

基于分支分析的机翼摇晃预测与抑制

周池军^{1,2†}, 雷虎民¹, 朱纪洪², 尹航²

(1. 空军工程大学 防空反导学院, 陕西 西安 710051; 2. 清华大学 计算机科学与技术系, 北京 100084)

摘要: 针对现代战斗机大迎角飞行时的机翼摇晃预测与抑制问题, 根据其主要动态特性建立了新的横侧向多自由度模型, 通过开环分支分析准确预测了机翼摇晃对应的临界迎角. 在此基础上考虑模型不确定性和舵面位置限幅的影响, 利用滤波器动态对跟踪误差进行补偿, 设计了一种约束滤波自适应反步控制算法, 通过采用补偿误差代替跟踪误差进行自适应律设计, 确保了输入饱和条件下自适应过程的稳定, 并结合闭环分支分析实现了对机翼摇晃运动的有效抑制. 六自由度仿真验证了多自由度模型的有效性和控制算法的鲁棒性.

关键词: 机翼摇晃; 多自由度模型; 分支分析; 自适应控制; 反步控制

中图分类号: V249 文献标识码: A

Prediction and suppression of wing rock using bifurcation analysis

ZHOU Chi-jun^{1,2†}, LEI Hu-min¹, ZHU Ji-hong², YIN Hang²

(1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710051, China;

2. Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: To predict and suppress the wing rock phenomenon appeared at high angle of attack, a new multiple degree-of-freedom model is first established via reasonable simplifications of lateral dynamics as well as a considerate access to wing rock's primary properties. The wing rock motion is then predicted accurately in the open-loop analysis through using the bifurcation method. On this basis, a robust constraint adaptive backstepping control algorithm is proposed in the presence of model uncertainties and external disturbances, in which a command filter is introduced to impose magnitude limit on actuators and the tracking errors are compensated by filter dynamics. Moreover, the tracking errors in adaptive laws are replaced by compensated errors which renders a stable adaptation process even though the input saturation occurs. The closed-loop bifurcation analysis show that the wing rock motion is suppressed efficiently. Finally, the effectiveness of the multiple degree-of-freedom model and robustness of the proposed control algorithm are verified by six-degree-of-freedom numerical simulation.

Key words: wing rock; multiple degree-of-freedom model; bifurcation analysis; adaptive control; backstepping control

1 引言(Introduction)

机翼摇晃是一种发生在中到大迎角下的非指令运动, 影响了飞机的起飞/着陆性能, 限制了飞行包线, 甚至可能导致飞行安全问题^[1]. 现代战斗机为了提高机动能力, 常处于大迎角飞行状态, 而且飞机的重量逐渐向机身集中, 绕纵轴的滚转惯量减小, 横向稳定性降低, 导致飞机发生机翼摇晃的可能性大幅增加. 因此, 开展机翼摇晃的预测与抑制方法研究具有重要的现实意义.

机翼摇晃可以从空气的流动机理和飞行状态的时间历程两个方面进行分析. 目前针对机翼摇晃的研究主要采用第2种方法, 即通过理论建模, 求解运动方程

对机翼摇晃进行预测, 然后设计控制器进行抑制. 在机翼摇晃预测方面, 建立合适的数学模型是实现准确预测的关键, 目前描述机翼摇晃所采用的模型包括单自由度和多自由度模型. 文献[2-3]建立了以滚转角为状态量的单自由度模型, 分析了滚转阻尼导数与机翼摇晃的关系, 通过对比数字仿真和物理实验, 在一定程度上实现了机翼摇晃的预测. 但是该模型只针对单个机翼的自由滚现象且完全忽略了偏航和俯仰运动, 无法描述整机的机翼摇晃运动. 文献[4]基于完整的战机模型, 以滚转角和侧滑角为状态建立了描述机翼摇晃运动的多自由度模型, 并采用奇异摄动理论, 中心流形定理和分支分析方法得出了机翼摇晃的振

收稿日期: 2015-06-11; 录用日期: 2015-10-28.

†通信作者. E-mail: zhouchijun666@126.com; Tel.: +86 15686083708.

本文责任编辑: 高会军.

国家自然科学基金项目(61104082)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61104082).

幅和频率的关系. 但是该模型参数计算复杂, 而且对状态量有严格的限制, 不便于动力学分析. 从机理建模的角度考虑, 多自由度模型在理论上能够更准确地描述机翼摇晃运动, 虽然在建模及模型解析方面存在一定困难, 但仍然具有较大的探索空间. 在机翼摇晃抑制方面, 目前研究较为广泛的主要是针对单自由度模型的非线性控制方法. 文献[5]采用自适应控制对机翼摇晃进行抑制, 由于没有考虑建模误差, 所设计的控制器只是针对固定迎角条件下的机翼摇晃抑制问题, 无法保证迎角大范围变化时控制器的鲁棒性. 文献[3, 6-9]针对单自由度模型中的不确定性, 采用智能控制, 非线性状态反馈和不确定性估计等方法设计鲁棒控制器对机翼摇晃进行抑制, 均取得了一定的控制效果. 目前, 针对多自由度模型的非线性控制仍然十分少见. 文献[10]建立了表征机翼摇晃运动的5自由度模型, 通过状态变换将其转换为标准形式, 采用反馈线性化和滑模控制相结合的方法在模型参数未知条件下实现了对机翼摇晃的有效抑制. 然而以上研究均未考虑控制输入存在的物理约束, 当飞机大迎角飞行时, 舵面操纵效率较低, 舵面饱和会对非指令运动的抑制和系统的稳定性产生较大影响^[11], 因此有必要研究控制约束条件下的机翼摇晃抑制问题.

基于上述考虑, 本文根据机翼摇晃的主要动态特性对横侧向运动方程进行化简, 建立了新的便于动力学分析的横侧向非线性多自由度模型, 既降低了模型的复杂度又实现了对整机机翼摇晃现象的有效描述. 在此基础上, 通过采用分支分析方法进行动力学特性分析, 准确预测了机翼摇晃对应的临界迎角. 然后考虑模型不确定性和舵面位置限幅的影响, 通过滤波自适应反步控制器设计实现了在控制输入受约束条件下对机翼摇晃运动的有效抑制.

2 机翼摇晃数学模型(Wing rock model)

本文以F-16战斗机为研究对象, 假设飞机为质量分布均匀的刚体且关于 X_bOZ_b 平面对称, 忽略飞行过程中的质量变化和地球自转的影响. 由于在机翼摇晃过程中, 滚转振荡和偏航振荡占据主导地位, 俯仰运动对其影响较小^[12-13]. 因此, 假设纵向运动在机翼摇晃过程中可以实现稳定控制, 采用横侧向运动方程近似表征机翼摇晃现象. 基于以上假设, 机翼摇晃的数学模型可以表述为

$$\dot{\beta} = p \sin \alpha - r \cos \alpha - \frac{T}{mV_t} \cos \alpha \sin \beta - \frac{\bar{q}S}{mV_t} (C_X \cos \alpha \sin \beta - C_Y \cos \beta + C_Z \sin \alpha \sin \beta) + \frac{g}{V_t} (\sin \theta + \cos \theta \sin \phi - \cos \theta \cos \phi), \quad (1)$$

$$\dot{\phi} = p + r \cos \phi \tan \theta, \quad (2)$$

$$\dot{p} = \frac{I_z}{I_x I_z - I_{xz}^2} \bar{q} S b C_{l1} + \frac{I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} \bar{q} S b C_{n1}, \quad (3)$$

$$\dot{r} = \frac{I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} \bar{q} S b C_{l1} + \frac{I_x}{I_x I_z - I_{xz}^2} \bar{q} S b C_{n1}, \quad (4)$$

其中: β, ϕ, p, r 分别为侧滑角、滚转角、滚转角速度和偏航角速度, V_t, α, θ 分别为速度、迎角和俯仰角, T 为推力, m 为飞机质量, \bar{q}, S, b 分别为动压, 参考面积和翼展, g 为重力加速度, I_x, I_z, I_{xz} 分别为滚转, 偏航转动惯量及惯性积, $C_X, C_Y, C_Z, C_{l1}, C_{n1}$ 表示总气动力和力矩系数, 具体形式如下:

$$\begin{cases} C_X = C_{X0} + C_{X\delta_e} \delta_e, \\ C_Y = C_{Y0} + C_{Yp} \frac{pb}{2V_t} + C_{Yr} \frac{rb}{2V_t} + C_{Y\delta_a} \delta_a + C_{Y\delta_r} \delta_r, \\ C_Z = C_{Z0} + C_{Z\delta_e} \delta_e, \\ C_{l1} = C_{l10} + C_{l1p} \frac{pb}{2V_t} + C_{l1r} \frac{rb}{2V_t} + C_{l1\delta_a} \delta_a + C_{l1\delta_r} \delta_r, \\ C_{n1} = C_{n10} + C_{n1p} \frac{pb}{2V_t} + C_{n1r} \frac{rb}{2V_t} + C_{n1\delta_a} \delta_a + C_{n1\delta_r} \delta_r - C_Y (x_{cgr} - x_{cg}) \frac{\bar{c}}{b}, \end{cases} \quad (5)$$

其中: $\delta_a, \delta_e, \delta_r$ 分别为副翼, 升降舵和方向舵偏转角度, x_{cgr}, x_{cg} 分别表示质心的参考位置和实际位置, \bar{c} 表示平均气动弦长, $C_{X0}, C_{Y0}, C_{Z0}, C_{l10}, C_{n10}$ 表示静态气动力和力矩系数, $C_{X\delta_e}, C_{Y\delta_a}, C_{Y\delta_r}, C_{Z\delta_e}, C_{l1\delta_a}, C_{l1\delta_r}, C_{n1\delta_a}, C_{n1\delta_r}$ 表示操纵系数, $C_{Yp}, C_{Yr}, C_{l1p}, C_{l1r}, C_{n1p}, C_{n1r}$ 表示气动阻尼系数. 以上气动系数均为 α, β 和 δ_e 的非线性函数, 可以采用多维插值表格进行描述.

注1 与文献[12,14]中建立的多自由度模型不同, 式(1)-(4)保留了横侧向运动的非线性特性, 减小了小扰动线性化带来的模型误差, 并在一定程度上考虑了纵向运动对横侧向通道的影响, 这对于分析不同迎角条件下的机翼摇晃动态特性是非常有利的.

3 机翼摇晃的预测(Wing rock prediction)

3.1 开环分支分析(Open-loop bifurcation analysis)

考虑到分支分析方法可以计算非线性动力学系统随控制参数变化的平衡面和分支面, 进而揭示系统的全局动力学特性, 因此采用分支分析方法对系统的动力学特性进行分析^[15].

首先在3200 m高度, 0.18 Ma速度下以水平直线飞行为基准状态对飞机的六自由度运动方程进行配平, 得到的纵向配平结果为

$$\begin{cases} \alpha = 30.2^\circ, \delta_e = -8.3^\circ, \\ T = 39699.0 \text{ N}, \bar{q} = 1491.6 \text{ Pa}. \end{cases} \quad (6)$$

在分支分析过程中, 纵向参数 δ_e, T, \bar{q} 取式(6)中的配平值, 假设 $\theta = \alpha$, 以 α 为控制参数, 用连续算法求解式(1)-(4)的定常解, 得到系统在开环条件下, 即 δ_a

$= \delta_r = 0^\circ$ 时的平衡图如图 1 所示。

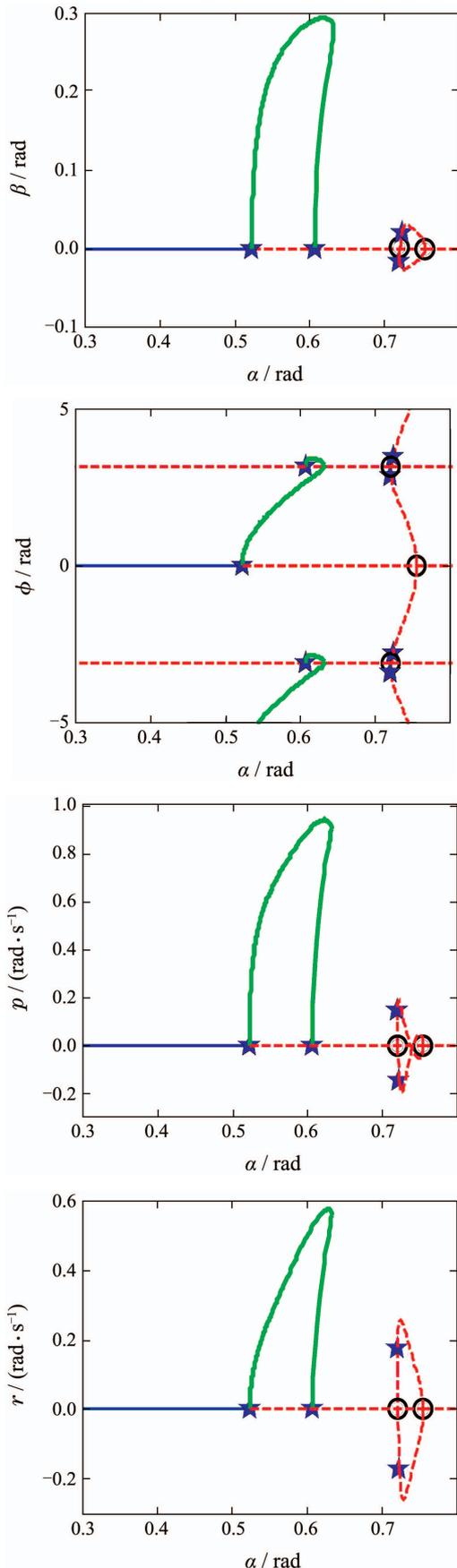


图 1 系统的开环分析平衡图

Fig. 1 Equilibrium of states in the open-loop analysis

图 1 中, 实线表示稳定的平衡解, 虚线表示不稳定的平衡解, 粗实线表示稳定的周期解的最大幅值, 五角星表示Hopf分支点, 空心圆圈表示叉形分支点. 由图可知, 当迎角小于 0.52 rad (约 30°) 时, 系统只有一个稳定的平衡解, 当迎角超过 0.52 rad 后, 系统发生Hopf分支, 原来稳定的平衡解失稳, 并分叉出一个稳定的周期解, 对应机翼摇晃运动. 随着迎角的继续增加, 机翼摇晃的幅值逐渐增大, 当迎角超过 0.61 rad 后, 稳定的周期解迅速退化为不稳定的平衡解. 此外, 当迎角处于 0.7~0.75 rad 时, 系统还存在一个随侧滑角和滚转角周期变化的不稳定分支.

3.2 开环分支分析(Open-loop simulation)

为了验证开环分支分析的结果并考察所建立的多自由度模型能否反映飞机的真实运动特性, 当飞行速度为 0.18 Ma 时, 在 2950 m 和 3250 m 高度分别对飞机的六自由度运动方程进行配平, 得到迎角分别为 29.4° 和 30.4° 的两个特征点, 将这两个特征点的参数作为系统状态的初值, 纵向运动通过飞行控制律实现稳定控制, 仿真步长取 0.01 s, 给侧滑角和滚转角分别加入幅值为 3° 和 4° 的初始扰动, 仿真结果如图 2-5 所示.

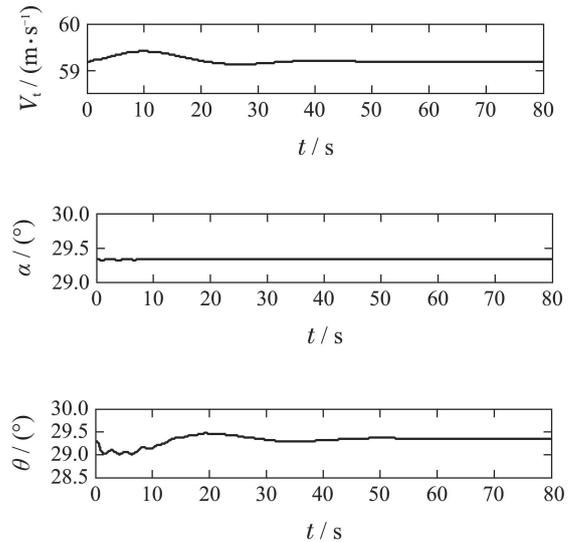
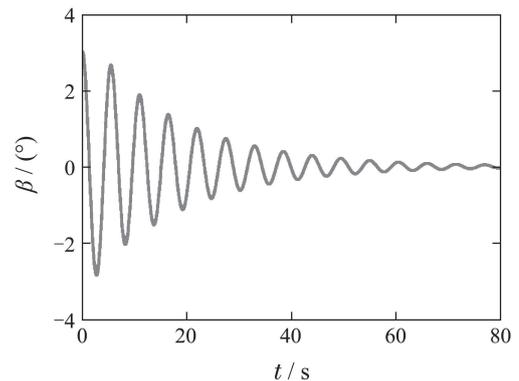


图 2 $\alpha = 29.4^\circ$ 时的纵向状态响应

Fig. 2 Longitudinal state responses at $\alpha = 29.4^\circ$



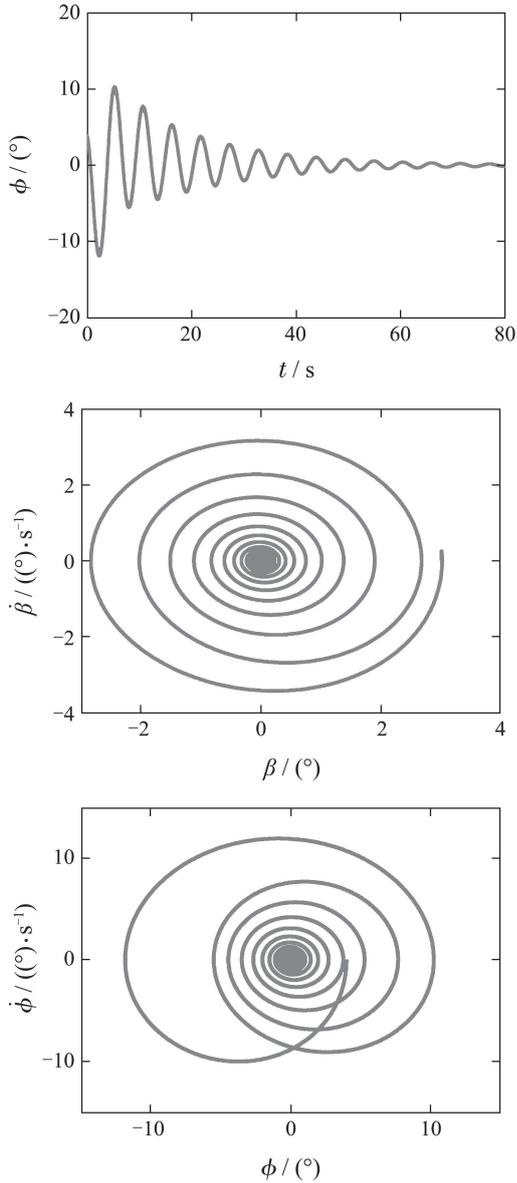


图3 $\alpha = 29.4^\circ$ 时的横侧向状态响应
Fig. 3 Lateral state responses at $\alpha = 29.4^\circ$

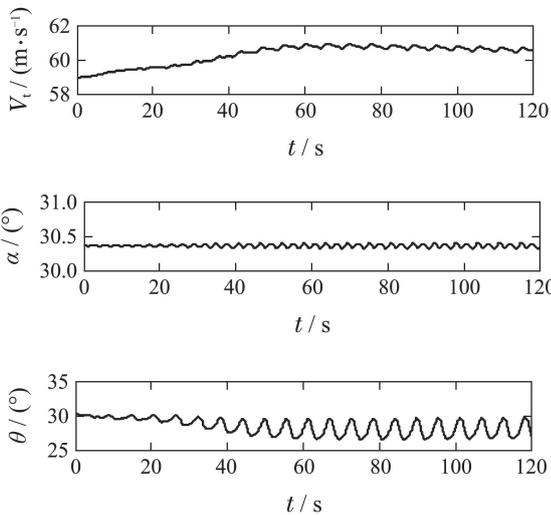


图4 $\alpha = 30.4^\circ$ 时的纵向状态响应
Fig. 4 Longitudinal state responses at $\alpha = 30.4^\circ$

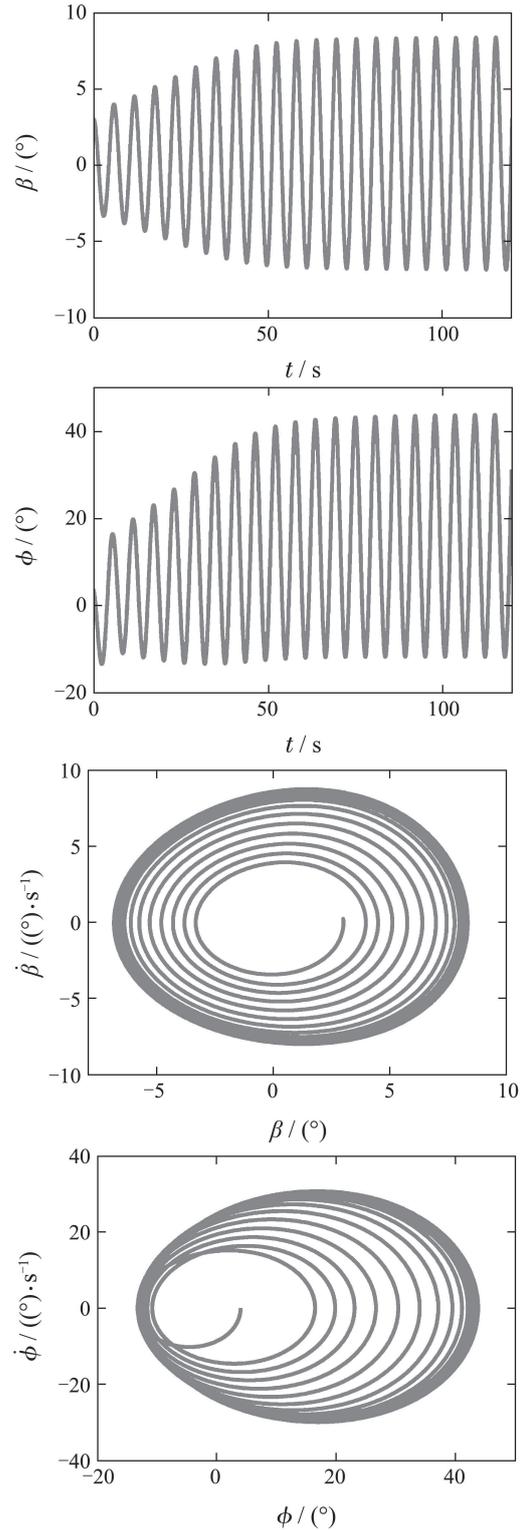


图5 $\alpha = 30.4^\circ$ 时的横侧向状态响应
Fig. 5 Lateral state responses at $\alpha = 30.4^\circ$

从图中可以看出,当迎角为 29.4° 时,虽然 β, ϕ 均受到扰动,但是经过较长时间的振荡后仍然能够收敛到平衡点 $(0^\circ, 0^\circ)$ 。当迎角增加到 30.4° 时,横侧向状态在初始扰动的影响下,经过一段时间的过渡过程后,振荡的幅值和频率均保持不变,系统形成稳定的极限环,此时飞机进入机翼摇晃阶段。由此可知,机翼摇晃对应的临界迎角介于 $29.4^\circ \sim 30.4^\circ$ 之间,这与开环分

支分析的结果是相吻合的. 因此, 所建立的横侧向多自由度模型能够反映飞机的真实运动特性并有效地表征机翼摇晃现象, 通过分支分析可以实现对机翼摇晃临界迎角的准确预测.

4 机翼摇晃的抑制(Wing rock suppression)

由于气动参数摄动导致模型不可避免存在建模误差, 不失一般性, 将机翼摇晃模型(1)–(4)表述为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}_1 = \boldsymbol{f}_1 + \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_2 + \boldsymbol{D}_1\boldsymbol{\theta}_1, \\ \dot{\boldsymbol{x}}_2 = \boldsymbol{f}_2 + \boldsymbol{G}\boldsymbol{u} + \boldsymbol{D}_2\boldsymbol{\theta}_2, \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\boldsymbol{x}_1 = (\beta, \phi)^\top$, $\boldsymbol{x}_2 = (p, r)^\top$, $\boldsymbol{u} = (\delta_a, \delta_r)^\top$, $\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{\theta}_1$, $\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{\theta}_2$ 表示模型不确定性, $\boldsymbol{\theta}_1 = \Delta C_Y$, $\boldsymbol{\theta}_2 = (\Delta C_1, \Delta C_n)^\top$, $\boldsymbol{f}_1 = (f_\beta, f_\phi)^\top$, $\boldsymbol{f}_2 = (f_p, f_r)^\top$, $f_\beta, f_\phi, f_p, f_r$, $\boldsymbol{H}, \boldsymbol{G}, \boldsymbol{D}_1, \boldsymbol{D}_2$ 的表示形式如下:

$$f_\beta = -\frac{1}{mV_t}(\bar{q}SC_{X0} + T - mg \sin \theta) \cos \alpha \sin \beta - \frac{1}{mV_t}(\bar{q}SC_{Y0} + mg \cos \theta \sin \phi) \cos \beta - \frac{1}{mV_t}(\bar{q}SC_{Z0} + mg \cos \theta \cos \phi) \sin \alpha \sin \beta,$$

$$f_\phi = 0,$$

$$f_p = \frac{I_z}{I_x I_z - I_{xz}^2} \bar{q} S b (C_{l0} + \frac{b}{2V_t} C_{lp} p + \frac{b}{2V_t} C_{lr} r) + \frac{I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} \bar{q} S b (C_{n0} + \frac{pb}{2V_t} C_{np} + \frac{rb}{2V_t} C_{nr}) - \frac{I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} \bar{q} S \bar{c} (x_{cgr} - x_{cg}) C_Y,$$

$$f_r = \frac{I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} \bar{q} S b (C_{l0} + \frac{b}{2V_t} C_{lp} p + \frac{b}{2V_t} C_{lr} r) + \frac{I_x}{I_x I_z - I_{xz}^2} \bar{q} S b (C_{n0} + \frac{pb}{2V_t} C_{np} + \frac{rb}{2V_t} C_{nr}) - \frac{I_x}{I_x I_z - I_{xz}^2} \bar{q} S \bar{c} (x_{cgr} - x_{cg}) C_Y,$$

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{q} S b C_{Yp} \cos \beta}{2mV_t^2} + \sin \alpha & \frac{\bar{q} S b C_{Yr} \cos \beta}{2mV_t^2} - \cos \alpha \\ 1 & \cos \phi \tan \theta \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{G} = \frac{\bar{q} S b}{I_x I_z - I_{xz}^2} \begin{bmatrix} I_z C_{l\delta_a} + I_{xz} C_{n\delta_a} & I_z C_{l\delta_r} + I_{xz} C_{n\delta_r} \\ I_{xz} C_{l\delta_a} + I_x C_{n\delta_a} & I_{xz} C_{l\delta_r} + I_x C_{n\delta_r} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{D}_1 = [\bar{q} S \cos \beta / (mV_t) \ 0]^\top,$$

$$\boldsymbol{D}_2 = \frac{\bar{q} S b}{I_x I_z - I_{xz}^2} \begin{bmatrix} I_z & I_{xz} \\ I_{xz} & I_x \end{bmatrix}.$$

注2 考虑到飞机的姿态主要通过舵面偏转产生的力矩进行控制, 因此在控制器设计过程中忽略舵面偏转产生的气动力对姿态的直接影响, 即认为气动力操纵系数 $C_{X\delta_e}$, $C_{Y\delta_a}$, $C_{Y\delta_r}$, $C_{Z\delta_e}$ 均等于零. 但是在仿真过程中, 仍然采用包含非零气动力操纵系数的六自由度模型对控制器的鲁棒性进行验证.

控制的目标是在模型不确定性和舵面位置限幅的影响下, 通过设计约束滤波自适应反步控制器, 使系统在跟踪给定参考指令的同时实现对机翼摇晃运动的有效抑制. 为便于控制器设计, 首先给出以下假设.

假设1^[16] 对于矩阵 $\boldsymbol{H}, \boldsymbol{G}$, 存在常数 $\kappa_1, \kappa_2 > 0$, 使得 $\|\boldsymbol{H}\| \leq \kappa_1, \|\boldsymbol{G}\| \leq \kappa_2$ 对任意的 $(V_t, \alpha, \beta, \phi, \theta, \delta_e) \in \Omega_1 \subset \mathbb{R}^6$ 均成立, 其中 Ω_1 表示包含原点的紧集.

首先定义如下跟踪误差:

$$\boldsymbol{e}_1 = \boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_{1r}, \quad (8)$$

$$\boldsymbol{e}_2 = \boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_{2r}, \quad (9)$$

其中: $\boldsymbol{x}_{1r} = (\beta_r, \phi_r)^\top$ 为参考输入指令, $\boldsymbol{x}_{2r} = (p_r, r_r)^\top$ 为经过滤波处理的虚拟控制指令.

为了避免传统反步控制存在的“计算膨胀”问题, 采用二阶滤波器对虚拟控制指令 $\bar{\boldsymbol{x}}_{2r}$ 进行滤波, 得到 \boldsymbol{x}_{2r} 及 $\dot{\boldsymbol{x}}_{2r}$, 滤波器采用如下形式表示:

$$\ddot{\boldsymbol{x}}_{2r} + 2\zeta\omega_n \dot{\boldsymbol{x}}_{2r} + \omega_n^2 \boldsymbol{x}_{2r} = \omega_n^2 \bar{\boldsymbol{x}}_{2r}, \quad (10)$$

其中: ζ, ω_n 分别表示滤波器阻尼比和自然角频率, 滤波器初始状态满足 $\boldsymbol{x}_{2r}(0) = \bar{\boldsymbol{x}}_{2r}(0)$.

考虑舵面位置限幅对控制的影响, 在控制器设计过程中采用带有位置饱和函数的指令滤波器对控制指令 $\bar{\boldsymbol{u}}$ 进行滤波, 确保滤波后的舵偏角指令 \boldsymbol{u} 始终处于执行机构可实现范围内, 滤波器动态表示为

$$\ddot{\boldsymbol{u}} = 2\zeta\omega_n \left\{ \frac{\omega_n}{2\zeta} [\text{sat}_M(\bar{\boldsymbol{u}}) - \boldsymbol{u}] - \dot{\boldsymbol{u}} \right\}, \quad (11)$$

其中: $\bar{\boldsymbol{u}}, \boldsymbol{u}$ 分别表示滤波器输入和输出信号, $\text{sat}_M(\cdot)$ 表示舵面位置饱和函数, 滤波器初始状态满足 $\boldsymbol{u}(0) = \bar{\boldsymbol{u}}(0)$.

由于滤波器动态导致输出信号 $\boldsymbol{x}_{2r}, \boldsymbol{u}$ 与输入信号 $\bar{\boldsymbol{x}}_{2r}, \bar{\boldsymbol{u}}$ 之间存在误差, 尤其是当控制指令 $\bar{\boldsymbol{u}}$ 超出舵面最大偏转角度限制时, 滤波器输入与输出之间的误差迅速增大, 从而对系统的稳定性和控制效果产生较大的影响, 因此引入滤波器动态对跟踪误差进行补偿.

定义补偿误差:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = \boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{\xi}_1, \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_2 = \boldsymbol{e}_2 - \boldsymbol{\xi}_2, \quad (13)$$

其中: $\boldsymbol{\varepsilon}_1 = (\varepsilon_{11}, \varepsilon_{12})^\top, \boldsymbol{\varepsilon}_2 = (\varepsilon_{21}, \varepsilon_{22})^\top, \boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2$ 为补偿滤波器动态, 可以采用如下形式描述:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_1 = -\boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{\xi}_1 - \boldsymbol{K}_1 \int_0^t \boldsymbol{\xi}_1 dt + \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}_{2r} - \bar{\boldsymbol{x}}_{2r}), \quad (14)$$

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_2 = -\boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{\xi}_2 - \boldsymbol{K}_2 \int_0^t \boldsymbol{\xi}_2 dt + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{u} - \bar{\boldsymbol{u}}), \quad (15)$$

其中: $\boldsymbol{A}_1, \boldsymbol{A}_2$ 为正定矩阵, $\boldsymbol{K}_1, \boldsymbol{K}_2$ 为正定对称矩阵. 对式(8)求导可得

$$\dot{\boldsymbol{e}}_1 = \boldsymbol{f}_1 + \boldsymbol{H}\boldsymbol{e}_2 + \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}_{2r} - \bar{\boldsymbol{x}}_{2r}) + \boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_{2r} + \boldsymbol{D}_1\boldsymbol{\theta}_1 - \dot{\boldsymbol{x}}_{1r}. \quad (16)$$

设计虚拟控制指令 \bar{x}_{2r} :

$$\begin{aligned} \bar{x}_{2r} = & \mathbf{H}^{-1}(-\mathbf{f}_1 + \dot{\mathbf{x}}_{1r} - \mathbf{H}\boldsymbol{\xi}_2 - \mathbf{A}_1\mathbf{e}_1) - \\ & \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{K}_1 \int_0^t \mathbf{e}_1 dt + \mathbf{D}_1 \hat{\theta}_1), \end{aligned} \quad (17)$$

其中: $\hat{\theta}_1$ 表示 θ_1 的估计值, 式中最后两项为鲁棒补偿项, 可用于抑制常值干扰和模型不确定性的影响.

由式(12)(14)(16)–(17)可得

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 = \mathbf{H}\boldsymbol{\varepsilon}_2 - \mathbf{A}_1\boldsymbol{\varepsilon}_1 - \mathbf{K}_1 \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon}_1 dt - \mathbf{D}_1 \tilde{\theta}_1, \quad (18)$$

其中 $\tilde{\theta}_1 = \hat{\theta}_1 - \theta_1$. 对式(9)求导可得

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 = \mathbf{f}_2 + \mathbf{G}(\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) + \mathbf{G}\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{D}_2\boldsymbol{\theta}_2 - \dot{\mathbf{x}}_{2r}. \quad (19)$$

设计鲁棒控制律 $\bar{\mathbf{u}}$:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}} = & \mathbf{G}^{-1}(-\mathbf{f}_2 + \dot{\mathbf{x}}_{2r} - \mathbf{H}^T\boldsymbol{\varepsilon}_1 - \mathbf{A}_2\mathbf{e}_2) - \\ & \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{K}_2 \int_0^t \mathbf{e}_2 dt + \mathbf{D}_2 \hat{\theta}_2), \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $\hat{\theta}_2$ 表示 θ_2 的估计值.

由式(13)(15)(19)–(20)可得

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 = -\mathbf{H}^T\boldsymbol{\varepsilon}_1 - \mathbf{A}_2\boldsymbol{\varepsilon}_2 - \mathbf{K}_2 \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon}_2 dt - \mathbf{D}_2 \tilde{\theta}_2, \quad (21)$$

其中 $\tilde{\theta}_2 = \hat{\theta}_2 - \theta_2$.

针对式(17)(20)中的参数估计值设计自适应律

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \Lambda_1(\mathbf{D}_1^T\boldsymbol{\varepsilon}_1 - \mu_1\hat{\theta}_1), \quad (22)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \Lambda_2(\mathbf{D}_2^T\boldsymbol{\varepsilon}_2 - \mu_2\hat{\theta}_2), \quad (23)$$

其中: $\Lambda_1 > 0$, $\Lambda_2 = \Lambda_2^T > \mathbf{0}$, $\mu_1, \mu_2 > 0$.

定义Lyapunov函数

$$\begin{aligned} V_1 = & \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}_1^T\boldsymbol{\varepsilon}_1 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}_2^T\boldsymbol{\varepsilon}_2 + \frac{1}{2}(\int_0^t \boldsymbol{\varepsilon}_1 dt)^T \mathbf{K}_1 \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon}_1 dt + \\ & \frac{1}{2}(\int_0^t \boldsymbol{\varepsilon}_2 dt)^T \mathbf{K}_2 \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon}_2 dt + \frac{1}{2}\tilde{\theta}_1^T \Lambda_1^{-1} \tilde{\theta}_1 + \\ & \frac{1}{2}\tilde{\theta}_2^T \Lambda_2^{-1} \tilde{\theta}_2. \end{aligned} \quad (24)$$

对式(24)求导, 联立式(18)(21)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \boldsymbol{\varepsilon}_1^T(-\mathbf{A}_1\boldsymbol{\varepsilon}_1 - \mathbf{D}_1\tilde{\theta}_1) + \boldsymbol{\varepsilon}_2^T(-\mathbf{A}_2\boldsymbol{\varepsilon}_2 - \mathbf{D}_2\tilde{\theta}_2) + \\ & \tilde{\theta}_1^T \Lambda_1^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_1 + \tilde{\theta}_2^T \Lambda_2^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_2 = \\ & -\boldsymbol{\varepsilon}_1^T \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_1 - \boldsymbol{\varepsilon}_2^T \mathbf{A}_2 \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \mu_1 \tilde{\theta}_1^T \tilde{\theta}_1 - \mu_2 \tilde{\theta}_2^T \tilde{\theta}_2 \leq \\ & -\lambda_{\min}(\mathbf{A}_1)\|\boldsymbol{\varepsilon}_1\|^2 - \lambda_{\min}(\mathbf{A}_2)\|\boldsymbol{\varepsilon}_2\|^2 - \frac{\mu_1}{2}\tilde{\theta}_1^2 + \\ & \frac{\mu_1}{2}\theta_1^2 - \frac{\mu_2}{2}\|\tilde{\theta}_2\|^2 + \frac{\mu_2}{2}\|\theta_2\|^2 \leq \\ & -\lambda_{\min}(\mathbf{A})\|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2 - \frac{\mu_1}{2}\tilde{\theta}_1^2 - \frac{\mu_2}{2}\|\tilde{\theta}_2\|^2 + C_1, \end{aligned} \quad (25)$$

其中:

$$\lambda_{\min}(\mathbf{A}) = \min[\lambda_{\min}(\mathbf{A}_1), \lambda_{\min}(\mathbf{A}_2)],$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} = & (\boldsymbol{\varepsilon}_1^T, \boldsymbol{\varepsilon}_2^T)^T, \\ C_1 = & \frac{\mu_1}{2}\theta_1^2 + \frac{\mu_2}{2}\|\theta_2\|^2. \end{aligned}$$

因此由Lyapunov稳定性定理可知, 系统的补偿误差最终收敛于原点附近的邻域内:

$$\Omega_2 = \{\boldsymbol{\varepsilon} \mid \|\boldsymbol{\varepsilon}\| \leq \sqrt{\frac{C_1}{\lambda_{\min}(\mathbf{A})}}\}. \quad (26)$$

根据舵面偏转是否出现饱和可以将闭环系统的稳定性分为以下两种情况分别进行讨论:

1) 当控制指令 $\bar{\mathbf{u}}$ 不超过舵面最大偏转角度时, 对于给定的任意时刻 t_1 及 $\tau_1, \tau_2 > 0$, 存在滤波器自然角频率 ω_n , 使得当 $t > t_1$ 时, 补偿滤波器(14)–(15)的输入满足^[17]

$$\|\mathbf{x}_{2r} - \bar{\mathbf{x}}_{2r}\| \leq \tau_1, \quad \|\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}\| \leq \tau_2. \quad (27)$$

定义如下Lyapunov函数:

$$\begin{aligned} V_2 = & \frac{1}{2}\boldsymbol{\xi}_1^T\boldsymbol{\xi}_1 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\xi}_2^T\boldsymbol{\xi}_2 + \frac{1}{2}(\int_0^t \boldsymbol{\xi}_1 dt)^T \mathbf{K}_1 \int_0^t \boldsymbol{\xi}_1 dt + \\ & \frac{1}{2}(\int_0^t \boldsymbol{\xi}_2 dt)^T \mathbf{K}_2 \int_0^t \boldsymbol{\xi}_2 dt. \end{aligned} \quad (28)$$

对上式求导, 并将式(14)–(15)(27)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -\boldsymbol{\xi}_1^T[\mathbf{A}_1\boldsymbol{\xi}_1 - \mathbf{H}(\mathbf{x}_{2r} - \bar{\mathbf{x}}_{2r})] - \boldsymbol{\xi}_2^T[\mathbf{A}_2\boldsymbol{\xi}_2 - \\ & \mathbf{G}(\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}})] \leq \\ & -\lambda_{\min}(\mathbf{A}_1)\|\boldsymbol{\xi}_1\|^2 + \tau_1\|\mathbf{H}\|\|\boldsymbol{\xi}_1\| - \lambda_{\min}(\mathbf{A}_2)\|\boldsymbol{\xi}_2\|^2 + \\ & \tau_2\|\mathbf{G}\|\|\boldsymbol{\xi}_2\| \leq \\ & -[\lambda_{\min}(\mathbf{A}_1) - \frac{\tau_1}{2}]\|\boldsymbol{\xi}_1\|^2 - [\lambda_{\min}(\mathbf{A}_2) - \frac{\tau_2}{2}]\|\boldsymbol{\xi}_2\|^2 + \\ & \frac{\tau_1}{2}\kappa_1^2 + \frac{\tau_2}{2}\kappa_2^2 \leq \\ & -\lambda_{\min}(\mathbf{A}')\|\boldsymbol{\xi}\|^2 + C_2, \end{aligned} \quad (29)$$

其中:

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(\mathbf{A}') = & \min[\lambda_{\min}(\mathbf{A}_1 - \frac{\tau_1}{2}\mathbf{I}), \lambda_{\min}(\mathbf{A}_2 - \frac{\tau_2}{2}\mathbf{I})], \\ \boldsymbol{\xi} = & (\boldsymbol{\xi}_1^T, \boldsymbol{\xi}_2^T)^T, C_2 = \frac{\tau_1}{2}\kappa_1^2 + \frac{\tau_2}{2}\kappa_2^2. \end{aligned}$$

根据Lyapunov稳定性定理可知, 补偿滤波器动态最终收敛于原点附近的邻域内:

$$\Omega_3 = \{\boldsymbol{\xi} \mid \|\boldsymbol{\xi}\| \leq \sqrt{\frac{C_2}{\lambda_{\min}(\mathbf{A}')}}\}. \quad (30)$$

由式(26)(30)可知, 跟踪误差一致最终有界, 收敛于与不确定性上界和控制器参数有关的邻域内:

$$\|\mathbf{e}_i\| \leq \|\boldsymbol{\varepsilon}_i\| + \|\boldsymbol{\xi}_i\| \leq \sqrt{\frac{C_1}{\lambda_{\min}(\mathbf{A})}} + \sqrt{\frac{C_2}{\lambda_{\min}(\mathbf{A}')}}. \quad (31)$$

2) 当控制指令超过舵面最大偏转角度时, 控制的

首要目标是保持自适应过程的稳定^[18]. 由式(26)可知, 无论舵面偏转是否达到饱和, 补偿误差始终收敛于原点附近较小的邻域内. 因此通过在参数估计过程中采用补偿误差代替跟踪误差进行自适应律设计, 可以有效避免舵面饱和对自适应过程的影响. 当舵面偏转达到饱和时, 由于控制器产生的力矩指令无法通过执行机构完全实现, 此时跟踪误差会迅速增大. 然而, 考虑到 $\mathbf{x}_{2r} - \bar{\mathbf{x}}_{2r}$ 和 $\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}$ 均为有界信号^[18], 因此补偿滤波器动态 ξ_1, ξ_2 均为有界值, 根据式(12)–(13)可知, 跟踪误差 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 均有界, 但是该界限与舵面饱和时间密切相关, 舵面饱和持续时间越长, 跟踪误差的上界越大.

注3 对于式(26)(28)(31), 选择较大的 $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$ 可以保证较小的收敛区域, 但是过大的 $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$ 也可能会激发系统的未建模动态. 因此参数的取值需要根据系统的稳定性和控制效果进行折中选取.

5 仿真分析(Simulation analysis)

5.1 闭环分支分析(Closed-loop bifurcation analysis)

针对约束滤波反步控制器(17)(20), 自适应律(22)(23)和横侧向多自由度模型(1)–(4)组成的闭环系统, 采用分支分析方法对其动力学特性进行分析. 假设副翼和方向舵的最大偏转角度分别为 $21.5^\circ, 30^\circ$. 控制器参数的取值分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \text{diag}\{3, 3\}, \quad \mathbf{A}_2 = \text{diag}\{6, 6\}, \\ \mathbf{K}_1 &= \text{diag}\{0.1, 0.1\}, \quad \mathbf{K}_2 = \text{diag}\{0.2, 0.2\}, \\ \mathbf{A}_3 &= 400, \quad \mathbf{A}_4 = \text{diag}\{0.05, 1\}, \\ \mu_1 &= \mu_2 = 5, \end{aligned}$$

滤波器参数为 $\zeta = 0.8, \omega_n = 20 \text{ rad/s}$, 其余仿真参数与开环分支分析保持一致. 通过分支分析得到引入控制器后的闭环系统在零参考输入($\beta_r = 0^\circ, \phi_r = 0^\circ$)时的平衡图如图6所示.

由图可知, 当迎角在 $0 \sim 0.98 \text{ rad}$ 范围内变化时, 原开环系统存在的随侧滑角和滚转角周期变化的不稳定分支左移到 $0.45 \sim 0.5 \text{ rad}$ 迎角之间, 由于在该迎角区域内系统的零平衡解是稳定的, 系统的状态不受该分支的影响. 因此, 通过鲁棒约束滤波自适应反步控制, 系统的稳定区域大幅度增加, 在迎角小于 0.98 rad 范围内, 系统的状态最终能够收敛到零附近, 开环系统存在的极限环消失, 机翼摇晃得到了有效抑制. 当迎角大于 0.98 rad (约 56.5°)后, 系统发生分叉, 该区域内唯一存在的零平衡解失稳, 闭环系统具有不稳定性. 此时由于飞机处于大迎角飞行状态, 气动舵面操纵效率较低且受到幅值限制, 无法提供足够的控制能量, 需要引入推力矢量辅助控制以提供足够的力矩保证闭环系统的稳定性.

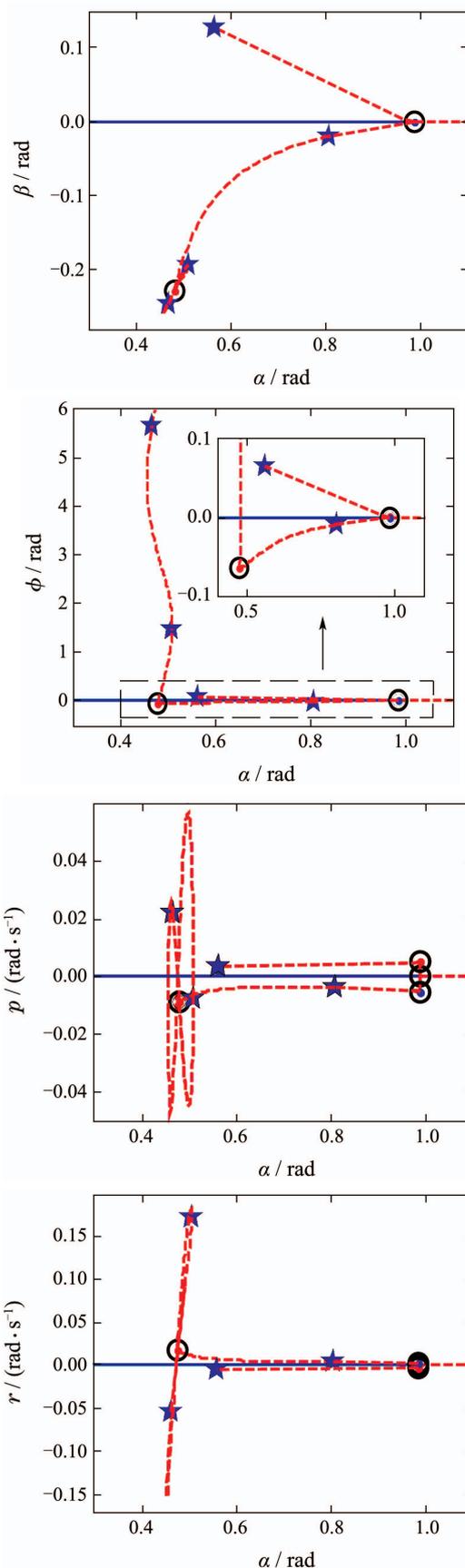


图6 系统的闭环分析平衡图

Fig. 6 Equilibrium of states in the closed-loop analysis

5.2 闭环仿真验证(Closed-loop simulation)

为了验证闭环分支分析的结果,对闭环系统的控制效果进行仿真分析.系统的初始状态与闭环分支分析保持一致,在仿真的初始时刻分别给侧滑角和滚转角加入幅值为 3° 和 4° 的小幅扰动,侧滑角指令 β_c 始终保持为零,迎角和滚转角指令表示为:

$$\begin{cases} \alpha_c = 30.2^\circ, \phi_c = 0^\circ, & t < 5 \text{ s}, \\ \alpha_c = 30.2^\circ, \phi_c = 4^\circ, & 5 \text{ s} \leq t < 8 \text{ s}, \\ \alpha_c = 23.8^\circ + 0.8t, \phi_c = 4^\circ, & 8 \text{ s} \leq t < 10 \text{ s}, \\ \alpha_c = 23.8^\circ + 0.8t, \phi_c = -4^\circ, & 10 \text{ s} \leq t < 15 \text{ s}, \\ \alpha_c = 23.8^\circ + 0.8t, \phi_c = 0^\circ, & 15 \text{ s} \leq t < 20 \text{ s}. \end{cases} \quad (32)$$

在仿真过程中,首先将指令信号 $\mathbf{x}_c = (\alpha_c, \beta_c, \phi_c)^T$ 通过一个二阶滤波器进行预先处理,得到实际的参考输入信号 $\mathbf{x}_r = (\alpha_r, \beta_r, \phi_r)^T$ 及其导数 $\dot{\mathbf{x}}_r$,二阶滤波器可以表示为

$$\frac{\mathbf{x}_r(s)}{\mathbf{x}_c(s)} = \frac{\omega_d^2}{s^2 + 2\zeta_0\omega_d s + \omega_d^2}, \quad (33)$$

其中: $\zeta_0 = 1, \omega_d = 2 \text{ rad/s}$.

为了验证控制器的控制效果,将本文所提出的约束滤波自适应反步控制方法与传统自适应反步控制方法进行比较,同时在侧向力系数,滚转力矩系数和偏航力矩系数中分别加入0.005, 0.01, 0.005的气动参数不确定性,控制效果对比如图7-9所示,采用本文所提出的控制方法的控制效果如图10-12所示.图7-9中: Case 1表示本文提出的鲁棒约束滤波自适应反步控制方法, Case 2表示不考虑约束和滤波误差补偿的传统自适应反步控制方法, Case 3表示不考虑不确定性补偿的约束滤波反步控制方法.

从图7-9中可以看出,与其他两种方法相比,本文所提出的鲁棒约束滤波自适应反步控制方法具有更好的控制效果.侧滑角和滚转角存在的初始扰动在控制的作用下迅速得以消除,系统的状态均能够收敛到平衡点附近较小的邻域内.虽然迎角在大于机翼摇晃临界迎角的区域内连续变化,但是滚转角在模型不确定情况下仍然能够实现对给定指令的稳定跟踪,系统原有的极限环消失,表明机翼摇晃运动得到了有效抑制.由图10-11可知,在10~12 s之间,由于副翼和方向舵的偏转达到了饱和,侧滑角和滚转角均出现了一定的跟踪误差,但是通过引入滤波器动态对跟踪误差进行补偿,使得补偿误差仍然处于原点附近很小的邻域内.从图9中可以看出,由于采用了补偿误差代替跟踪误差进行自适应律设计,参数估计过程几乎不受舵面饱和的影响,通过对模型不确定性进行补偿可以保证较好的控制效果.而对于传统自适应反步控制方法,由于采用跟踪误差进行自适应律设计,使得自适应过程受到舵面的直接影响.当舵面偏转达到饱和时,跟

踪误差迅速增大导致参数估计误差也急剧增大,进而产生更大的舵偏量和跟踪误差,尤其是当自适应参数的取值较大时,容易导致系统不稳定.

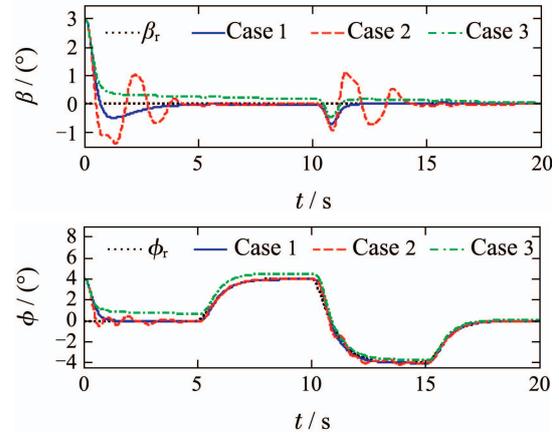


图7 横侧向参考指令跟踪曲线

Fig. 7 Time histories of lateral commands tracking

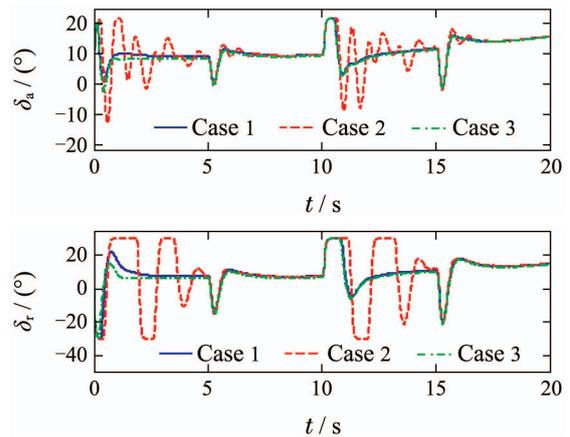


图8 副翼和方向舵舵偏角响应

Fig. 8 The deflections of aileron and rudder

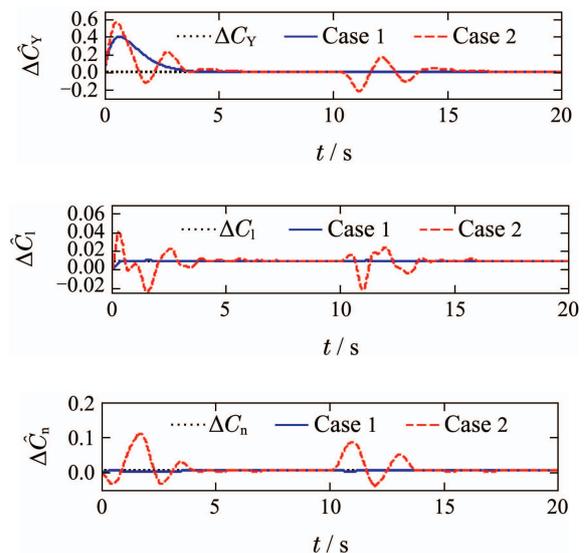


图9 不确定参数估计

Fig. 9 Estimation of uncertain parameters

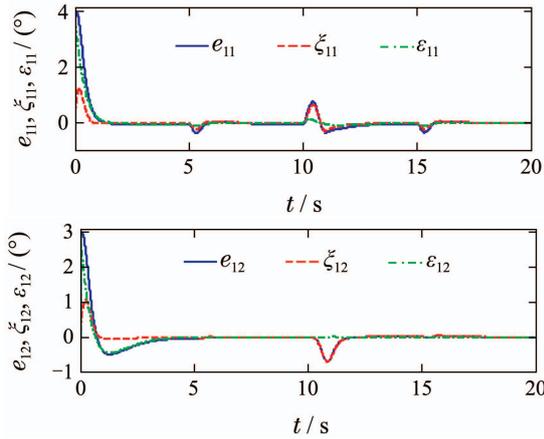


图 10 角度子系统跟踪误差, 滤波器动态和补偿误差
Fig. 10 The tracking errors, filter dynamics and compensated errors in angular subsystem

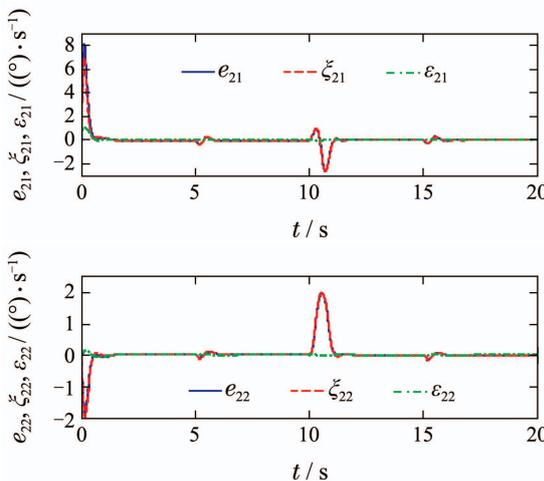


图 11 角速度子系统跟踪误差, 滤波器动态和补偿误差
Fig. 11 The tracking errors, filter dynamics and compensated errors in angular rate subsystem

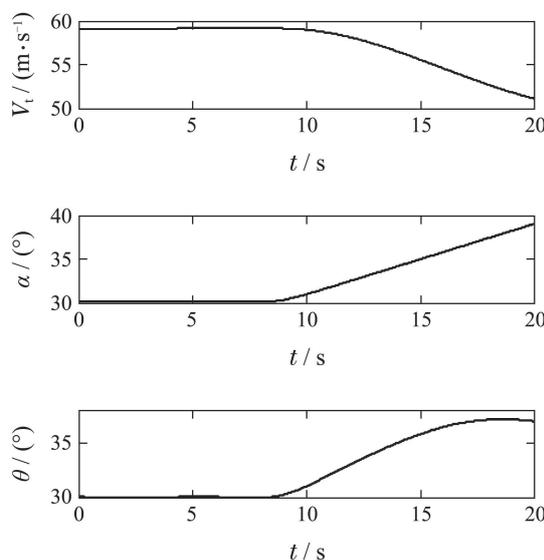


图 12 纵向状态响应
Fig. 12 Longitudinal state responses

6 结论(Conclusions)

机翼摇晃的预测与抑制是飞机大迎角非线性动力学分析与控制的重要研究方向. 本文的研究结果表明所建立的横侧向多自由度模型能够有效描述机翼摇晃运动, 通过开环分支分析能够实现对机翼摇晃临界迎角的准确预测, 所设计的鲁棒约束滤波自适应反步控制器可以有效抑制机翼摇晃运动, 并且在模型不确定和控制受约束条件下具有较强的鲁棒性和较好的控制效果. 但是机翼摇晃作为一种复杂的非线性运动, 其产生机理和作用形式仍然是值得深入研究的课题, 建立既能准确表征机翼摇晃现象又便于开展动力学分析的数学模型是机翼摇晃预测和抑制研究亟待解决的关键问题. 本文的研究揭示了系统初始状态偏离平衡位置较小情况下的动力学特性, 机翼摇晃涉及的鞍点和吸引域等复杂的非线性动力学特性分析将是下一步的研究重点.

参考文献(References):

- [1] LIU Wei, YANG Xiaoliang, ZHANG Hanxin, et al. A review on investigation of wing rock problems under high angles of attack [J]. *Advances in Mechanics*, 2008, 38(2): 214 – 228. (刘伟, 杨小亮, 张涵信, 等. 大攻角运动时的机翼摇摆问题研究综述 [J]. *力学进展*, 2008, 38(2): 214 – 228.)
- [2] GUGLIERI G. A comprehensive analysis of wing rock dynamics for slender delta wing configurations [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 69(4): 1559 – 1575.
- [3] GUGLIERI G, SARTORI D. Design of a sliding mode control for wing rock suppression in highly-swept wing aircraft [J]. *International Journal of Aerospace Sciences*, 2013, 2(1): 1 – 10.
- [4] GO T H. Lateral-directional aircraft dynamics under static moment nonlinearity [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(1): 305 – 309.
- [5] CAPELLO E, GUGLIERI G, SARTORI D. Performance evaluation of an L1 adaptive controller for wing-body rock suppression [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012, 35(6): 1702 – 1708.
- [6] RONG H J, HAN S, ZHAO G S. Adaptive fuzzy control of aircraft wing-rock motion [J]. *Applied Soft Computing*, 2014, 14(1): 181 – 193.
- [7] IBRIR S, SU C Y. Robust nonlinear feedback design for wing rock stabilization [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 37(1): 321 – 325.
- [8] KUPERMAN A, ZHONG Q C. Disturbance observer assisted robust control of wing rock motion based on contraction theory [J]. *Simulation*, 2013, 89(9): 1128 – 1136.
- [9] KORID K, KOLHE J P, TALOLE S E. Extended state observer based robust control of wing rock motion [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2014, 33(1): 107 – 117.
- [10] ZRIBI M, ALSHAMALI S, AL-KENDARI M. Suppression of the wing-rock phenomenon using nonlinear controllers [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 71(1/2): 313 – 322.
- [11] LIU Kai, ZHU Jihong, FAN Yong. Aircraft control for spin-recovery with rate saturation in actuators [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(5): 549 – 554. (刘凯, 朱纪洪, 范勇. 舵机速率饱和时的飞机尾旋改出控制 [J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(5): 549 – 554.)

- [12] LIEBST B S. The dynamics, prediction, and control of wing rock in high-performance aircraft [J]. *Philosophical Transactions-Royal Society of London Series A Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 1998: 2257 – 2276.
- [13] LI Y, SHI Z. Characterization of unconventional multi-dimension wing rock phenomenon [C] // *International Conference on Modeling, Identification and Control*. Okayama, USA: IEEE, 2010: 24 – 29.
- [14] ABDULWAHAB E N, CHEN H Q. Periodic motion suppression based on control of wing rock in aircraft lateral dynamics [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2008, 12(4): 295 – 301.
- [15] CHEN Yongliang, SHEN Hongliang, LIU Chang. Prediction and suppression of wing-rock [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2005, 26(3): 276 – 280.
(陈永亮, 沈宏良, 刘昶. 机翼摇晃预测与抑制 [J]. *航空学报*, 2005, 26(3): 276 – 280.)
- [16] CHEN M, GE S S, REN B B. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems with input constraints [J]. *Automatica*, 2011, 47(3): 452 – 465.
- [17] DONG W, FARRELL J A, POLYCARPOU M M, et al. Command filtered adaptive backstepping [J]. *IEEE Transactions on Control System Technology*, 2012, 20(3): 566 – 580.
- [18] FARRELL J, SHARMA M, POLYCARPOU M. Backstepping-based flight control with adaptive function approximation [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, 28(6): 1089 – 1102.

作者简介:

周池军 (1988–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为动力学分析与飞行控制, E-mail: zhouchijun666@126.com;

雷虎民 (1960–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为飞行器制导、控制与仿真技术, E-mail: hmleinet@126.com;

朱纪洪 (1968–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为飞行控制、非线性控制、航空电子, E-mail: jhzhu@tsinghua.edu.cn;

尹航 (1986–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为动力学分析与飞行控制, E-mail: yinhang321@163.com.