

基于双曲正切函数的二阶时变参数扩张状态观测器

于洪国^{1,2}, 康忠健^{1†}, 陈 瑶¹

(1. 中国石油大学(华东) 信息与控制工程学院, 山东 青岛 266580; 2. 滨州学院 自动控制研究中心, 山东 滨州 256600)

摘要: 当传统扩张状态观测器(ESO)的状态初值与系统的状态初值相差较大时, 普遍存在微分峰值现象. 为了消除这种现象, 本文给出了用双曲正切非线性函数构造ESO的一般形式, 并且用Lyapunov函数证明了二阶ESO的误差系统为渐近稳定. 然后又利用双曲正切函数自身的饱和特性, 设计出一种时变ESO, 可以实现微分峰值的有效抑制. 最后, 把这种ESO的仿真结果与经典ESO的仿真结果进行对比, 表明这里提出的ESO能够有效抑制微分峰值现象, 并可以获得系统状态变量和非线性扰动的精确估计.

关键词: 扩张状态观测器; Lyapunov函数; 时变参数; 微分峰值现象; 状态估计; 不确定系统

中图分类号: TM46 **文献标识码:** A

Time-varying parameter second-order extended state observer based on hyperbolic tangent function

YU Hong-guo^{1,2}, KANG Zhong-jian^{1†}, CHEN Yao¹

(1. College of Information and Control Engineering, China University of Petroleum (East China), Qingdao Shandong 266580, China;
2. Research Center of Automatic Control, Binzhou University, Binzhou Shandong 256600, China)

Abstract: The derivative peaking phenomenon in the traditional extended state observer (ESO) usually occurs when the initial difference between the initial value of the traditional ESO and the initial value of the system state variable is large. To deal with this phenomenon, we derive the general form of the ESO based on the nonlinear hyperbolic tangent function, and use Lyapunov functions to prove the asymptotic stability of the second-order ESO error system. Then, we make use of the self saturation characteristic of the hyperbolic tangent function to design a second-order ESO with time-varying parameters, which can effectively suppress the derivative peaking phenomenon. Comparing the simulation result of this type of ESO with that of the traditional ESO, we find that the proposed ESO can effectively inhibit the derivative peaking phenomenon, and obtain the accurate estimation for both system state variables and nonlinear disturbances.

Key words: extended state observer (ESO); Lyapunov functions; time-varying parameters; derivative peak phenomenon; state estimation; uncertain systems

1 引言(Introduction)

自抗扰控制技术提出多年以来, 在国内外已经得到了大量的应用. 近年来, 自抗扰控制(auto disturbance rejection controller, ADRC)作为一种可解决不确定非线性系统控制问题的有效方法而得到了广泛深入的应用与基础理论研究^[1]. 扩张状态观测器(extended state observer, ESO)是自抗扰技术的核心部分, 可实现反馈量以及干扰量的在线估计.

文献[2]采用非线性函数设计了最初的ESO, 给出了非线性函数构造的准则, 并对利用fal(·)和fhan(·)函数的经典扩张观测器进行了系统论述. 文献[3]设计了一种线性高增益扩张观测器, 通过选取充分大的增益参数来保证估计精度. 文献[4]提出了一种三阶离散的

线性ESO结构, 并对其稳定性进行了分析. 文献[5]利用非连续的分段Lyapunov函数进行二阶扩张状态观测器的误差分析与估计, 并用多Lyapunov函数方法证明了系统的稳定性. 文献[6]针对输出带有测量噪声的控制对象提出了2种基于反正切非线性函数的改进ESO方案, 取得较好的控制效果. 文献[7]在基于ESO观测回路时间尺度不变的假设条件下给出了一种基于受控系统时间尺度的ADRC控制器参数整定方法. 文献[8]提出一种有限时间线性扩张状态观测器, 保证观测误差有限时间有界, 实现快速、准确地观测系统中的未知扰动及状态, 给出了观测器参数与观测误差收敛速度、稳态观测误差间的解析关系式. 文献[9]针对不确定性的非线性系统, 采用高增益消除系统内部

收稿日期: 2015-05-25; 录用日期: 2015-12-04.

†通信作者. E-mail: kangzjzh@163.com; Tel.: +86 532-86982236.

本文责任编辑: 张化光.

教育部中央高校基本科研业务费专项资金项目(14CX05039A), 国家自然科学基金项目(61271001)资助.

Supported by Fundamental Research Funds for Central Universities (14CX05039A) and National Natural Science Foundation of China (61271001).

及外部干扰,并给出了误差收敛性证明,对初始阶段估计值的微分峰值进行了观测和分析.文献[10]针对快速变化的正弦扰动,对广义扩展状态观测器(ESO)的性能进行了分析.文献[11-13],在不同领域采用ESO对系统状态和不确定性进行估计,结合各自的控制策略进行了应用和研究.以上大部分文献在系统稳定性证明基础上,对未知扰动及状态的估计准确性和快速性进行研究和应用,未针对ESO的初始值与被观测系统状态的初始值不同并存在较大误差时的估计效果进行分析和研究.而扩张状态观测为保证估计精度,往往采用高增益系数;在ESO的初始值与被观测系统状态的初始值存在较大误差的情况下,ESO普遍存在微分峰值现象^[3].因此有必要针对微分峰值现象对ESO进行深入的分析和研究.

本文在分析双曲正切函数自身特性基础上,给出通过双曲正切非线性函数构造扩张状态观测器的一般形式,利用Lyapunov函数证明二阶扩张状态观测器误差系统渐近稳定;针对传统扩张状态观测器(ESO)状态的初始值与系统状态变量初始值在初始阶段的误差较大时普遍存在的微分峰值现象,利用双曲正切函数自身饱和特性设计时变参数的扩张状态观测器来实现其有效抑制.

2 基于双曲正切函数的扩张状态观测器的设计(The design of extended state observer based on hyperbolic tangent function)

2.1 双曲正切函数的特性(Characteristic of hyperbolic tangent function)

双曲正切函数为奇函数,单调性: $(-\infty, +\infty)$ 单调递增且光滑连续;双曲正切函数导数为 $1/\cosh^2 x$, 其恒不为0.由于双曲正切函数的值域为 $(-1, +1)$, 具有饱和特性;当 $x=0$ 时, $\tanh(x) = \tanh(0) = 0$, 由文献[2, 14]知双曲正切函数满足非线性扩张状态观测器中非线性函数的选取条件.

定义双曲正切非线性函数: $\tanh \text{Fal}(e, \alpha, \beta) = \alpha \cdot \tanh(\beta \cdot e)$; 式中: e 为函数输入变量; α, β 分别为调整函数形状和幅值的变量,可调节 $\tanh \text{Fal}$ 函数的函数值和变化率.将双曲正切非线性饱和函数与传统Fal函数进行比较,函数值用 y 表示,如图1所示.

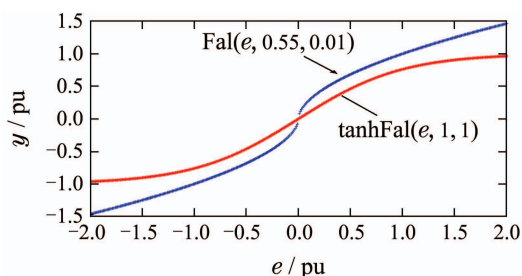


图1 双曲正切非线性函数与传统Fal非线性函数对比
Fig. 1 Comparison of hyperbolic tangent nonlinear function and traditional Fal nonlinear function

图1中,在 $x=0$ 的邻域内,即 $|x|$ 很小时,即当 $x \rightarrow 0$ 时, $\tanh(x) \rightarrow x$, 它近似为线性函数,并且斜率较小,在误差 $|e| \leq \delta$ ($\delta > 0$ 为可调参数)范围内可以兼顾滤波和观测效果.

2.2 扩张状态观测器的设计(The design of the ESO)

对于系统

$$\dot{x}_1 = f(x_1, x_2, v(t)) + b \cdot u(t), \quad (1)$$

其中: $b > 0$, $f(\cdot)$ 为含系统未知非线性扰动的函数,且有界; $v(t)$ 为未知扰动. $u(t)$ 为系统控制输入,令 $x_2 = f(\cdot)$ 为系统的扩张状态变量,并记 $\dot{x}_2 = \omega(t)$, $y(t)$ 为系统的量测输出,则系统可扩张为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + b \cdot u(t), \\ \dot{x}_2 = \omega(t), \\ y(t) = x_1. \end{cases} \quad (2)$$

上式所示的非线性系统可以利用非线性双曲正切函数构造出扩张状态观测器:

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = z_1(t) - y(t), \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - a_1 \cdot e_1(t) + b \cdot u(t), \\ \dot{z}_2(t) = -\tanh \text{Fal}(e_1(t), a_2, b_2), \end{cases} \quad (3)$$

其中: $a_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$; 适当选取参数 a_1, a_2 , 则扩张状态观测器(3)可以精确估计出系统(2)的所有状态变量 $x_1(t), x_2(t)$; 即 $z_1(t) \rightarrow x_1(t), z_2(t) \rightarrow x_2(t)$, 且 $x_2(t) = f(\cdot)$.

2.3 扩张状态观测器误差系统的稳定性证明(Stability prove of the ESO error system)

令

$$\begin{aligned} e_1(t) &= z_1(t) - y(t) = z_1(t) - x_1(t), \\ e_2(t) &= z_2(t) - x_2(t). \end{aligned}$$

假定 $\dot{x}_2 = \omega(t)$ 并且 $|\omega(t)| \leq \omega_0$, 其中 $\omega_0 \geq 0$ 为常值,则扩张状态观测器系统(3)与系统(2)的误差方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = e_2(t) - a_1 e_1(t), \\ \dot{e}_2(t) = -\tanh \text{Fal}(e_1(t), a_2, b_2) - \omega(t). \end{cases} \quad (4)$$

下面证明ESO的误差系统(4)在平衡点处渐近稳定,记 $X_1 = e_1(t), X_2 = e_2(t) - a_1 e_1(t)$, 则式(4)可以表示为

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2, \\ \dot{X}_2 = -\tanh \text{Fal}(e_1(t), a_2, b_2) - \omega(t) - a_1 X_2. \end{cases} \quad (5)$$

针对系统(5)构造李雅普诺夫函数.在 $e_1(t) = 0$ 的邻域内 $\tanh(b_2 \cdot e_1(t)) \approx b_2 \cdot e_1(t)$, 因此可以令式(5)的非线性函数用 $b_2 \cdot e_1(t)$ 替代,使其成为线性系统,构

造二次型函数如下:

$$W(t) = -a_2 \cdot b_2 \cdot X_2^2. \quad (6)$$

利用巴尔巴辛公式^[15]可得Lyapunov函数为

$$V(t) = \frac{\begin{vmatrix} 0 & X_1^2 & 2X_1X_2 & X_2^2 \\ 0 & 1 & -a_2b_2 & 0 \\ 0 & 0 & -a_1 & -a_2b_2 \\ -a_1 & 0 & 1 & -a_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & -a_2b_2 & 0 \\ 1 & -a_1 & -a_2b_2 \\ 0 & 1 & -a_1 \end{vmatrix}} = a_2b_2X_1^2 + X_2^2. \quad (7)$$

还原非线性系统的李雅普诺夫函数有

$$V(t) = 2a_2 \int_0^{e_1(t)} \tanh(b_2 \cdot e_1(t)) de_1(t) + X_2^2. \quad (8)$$

求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \frac{\partial V}{\partial X_1} \dot{X}_1 + \frac{\partial V}{\partial X_2} \dot{X}_2 = \\ & 2a_2 \tanh(b_2 e_1(t)) \cdot X_2 + \\ & 2X_2(-a_2 \tanh(b_2 e_1(t)) - \omega(t) - a_1 X_2) = \\ & -2X_2(\omega(t) + a_1 X_2). \end{aligned} \quad (9)$$

因此,当扰动 $\omega_0 = 0$ 时,由于 $a_1 > 0$,且 X_2 不恒为0, $\dot{V}(t) = -2a_1 X_2^2 < 0$.

针对系统(5)构造的李雅普诺夫函数是有效的,且系统(5)的零解是李雅普诺夫渐进稳定的.

当扰动 $\omega(t) \neq 0$ 时,只要 $X_2(\omega(t) + a_1 X_2) > 0$,便有 $\dot{V}(t) < 0$,此时,考虑到干扰量 $|\omega(t)| \leq \omega_0$ 且 $\omega_0 \geq 0$,系统(5)在达到稳态时,有

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2 = 0, \\ \dot{X}_2 = -a_2 \tanh(b_2 \cdot e_1(t)) - \\ \omega(t) - a_1 X_2 = 0. \end{cases} \quad (10)$$

对第2个方程取绝对值,有 $|\tanh(b_2 \cdot e_1(t))| = \frac{\omega_0}{a_2}$,由于双曲正切函数为单调增函数,因此有状态观测器的观测误差范围分别为

$$|e_1(t)| \leq \frac{1}{b_2} \tanh^{-1} \frac{\omega_0}{a_2}, \quad (11)$$

$$|e_2(t)| \leq \frac{a_1}{b_2} \tanh^{-1} \frac{\omega_0}{a_2}. \quad (12)$$

3 基于双曲正切函数的时变参数设计(Time-varying parameters design based on hyperbolic tangent function)

当ESO状态的初始值与系统状态变量初始值存在较大误差时,在扩张状态观测器的初始时刻附近,系统的微分信号估计和加速度信号估计会出现较大的峰值,当选取的增益系数比较大时,会使ESO存在更大的微分峰值.

为了消除ESO微分峰值,利用双曲正切函数的饱和特性来设定式(3)ESO中的参数值 a_1, a_2 ;使用时变参数 a_{11}, a_{22} 进行替代,参数值 a_{11}, a_{22} 具有时变特性,其中分别取

$$\begin{cases} a_{11} = a_1 \cdot \tanh(b_1 \cdot t), \\ a_{22} = a_2 \cdot \tanh(b_2 \cdot t). \end{cases} \quad (13)$$

式(13)中: a_1, a_2 为ESO在观测具体系统时的可调参数.由于该ESO的鲁棒性,都有较大的取值范围,可根据文献[14]中“参数动态确定法”进行设计; b_1, b_2 为时变参量系数,为可调参数.由于双曲正切函数的自身饱和特性,在ESO运行的初始阶段值 a_{11}, a_{22} 的取值会比较小,通过选择合适的时变参量系数,运用该特性实现抑制ESO初始时刻附近的微分峰值.

4 基于双曲正切函数的时变参数ESO仿真分析(Simulation analysis of time-varying parameters ESO based on hyperbolic tangent function)

下面进行基于双曲正切函数的时变参数的二阶ESO的仿真验证.利用式(13)时变参数设计基于双曲正切函数的ESO,并检验其的估计效果;并与基于文献[2]经典Fal函数的ESO的估计效果进行对比.

设一阶系统模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2.0 \cdot \sin(\cos t) + bu(t), \\ \dot{x}_2 = \omega(t), \\ y(t) = x_1. \end{cases} \quad (14)$$

假设非线性扰动 $f(t) = 2.0 \sin(\cos t)$ 未知,已知输入 $u(t) = \cos(0.5t)$, $b = 3$.利用式(3)构造二阶ESO有

$$\begin{cases} e_1(t) = z_1(t) - y(t), \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - a_{11} b_1 \cdot e_1(t) + b \cdot u(t), \\ \dot{z}_2(t) = -a_{22} \tanh(b_2 \cdot e_1(t)), \end{cases} \quad (15)$$

其中:ESO的参数值采用文献[14]中“参数动态确定法”,取补偿矩阵的极点为 $p_{1,2} = -10$,确定: $a_1 = 20$, $a_2 = 75$,其中: $b_1 = 1$, $b_2 = 1.33$;设置系统 x_1 的初始状态为2,ESO的初始值为 $[0, 0]$.当 $a_1 = 20$, $a_2 = 75$ 时, a_{11}, a_{22} 采用式(13)的时变参数,其在 $0 < t < 15$ 时的取值情况,如图2所示.时变参数在初始时刻具有较小的取值,可以实现微分峰值的抑制;由于双曲正切函数的饱和特性,在后面时刻,参数可以达到ESO的整定参数值,从而可以保证本文提出的ESO的估计精度.

目前,大部分有关ESO的研究和应用中非线性函数均采用文献[2]提出的Fal非线性函数,因此本文提出的基于双曲正切非线性函数的时变参数ESO与经典Fal非线性函数ESO的估计效果进行了对比验证.其中系统状态 $x_2(t)$ 及本文提出的基于双曲正切非线性函数的时变参数ESO与Fal非线性函数ESO估计值

如图3所示, 本文提出的基于双曲正切非线性函数的时变参数ESO与Fal非线性函数ESO对系统状态 x_2 估计误差值如图4所示. 由图3可知, 在初始阶段, ESO状态的初始值与系统状态变量初始值的误差为2的情况下, 基于Fal非线性函数的ESO对系统状态 $x_1(t)$ 的微分状态 $x_2(t)$ 的估计出现了峰值现象, 即对非线性扰动 $f(t)$ 信号的估计的最大峰值达到6.23, 为其初始值误差的3.115倍, 如果利用该峰值信号来确定系统控制输入量, 将影响系统的控制效果. 而基于tanhFal非线性函数的时变参数ESO可以有效抑制初始阶段系统状态 $x_1(t)$ 的微分状态 $x_2(t)$ 的估计值的峰值. 由图4可知, 在初始阶段, 基于Fal非线性函数的ESO对 $x_2(t)$ 的估计误差值为4.55, 基于tanhFal非线性函数的时变参数ESO对 $x_2(t)$ 的估计在其固有误差范围之内, 最大为1.65, 为基于Fal非线性函数的时变参数ESO估计误差的1/2.78.

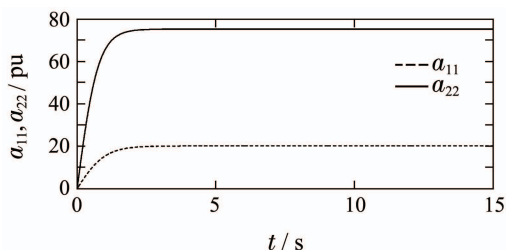


图2 时变参数 a_{11} , a_{22} 取值情况

Fig. 2 Value of time-varying parameters a_{11} and a_{22}

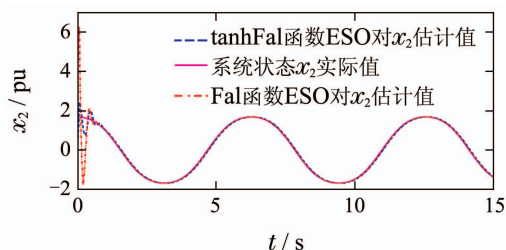


图3 系统状态 x_2 及不同非线性函数ESO的估计值

Fig. 3 System state x_2 and estimated value of ESO with different nonlinear functions

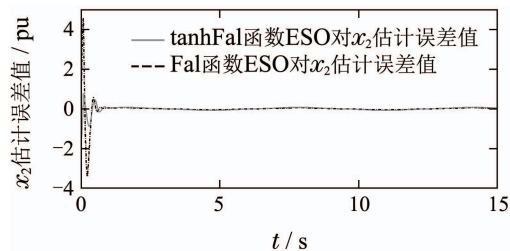


图4 不同非线性函数ESO对系统状态 x_2 估计误差值

Fig. 4 Estimated error value on system state x_2 of ESO with different nonlinear functions

系统状态 $x_1(t)$ 及本文提出的基于双曲正切非线性函数的时变参数ESO与文献[2] Fal非线性函数

ESO估计值如图5所示, 不同非线性函数ESO对系统状态 x_1 估计误差值如图6所示. 由图5-6可知, 在初始阶段, ESO状态的初始值与系统状态变量初始值的误差为2的情况下, 基于Fal非线性函数的ESO对系统状态 $x_1(t)$ 的估计同样出现了峰值现象, 最大估计误差为1.61, 而基于tanhFal非线性函数的时变参数ESO可以有效抑制初始阶段系统状态 $x_1(t)$ 的估计峰值, 其最大估计误差为0.096. 同时, 在其他阶段基于tanhFal非线性函数的时变参数ESO能够获得较高的系统状态变量估计精度.

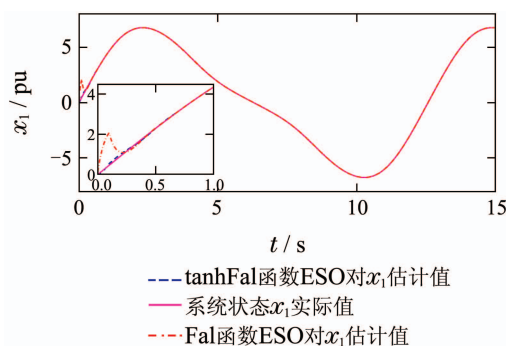


图5 系统状态 x_1 及不同非线性函数的ESO估计值

Fig. 5 System state x_1 and estimated value of ESO with different nonlinear functions

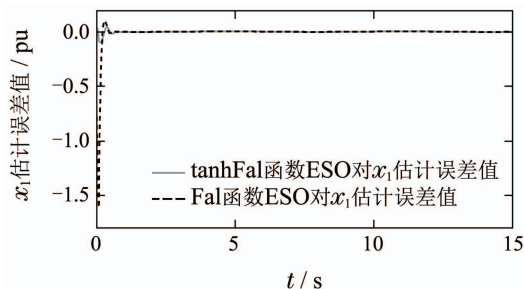


图6 不同非线性函数ESO对系统状态 x_1 估计误差值

Fig. 6 Estimated error value on system state x_1 of ESO with different nonlinear functions

5 结论(Conclusions)

双曲正切函数是单调递增且光滑连续的非线性函数, 具有饱和特性, 在0的邻域内具有快速线性响应特性. 本文给出利用双曲正切函数构造的扩张状态观测器的一般形式, 证明了二阶ESO观测误差系统在平衡点处渐近稳定; 利用双曲正切函数自身饱和特性设计了基于时变参数扩张状态观测器. 仿真实验表明, 该基于双曲正切非线性函数的时变参数ESO能够有效地抑制ESO初始值与被观测系统状态的初始值存在较大误差的情况下微分峰值现象, 同时可以精确观测系统的状态变量和非线性扰动, 因此对于扩张状态观测器通过高增益设计消除系统内部及外部干扰及保证估计精度的系统具有参考价值.

参考文献(References):

- [1] HUANG Yi, XUE Wenchao. Active disturbance rejection control: methodology, applications and theoretical analysis [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2012, 32(10): 1287 – 1307.
(黄一, 薛文超. 自抗扰控制: 思想、应用及理论分析 [J]. 系统科学与数学, 2012, 32(10): 1287 – 1307.)
- [2] HAN Jingqing. *Active Disturbance Rejection Control Technique — The Technique for Estimating and Compensating The Uncertainties* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008: 197 – 208.
(韩京清. 自抗扰控制技术——估计补偿不确定因素的控制技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 197 – 208.)
- [3] WANG Xinhua, LIU Jinkun. *Differentiator Design and Application — Signal Filtering and Differentiation* [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2010: 144 – 155.
(王新华, 刘金琨. 微分器设计及应用—信号滤波与求导 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2010: 144 – 155.)
- [4] SHAO Liwei, LIAO Xiaozhong, XIA Yuanqing, et al. Stability analysis and synthesis of third order discrete extended state observer [J]. *Information and Control*, 2008, 37(2): 135 – 139.
(邵立伟, 廖晓钟, 夏元清, 等. 三阶离散扩张状态观测器的稳定性分析及其综合 [J]. 信息与控制, 2008, 37(2): 135 – 139.)
- [5] WANG Yuhang, YAO Yu, MA Kemao. Error estimation of second order extended state observer [J]. *Journal of Jilin University*, 2010, 40(1): 143 – 147.
(王宇航, 姚郁, 马克茂. 二阶扩张状态观测器的误差估计 [J]. 吉林大学学报, 2010, 40(1): 143 – 147.)
- [6] ZHOU Linyang, WANG Shengjie. An improved ADRC based-on nonlinear arctangent function [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2013, 47(7): 1043 – 1048.
(周林阳, 王生捷. 基于反正切非线性函数的自抗扰控制 [J]. 上海交通大学学报, 2013, 47(7): 1043 – 1048.)
- [7] LI Shuqing, ZHANG Shengxiu, LIU Yanan, et al. Parameter-tuning in active disturbance rejection controller using time scale [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(1): 125 – 129.
(李述清, 张胜修, 刘毅男, 等. 根据系统时间尺度整定自抗扰控制器参数 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(1): 125 – 129.)
- [8] YANG Ming, DONG Chen, WANG Songyan, et al. Linear Extended state observer based on finite-time output feedback [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(1): 59 – 66.
(杨明, 董晨, 王松艳, 等. 基于有限时间输出反馈的非线性扩张状态观测器 [J]. 自动化学报, 2015, 41(1): 59 – 66.)
- [9] GUO B Z, ZHAO Z L. On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty [J]. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(6): 420 – 430.
- [10] GODBOLE A A, KOLHE J P, TALOLE S E. Performance analysis of generalized extended state observer in tackling sinusoidal disturbances [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(6): 2212 – 2223.
- [11] XIA Y, ZHU Z, FU M. Back-stepping sliding mode control for missile systems based on an extended state observer [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2011, 5(1): 93 – 102.
- [12] GODBOLE A A, LIBIN T R, TALOLE S E. Extended state observer-based robust pitch autopilot design for tactical missiles [J]. *Proceedings IMechE, Part G*, 2012, 226(12): 1482 – 1501.
- [13] KORI D K, KOLHE J P, TALOLE S E. Extended state observer based robust control of wing rock motion [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2014, 33(1): 107 – 117.
- [14] KANG Zhongjian, CHEN Xueyun. A design method of nonlinear extension state observer [J]. *Electric Machines and Control*, 2001, 5(3): 199 – 203.
(康忠健, 陈学允. 非线性扩张状态观测器的一种设计方法 [J]. 电机与控制学报, 2001, 5(3): 199 – 203.)
- [15] YANG Wanlu, LIANG Lihua, TENG Guilan. Stability analysis for nonlinear systems [J]. *Journal of Tianjin University*, 1995, 28(6): 759 – 764.
(杨万禄, 梁立华, 滕桂兰. 非线性系统稳定性问题分析 [J]. 天津大学学报, 1995, 28(6): 759 – 764.)

作者简介:

于洪国 (1982–), 男, 博士研究生, 讲师, 主要研究方向为电力系统分析与控制, E-mail: yhongg@163.com;

康忠健 (1971–), 男, 博士生导师, 教授, 主要研究方向为电力系统分析与控制, E-mail: kangzjzh@163.com;

陈瑶 (1990–), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统分析与控制, E-mail: xingchenyao@yeah.net.