

输入饱和与姿态受限的四旋翼无人机反步姿态控制

魏青铜, 陈 谋[†], 吴庆宪

(南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 本文针对四旋翼无人机研究了鲁棒反步姿态控制策略。由于四旋翼无人机结构复杂, 其非线性数学模型难以精确建立, 因此在控制器设计过程中需要综合考虑模型不确定性、未知外部干扰、输入饱和以及姿态受限等因素。针对模型中的不确定项, 使用神经网络进行逼近; 对于外部未知干扰, 使用非线性干扰观测器进行补偿; 使用双曲正切函数逼近饱和函数, 解决输入饱和问题; 同时使用界限Lyapunov函数设计控制器, 确保姿态满足限制条件。最后, 设计四旋翼无人机反步姿态控制器, 并根据Lyapunov稳定性定理证明了闭环控制系统的有界稳定。仿真结果表明了所研究控制方法的有效性。

关键词: 四旋翼无人机; 反步; 非线性干扰观测器; 神经网络; 受限控制

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Backstepping-based attitude control for a quadrotor UAV with input saturation and attitude constraints

WEI Qing-tong, CHEN Mou[†], WU Qing-xian

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

Abstract: We investigate the robust backstepping-based attitude control strategy for a quadrotor unmanned aircraft vehicle (UAV). Because of its complex structure, a nonlinear mathematical model of UAV is difficult to be built accurately. Thus, in the process of controller design, we need to consider the following factors comprehensively: model uncertainties, unknown external disturbances, input saturations and attitude constraints. A neural network (NN) method is employed to estimate the model uncertainties of the system; the nonlinear disturbance observer is introduced to compensate for the external disturbances; the hyperbolic tangent function is used to approximate the saturation function for solving the input saturation problem. In designing the controller, we use the barrier Lyapunov function (BLF) to guarantee the constraints of the attitude. Finally, a backstepping-based controller is developed to control the attitude of the quadrotor UAV. The closed-loop control system is proved to be uniformly bounded by using Lyapunov stability theory. Simulation results are given to demonstrate the effectiveness of the proposed control strategy.

Key words: quadrotor UAV; backstepping; nonlinear disturbance observer; neural networks; limited control

1 引言(Introduction)

随着传感器和执行机构的持续进步和完善, 无人机得以飞速发展。垂直起降(vertical take off and landing, VTOL)无人机作为无人机领域特殊的一类, 因其具有小区域搜索和高机动性得到了广泛研究与应用。相比于传统的单旋翼无人机的复杂结构, 四旋翼无人机仅由四个旋翼产生的推力来驱动机体, 结构简单^[1]。四旋翼无人机在执行近地面环境(如室内、城区和隧道等)的监视、侦察等任务时具有独特的优势, 其应用

前景广阔^[2]。因此, 外形新颖、结构简单、成本低廉、性能卓越以及飞行控制方式独特(通过控制四个旋翼的转速, 实现飞行控制)的四旋翼无人机^[2], 成为国内外的研究热点之一。

四旋翼无人机是一个具有六自由度(3个方向的位移和绕三轴的转动)和4个输入(4个旋翼的转速)的欠驱动系统(underactuated system)^[3]。它具有多变量、非线性、强耦合和干扰敏感的特性^[4], 飞行控制系统的设计难度较大。此外, 若考虑模型不确定性的影响, 控

收稿日期: 2015-05-30; 录用日期: 2015-08-26.

[†]通信作者. E-mail: chenmou@nuaa.edu.cn; Tel.: +86 25-84893084.

国家自然科学基金项目(61573184, 61374212), 江苏省自然科学基金项目(SBK20130033), 教育部博士点基金(20133218110013), 江苏省六大高峰人才项目(2012-XXRJ-010), 南京航空航天大学研究生创新基地开放基金项目(kfj20130206)资助。

Supported by National Natural Science Foundation of China (61573184, 61374212), Jiangsu Natural Science Foundation (SBK20130033), Doctoral Program of Higher Education of China (20133218110013), Six Talents Peak Project of Jiangsu Province (2012-XXRJ-010) and Foundation of Graduate Innovation Center in NUA A (kfj20130206).

制系统会变得更加复杂. 四旋翼无人机控制系统中, 姿态控制是整个飞行控制的关键, 因为四旋翼无人机的姿态与位置存在直接耦合关系^[1], 如果能精确控制飞行器姿态, 其位置与速度控制问题将迎刃而解. 因此, 研制既能精确控制飞行器姿态, 又具有较强抗干扰和环境自适应能力的姿态控制器是四旋翼无人机飞行控制系统亟待解决的问题.

近年来, 国内外学者对四旋翼无人机的姿态控制做了大量的研究. 文献[5-6]介绍了四旋翼无人机的PID(proportion, integration and differentiation)控制方法和LQR(linear quadratic regulator)控制方法. 由于四旋翼无人机通常处于受扰运动状态, 上述两种线性控制方法抗干扰能力较差. 文献[7]介绍了四旋翼无人机的动态逆控制方法, 该方法对与系统模型参数摄动和外界干扰的抑制能力较差, 因此在考虑模型不确定性情况下, 需要通过多种手段来改进系统的鲁棒性, 例如使用模糊逻辑系统和神经网络来逼近模型不确定性. 滑模控制^[8]是四旋翼无人机控制中常用的方法之一, 其突出优点是可以实现滑动模态与系统的外干扰和参数摄动完全无关, 但是理想的滑动模态是不存在的, 实际的的滑动模态控制均伴随着抖振, 抖振问题是影响滑模控制广泛应用的主要障碍. 针对严格反馈形式的四旋翼无人机姿态模型, 使用反步法设计四旋翼无人机姿态控制器简单易行, 且具有一定的抗干扰能力^[9]. 此外, 四旋翼无人机的模糊控制^[10]和神经网络控制^[11]等智能控制方法也逐渐成为四旋翼无人机控制领域的研究热点之一.

在实际飞行过程中, 常常需要无人机做出较大的机动飞行, 所需的控制量往往会超出执行器所能提供的最大输出(执行器的饱和特性), 会降低实际飞行控制性能, 严重时可能会导致整个系统的失稳, 因此, 在飞行控制中需要考虑执行器饱和的影响. 另外, 为了保证四旋翼无人机的正常飞行任务, 其飞行姿态变化常常在一定的范围内, 在控制器设计中也应当考虑姿态系统的输出受限问题. 文献[12]针对带有输入饱和的多输入多输出系统, 结合反步法设计了自适应跟踪控制器, 并证明了在该控制器作用下, 闭环系统半全局一致有界稳定. 文献[13]对多输入多输出船舶系统的输出受限问题进行研究, 利用界限Lyapunov函数结合反步法设计控制律, 并用神经网络来逼近未知模型参数和干扰项. 文献[14]针对单输入单输出严格反馈系统, 同时考虑输入饱和与输出受限问题, 设计了自适应模糊输出反馈控制器.

受文献[14]的启发, 并结合文献[12]和文献[13]的多输入多输出非线性系统控制器设计方法, 本文研究了四旋翼无人机系统在存在建模不确定性和外部未知干扰, 并存在输入饱和情况下的四旋翼无人机姿态受限问题. 论文的主要的工作如下: 针对姿态模型中

的不确定项, 使用神经网络进行逼近; 针对外部干扰, 设计非线性干扰观测器对干扰进行补偿; 针对输入饱和, 使用双曲正切函数逼近饱和函数; 针对输出受限问题, 使用界限Lyapunov函数设计控制器, 保证姿态满足限制条件. 综合考虑以上各项, 设计四旋翼无人机反步姿态控制器. 同时, 将姿态受限与未受限的仿真结果进行比较, 比较结果表明该控制方法的有效性和优越性.

2 问题描述(Problem description)

2.1 四旋翼姿态模型(Quadrotor attitude model)

四旋翼无人机是通过调整旋翼的转速来改变飞行姿态和高度, 不需要自动倾斜器辅助^[1]. 其结构示意图见图1. 图示的四旋翼无人机以X-型模式进行飞行, 即旋翼1和旋翼2作为无人机的头部, 旋翼3和旋翼4作为尾部. X-型飞行模式的优点是无人机在做机动时总有两个旋翼提供偏转力矩, 避免飞行过程中旋翼负载过大导致旋翼损坏. 图中OXYZ是四旋翼无人机的机体坐标系, $\Theta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ 表示无人机姿态角向量, 其中 ϕ , θ 和 ψ 分别代表无人机的滚转角、俯仰角和偏航角, F_i ($i = 1, 2, 3, 4$)表示第*i*个旋翼产生的推力, M_i ($i = 1, 2, 3, 4$)是第*i*个旋翼产生的力矩, ω_i ($i = 1, 2, 3, 4$)为第*i*个旋翼的转速^[3].

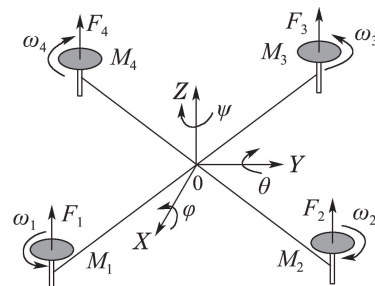


图1 四旋翼无人机结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of quadrotor UAV

根据文献[15], 四旋翼无人机的动力学方程如下:

$$\frac{d}{dt}(J\Omega) = \tau, \quad (1)$$

式中: $\Omega = [p \ q \ r]^T$ 表示四旋翼无人机的姿态角速度向量, 其中 p , q 和 r 分别代表无人机的滚转角速度、俯仰角速度和偏航角速度. $J = \text{diag}\{j_x, j_y, j_z\}$ 表示四旋翼无人机的转动惯量矩阵, 其中 j_x , j_y 和 j_z 分别表示无人机相对于OX, OY和OZ三轴的转动惯量. τ 表示四旋翼无人机受到的总力矩, 包括气动力矩和回转力矩. 假设到四旋翼无人机是对称的刚体, 那么其在X和Y方向的转动惯量相等. 此外, 由旋翼产生的回转力矩忽略不计, 文献[16-17]详细论述了该简化的影响.

气动力矩主要由滚转力矩 τ_ϕ 、俯仰力矩 τ_θ 和偏航

力矩 τ_ψ 组成, 形式如下^[3]:

$$\begin{cases} \tau_\phi = l(-F_1 + F_2 + F_3 - F_4), \\ \tau_\theta = l(F_1 + F_2 - F_3 - F_4), \\ \tau_\psi = M_1 - M_2 + M_3 - M_4, \end{cases} \quad (2)$$

其中: l 是四旋翼无人机机体中心到旋翼的距离. F_i ($i = 1, 2, 3, 4$)和 M_i ($i = 1, 2, 3, 4$)的形式如下:

$$\begin{cases} F_i = c\omega_i^2, \\ M_i = c_\psi\omega_i^2, \end{cases} \quad (3)$$

其中: ω_i ($i = 1, 2, 3, 4$)表示对应旋翼的转速, c 表示旋翼升力系数, c_ψ 表示四旋翼无人机的反扭矩系数.

四旋翼无人机的转动运动学方程如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}. \quad (4)$$

由式(1)-(4)可得四旋翼无人机的姿态模型如下:

$$\begin{cases} \dot{\phi} = p + q \sin\phi \tan\theta + r \cos\phi \tan\theta, \\ \dot{\theta} = q \cos\phi - r \sin\phi, \\ \dot{\psi} = q \frac{\sin\phi}{\cos\theta} + r \frac{\cos\phi}{\cos\theta}, \\ \dot{p} = \frac{\tau_\phi}{j_x}, \dot{q} = \frac{\tau_\theta}{j_y}, \dot{r} = \frac{\tau_\psi}{j_z}. \end{cases} \quad (5)$$

对式(5)求导可得

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = (\sin\phi \tan\theta) \frac{\tau_\theta}{j_y} + (\cos\phi \tan\theta) \frac{\tau_\psi}{j_z} + \frac{\tau_\phi}{j_x} + \dot{\phi}\dot{\theta} \tan\theta + \frac{\dot{\psi}\dot{\theta}}{\cos\theta}, \\ \ddot{\theta} = (\cos\phi) \frac{\tau_\theta}{j_y} - (\sin\phi) \frac{\tau_\psi}{j_z} - \dot{\phi}\dot{\psi} \cos\theta, \\ \ddot{\psi} = \left(\frac{\sin\phi}{\cos\theta}\right) \frac{\tau_\theta}{j_y} + \left(\frac{\cos\phi}{\cos\theta}\right) \frac{\tau_\psi}{j_z} + \frac{\dot{\phi}\dot{\theta}}{\cos\theta} + \dot{\psi}\dot{\theta} \tan\theta. \end{cases} \quad (6)$$

令 $Y_1 = X_1 = [\phi \ \theta \ \psi]^T$, $X_2 = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$, 根据式(6), 并考虑模型不确定性, 四旋翼无人机姿态模型可以写成

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2, \\ \dot{X}_2 = F(X) + \Delta F(X) + G(X)u(t) + \Delta G(X)u(t) + d(t), \\ Y = X_1, \end{cases} \quad (7)$$

其中: $u(t) = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [\tau_\phi \ \tau_\theta \ \tau_\psi]^T$ 表示四旋翼无人机模型的输入向量, $d(t) = [d_p \ d_q \ d_r]^T$ 表示未知外部干扰. $\Delta F(X)$ 和 $\Delta G(X)$ 为模型不确定项.

$F(X)$ 和 $G(X)$ 的形式如下:

$$F(x) = \begin{bmatrix} \dot{\phi}\dot{\theta} \tan\theta + \frac{\dot{\psi}\dot{\theta}}{\cos\theta} \\ -\dot{\phi}\dot{\psi} \cos\theta \\ \frac{\dot{\phi}\dot{\theta}}{\cos\theta} + \dot{\psi}\dot{\theta} \tan\theta \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$G(x) = J^{-1} \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

这里, 姿态模型的输入信号为作用在3个轴上的力矩. 实际飞行过程中, 四旋翼无人机旋翼提供的力矩是有界的. 考虑控制输入的饱和函数形式如下^[14]:

$$u(t) = \text{sat}(v_i(t)) = \begin{cases} \text{sat}(v_i(t))u_{iM}, & |v_i(t)| \geq u_{iM}, \\ v_i(t), & |v_i(t)| < u_{iM}, \end{cases} \quad (10)$$

其中: v_i ($i = 1, 2, 3$)是系统第 i 个控制输入, u_{iM} ($i = 1, 2, 3$)是系统第 i 个控制输入的上界.

根据式(7)和式(10), 考虑模型不确定性和输入饱和的四旋翼无人机姿态模型可写为

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2, \\ \dot{X}_2 = F(X) + \Delta F(X) + G(X)\text{sat}(v(t)) + \Delta G(X)\text{sat}(v(t)) + d(t), \\ Y = X_1, \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\text{sat}(v(t)) = \text{sat}[v_1(t) \ v_2(t) \ v_3(t)]^T$ 是系统饱和输入.

使用双曲正切函数 $h(v_i)$ ($i = 1, 2, 3$)逼近式(10)的饱和函数, 形式如下:

$$h(v_i) = u_{iM} \tanh\left(\frac{v_i}{u_{iM}}\right) = \frac{u_{iM} (e^{v_i/u_{iM}} - e^{-v_i/u_{iM}})}{e^{v_i/u_{iM}} + e^{-v_i/u_{iM}}}. \quad (12)$$

根据式(10)和式(12), 误差项 $\Delta(v_i)$ ($i = 1, 2, 3$)如下:

$$\Delta(v_i) = \text{sat}(v_i(t)) - h(v_i). \quad (13)$$

由于饱和函数 $\text{sat}(v_i(t))$ 和双曲正切函数 $h(v_i)$ 都是有界的, 那么 $\Delta(v_i)$ 也是有界的, 形式如下^[14]:

$$|\Delta(v_i)| = |\text{sat}(v_i(t)) - h(v_i)| \leq u_{iM}(1 - \tanh(1)). \quad (14)$$

对 $h(v_i(t))$ 使用拉格朗日中值定理可得^[18]

$$h(v_i(t)) = h(v_i^0) + \frac{\partial h(v_i)}{\partial v_i} \Big|_{v_i=v_i^{\mu_i}} (v_i - v_i^0), \quad (15)$$

其中: $v_i^{\mu_i} = \mu_i v_i + (1 - \mu_i)v_i^0$, $\mu_i \in (0, 1)$, $i = 1, 2, 3$.

令 $v_i^0 = 0$, 得

$$h(v_i(t)) = h(v_i^0) + \frac{\partial h(v_i)}{\partial v_i} \Big|_{v_i=v_i^{\mu_i} v_i}. \quad (16)$$

由 $h(v_i^0) = h(0) = 0$, 式(16)可写成

$$h(v_i(t)) = \frac{\partial h(v_i)}{\partial v_i} \Big|_{v_i=v_i^{\mu_i} v_i}. \quad (17)$$

令

$$H(v) = \text{diag} \left(\begin{array}{c} \frac{\partial h(v_1)}{\partial v_1} \Big|_{v_1=v_1^{\mu_1}} \\ \frac{\partial h(v_2)}{\partial v_2} \Big|_{v_2=v_2^{\mu_2}} \\ \frac{\partial h(v_3)}{\partial v_3} \Big|_{v_3=v_3^{\mu_3}} \end{array} \right). \quad (18)$$

定义

$$\begin{cases} \bar{G}(X) = G(X)H(v), \\ P(X, v) = \Delta F(X) + \Delta G(X)\text{sat}(v(t)) + \\ G(X)\Delta(v), \end{cases} \quad (19)$$

四旋翼无人机的姿态模型如下:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2, \\ \dot{X}_2 = F(X) + \bar{G}(X)v + P(X, v) + d(t), \\ Y = X_1. \end{cases} \quad (20)$$

本文针对式(20)所示的四旋翼无人机姿态模型, 综合考虑模型不确定、外部干扰、输入饱和以及姿态限制等因素, 设计反步控制器, 使得四旋翼无人机的姿态 Y 能够有效跟踪给定的期望姿态 Y_d , 同时保证无人机姿态满足给定限制条件.

2.2 转速逆变器(Rotational speed inverter)

四旋翼无人机通常使用直流电机来驱动, 根据式(2)–(3)可得控制力矩与旋翼转速的转换关系如下:

$$\begin{cases} T_0 = c(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2), \\ \tau_\phi = lc(-\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2), \\ \tau_\theta = lc(\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2), \\ \tau_\psi = c_\psi(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2). \end{cases} \quad (21)$$

那么转速逆变器形式如下:

$$\begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \frac{1}{c} & -\frac{1}{lc} & \frac{1}{lc} & \frac{1}{c_\psi} \\ \frac{1}{c} & \frac{1}{lc} & \frac{1}{lc} & -\frac{1}{c_\psi} \\ \frac{1}{c} & \frac{1}{lc} & -\frac{1}{lc} & \frac{1}{c_\psi} \\ \frac{1}{c} & -\frac{1}{lc} & -\frac{1}{lc} & -\frac{1}{c_\psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_0 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

其中: $w_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 表示第 i 个电机的转速, $[u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [\tau_\phi \ \tau_\theta \ \tau_\psi]^T$ 表示控制输入, T_0 是4个旋翼产生的总推力. 当系统处于悬停状态时, 总推力 T_0 与四旋翼无人机的重力 G 相等.

3 反步姿态控制策略(Backstepping attitude scheme)

本节对式(20)的四旋翼无人机姿态系统设计反步控制策略, 需要用到的引理和假设如下:

引理 1^[18] 使用径向基函数神经网络(radial basis function neural network, RBFNN)逼近连续函数 $f(X) : \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}$, 形式如下:

$$f(Z) = W^T \Phi(X) + \epsilon, \quad (23)$$

其中: $X = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_q]^T \in \mathbb{R}^q$ 为神经网络的输入向量, $W \in \mathbb{R}^q$ 为神经网络的权值向量, $\Phi(X) = [\Phi_1(X) \ \Phi_2(X) \ \dots \ \Phi_q(X)]^T \in \mathbb{R}^q$ 为基函数, ϵ 为估计误差且满足

$$|\epsilon| \leq \bar{\epsilon}, \quad (24)$$

其中 $\bar{\epsilon} > 0$ 是估计误差的上界.

引理 2^[19] 定义开集 $\mathbb{N} = \mathbb{R}^l \times Z \subset \mathbb{R}^{l+1}$ 以及区间 $Z = \{e \in \mathbb{R} : -K_b < e < K_b\} \subset \mathbb{R}, K_b \in \mathbb{R}^+$, 考虑系统

$$\dot{\zeta} = h(t, \zeta), \quad (25)$$

其中: $\zeta = [\omega \ \chi]^T \in \mathbb{N}$ 与 $h = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^{l+1}$ 分段连续于 t , 局部Lipschitz于 ζ 且一致于 t 和 $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{N}$. 假设存在连续可微的正定函数 $U : \mathbb{R}^l \rightarrow \mathbb{R}^+$ 和 $V_1 : Z \rightarrow \mathbb{R}^+$ 满足

$$\begin{cases} \lim_{|e| \rightarrow K_b} V_1(e) = \infty, \\ \mu_1(\|\omega\|) \leq U(\omega) \leq \mu_2(\|\omega\|), \end{cases} \quad (26)$$

其中 $\mu_1(\cdot)$ 和 $\mu_2(\cdot)$ 均为 K_∞ 类函数.

令 $V(\zeta) = V_1(e) + U(\omega)$ 及 $x(0) \in Z$, 若满足不等式

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial \zeta} h \leq 0, \quad (27)$$

那么对于任意 $t \in \mathbb{R}^+$, 有 $e(t) \in Z$.

引理 3^[20] 对于初始条件有界的系统, 若存在一个 C^1 连续且正定的Lyapunov函数 $V(x)$ 满足 $\|\pi_1\| \leq V(x) \leq \|\pi_2\|$, 如 $\dot{V}(x) \leq -c_1 V(x) + c_2$, 其中 $\pi_1, \pi_2 : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 是 K_∞ 类函数且 c_1, c_2 为正常数, 那么系统的解 $x(t)$ 一致有界.

假设 1 对于不确定多输入多输出非线性系统(20)中存在的外部干扰, 存在未知正常数 β 和 η 使得 $\|d(t)\| \leq \beta$ 和 $\|\dot{d}(t)\| \leq \eta$ 成立.

假设 2^[19] 对于所有的 $t > 0$, 存在已知常数 Δ_0 和 Δ_1 满足 $\|Y_d(t)\| \leq \Delta_0, \|\dot{Y}_d(t)\| \leq \Delta_1$.

3.1 神经网络逼近(Neural network approximation)

根据式(19)–(20), 由于系统模型不确定项 $\Delta F(X)$ 和 $\Delta G(X)$ 未知, 那么 $P(X, v)$ 也是未知的. 本文使用

神经网络干扰观测器对 $L^{-1}P(X, v)$ 进行逼近, 设计辅助系统如下^[21]:

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = -\Gamma\lambda + \gamma(X, v, \hat{W}), \\ \gamma(X, v, \hat{W}) = \Gamma X_2 + F(X) + \bar{G}(X)v + \\ L^{-1}\hat{W}^T\Phi(X) + \hat{D}, \end{cases} \quad (28)$$

其中: $\lambda \in \mathbb{R}^3$ 是辅助系统的状态向量, $\Gamma = \Gamma^T > 0$ 与 $L = L^T > 0$ 均为系统待设计参数, \hat{D} 是未知复合干扰 D 的估计, $\hat{W}^T\Phi(X)$ 是函数 $P(X, v)$ 的神经网络估计, \hat{W} 是RBFNN最优权值的估计.

根据引理1, $P(X, v)$ 可以写成如下形式:

$$P(X, v) = W^T\Phi(X) + \varepsilon, \quad (29)$$

其中 ε 是RBFNN估计误差. RBFNN可以使得估计误差 ε 任意小.

姿态系统(20)变为

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2, \\ \dot{X}_2 = F(X) + \bar{G}(X)v + \\ L^{-1}W^T\Phi(X) + L^{-1}\varepsilon + d(t). \end{cases} \quad (30)$$

定义 $D(t) = L^{-1}\varepsilon + d(t)$, 式(30)可以写成

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2, \\ \dot{X}_2 = F(X) + \bar{G}(X)v + \\ L^{-1}W^T\Phi(X) + D(t). \end{cases} \quad (31)$$

定义

$$e_f = x_2 - \lambda. \quad (32)$$

根据式(28)和式(32)有

$$\dot{e}_f = -\Gamma e_f + L^{-1}\tilde{W}^T\Phi(X) + \tilde{D}, \quad (33)$$

其中: $\tilde{W} = W - \hat{W}$, $\tilde{D} = D - \hat{D}$.

根据式(33)可得

$$\begin{aligned} e_f^T \dot{e}_f &= -e_f^T \Gamma e_f + e_f^T L^{-1} \tilde{W}^T \Phi(X) + e_f^T \tilde{D} \leq \\ & -e_f^T (\Gamma - 0.5I_{3 \times 3}) e_f + \\ & e_f^T L^{-1} \tilde{W}^T \Phi(X) + 0.5 \|\tilde{D}\|^2. \end{aligned} \quad (34)$$

若 e_f 和 \tilde{D} 收敛, 那么 $\hat{W}^T\Phi(X)$ 为 $W^T\Phi(X)$ 的神经网络逼近.

3.2 非线性干扰观测器(Nonlinear disturbance observer)

使用非线性干扰观测器估计式(31)中的 $D(t)$, 设计辅助系统如下^[21]:

$$\begin{cases} \dot{\hat{D}} = L(x_2 - z), \\ \dot{z} = F(X) + \bar{G}(X)v + L^{-1}\hat{W}^T\Phi(X) + \hat{D}, \end{cases} \quad (35)$$

其中 $L = L^T > 0$ 是待设计干扰观测器参数.

对 \hat{D} 求导有

$$\dot{\hat{D}} = L(\dot{x}_2 - \dot{z}) = L\tilde{D} + \tilde{W}^T\Phi(X), \quad (36)$$

其中: $\tilde{D} = D - \hat{D}$, $\tilde{W} = W - \hat{W}$.

根据式(36)可得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{D}} &= \dot{D} - \dot{\hat{D}} = \dot{D} - L(\dot{x}_2 - \dot{z}) = \\ & \dot{D} - L\tilde{D} - \tilde{W}^T\Phi(X). \end{aligned} \quad (37)$$

由式(37)可得

$$\tilde{D}^T \dot{\tilde{D}} = \tilde{D}^T \dot{D} - \tilde{D}^T L \tilde{D} - \tilde{D}^T \tilde{W}^T \Phi(X). \quad (38)$$

对式(38)最后一项, 有以下不等式成立

$$\begin{aligned} -\tilde{D}^T \tilde{W}^T \Phi(X) &\leq \|\tilde{D}\| \|\tilde{W}\| \|\Phi(X)\| \leq \\ & 0.5\xi\tau^2 \|\tilde{D}\|^2 + \frac{1}{2\xi} \|\tilde{W}\|^2, \end{aligned} \quad (39)$$

其中 $\|\Phi(X)\| \leq \tau$ 且 $\xi > 0$.

由于 $D(t) = L^{-1}\varepsilon + d(t)$, 根据假设1和引理1中神经网络的性质可知 $\dot{d}(t)$ 和 $\|\varepsilon\|$ 均有界, 那么 $\dot{D}(t)$ 也是有界的. 即对于式(31)中存在的未知复合干扰, 存在未知正常数 ρ 使得 $\|\dot{D}(t)\| \leq \rho$ 成立.

根据式(38)和式(39)得

$$\begin{aligned} \tilde{D}^T \dot{\tilde{D}} &\leq 0.5 \|\tilde{D}\|^2 + 0.5 \|\dot{D}\|^2 - \tilde{D}^T L \tilde{D} + \\ & 0.5\xi\tau^2 \|\tilde{D}\|^2 + \frac{1}{2\xi} \|\tilde{W}\|^2 \leq \\ & -\tilde{D}^T (L - (0.5 + 0.5\xi\tau^2)I_{3 \times 3}) \tilde{D} + \\ & 0.5\rho^2 + \frac{1}{2\xi} \|\tilde{W}\|^2. \end{aligned} \quad (40)$$

3.3 反步控制策略(Backstepping scheme)

针对四旋翼无人机姿态角受限问题, 使用界限Lyapunov函数结合反步法设计四旋翼无人机的姿态控制器.

定义 1^[13] 令 R 为一个包含原点的开区域, 界限Lyapunov函数(barrier Lyapunov function, BLF) $V(x)$ 为定义在 R 上关于系统 $\dot{x} = f(x)$ 的标量函数, 它具有以下特性:

- 1) 光滑、正定;
- 2) 在 R 上的每个点的一阶连续偏导数存在;
- 3) 当 x 趋向 R 的边界时, $V(x) \rightarrow \infty$;
- 4) 当 $x(0) \in R$ 时, 对于所有的 $t > 0$, $V(x(t)) \leq b$, 其中 b 为某个正常数.

定义

$$\begin{cases} e_1 = X_1 - Y_d, \\ e_2 = X_2 - \dot{Y}_d - \alpha, \end{cases} \quad (41)$$

其中: Y_d 是四旋翼无人机的期望姿态角, α 为待设计的虚拟控制律.

本文选择对称界限Lyapunov函数形式如下^[22]:

$$V_1 = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} \ln \frac{K_{bi}^2}{K_{bi}^2 - e_{1i}^2}, \quad (42)$$

其中: $\ln(\cdot)$ 表示 \cdot 的自然对数, K_{bi} 表示 e_{1i} 的界限, 即 $|e_{1i}| < K_{bi}$, $i = 1, 2, 3$. 对称界限Lyapunov函数形式

见图2.

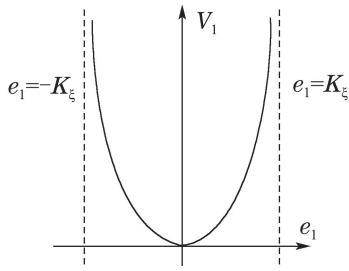


图2 界限Lyapunov函数示意图

Fig. 2 Schematic illustration of barrier Lyapunov function

根据式(42)有

$$V_1 = \frac{1}{2} \ln \frac{K_b^T I_\phi K_b}{K_b^T I_\phi K_b - e_1^T I_\phi e_1} + \frac{1}{2} \ln \frac{K_b^T I_\theta K_b}{K_b^T I_\theta K_b - e_1^T I_\theta e_1} + \frac{1}{2} \ln \frac{K_b^T I_\psi K_b}{K_b^T I_\psi K_b - e_1^T I_\psi e_1}, \quad (43)$$

其中: $e_1 = [e_{11} \ e_{12} \ e_{13}]^T$ 表示姿态误差向量, $K_b = [K_{b1} \ K_{b2} \ K_{b3}]^T$ 为姿态误差界限, $I_\phi = \text{diag}\{1, 0, 0\}$, $I_\theta = \text{diag}\{0, 1, 0\}$, $I_\psi = \text{diag}\{0, 0, 1\}$.

注1 实际应用中, 往往给定了四旋翼无人机姿态界限 K_c 及期望姿态的界限向量 Δ (其中 $\|\Delta\| = \Delta_0$), 此时界限 Lyapunov 函数的参数 $K_b = K_c - \Delta$.

由 $|e_{1i}| < K_{bi} (i=1, 2, 3)$, 可得 V_1 正定且 C^1 连续. 因此, V_1 的导数如下:

$$\dot{V}_1 = \frac{e_1^T I_\phi \dot{e}_1}{K_b^T I_\phi K_b - e_1^T I_\phi e_1} + \frac{e_1^T I_\theta \dot{e}_1}{K_b^T I_\theta K_b - e_1^T I_\theta e_1} + \frac{e_1^T I_\psi \dot{e}_1}{K_b^T I_\psi K_b - e_1^T I_\psi e_1}. \quad (44)$$

对 e_1 微分, 可得

$$\dot{e}_1 = \dot{X}_1 - \dot{Y}_d = X_2 - \dot{Y}_d = e_2 + \alpha. \quad (45)$$

虚拟控制律 α 设计形式如下:

$$\alpha = -(K_b^T K_b - e_1^T e_1) K_1 e_1, \quad (46)$$

其中 $K_1 = K_1^T > 0$ 为待设计参数.

将式(46)代入式(45), 可得

$$\dot{e}_1 = e_2 - (K_b^T K_b - e_1^T e_1) K_1 e_1. \quad (47)$$

考虑式(47), V_1 的导数可写为

$$\dot{V}_1 = -3e_1^T K_1 e_1 + \frac{e_1^T I_\phi e_2}{K_b^T I_\phi K_b - e_1^T I_\phi e_1} + \frac{e_1^T I_\theta e_2}{K_b^T I_\theta K_b - e_1^T I_\theta e_1} + \frac{e_1^T I_\psi e_2}{K_b^T I_\psi K_b - e_1^T I_\psi e_1}. \quad (48)$$

令

$$\Xi = \frac{I_\phi}{K_b^T I_\phi K_b - e_1^T I_\phi e_1} + \frac{I_\theta}{K_b^T I_\theta K_b - e_1^T I_\theta e_1} + \frac{I_\psi}{K_b^T I_\psi K_b - e_1^T I_\psi e_1}. \quad (49)$$

式(48)写成

$$\dot{V}_1 = -3e_1^T K_1 e_1 + e_1^T \Xi e_2. \quad (50)$$

根据式(31)和式(41), e_2 对时间的导数如下:

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 &= \dot{X}_2 - \ddot{Y}_d - \dot{\alpha} = \\ &F(X) + \bar{G}(X)v + L^{-1}W^T \Phi(X) + \\ &D(t) - \ddot{Y}_d - \dot{\alpha}. \end{aligned} \quad (51)$$

四旋翼无人机的反步控制律设计为如下形式:

$$v = \bar{G}^{-1}(x)(\ddot{Y}_d + \dot{\alpha} - \Xi e_1 - K_2 e_2 - F(x) - L^{-1}\hat{W}^T \Phi(X) - \hat{D}). \quad (52)$$

注2 由式(19)可得 $\bar{G}(x) = G(x)H(x)$. 当四旋翼无人机姿态角在较小范围内变化时, 式(9)中 $G(x)$ 可逆; 同时, 由于双曲正切函数的导数始终为正, 因此式(18)中 $H(x)$ 是可逆的对角阵. 综上, $\bar{G}(x)$ 是可逆的.

考虑式(51)和式(52)可得到

$$\begin{aligned} e_2^T \dot{e}_2 &= -e_2^T K_2 e_2 + e_2^T L^{-1} \tilde{W} \Phi(X) + \\ &e_2^T \tilde{D} - e_2^T \Xi e_1 \leq \\ &-e_2^T (K_2 - 0.5I_{3 \times 3}) e_2 - e_2^T \Xi e_1 + \\ &e_2^T L^{-1} \tilde{W}^T \Phi(X) + 0.5 \|\tilde{D}\|^2, \end{aligned} \quad (53)$$

其中: $\tilde{W} = W - \hat{W}$, $\tilde{D} = D - \hat{D}$.

选择 \hat{W} 的自适应律如下:

$$\dot{\hat{W}} = \Lambda(\Phi(X)(e_f + e_2))^T L^{-1} + \sigma_0 \hat{W}, \quad (54)$$

其中: $\Lambda = \Lambda^T > 0$, $\sigma_0 > 0$ 为待设计参数.

综上, 选取 Lyapunov 函数形式如下:

$$V = V_1 + \frac{1}{2} e_2^T e_2 + \frac{1}{2} e_f^T e_f + \frac{1}{2} \tilde{D}^T \tilde{D} + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{W}^T \Lambda^{-1} \tilde{W}). \quad (55)$$

将式(34)(40)(53)代入式(55), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \\ &\dot{V}_1 + e_2^T \dot{e}_2 + e_f^T \dot{e}_f + \tilde{D}^T \dot{\tilde{D}} + \text{tr}(\tilde{W}^T \Lambda^{-1} \dot{\tilde{W}}) \leq \\ &-e_f^T (\Gamma - 0.5I_{3 \times 3}) e_f + e_f^T L^{-1} \tilde{W}^T \Phi(X) + \\ &0.5 \|\tilde{D}\|^2 - \tilde{D}^T (L - (0.5 + 0.5\xi\tau^2) I_{3 \times 3}) \tilde{D} + \\ &0.5\rho^2 + \frac{1}{2\xi} \|\tilde{W}\|^2 - 3e_1^T K_1 e_1 - \\ &e_2^T (K_2 - 0.5I_{3 \times 3}) e_2 + e_2^T L^{-1} \tilde{W}^T \Phi(X) + \\ &0.5 \|\tilde{D}\|^2 + \text{tr}(\tilde{W}^T \Lambda^{-1} \dot{\tilde{W}}). \end{aligned} \quad (56)$$

由 $\tilde{W} = W - \hat{W}$, 将式(54)代入式(56), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -3e_1^T K_1 e_1 - e_2^T (K_2 - 0.5I_{3 \times 3}) e_2 - \\ & \tilde{D}^T (L - (1.5 + 0.5\xi\bar{\tau}^2)I_{3 \times 3}) \tilde{D} - \\ & e_f^T (\Gamma - 0.5I_{3 \times 3}) e_f + 0.5\rho^2 - \\ & \sigma_0 \text{tr}(\tilde{W}^T \hat{W}) + \frac{1}{2\xi} \|\tilde{W}\|^2. \end{aligned} \quad (57)$$

考虑如下事实:

$$\begin{aligned} 2\text{tr}(\tilde{W}^T \hat{W}) = & \|\tilde{W}\|^2 + \|\hat{W}\|^2 - \|W\|^2 \geq \\ & \|\tilde{W}\|^2 - \|W\|^2. \end{aligned} \quad (58)$$

将式(58)代入式(57)得到

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -3e_1^T K_1 e_1 - e_2^T (K_2 - 0.5I_{3 \times 3}) e_2 - \\ & e_f^T (\Gamma - 0.5I_{3 \times 3}) e_f - \left(\frac{\sigma_0}{2} - \frac{1}{2\xi}\right) \|\tilde{W}\|^2 - \\ & \tilde{D}^T (L - (1.5 + 0.5\xi\bar{\tau}^2)I_{3 \times 3}) \tilde{D} + \\ & 0.5\rho^2 + \frac{\sigma_0}{2} \|W\|^2 \leq -\kappa V + C, \end{aligned} \quad (59)$$

其中:

$$\begin{aligned} \kappa = & \min\{\lambda_{\min}(3K_1), \lambda_{\min}(K_2 - 0.5I_{3 \times 3}), \\ & \lambda_{\min}(\Gamma - 0.5I_{3 \times 3}), \lambda_{\min}(L - (1.5 + \\ & \frac{2(\frac{\sigma_0}{2} - \frac{1}{2\xi})}{\lambda_{\max}(A^{-1})})I_{3 \times 3}), \lambda_{\min}(\frac{\sigma_0}{2} - \frac{1}{2\xi})\}, \\ C = & 0.5\rho^2 + \frac{\sigma_0}{2} \|W\|^2. \end{aligned}$$

为了保证闭环系统的稳定性, 控制器与辅助系统的参数矩阵 $K_1, K_2, \Gamma, A, L, \xi$ 以及 σ_0 应当满足

$$\begin{aligned} K_1 > 0, K_2 - 0.5I_{3 \times 3} > 0, \Gamma - 0.5I_{3 \times 3} > 0, \\ L - (1.5 + 0.5\xi\bar{\tau}^2)I_{3 \times 3} > 0, \frac{\sigma_0}{2} - \frac{1}{2\xi} > 0. \end{aligned}$$

由引理2、引理3和式(59)可得

$$0 \leq V \leq \frac{C}{\kappa} + (V(0) - \frac{C}{\kappa})e^{-\kappa t}. \quad (60)$$

由于姿态跟踪误差 $|e_{1i}| < K_{bi} (i=1, 2, 3)$, 且 $K_c = [K_{c1} \ K_{c2} \ K_{c3}]$, $\Delta = [\Delta_\phi \ \Delta_\theta \ \Delta_\psi]$, 以滚转角输出 Y_1 为例

$$\begin{aligned} |Y_1| = |Y_{1d} + e_{11}| & < |Y_{1d}| + |e_{11}| < \\ & \Delta_\phi + K_{b1} = K_{c1}. \end{aligned} \quad (61)$$

同理可得: $|Y_2| < K_{c2}, |Y_3| < K_{c3}$. 那么

$$Y = [Y_1 \ Y_2 \ Y_3]^T \leq [|Y_1| \ |Y_2| \ |Y_3|] < K_c. \quad (62)$$

由式(60)可知 V 是收敛的, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} V = C/\kappa$. 同时, 根据式(61)和式(62)可知四旋翼无人机姿态响应 Y 满足限制条件 K_c . 综上, 在式(52)的反步控制器 v 作用下四旋翼无人机的姿态控制系统是有界稳定的, 且姿态满足给定的限制条件.

4 仿真实验(Simulation verification)

本节使用MATLAB软件进行仿真实验, 验证本文所提算法的可行性, 四旋翼无人机姿态控制框图如图3所示, 其中转速逆变器的形式如式(22)所示, $\Theta_d = Y_d$ 为四旋翼无人机期望跟踪姿态.

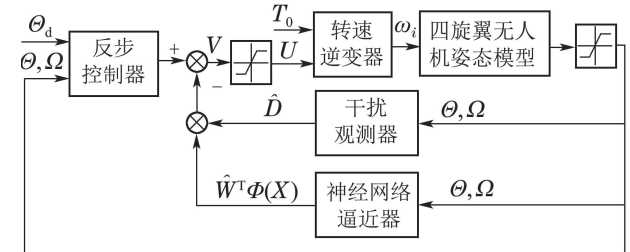


图 3 反步姿态控制结构图

Fig. 3 Backstepping attitude control structure

表1为四旋翼无人机姿态模型参数. 分别选择四旋翼无人机期望跟踪姿态(单位: $^\circ$)和外部干扰力矩(单位: Nm), 形式如下:

$$Y_d = \begin{bmatrix} 5 \sin(2t + 20^\circ) \\ 5 \cos(1.5t + 10^\circ) \\ 10 \sin(t + 40^\circ) \end{bmatrix}, \quad (63)$$

$$d(t) = \begin{bmatrix} -0.4361 \sin(1.6t + 30^\circ) \\ -0.4984 \sin(1.8t + 50^\circ) \\ -0.6720 \cos(2t + 20^\circ) \end{bmatrix}. \quad (64)$$

表 1 四旋翼无人机模型参数

Table 1 Quadrotor UAV model parameters

参数	值
重力 G	12 N
旋翼中心距 l	0.275 m
升力系数 c	$1.335 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{min/r}$
反扭矩系数 c_ϕ	$1.5 \times 10^{-8} \text{ N} \cdot \text{min/r}$
X轴转动惯量 j_x	$6.23 \times 10^{-3} \text{ Nm} \cdot \text{s}^2/\text{rad}$
Y轴转动惯量 j_y	$6.23 \times 10^{-3} \text{ Nm} \cdot \text{s}^2/\text{rad}$
Z轴转动惯量 j_z	$1.12 \times 10^{-2} \text{ Nm} \cdot \text{s}^2/\text{rad}$

四旋翼无人机模型不确定性选择如下:

$$\Delta F = 0.02 \begin{bmatrix} \sin \phi \\ \cos \theta \\ \cos \phi \end{bmatrix}, \quad (65)$$

$$\Delta G = 0.02 \begin{bmatrix} \sin \phi & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (66)$$

控制输入的饱和和向量 $u_M = [0.5 \ 0.5 \ 0.8]^T \text{ Nm}$, 期望姿态界限 $\Delta = [5 \ 5 \ 10]^T (^\circ)$, 实际姿态界限 $K_c = [5.1 \ 5.1 \ 10.1]^T (^\circ)$, 那么输出误差限制 $K_b = K_c - \Delta = [0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T (^\circ)$. 系统初始状态:

$$X_1(0) = [1.635 \ 4.874 \ 6.359]^T (^\circ),$$

$$X_2(0) = [0.01 \ 0.02 \ 0.015]^T (\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}).$$

参数选择为: $\Gamma = \text{diag}\{10, 10, 10\}$, $A = 10I_{13 \times 13}$, $L = \text{diag}\{40, 50, 50\}$, $\sigma_0 = 0.5I_{13 \times 13}$, $K_1 = \text{diag}\{100, 100, 100\}$, $K_2 = \text{diag}\{1400, 1400, 1500\}$.

为了验证控制器的有效性, 本文对四旋翼无人机的姿态受限和非受限分别进行了仿真实验, 两组仿真实验参数设定一致. 仿真结果如图4-9所示.

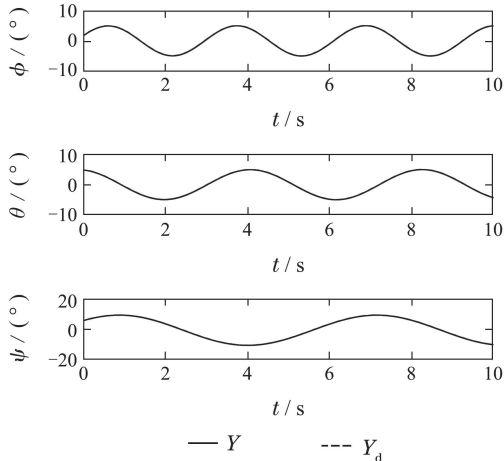


图4 实际输出Y与期望输出Y_d

Fig. 4 Comparison between actual output Y and desired output Y_d

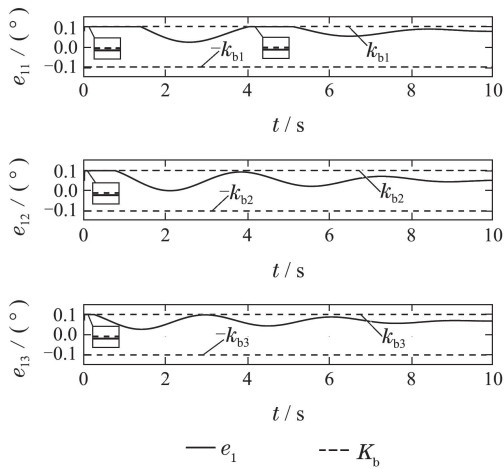


图5 跟踪误差e₁与误差界限K_b

Fig. 5 Tracking error e₁ and the boundary K_b

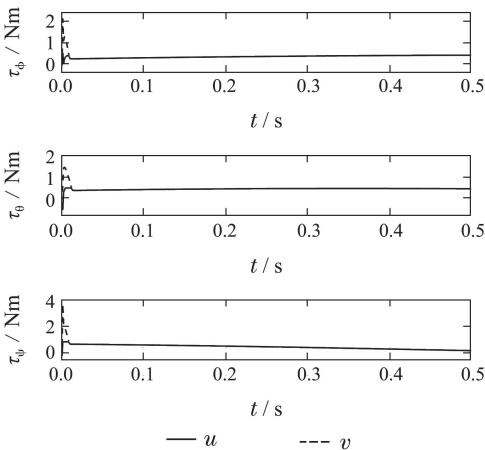


图6 控制输入v与饱和输入u

Fig. 6 Control input v and saturation control input u

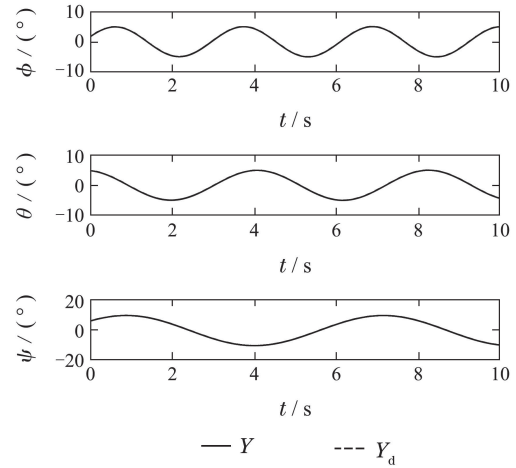


图7 未受限情况下实际输出Y与期望输出Y_d

Fig. 7 Comparison between actual output Y and desired output Y_d without constraints

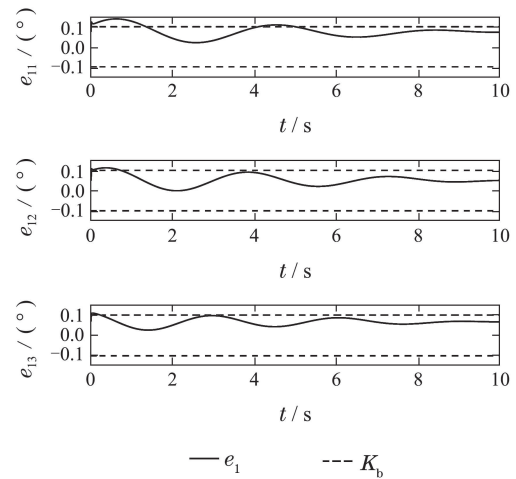


图8 未受限情况下跟踪误差e₁与误差界限K_b

Fig. 8 Tracking error e₁ and boundary K_b without constraints

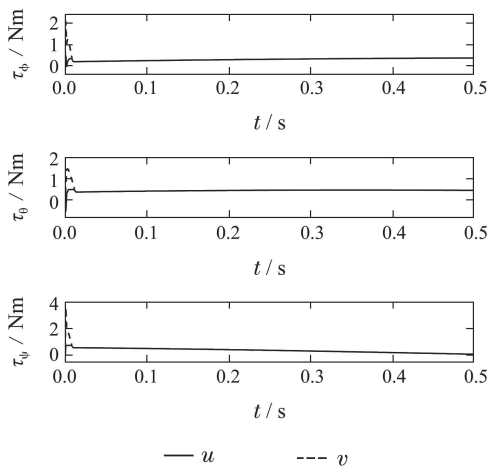


图9 未受限情况下控制输入v与饱和输入u

Fig. 9 Control input v and saturation control input u without constraints

图4和图7分别为姿态受限和非受限情况下四旋翼无人机期望跟踪姿态Y_d与实际姿态Y的对比图, 可以

看出: 在本文所设计的式(52)控制器作用下, 四旋翼无人机姿态跟踪精度较高, 基本不受外部干扰和模型不确定性的影响, 非线性干扰观测器与神经网络干扰观测器有效补偿了外部干扰和模型不确定性项. 图5为受限姿态跟踪误差的响应曲线, 显然, 姿态跟踪误差始终在误差界限 K_b 内变化, 跟踪误差有界, 由式(62)并结合图4可知四旋翼无人机的姿态响应在给定的姿态界限内, 系统姿态受限. 同时, 未受限的姿态跟踪误差如图8所示, 可以看出在仿真时间内部分姿态跟踪误差超出了误差界限. 图6和图9为姿态受限与非受限的控制输入 v 与饱和输入 u 对比图, 由图可知在加入非线性干扰观测器和神经网络干扰观测器后, 控制输入 v 有界收敛. 综上, 反步姿态控制器具有较好的跟踪性能和良好的鲁棒性, 且在考虑执行器饱和和特性的情况下, 四旋翼无人机姿态受限.

5 结论(Conclusions)

本文主要建立了四旋翼无人机的非线性模型, 考虑模型不确定性、外部干扰、输入饱和以及姿态受限等问题, 设计了反步姿态控制器, 并通过仿真验证了该方法的有效性. 结果表明: 该方法鲁棒性良好, 且在输入饱和情况下, 四旋翼无人机姿态始终在给定的姿态限制内变化.

参考文献(References):

- [1] BOLANDI H, REZAEI M, MOHSENIPOUR R, et al. Attitude control of a quadrotor with optimized PID controller [J]. *Intelligent Control and Automation*, 2013, 4(3): 335 – 342.
- [2] 聂博文, 马宏绪, 王剑, 等. 微小型四旋翼飞行器的研究现状与关键技术 [J]. *电光与控制*, 2007, 14(6): 113 – 117.
(NIE Bowen, MA Hongxu, WANG Jian, et al. Study on actualities and critical technologies of micro/mini quadrotor [J]. *Electronics Optics and Control*, 2007, 14(6): 113 – 117.)
- [3] OLFATI-SABER R. *Nonlinear control of underactuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles* [D]. Boston: Massachusetts Institute of Technology, 2000.
- [4] 杨荟僚, 姜斌, 张柯. 四旋翼直升机姿态系统的直接自修复控制 [J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(8): 1053 – 1060.
(YANG Huiliao, JIANG Bin, ZHANG Ke. Direct self-repairing control for four-rotor helicopter attitude systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(8): 1053 – 1060.)
- [5] BOUABDALLAH S, NOTH A, SIEGWART R. PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor [C] // *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference*. Sendai: IEEE, 2004, 3: 2451 – 2451.
- [6] RINALDI F, GARGIOLI A, QUAGLIOTTI F. PID and LQ regulation of a multicopter attitude: Mathematical modelling, simulations and experimental results [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2014, 73(1/2/3/4): 33 – 50.
- [7] LIN Q, CAI Z H, WANG Y X, et al. Adaptive flight control design for quadrotor UAV based on dynamic inversion and neural networks [C] // *Proceedings of International Conference on Instrumentation, Measurement, Computer, Communication and Control*. Shenyang: IEEE, 2013: 1461 – 1466.
- [8] ZHENG E H, XIONG J J, LUO J L. Second order sliding mode control for a quadrotor UAV [J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 1350 – 1356.
- [9] DAS A, LEWIS F, SUBBARAO K. Backstepping approach for controlling a quadrotor using lagrange form dynamics [J]. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2009, 56(1/2): 127 – 151.
- [10] SANTOS M, LOPEZ V, MORATA F. Intelligent fuzzy controller of a quadrotor [C] // *Proceedings of International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering*. Hangzhou: IEEE, 2010: 141 – 146.
- [11] VOOS H. Nonlinear and neural network-based control of a small four-rotor aerial robot [C] // *Proceedings of IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*. Zurich: IEEE, 2007: 1 – 6.
- [12] CHEN M, GE S S, REN B. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems with input constraints [J]. *Automatica*, 2011, 47(3): 452 – 465.
- [13] ZHAO Z, HE W, GE S S. Adaptive neural network control of a fully actuated marine surface vessel with multiple output constraints [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, 22(4): 1536 – 1543.
- [14] LI Y, TONG S, LI T. Adaptive fuzzy output-feedback control for output constrained nonlinear systems in the presence of input saturation [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2014, 248(1): 138 – 155.
- [15] GAITAN A T, BOLEA Y. Modeling and robust attitude control of a quadrotor system [C] // *Proceedings of International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control*. Mexico City: IEEE, 2013: 7 – 12.
- [16] MCKERROW P. Modelling the Draganflyer four-rotor helicopter [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*. New Orleans: IEEE, 2004, 4: 3596 – 3601.
- [17] TAYEBI A, MCGILVRAY S. Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot [C] // *Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*. Bahamas: IEEE, 2004, 2: 1216 – 1221.
- [18] CHEN M, TAO G, JIANG B. Dynamic surface control using neural networks for a class of uncertain nonlinear systems with input saturation [J/OL]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2014. DOI: 10.1109/TNNLS.2014.2360933.
- [19] REN B, GE S S, TEE K P, et al. Adaptive neural control for output feedback nonlinear systems using a barrier Lyapunov function [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2010, 21(8): 1339 – 1345.
- [20] GE S S, WANG C. Adaptive neural control of uncertain MIMO nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2004, 15(3): 674 – 692.
- [21] CHEN M, SHI P, LIM C C. Adaptive neural fault tolerant control of a 3-DOF model helicopter system [J/OL]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, 2015. DOI: 10.1109/TSMC.2015.2426140.
- [22] TEE K P, REN B, GE S S. Control of nonlinear systems with time-varying output constraints [J]. *Automatica*, 2011, 47(11): 2511 – 2516.

作者简介:

魏青铜 (1993-), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为四旋翼无人机非线性控制, E-mail: wqt19930110@163.com;

陈 谋 (1975-), 男, 博士生导师, 目前研究方向为非线性控制、智能控制以及飞行控制等, E-mail: chenmou@nuaa.edu.cn;

吴庆宪 (1955-), 男, 博士生导师, 目前研究方向为鲁棒控制、智能控制以及全自主智能非线性控制等, E-mail: wuqingxian@nuaa.edu.cn.