别增加等长航路(浅色实线), 使得Dubins最短路径产生整体平移, 因此实现在Dubins最短路径的基础上按需延长, 抵达时间也可以按需延长.

但是三维空间下运动体初始航向与终点航向通常不共面, 上述Dubins延长算法无法直接处理. 提出如

图2所示的三维Dubins路径的延长策略:

1) 以运动体初始位置和速度方向增加圆形盘旋轨迹, 圆心 O_c 由如下方程确定

$$O_c = \mathbf{X}_0 - \frac{r}{\|\mathbf{v}'\|_2} \mathbf{v}', \quad (18)$$

其中: \mathbf{X}_1 为初始位置, \mathbf{v}_1 为运动体初始速度,

$$\mathbf{v}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{v}_1. \quad (19)$$

2) 从初始位置和旋转 180° 后的位置将盘旋曲线拆分为两个半圆.

3) 根据所需延长路径长度 $\Delta x (\Delta x \geq 2\pi r)$ 增加两条直线航路, 每段长度满足 $(\Delta x - \pi r)/2$, 与两个半圆航路连接形成跑道形航路.

4) 当运动体沿跑道形航路重新返回到出发位置后, 沿三维Dubins最短路径抵达终点.

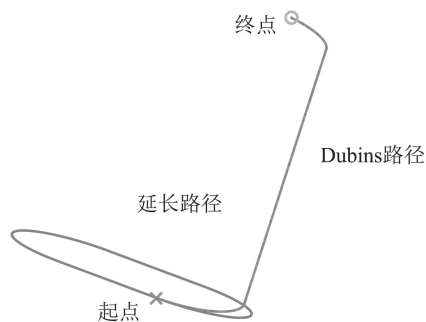


图 2 Dubins 延长算法

Fig. 2 3D space Dubins path elongation method

注 2 三维Dubins延长路径至少需要延长 $2\pi r$ 的路径, 若所需延长路径长度较长时, 可额外增加圆形航路圈数为 $\lceil \Delta x / (2\pi r) \rceil - 1$. 所需增加的直线航路距离变为 $\Delta x - 2\pi r \lceil \Delta x / (2\pi r) \rceil$.

注 3 在无人机执行监控、侦察和救援等任务的时候, 盘旋机动是主要的任务机动动作. 在得到加油分配会合点后, 无人机的初始盘旋机动可以被视作无人机局部任务的持续性执行.

4.2 加、受油机会合(Rendezvous strategy)

当加油机和所有无人机的高度相同时, 可以采用二维Dubins路径延长算法, 但受油机的初始方位任意假设, 待分配的各会合点航向各异, 无法满足二维Dubins延长算法中出发点和终点航向反向假设. 因此需要各受油机首先执行一次初始对准机动, 即受油机根据所分配会合点的航向要求(与加油机在该点同向), 以最小转弯半径从初始位置按最短时间调整无人机的航向与其反向. 当无人机的高度各异, 二维Dubins路径算法不再实用, 需要实施三维Dubins延长算法, 即要求各受油机至少执行初始盘旋机动一圈.

初始的机动均改变了受油机的初始位置和出发时间,那么由Dubins最短路径得到的分配结果不再最优,因此需要根据新初始条件重新进行会合点分配.

此时,各无人机抵达各待分配会合点的最短时间需要由对准或盘旋机动后的时间和新出发位置到会合点的最短时间组成:

$$t_{i,j} = t_{i,j_a} + t_{i,j_d}, \quad (20)$$

其中: t_{i,j_a} 为无人机*i*执行初始对准或初始盘旋机动所需的时间, t_{i,j_b} 为无人机*i*从机动后新位置出发沿Dubins最短路径抵达会合点*j*所需时间. 根据式(20),可以得到受油无人机与加油机规划航路新的最短时间会合矩阵(21).

$$T_{total} = T_{align} + T_{Dubins} = \begin{bmatrix} t_{1,1_a} & \cdots & t_{1,m_a} \\ \vdots & & \vdots \\ t_{n,1_a} & \cdots & t_{n,m_a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_{1,1_d} & \cdots & t_{1,m_d} \\ \vdots & & \vdots \\ t_{n,1_d} & \cdots & t_{n,m_d} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

将新的最短时间会合矩阵 T_{total} 代入到式(16)进行求解,得到会合策略. 各无人机根据分配的会合点以及加油机抵达会合点的时间,采用Dubins延长算法得到无人机的最优航路,最终实现与加油机的同时会合.

假定受油机*i*应当以时间 t_{l_j} 与加油机会合,需额外增加航行时间:

$$t_e = t_{l_j} - t_{i,j}. \quad (22)$$

受油机按最大巡航速度应当延长的航路距离为

$$\Delta x = (t_{l_j} - t_{i,j}) \times V_i. \quad (23)$$

5 仿真与分析(Simulation and analysis)

为了验证本文提出的多无人机空中加油最优会合航路规划算法的有效性,以6架受油无人机为例进行仿真. 仿真中加、受油机最大巡航速度为640 km/h. 加油机规划的航路为直线,从(0, 0, 7.5) km至(600, 0, 7.5) km. 6架无人机分散在加油机航路附近30 km内的区域,最小转弯半径为0.7 km. 假定单次加油时间为5分钟,则按照53.3 km的间隔将加油机航路从10 km开始划分待分配加油区间,各加油区间起点为待分配会合点,会合点方向约束与加油机在该点的速度方向相同. 分别针对加、受油初始高度相同和任意两种情况进行仿真. 仿真计算机处理器为酷睿i5,内存为4 GB.

5.1 加、受油机高度相同(Scenario of vehicles with same height)

由于高度相同,根据表1中无人机的初始方位和各会合点的方位,可采用二维Dubins路径延长方法计算各无人机抵达7个会合点的最短时间会合矩阵.

无人机的初始对准时间为

$$T_{align} = \begin{bmatrix} 0.34 \\ 0.32 \\ 0.26 \\ 0.20 \\ 0.08 \\ 0.40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T. \quad (24)$$

无人机初始对准后沿最短Dubins路径抵达会合点所需时间为

$$T_{Dubins} = \begin{bmatrix} \infty & \infty & 6.42 & 5.27 & 13.88 & 22.99 & 32.16 \\ \infty & \infty & \infty & 14.25 & 6.33 & 7.41 & 15.68 \\ \infty & 4.03 & 6.88 & 15.93 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 6.90 & 3.53 & 12.57 & 21.77 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 16.46 & 7.25 & 2.91 & 12.08 \\ \infty & 5.98 & 6.45 & 14.98 & 24.04 & \infty & \infty \end{bmatrix}. \quad (25)$$

将式(24)和式(25)代入式(21)得到最短时间会合矩阵:

$$T_{total} = \begin{bmatrix} \infty & \infty & 6.76 & 5.61 & 14.22 & 23.33 & 32.50 \\ \infty & \infty & \infty & 14.57 & 6.65 & 7.73 & 16.00 \\ \infty & 4.29 & 7.14 & 16.20 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 7.10 & 3.73 & 12.77 & 21.97 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 16.54 & 7.33 & 2.98 & 12.16 \\ \infty & 6.38 & 6.85 & 15.38 & 24.44 & \infty & \infty \end{bmatrix}. \quad (26)$$

随后,利用整数线性规划将各无人机分配至不同会合点,分配结果见表1. 仿真的计算时间为0.93 s.

表 1 2D平面会合点分配结果

Table 1 Results of rendezvous point allocation for 2D space

无人机	初始方位	分配会合点	会合时间
1	(192.31, 19.46, 5.69)	4	20 min
2	(291.49, 28.96, 5.53)	5	25 min
3	(125.90, 13.81, 5.14)	2	10 min
4	(145.22, -9.37, 1.64)	3	15 min
5	(308.55, 5.04, 3.73)	6	30 min
6	(132.64, -23.53, 0.14)	2	10 min

注 4 为便于观察,对无人机转弯半径作适当放大.

图3中,加油机从(0, 0)点出发沿*x*轴航行,曲线为各无人机初始对准机动. 初始对准机动完成后,无人机按照Dubins最短路径航行至各会合地点,飞行路线如图4所示.

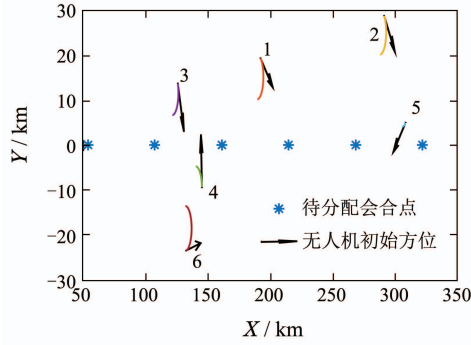


图 3 初始对准机动

Fig. 3 UAVs initial alignment

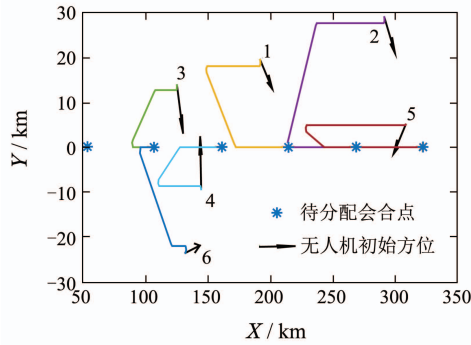


图 4 等高平面空中加油任务多无人机航路

Fig. 4 Air paths of UAVs with same height for air refueling

5.2 受油机初始高度任意 (Scenario of receivers with arbitrary height)

当受油无人机任意分布在空间中的不同区域, 同时具有不同的位置、高度和速度方向时, 需要利用本文提出的三维Dubins延长算法进行计算. 仿真中各无人机的初始位置与速度方向由表2给出.

表 2 受油无人机的初始位置与速度方向

Table 2 Receivers initial position, height and velocity

无人机	位置与高度/km	速度/(m·s ⁻¹)
1	(263.8, 4.5, 5.4)	(127.5, 125.7, -1.3)
2	(239.8, 20.7, 8.1)	(139.0, -112.8, 0.4)
3	(400.7, 14.3, 8.3)	(131.3, 121.7, -0.4)
4	(113.9, 5.2, 8.6)	(126.5, -126.6, -1.3)
5	(249.0, -15.2, 9.5)	(124.2, 128.9, 0.0)
6	(450.4, 10.0, 9.9)	(123.0, 130.0, -1.0)

采用三维Dubins路径延长方法计算最短时间会合矩阵(单位: min):

$$T_{total} = \begin{bmatrix} \infty & \infty & 760.2 & 460.6 & 167.2 & 434.2 & 733.5 \\ \infty & \infty & 631.3 & 338.0 & 303.9 & 580.4 & 875.0 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 929.0 & 631.7 & 345.9 \\ \infty & 230.3 & 371.4 & 670.7 & 970.5 & 1270.5 & 1570.4 \\ \infty & \infty & 677.0 & 378.0 & 244.5 & 523.5 & 820.0 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 1202.5 & 903.0 & 604.4 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

通过整数规划求解, 得到表3的分配结果, 计算时间为1.04 s.

表 3 3D空间会合点分配结果

Table 3 Results of rendezvous point allocation for 3D space

无人机	分配会合点	会合位置	会合时间/min
1	5	(0, 53.7, 7.5)	25
2	4	(0, 43.0, 7.5)	20
3	7	(0, 75.2, 7.5)	35
4	2	(0, 21.5, 7.5)	10
5	5	(0, 53.7, 7.5)	25
6	7	(0, 75.2, 7.5)	35

各无人机执行初始盘旋机动如图5所示.

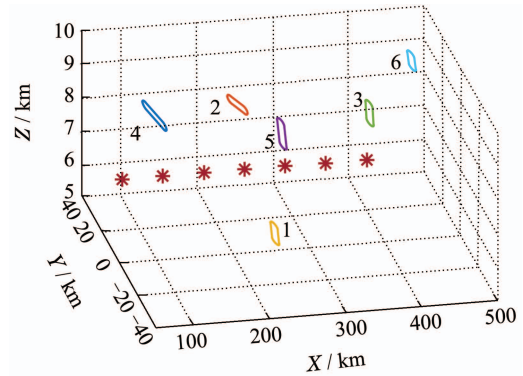


图 5 初始盘旋机动

Fig. 5 UAVs hovering maneuvering

图6给出了完整的最优航路.

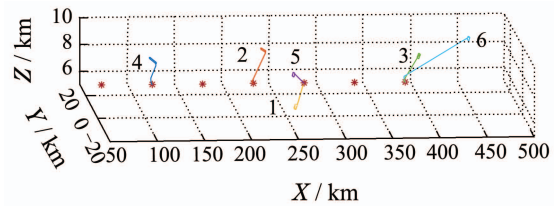


图 6 空中加油任务多无人机航路

Fig. 6 Air paths of UAVs for air refueling

注 5 为便于观察, 对无人机盘旋机动的图形做了适当放大.

在无人机实际飞行中往往会受到各类干扰导致偏离最优航路. 当偏差较小时, 可以依靠飞控系统的航速、航向修正实现补偿; 当偏差较大时, 需要根据加油机与各无人机当前状态进行重规划. 图7给出了重规划的仿真结果. 当执行初始规划航路5 min后, 无人机受到风扰以及控制精度等问题影响, 导致在X方向偏离预定航路. 随后, 无人机执行重分配与航路重规划, 其中1, 2和4号无人机被重分配到下一会合点.

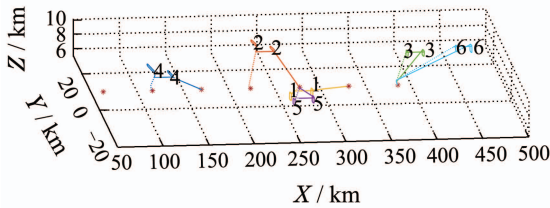


图7 空中加油任务多无人机重规划航路

Fig. 7 Air paths replan of UAVs for air refueling

5.3 比较与讨论(Comparison and discussion)

Mathew等人^[22]利用无人车模拟加油机对无人机进行充电,同样采用整数规划算法保证多无人机可以持续巡航,但其算法在处理本文的空中加油任务具有一定局限性。Mathew等人^[22]的算法假设的是在2维平面下,无人车(加油机)执行平面直线航路的情况,同时无人车可以在任意点停留任意时长等待无人机。显然,这些假设无法适用于空中加油任务。而本文通过提出3D空间Dubins延长路径算法,保证规划的航路在满足无人机动态特性的条件下完成空中加油任务。

6 结论(Conclusions)

多无人机的最短时间空中加油任务可以被分解为任务分配与最短航路优化问题。根据受油机初始状态与加油机航路最短会合时间,整数线性规划保证各受油机以最短时间分配到加油机的不同加油航段。根据分配规则以及加油机的航行状态,延长Dubins路径保证受油机可以实现与加油机在加油点的同时会合,保障后续空中加油任务的顺利执行。文中提出的三维Dubins路径延长算法实现了受油机路径可以按需延长,提出的最优会合航路规划算法采用了两段式航路规划,即初始对准(二维)或初始盘旋(三维)机动与最短Dubins路径,可以快速计算得到最优有效航路实现加油机与多无人机的最短时间会合。

参考文献(References):

- NALEPKA J, HINCHMAN J. Automated aerial refueling: extending the effectiveness of unmanned air vehicles [C] // *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit*. California: AIAA, 2005: 1 – 8.
- STEPHENSON J. *The Air Refueling Receiver That Does Not Complain* [M]. Alabama: Air University Press, 1999: 20 – 28.
- BURNS B. Autonomous unmanned aerial vehicle rendezvous for automated aerial refueling [D]. Ohio: Air University, 2007.
- BURNS B, BLUE P, ZOLLARS M. Autonomous control for automated aerial refueling with minimum-time rendezvous [C] // *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. California: AIAA, 2007: 1 – 19.
- OWEN M, NICHOLS J, COLTON M. Cooperative aerial tracking and rendezvous along time-optimal 3-dimensional curves [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Oregon: AIAA, 2011: 1 – 14.
- WILSON D, SOTO T, GOKTOGAN A, et al. Real-time rendezvous point selection for a nonholonomic vehicle [C] // *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Karlsruhe: IEEE, 2013: 3941 – 3946.
- 刘健豪. 空中加油航路规划的最优化研究 [D]. 上海: 复旦大学, 2012.
- (LIU Jianhao. Research on optimal path planning for aerial refueling [D]. Shanghai: Fudan University, 2012.)
- 刘健豪, 艾剑良. 飞机空中加油航路规划的最优化研究 [J]. 复旦学报(自然科学版), 2014, 53(1): 141 – 146.
- (LIU Jianhao, AI Jianliang. Research on optimal path planning for aircraft aerial refueling [J]. *Journal of Fudan University (Natural Science)*, 2014, 53(1): 141 – 146.)
- 孙金标, 施克如. 空中加油问题的最优化研究 [J]. 飞行力学, 2000, 18(4): 10 – 13.
- (SUN Jinbiao, SHI Keru. Research on the optimization of air refueling mission [J]. *Flight Dynamics*, 2000, 18(4): 10 – 13.)
- 郭军, 董新民, 徐跃鉴, 等. 无人机空中加油自主会合控制器设计 [J]. 控制与决策, 2010, 25(4): 567 – 571.
- (GUO Jun, DONG Xinmin, XU Yuejian, et al. Design of UAV autonomous controller for rendezvous in aerial refueling [J]. *Control and Decision*, 2010, 25(4): 567 – 571.)
- 许萌. 无人机空中加油自主会合控制研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2014.
- (XU Meng. *The study on control of unmanned air vehicle automatic rendezvous in aerial refueling* [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014.)
- BEŇO V, ADAMČÍK JR F. Unmanned combat air vehicle: Mq-9 reaper [C] // *International Conference of Scientific Research & Education*. Brasov: AFASES, 2014.
- WOLSEY L. *Integer Programming* [M]. New York: Wiley, 1998: 91 – 108.
- 庄巧莉, 戴文战, 王寿光. 基于混合整数规划的一般Petri网死锁检测方法 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(3): 274 – 279.
- (ZHUANG Qiaoli, DAI Wenzhan, WANG Shouguang. Deadlock detection method using mixed integer programming for generalized Petri nets [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(3): 274 – 279.)
- 刘士新, 宋健海. 求解资源受限项目调度问题的约束规划/数学规划混合算法 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(8): 1113 – 1120.
- (LIU Shixin, SONG Jianhai. Combination of constraint programming and mathematical programming for solving resources-constrained project-scheduling problems [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(8): 1113 – 1120.)
- DUBINS L. On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal positions and tangents [J]. *American Journal of Mathematics*, 1957, 79(3): 497 – 516.
- SUSSMANN H. Shortest 3-dimensional paths with a prescribed curvature bound [C] // *IEEE Conference on Decision and Control*. New Orleans: IEEE, 1995: 3306 – 3312.
- SHANMUGAVEL M, TSOURDOS A, ZBIKOWSKI R, et al. 3d dubins sets based coordinated path planning for swarm of uavs [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. Keystone: AIAA, 2006: 1 – 20.
- HOTA S, GHOSE D. Optimal path planning for an aerial vehicle in 3d space [C] // *IEEE Conference on Decision and Control*. Atlanta: IEEE, 2010: 4902 – 4907.
- MEYER Y, ISALIAH P, SHIMA T. On dubins paths to intercept a moving target at a given time [C] // *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*. Cape Town: IFAC, 2014: 2521 – 2526.
- MEYER Y, ISALIAH P, SHIMA T. On dubins paths to intercept a moving target [J]. *Automatica*, 2015, 53(3): 256 – 263.
- MATHEW N, SMITH S, WASLANDER S. Multirobot rendezvous planning for recharging in persistent tasks [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2015, 31(1): 128 – 142.

作者简介:

胡春鹤 (1986–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为多无人机协调控制, E-mail: hchh@buaa.edu.cn;

陈宗基 (1943–), 男, 教授, 目前研究方向为先进飞行器控制、多无人机协调控制等, E-mail: czj@buaa.edu.cn.