

## 无人机空中加油过程中分数阶滑模会合导引控制

屈耀红<sup>1†</sup>, 余自权<sup>1</sup>, 张友民<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学 自动化学院, 陕西 西安 710072;

2. 康科迪亚大学 机械与工业工程系, 蒙特利尔, QC H3G 1M8, 加拿大)

**摘要:** 针对带末端角度和末端速度约束的无人机空中加油自主会合问题, 设计了一种3维分数阶滑模导引律, 使无人机在无加油机主动配合的情况下具备自主会合能力. 首先, 根据无人机与加油机之间的相对运动关系, 设计了3维比例导引规律, 使无人机能够到达期望的加油位置. 其次, 利用滑模控制的强鲁棒性特点以及分数阶微积分的精细控制特性, 基于变结构理论和李雅普诺夫稳定性理论设计了一种带有末端角度约束的3维分数阶滑模变结构控制律, 并用所设计的分数阶滑模控制律对3维比例导引指令进行重构, 使无人机能以期望的末端追踪角度到达加油位置. 然后, 构造了速度指令生成器, 对无人机的末端速度进行约束. 最后, 对所设计的导引律进行了仿真验证, 仿真结果表明所设计出来的导引律能满足追踪角度和速度约束的要求.

**关键词:** 无人机; 空中加油; 自主会合; 末端约束; 分数阶滑模变结构控制

中图分类号: V249.1 文献标识码: A

## Fractional-order sliding-mode guidance control for rendezvous of unmanned aerial vehicles during air refueling

QU Yao-hong<sup>1†</sup>, YU Zi-quan<sup>1</sup>, ZHANG You-min<sup>2</sup>

(1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710072, China;

2. Department of Mechanical and Industrial Engineering, Concordia University, Montreal, QC H3G 1M8, Canada)

**Abstract:** A guidance law based on fractional-order sliding-mode control is developed to deal with the terminal angle and velocity constraints of unmanned aerial vehicle (UAV) in automatic rendezvous during air refueling. This law makes the UAV possess the ability to rendezvous with the tanker aircraft without active cooperation from the tanker aircraft. By considering the relative motion in three-dimensional space between the UAV and the tanker aircraft, we adopt the proportional navigation guidance (PNG) law in three-dimensional space to make the UAV fly to the desired formation point for refueling. Then, by making use of the robustness of the sliding-mode control and the meticulous characteristics of the fractional calculus, we develop a sliding-mode control law with fractional order to restrict the chasing angles of the UAV based on the variable structure control theory and the Lyapunov stability theory. The obtained sliding-mode control law with fractional order is employed to modify the PNG law, the resultant law will make the UAV possess the ability to fly to the desired formation point with the desired terminal chasing angle. Finally, a velocity command generator is developed to constrain the terminal velocity of the UAV. Simulations are carried out to validate the proposed guidance law; the results show that the designed guidance law achieves good control performance and satisfies the terminal angle constraint and the terminal velocity constraint.

**Key words:** UAV; air refueling; automatic rendezvous; terminal constraint; fractional-order sliding-mode control

### 1 引言(Introduction)

现代军事活动中, 无人机(UAV)在重要目标定位、打击等方面发挥了重要的作用, 而可携带的燃油量严重制约其起飞重量、滞空时长和战略部署. 针对现有无人机普遍存在的载油量少的缺点, 迫切需要安全、可靠的自主空中加油技术来拓展其航程、延长其滞空时长<sup>[1]</sup>. 自主会合作为空中加油关键性技术之一,

目前主要有3种会合方式<sup>[1-2]</sup>: 1) 定点会合; 2) 中途会合; 3) 受油机主动会合. 主动会合方式下, 受油机主动飞近加油机, 最终速度、航向与加油机的速度、航向保持相同, 但二者保持固定的距离偏差和高度偏差. 近年来, 受油机主动会合问题吸引了众多国内外学者的研究兴趣. 其中, Brian<sup>[2]</sup>等人给出了二维平面内受油机的会合制导指令. Smith<sup>[3]</sup>等人提出了一种基于终

端自适应比例导引的方法, 该方法在已知加油机预先规划的航线的基础上, 需要使用估计器不断预测会合点的位置. Ochi<sup>[4]</sup>等人基于传统比例导引和视线角, 设计出了一种受油机飞行控制系统. 郭军<sup>[5]</sup>等人通过改进比例导引律实现终端航向的控制, 并设计了高度通道的制导律. 袁锁中<sup>[6]</sup>等人基于受油机与加油机的空间位置以及视线角, 采用比例制导方法求解出受油机法向加速度、侧向加速度, 并设计了法向加速度、侧向加速度以及速度控制系统. 尽管这些方法的仿真结果表明了所设计导引律的有效性, 但是其研究的侧重点并不是导引律的鲁棒性问题. 众所周知, 无人机在空中加油过程中经常会受到各种不同外界气流影响, 并且自主会合需要满足较强的抗干扰能力及精确会合控制要求, 因此本文研究中采用分数阶滑模控制方法来解决这一问题.

滑模变结构控制本质上是一类非线性控制, 对任何非线性系统均具有适用性, 并对加给系统的干扰具有鲁棒性强的特点<sup>[7]</sup>. 分数阶微积分将传统微积分的整数阶推广到分数阶, 使得它能够完成比整数阶微积分更精细的控制<sup>[8-10]</sup>.

受油机既可以是无人机也可以是有人驾驶的飞机, 本文主要针对无人机作为受油机来展开研究. 空中加油自主会合要求无人机必须从加油机的后方进行靠近, 并且在到达加油位置时与加油机保持相对静止. 这就给无人机的末端追踪角度和速度增加了约束条件: 自主会合完成时, 无人机的航迹倾角、航迹偏角、前向速度和加油机的航迹倾角、航迹偏角、前向速度保持一致. 本文在比例导引律的基础上, 将滑模变结构控制与分数阶微积分相结合, 提出用分数阶滑模控制方法来约束无人机的末端追踪角度, 并通过设计前向速度指令以对前向速度进行约束.

## 2 会合过程的模型(Models in rendezvous)

### 2.1 坐标系定义(Spatial coordinates definition)

为了更好地研究空中加油自主会合问题, 本文选择的坐标系如下:

1) 惯性坐标系 $S_g$ : 在地面上选一点 $S_g$ ;  $S_g X_g$ 指向东;  $S_g Y_g$ 指向北;  $S_g Z_g$ 根据右手定则确定.

2) 视线坐标系 $M_L$ : 视线坐标系原点 $M_L$ 位于无人机质心上;  $M_L x_L$ 轴方向指向目标;  $M_L z_L$ 轴位于包含 $M_L x_L$ 轴的纵向平面内, 并与 $M_L x_L$ 垂直;  $M_L y_L$ 轴方向根据右手定则确定.

3) 无人机航迹坐标系 $M_k$ : 原点 $M_k$ 在无人机质心上;  $M_k x_k$ 方向与无人机速度方向一致;  $M_k z_k$ 位于包含 $M_k x_k$ 轴的纵向平面内, 并与 $M_k x_k$ 垂直;  $M_k y_k$ 轴方向根据右手定则确定.

4) 加油机航迹坐标系 $T_k$ : 原点 $T_k$ 在加油机质心上;

$T_k x_k$ 方向与加油机速度方向一致;  $T_k z_k$ 位于包含 $T_k x_k$ 轴的纵向平面内, 并与 $T_k x_k$ 垂直;  $T_k y_k$ 轴方向根据右手定则确定.

各坐标系之间的关系如图1所示. 其中:  $M, T$ 分别表示无人机和加油机,  $\theta_m$ 和 $\varphi_m$ 是视线坐标系到无人机航迹坐标系转换的欧拉角;  $\theta_t$ 和 $\varphi_t$ 是视线坐标系到加油机航迹坐标系转换的欧拉角;  $\theta_L$ 和 $\varphi_L$ 是视线倾角与视线偏角;  $r$ 表示无人机与加油机之间的距离.

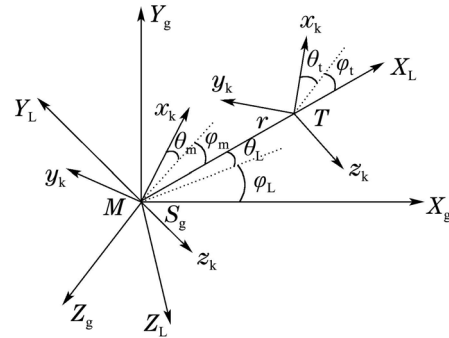


图 1 各坐标系之间的关系

Fig. 1 Relationship between coordinate systems

### 2.2 无人机运动学方程(Kinematic equations for UAV)

导引律设计中, 无人机(受油机)和加油机均可视为质点, 因此可采用三自由度质点模型. 无人机在惯性坐标系下的质点运动学方程为<sup>[11]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x}_M = V_m \cos \theta_M \cos \psi_M, \\ \dot{y}_M = V_m \cos \theta_M \sin \psi_M, \\ \dot{z}_M = V_m \sin \theta_M, \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $(x_M, y_M, z_M)$ 为无人机在惯性坐标系中的坐标;  $V_m$ 为无人机的速度;  $\theta_M, \psi_M$ 分别表示无人机航迹倾角和航迹偏角.

无人机在航迹坐标系下的质点运动学方程为

$$\begin{cases} \dot{V}_m = a_{xm} + g_{xm} + w_{xm}, \\ \dot{\theta}_M = (a_{ym} + g_{ym} + w_{ym})/V_m, \\ \dot{\psi}_M = (a_{zm} + g_{zm} + w_{zm})/(V_m \cos \theta_M), \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $a$ 表示无人机的机动加速度;  $g$ 表示重力加速度;  $w = [w_{xm} \ w_{ym} \ w_{zm}]^T$ 代表风加速度, 为扰动量且  $\|w\| \leq w_{max}$ , 风场模型采用NASA典型阵风模型; 下标 $m$ 表示无人机; 下标 $x, y, z$ 表示该变量在航迹坐标系对应轴上的分量.

航迹角、视线角之间的关系如下式所示

$$\begin{cases} \theta_M = \theta_m + \theta_L, \psi_M = \varphi_m + \varphi_L, \\ \theta_T = \theta_t + \theta_L, \psi_T = \varphi_t + \varphi_L, \end{cases} \quad (3)$$

式中 $\theta_T, \psi_T$ 为加油机航迹倾角与航迹偏角.

### 2.3 无人机与加油机相对运动关系(Relationship between UAV and tanker aircraft in three-dimensional space)

自主会合过程中, 无人机选择加油机后下方的虚拟加油机作为追踪目标, 虚拟加油机所在位置即为会合位置. 虚拟加油机与真实加油机处于同一纵向平面内, 二者相对位置保持不变, 航向、速度相同, 但保持固定的距离和高度偏差.

无人机-虚拟加油机视线角速率为<sup>[11-12]</sup>

$$r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}, \quad (4)$$

$$\dot{r} = \frac{\Delta x \Delta V_x + \Delta y \Delta V_y + \Delta z \Delta V_z}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}}, \quad (5)$$

$$\varphi_L = \tan^{-1} \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad (6)$$

$$\dot{\varphi}_L = \frac{\Delta x \Delta V_y - \Delta y \Delta V_x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}, \quad (7)$$

$$\theta_L = \tan^{-1} \frac{\Delta z}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}, \quad (8)$$

$$\dot{\theta}_L = \frac{\Delta V_z (\Delta x^2 + \Delta y^2) - \Delta z (\Delta x \Delta V_x - \Delta y \Delta V_y)}{(\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2) (\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2})} \quad (9)$$

式中:

$$\Delta x = x_t - x_M, \Delta y = y_t - y_M, \Delta z = z_t - z_M,$$

$$V_t = [V_{tx} \ V_{ty} \ V_{tz}]^T, V_M = [V_{Mx} \ V_{My} \ V_{Mz}]^T,$$

$$\Delta V_x = V_{tx} - V_{Mx}, \Delta V_y = V_{ty} - V_{My},$$

$$\Delta V_z = V_{tz} - V_{Mz},$$

$(x_t, y_t, z_t)$ 为虚拟加油机在惯性坐标系中的坐标,  $V_M$ ,  $V_t$ 分别为无人机和虚拟加油机速度在惯性坐标系中的矢量表示.

### 3 带有末端约束的导引律设计(Guidance law with terminal constraint)

#### 3.1 基于分数阶滑模控制的末端追踪角度约束(Restriction of terminal chasing angle based on fractional-order sliding-mode control)

空中加油自主会合要求无人机从虚拟加油机的后方以与虚拟加油机相同的航迹倾角与航迹偏角进行靠近, 而3维比例导引律不能满足这种末端追踪角度约束要求. 因此, 在保证无人机能够追上虚拟加油机的基础上, 对3维比例导引律进行修改, 使其能够对无人机的末端追踪角度进行约束.

由视线角速率可推出3维比例导引的制导律为

$$a_{ym} = NV_m \dot{\theta}_L \cos \varphi_m + NV_m \dot{\varphi}_L \sin \theta_L \sin \varphi_m, \quad (10)$$

$$a_{zm} = -NV_m \dot{\theta}_L \sin \theta_m \sin \varphi_m -$$

$$NV_m \dot{\varphi}_L \cos \theta_L \cos \theta_m + NV_m \dot{\varphi}_L \sin \theta_L \sin \theta_m \cos \varphi_m. \quad (11)$$

由于滑模控制的强鲁棒性以及分数阶微积分的精细控制的特点<sup>[13]</sup>, 本文将采用分数阶滑模控制对末端追踪角度进行约束.

分数阶微积分可以用一个微积分算子 ${}_{t_0}D_{t_1}^q$ 来表示.  $t_0, t_1$ 是微积分上下限,  $q$ 为分数阶微积分阶次, 使用中 ${}_{t_0}D_{t_1}^q$ 可简写为 $D^q$ .

连续可积函数的Caputo型分数阶微积分可统一定义为<sup>[8-9]</sup>

$${}_{t_0}D_{t_1}^a f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(m-a)} \int_{t_0}^{t_1} \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{a-m+1}} d\tau, \\ m-1 < a < m, \\ \frac{d^m}{dt^m} f(t), a = m. \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $m$ 为比 $a$ 大的最小整数, 伽马函数 $\Gamma(\cdot)$ 定义为 $\Gamma(q) = \int_0^\infty e^{-t} t^{q-1} dt$ ,  $\frac{d^m}{dt^m}$ 代表传统意义上的微分. 当 $a > 0$ 时, 上式表示分数阶微分; 而当 $a < 0$ 时, 则表示在区间 $[t_0, t_1]$ 上的分数阶积分.

**引理 1** 假设 $x = 0$ 是式(13)分数阶系统的平衡点

$$D^\alpha x(t) = f(x, t), \quad (13)$$

式中 $f(x, t)$ 满足Lipschitz条件,  $0 < \alpha < 1$ . 假设存在一个Lyapunov函数 $V(t, x)$ 满足如下条件

$$a_1 \|x\| \leq V(t, x) \leq a_2 \|x\|, \quad (14)$$

$$\dot{V}(t, x) \leq -a_3 \|x\|, \quad (15)$$

式中 $a_1, a_2, a_3$ 是正常数. 则系统(13)是渐近稳定的<sup>[14]</sup>.

**引理 2** 分数阶系统

$$\begin{cases} {}_0D_t^\alpha \mathbf{x}(t) = A\mathbf{x}(t), \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \end{cases} \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ ;  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ;  $0 < \alpha < 1$ .

当且仅当式(17)成立时,

$$|\arg(\lambda_i(A))| > \frac{\alpha\pi}{2}, i = 1, 2, \dots, n, \quad (17)$$

系统(16)是渐近稳定的<sup>[8, 15]</sup>, 并且状态变量向平衡点0的收敛速度为 $t^{-\alpha}$ . 式(17)中,  $\arg(\cdot)$ 为求辐角;  $\lambda_i$ 为矩阵特征值.

与传统由微分方程构成的趋近律不同, 分数阶趋近律由分数阶微分方程构成, 其表达式为

$$D^{a_4} \mathbf{s} = -k_1 \text{sgn } \mathbf{s}, \quad (18)$$

式中:  $D^{a_4} \mathbf{s} = [D^{a_4} s_1 \ D^{a_4} s_2]^T$ ,  $k_1 > 0$ ,  $0 < a_4 < 1$ ,

$\text{sgn } \mathbf{s} = [\text{sgn } s_1 \text{sgn } s_2]^T$ ,  $\text{sgn}$  为符号函数.

滑模控制要求设计的趋近律能使系统在任意初始状态下到达滑模面. 现基于 Lyapunov 稳定性理论和分数阶微积分理论, 对式(18)稳定性进行如下证明.

选取 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s}, \quad (19)$$

对式(19)求一阶微分, 并利用式(18), 可以得到

$$\dot{V}(t) = \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^T D^{1-a_4} (-k_1 \text{sgn } \mathbf{s}). \quad (20)$$

利用<sup>[16]</sup>

$$\text{sgn}(D^{1-a_4} (-k_1 \text{sgn } \mathbf{s})) = -k_1 \text{sgn } \mathbf{s}, \quad (21)$$

可得

$$\text{sgn } \dot{V}(t) = \text{sgn } \mathbf{s}^T \text{sgn}(D^{1-a_4} (-k_1 \text{sgn } \mathbf{s})) = -k_1 \text{sgn } \mathbf{s}^T \text{sgn } \mathbf{s} = -k_1, \quad (22)$$

可知系统(18)的平衡点是渐近稳定的.

选取分数阶滑模面为

$$\mathbf{s} = k_2 \mathbf{e} + D^{a_4} \mathbf{e}, \quad 0 < a_4 < 1, \quad (23)$$

式中:  $\mathbf{e} = [\theta_M - \theta_T \ \psi_M - \psi_T]^T$ ,  $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2]^T$ ,  $k_2 \in \mathbb{R}^+$  为滑模面增益,  $\theta_T, \psi_T$  为加油机航迹倾角、航迹偏角.

求取式(23)的导数得到

$$\dot{\mathbf{s}} = k_2 \begin{bmatrix} (a_{ym} + g_{ym})/V_m \\ (a_{ym} + g_{ym})/(V_m \cos \theta_M) \end{bmatrix} + D^{a_4+1} \begin{bmatrix} \theta_M - \theta_T \\ \psi_M - \psi_T \end{bmatrix} - k_2 \begin{bmatrix} \dot{\theta}_T \\ \dot{\psi}_T \end{bmatrix}. \quad (24)$$

根据等效控制原理, 等效控制器可设计为

$$\begin{cases} a_{ym,eq} = (k_2 \dot{\theta}_T - D^{a_4+1}(\theta_M - \theta_T))V_m/k_2 - g_{ym}, \\ a_{zm,eq} = -D^{a_4+1}(\psi_M - \psi_T)V_m \cos \theta_m/k_2 - g_{zm} + \dot{\psi}_T V_m \cos \theta_m. \end{cases} \quad (25)$$

因此, 采用趋近律(18)设计的分数阶滑模控制器的输出为

$$\begin{cases} a_{ym,eq} = (k_2 \dot{\theta}_T - D^{a_4+1}(\theta_M - \theta_T))V_m/k_2 - g_{ym} - k_1 D^{1-a_4} \text{sgn } s_1, \\ a_{zm,eq} = k_2 \dot{\psi}_T V_m \cos \theta_m/k_2 - g_{zm} - k_1 D^{1-a_4} \text{sgn } s_2 - D^{a_4+1}(\psi_M - \psi_T)V_m \cos \theta_m/k_2. \end{cases} \quad (26)$$

选取 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s}. \quad (27)$$

令  $\mathbf{x} = [\theta_M \ \psi_M]^T$ ,  $\mathbf{w}_1 = [w_{ym} \ w_{zm}]^T$ , 则有

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}} &= k_2 \dot{\mathbf{e}} + D^{a_4+1} \mathbf{e} = k_2 \dot{\mathbf{x}} + D^{a_4+1} \mathbf{x} = \\ &= D^{a_4+1} \mathbf{x} + k_2 \mathbf{w}_1/V_m + \\ &= k_2 (-V_m D^{a_4+1} \mathbf{x}/k_2 - k_1 D^{1-a_4} \text{sgn } \mathbf{s})/V_m = \\ &= -k_1 k_2 D^{1-a_4} \text{sgn } \mathbf{s}/V_m + k_2 \mathbf{w}_1/V_m, \end{aligned} \quad (28)$$

对式(27)求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}} = \\ &= -k_1 k_2 \mathbf{s}^T D^{1-a_4} (\text{sgn } \mathbf{s})/V_m + \mathbf{s}^T k_2 \mathbf{w}_1/V_m. \end{aligned} \quad (29)$$

利用式(21), 可知

$$\begin{aligned} \text{sgn } \dot{V}(t) &= \\ \text{sgn} \frac{-k_1 k_2 \mathbf{s}^T D^{1-a_4} \text{sgn } \mathbf{s} + \mathbf{s}^T k_2 \mathbf{w}_1}{V_m} &= \\ -k_1 k_2/V_m + k_2 \mathbf{w}_1 (\text{sgn } \mathbf{s}^T)/V_m &\leq \\ -k_1 k_2/V_m + k_2 \|\text{sgn } \mathbf{s}^T\| \|\mathbf{w}_1\|/V_m &= \\ -k_1 k_2/V_m + \sqrt{2} w_{\max}/V_m &= \\ -k_2 (k_1 - \sqrt{2} w_{\max})/V_m. \end{aligned} \quad (30)$$

根据 Lyapunov 稳定性理论, 可知当  $k_1 > \sqrt{2} w_{\max}$  时, 系统状态可以在有限时间内取得  $\mathbf{s} = 0$ .

当系统状态到达  $\mathbf{s} = 0$  时, 分数阶滑模面构成的子系统变为

$$D^{a_4} \mathbf{e} = -k_2 \mathbf{e}. \quad (31)$$

根据引理2可以得到

$$|\arg(-k_2)| = \pi > \frac{a_4 \pi}{2}. \quad (32)$$

由  $0 < a_4 < 1$ ,  $k_2 > 0$  可知, 不等式(32)恒成立, 进而可知分数阶子系统  $D^{a_4} \mathbf{e} = -k_2 \mathbf{e}$  是渐近稳定的, 并且以  $t^{-a_4}$  的速度向平衡点0收敛.

用求出的分数阶滑模控制器(26)对比例导引律(10)-(11)进行修改, 使其能够引导无人机以一定的末端追踪角度到达加油位置, 最终导引指令将变成如下形式:

$$\begin{aligned} a_{ym} &= NV_m \dot{\theta}_L \cos \varphi_m + NV_m \dot{\varphi}_L \sin \theta_L \sin \varphi_m - \\ &= (k_2 \dot{\theta}_T - D^{a_4+1}(\theta_M - \theta_T))V_m/k_2 + \\ &= g_{ym} + k_1 D^{1-a_4} \text{sgn } s_1, \\ a_{zm} &= NV_m \dot{\varphi}_L \sin \theta_L \sin \theta_m \cos \varphi_m + g_{zm} - \\ &= NV_m \dot{\theta}_L \sin \theta_m \sin \varphi_m - \\ &= NV_m \dot{\varphi}_L \cos \theta_L \cos \theta_m + k_1 D^{1-a_4} \text{sgn } s_2 \\ &= -(k_2 \dot{\psi}_T - D^{a_4+1}(\psi_M - \psi_T))V_m \cos \theta_m/k_2. \end{aligned} \quad (33)$$

导引律中包含的开关函数项会使导引律产生不连续的特性, 这种特性使得控制量的切换不可能瞬时完成, 为削弱这种特性的影响, 可采用饱和函数对符号函数

进行替换<sup>[16,17]</sup>,其定义为

$$\text{sat}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i > \phi, \\ s_i/\phi, & |s_i| \leq \phi, \\ -1, & s_i < -\phi. \end{cases} \quad (35)$$

接下来将分数阶滑模控制器与传统滑模控制器对比分析,以说明分数阶滑模控制器的优点.当系统状态在有限时间内到达滑模面上时,系统方程将变为式(31).当 $a_4 = 1$ 时,系统 $\dot{e} = -k_2 e$ 表示的是整数阶系统,其解为

$$\mathbf{x} = e^{-k_2 t} \mathbf{x}_0. \quad (36)$$

当 $0 < a_4 < 1$ 时,方程(31)表示的是分数阶系统,其解为<sup>[18]</sup>

$$\mathbf{x}(t) = E_{a_4,1}(-k_2 t^{a_4}) \mathbf{x}_0 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-k_2)^k t^{a_4 k}}{\Gamma(a_4 k + 1)} \mathbf{x}_0 \approx \frac{(-k_2)^{-1} t^{-a_4}}{\Gamma(1 - a_4)} \mathbf{x}_0. \quad (37)$$

式中 $E_{a_4,1}(-k_2 t^{a_4})$ 为分数阶系统的状态转移函数.

由式(36)和式(37)可以得到 $a_4 = 1$ 整数阶系统和 $0 < a_4 < 1$ 分数阶系统的收敛速度分别为 $e^{-k_2 t}$ 和 $t^{-a_4}$ .由整数阶系统与分数阶系统的收敛速度数学表达式可知,在开始的一段时间内,分数阶系统的收敛速度将远大于整数阶系统的收敛速度.分数阶系统的这种特性使得分数阶滑模导引律能够更精确地引导无人机到达虚拟加油机所在的加油位置.

### 3.2 末端追踪速度约束(Terminal velocity constraint)

加油过程中,加油机通常匀速直线飞行,无人机以大于加油机的速度接近加油机.当到达空中加油会合点时,无人机与加油机的速度要保持一致.

假定无人机的最大飞行速度大于虚拟加油机的飞行速度.当无人机-虚拟加油机距离大于 $R_s$ 时,无人机以最大速度 $V_{m,max}$ 全速飞行;当距离在 $R_s$ 范围内时,无人机减速飞行,在到达虚拟加油机所在位置时,无人机飞行速度与虚拟加油机飞行速度一致,速度指令为

$$V_m = \begin{cases} V_{m,max}, & r > R_s, \\ V_{m,max} - \frac{(V_{m,max} - V_t)^2}{2R_s} t, & r \leq R_s. \end{cases} \quad (38)$$

## 4 仿真与讨论(Simulation and discussion)

仿真参数:  $\phi = 0.05$ ,  $N = 3$ ,  $a_4 = 0.3$ ,  $k_1 = 10$ ,  $k_2 = 0.6$ ,  $w_{max} = 6$ ,  $R_s = 325$  m.

假定虚拟加油机在7500 m的高空加油区域,以200 m/s的速度沿朝东方向直线平飞,初始位置为(5 km, 7 km, 7.5 km),航迹倾角为 $0^\circ$ ,航迹偏角为 $0^\circ$ .无人机的初始位置为(5 km, 0 km, 6 km),初始速度为230 m/s,水平飞行,航迹偏角为 $90^\circ$ ,航迹倾角

为 $0^\circ$ .阵风带处于6.5 km~6.8 km高度的区域内,方向由北向南,峰值为5 m/s,阵风层半厚度为150 m,阵风前、后缘速度由0增至峰值所经历的气层厚度为30 m.

由于导引指令(33)-(34)中包含视线角变化率,而视线角变化率涉及到无人机与虚拟加油机相对距离的倒数,当距离趋近零时,系统会发散.因此在会合过程中,当无人机接近到虚拟加油机正后方10 m左右时,导引模式终止,切换到对无人机轨迹精确控制的对接控制模式.

在有风场干扰情况下和无风场干扰情况下,分别对所设计的导引律进行仿真.图2,图3分别为无风场干扰和有风场干扰时无人机的3维航迹曲线.图4表示风扰情况下无人机和虚拟加油机的状态量变化曲线.高度曲线表明无人机在7.1 s进入阵风区域,12.3 s飞离阵风区域.从相对距离变化曲线以及速度变化曲线可以看出无人机经过159.3 s实现从虚拟加油机后方靠近.速度曲线表明同时表明无人机的速度在137.7 s时开始下降,在159.3 s达到200 m/s,与加油机速度保持相同.无人机航迹偏角以及航迹倾角变化曲线表明无人机的末端追踪角度被成功约束,最终与虚拟加油机的航迹偏角、航迹倾角以及速度保持一致.

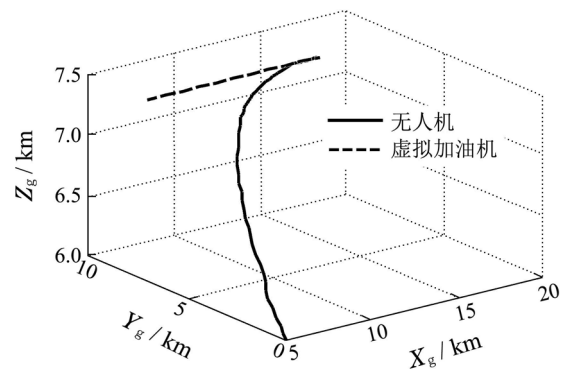


图2 无风扰情况下无人机-虚拟加油机自主会合航迹  
Fig. 2 Flight paths in automatic rendezvous of UAV and virtual tanker aircraft without wind disturbance

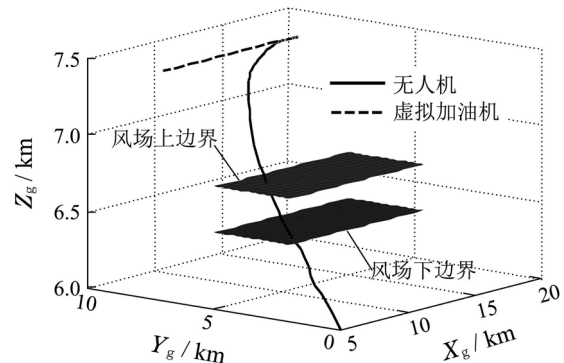


图3 风扰情况下无人机-虚拟加油机自主会合航迹  
Fig. 3 Flight paths in automatic rendezvous of UAV and virtual tanker aircraft with wind disturbance

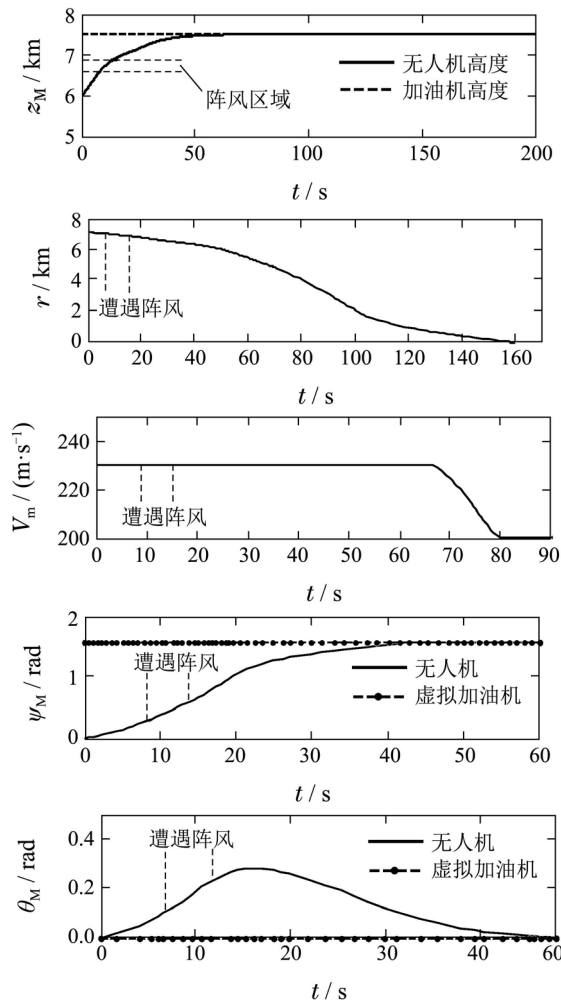


图 4 无人机-虚拟加油机姿态量变化曲线

Fig. 4 Time histories of the UAV and virtual tanker aircraft

## 5 结论(Conclusions)

本文首先根据无人机(受油机)与加油机之间的相对运动关系,借鉴寻的导弹导引律的设计思想,设计了一种3维比例导引律,使无人机具有准确到达期望会合点的能力.其次,在三维比例导引律的基础上,构造了具有分数阶微分算子的滑模面和控制律来约束无人机追踪碰撞角度,使导引律同时具有鲁棒性强与精细控制的特点.最后,设计了速度指令生成器,使无人机能够以一定的末端追踪角度和末端速度到达期望的加油位置.

## 参考文献(References):

- [1] NALEPKA J P, HINCHMAN J L. Automated aerial refueling: extending the effectiveness of unmanned air vehicles [C] // *Proceedings of AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit*. California, USA: AIAA, 2005: 15 – 18.
- [2] BRIAN S B. *Autonomous unmanned aerial vehicle rendezvous for automated aerial refueling* [R]. Air Force Institute of Technology, 2007.
- [3] SMITH A. PNG with adaptive terminal guidance for aircraft rendezvous [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(6): 1832 – 1835.
- [4] OCHI Y, KOMINAMI T. Flight control for automatic aerial refueling via PNG and LOS angle control [C] // *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. California, USA: AIAA, 2005: 1 – 11.

- [5] 郭军,董新民,徐跃鉴,等. 无人机空中加油自主会合控制器设计 [J]. *控制与决策*, 2010, 25(4): 567 – 571. (GUO Jun, DONG Xinmin, XU Yuejian, et al. Design of UAV autonomous controller for rendezvous in aerial refuelling [J]. *Control and Decision*, 2010, 25(4): 567 – 571.)
- [6] 袁锁中,王新华,郑峰婴. 空中加油自主会合的制导与控制 [J]. *飞行力学*, 2014, 32(1): 20 – 24. (YUAN Suozhong, WANG Xinhua, ZHENG Fengying. Guidance and control of autonomous aerial refueling rendezvous [J]. *Flight Dynamics*, 2014, 32(1): 20 – 24.)
- [7] 刘金琨,孙富春. 滑模变结构控制理论及其算法研究与进展 [J]. *控制理论与应用*, 2007, 24(3): 407 – 418. (LIU Jinkun, SUN Fuchun. Research and development on theory and algorithms of sliding mode control [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 407 – 418.)
- [8] PODLUBNY I. *Fractional Differential Equations: An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, to Methods of Their Solution and Some of Their Applications* [M]. USA: Academic Press, 1998.
- [9] MONJE C A, CHEN Y Q, VINAGRE B M. *Fractional-Order Systems and Controls: Fundamentals and Applications* [M]. New York: Springer, 2010.
- [10] 张碧陶,皮佑国. 基于分数阶滑模控制技术的永磁同步电机控制 [J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(9): 1193 – 1197. (ZHANG Bitao, PI Youguo. Fractional order sliding-mode control for permanent magnet synchronous motor [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(9): 1193 – 1197.)
- [11] 周狄. 寻的导弹新型导引规律 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2002. (ZHOU Di. *New Guidance Laws for Homing Missile* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2002.)
- [12] SRIVASTAVA R, SARKAR A, GHOSH D. Nonlinear three dimensional composite guidance law based on feedback linearization [C] // *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Rhode Island, USA: AIAA, 2004: 982 – 993.
- [13] 谭健,周洲,祝小平,等. 飞翼布局无人机分数阶积分滑模姿态控制 [J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(5): 607 – 614. (TAN Jian, ZHOU Zhou, ZHU Xiaoping, et al. Attitude control for flying wing unmanned aerial vehicles based on fractional order integral sliding-mode [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(5): 607 – 614.)
- [14] DADRAS S, MOMENI H R. Fractional terminal sliding mode control design for a class of dynamical systems with uncertainty [J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2012, 17(1): 367 – 377.
- [15] AHMED E, EL-SAYED A M A, EL-SAKA H A A. Equilibrium points, stability and numerical solutions of fractional-order predator-prey and rabies models [J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2007, 325(1): 542 – 553.
- [16] 邓立为,宋申民. 基于分数阶滑模的挠性航天器姿态跟踪鲁棒控制 [J]. *航空学报*, 2013, 34(8): 1915 – 1923. (DENG Liwei, SONG Shenmin. Flexible spacecraft attitude robust tracking control based on fractional order sliding mode [J]. *Acta Astronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(8): 1915 – 1923.)
- [17] KACHROO P, TOMIZUKA M. Chattering reduction and error convergence in the sliding-mode control of a class of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(7): 1063 – 1068.
- [18] SUN W, LI Y, LI C. Convergence speed of a fractional order consensus algorithm over undirected scale-free networks [J]. *Asian Journal of Control*, 2011, 13(6): 936 – 946.

## 作者简介:

屈耀红 (1971–), 男, 硕士生导师, 目前研究方向为导航、制导与控制, E-mail: qyh0809@126.com;

余自权 (1989–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为无人机空中加油导航制导与控制, E-mail: yuziquan3917@163.com;

张友民 (1963–), 男, 博士生导师, 目前研究方向为导航、制导与控制理论及工程应用, 故障诊断、容错与协同控制, E-mail: youmin.zhang@concordia.ca.