

## 非合作交会对接的姿态和轨道耦合控制

郭 永, 宋申民<sup>†</sup>, 李学辉

(哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 航天器与非合作目标进行交会对接时, 要求控制器能保证二者不发生碰撞. 然而, 针对航天器非合作交会对接中的避碰问题, 还没有成熟的控制策略. 本文以服务航天器体坐标系为参考坐标系建立航天器相对姿态轨道耦合运动模型, 利用滑模控制设计了一种姿态轨道耦合控制器实现交会对接. 通过利用人工势函数理论和基于蔓叶线的虚拟障碍物模型, 控制器可以严格地保证服务航天器运行在安全区域内部, 避免与目标航天器碰撞. 通过李雅普诺夫理论可以证明系统在控制器的作用下是渐近稳定的. 数值仿真进一步说明了所提出的控制器的有效性.

**关键词:** 滑模控制; 非合作交会对接; 避免碰撞; 人工势函数

中图分类号: V448.2 文献标识码: A

## Attitude and orbit coupled control for non-cooperative rendezvous and docking

GUO Yong, SONG Shen-min<sup>†</sup>, LI Xue-hui

(Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology,  
Harbin Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** The controller that can avoid collision is needed for the service spacecraft rendezvous and docking with the non-cooperative target spacecraft. However, there is not a sophisticated control strategy to avoid collision between the service spacecraft and non-cooperative target spacecraft. The coupling motion model of attitude and orbit is established on the service spacecraft body coordinate system in this paper. A controller with coupled attitude and orbit dynamics is developed to realize the rendezvous and docking with the non-cooperative target spacecraft by using sliding mode control. The coupled controller can ensure that the service spacecraft is strictly in the safety area to avoid collision with the non-cooperative target spacecraft by using artificial potential function and virtual obstacles model established based on cissoid. The system under the coupled controller is asymptotically stable by Lyapunov theory. Numerical simulation is performed on the coupled model. Experimental results demonstrate the effectiveness of the proposed control scheme.

**Key words:** sliding mode control; non-cooperative rendezvous and docking; avoid collision; artificial potential function

### 1 引言(Introduction)

自主交会对接是航天技术中的一个重要研究方向, 在燃料加注、在轨组装和在轨修复等航天任务中有着广泛的应用. 根据目标的运动特性, 自主交会对接可以分为合作式与非合作式两种. 其中, 合作式自主交会对接理论已经较为成熟<sup>[1-3]</sup>, 并且成功应用于空间站补给、登月等各种航天活动中. 随着航天技术的不断发展和航天任务需求的不断增长, 非合作自主交会对接引起了学者的极大关注<sup>[4]</sup>, 例如捕获回收太空垃圾和失控航天器, 已经成为非合作自主交会对接的一个研究热点.

在自主交会对接的最后逼近段, 两航天器间的相

对位置<sup>[5-6]</sup>与相对姿态<sup>[7-10]</sup>存在严重的耦合, 这为设计控制器带来极大的挑战. 文献[11]利用视线相对运动方程和四元数姿态方程, 建立了两航天器间近距离相对运动的轨道和姿态联合控制模型, 采用模糊控制研究了非合作自主交会对接的终端接近问题. 文献[12]建立了航天器轨道和姿态联合控制模型, 在考虑模型的非线性、时变性和计算快速性的基础上, 采用 $\theta$ -D控制方法进行轨道和姿态联合控制. 文献[13]针对存在参数不确定性和外部扰动情况, 利用自适应控制设计了鲁棒姿轨耦合控制器. 文献[14]研究了追踪航天器和失控慢速翻滚的目标航天器的末段交会对接控制问题, 并且考虑了追踪航天器的挠性.

收稿日期: 2015-08-28; 录用日期: 2016-01-29.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: songshenmin@hit.edu.cn; Tel.: +86 451-8642224-8241.

本文责任编辑: 段志生.

国家自然科学基金面上项目(61174037), 国家自然科学基金重点研究项目(NSFC-61333003)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61174037) and State Key Program of National Natural Science of China (61333003).

文献[15]利用模型预测控制研究了具有避障功能的非合作交会对接问题。

上述文献分别从不同的角度研究了非合作自主交会对接问题, 但是对避障问题研究的不够深入. 安全交会对接指的是两个航天器在交会对接过程中, 没有碰撞发生. 这里的碰撞包括服务航天器与空间其他物体之间的相互碰撞, 和服务航天器与目标航天器之间的相互碰撞. 为了实现避障功能, 人工势函数方法得到了极大的关注<sup>[16-17]</sup>. 文献[18]针对非合作自主交会对接, 提出了一种基于椭圆蔓叶线的人工势函数制导方法. 文献[19]利用安全正不变集(safe positively invariant sets)研究了航天器避障问题. 文献[20]利用高斯伪谱法在考虑避障的基础上设计了燃料最优的控制器.

尽管上述方法可以实现非合作自主交会对接, 但是非合作交会对接仍然是一个具有挑战性的问题. 为了进一步地解决非合作自主交会对接问题, 本文设计了具有避障功能的姿轨耦合控制器. 相比于上述文献, 本文的创新之处在于:

1) 以服务航天器体坐标系为参考坐标系建立了六自由度姿轨耦合模型.

2) 采用蔓叶线建立了虚拟障碍物模型, 并设计了合理的势函数.

3) 采用滑模控制设计了具有避障功能的控制器, 与文献[18]相比, 本文可以严格保证服务航天器一直运行在安全区域, 并且系统是渐近稳定的.

## 2 姿态和轨道耦合模型(The coupling motion model of attitude and orbit)

为了方便进行高精度的非合作自主交会对接, 本文以服务航天器体坐标系为参考坐标系建立航天器轨道和姿态相对运动学与动力学方程. 为了方便把姿轨耦合模型写成具有欧拉-拉格朗日形式的方程, 进而统一设计姿态和轨道控制器, 姿态描述采用修正罗德里格参数(modified Rodrigues parameters, MRPs).

下面给出要用到的坐标系的定义.

赤道惯性坐标系( $o_1x_1y_1z_1$ ): 原点 $o_1$ 为地心,  $x_1$ 轴在赤道平面内, 指向春分点;  $z_1$ 轴沿地球自转轴方向, 向上为正;  $y_1$ 轴与 $x_1$ 轴和 $z_1$ 轴构成右旋正交系, 记为 $F_1$ .

服务航天器体坐标系( $o_bx_by_bz_b$ ): 原点 $o_b$ 位于服务航天器的质心,  $x_b$ 轴与对接轴重合, 指向对接口方向为正,  $y_b$ 轴垂直于对接轴所在的纵对称面,  $z_b$ 轴在对接轴所在的纵对称面内, 与其他两轴构成右旋正交系, 记为 $F_b$ .

目标航天器体坐标系( $o_0x_0y_0z_0$ ): 原点 $o_0$ 位于目标航天器的质心,  $x_0$ 轴与对接轴重合, 指向对接口方向为正,  $y_0$ 轴垂直于对接轴所在的纵对称面,  $z_0$ 轴在对接轴所在的纵对称面内, 与其他两轴构成右旋正交系.

## 2.1 相对轨道运动模型(The relative motion dynamics model)

假定空间中存在一颗运行在椭圆轨道的目标航天器,  $r_t$ 和 $r_c$ 分别为地心到目标航天器质心和服务航天器质心的位置矢量. 目标航天器不受主动控制力作用, 则服务航天器和目标航天器的动力学模型分别为式(1)和式(2). 其中:  $\mu$ 为地球引力常数,  $m_c$ 为服务航天器的质量.  $d_c$ 为服务航天器所受到的外部摄动力.  $F_c$ 为作用于服务航天器的主动控制力.

$$\ddot{r}_c = -\mu \frac{r_c}{\|r_c\|^3} + \frac{F_c}{m_c} + \frac{d_c}{m_c}, \quad (1)$$

$$\ddot{r}_t = -\mu \frac{r_t}{\|r_t\|^3}. \quad (2)$$

令 $r = r_c - r_t$ ,  $f = -\mu \frac{r_c}{\|r_c\|^3} + \mu \frac{r_t}{\|r_t\|^3}$ , 重写式(1)和式(2)可得

$$\ddot{r} = f + \frac{F_c}{m_c} + \frac{d_c}{m_c}. \quad (3)$$

令 $r_b$ 为 $r$ 在服务航天器体坐标系下的表示, 可得式(4), 其中 $\omega = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ 为服务航天器体坐标系相对于惯性系的相对角速度.

$$\ddot{r} = \frac{d^2 r_b}{dt^2} + \omega \times (\omega \times r_b) + 2\omega \times \frac{dr_b}{dt} + \dot{\omega} \times r_b. \quad (4)$$

令 $f_b, d_b, F_b$ 为 $f, d_c, F_c$ 在服务航天器体坐标系下的表示, 把式(3)代入式(4), 并投影在服务航天器体坐标系中可以得到

$$\frac{d^2 r_b}{dt^2} = -\omega \times (\omega \times r_b) - 2\omega \times \frac{dr_b}{dt} - \dot{\omega} \times r_b + f_b + \frac{d_b}{m_c} + \frac{F_b}{m_c}. \quad (5)$$

对式(5)进行整理, 可以得到具有欧拉-拉格朗日形式的轨道相对运动学方程

$$\ddot{r}_b + A(\omega)\dot{r}_b + D(\omega)r_b - f_b - \frac{d_b}{m_c} = \frac{F_b}{m_c}, \quad (6)$$

$$A(\omega)\dot{r}_b = \begin{bmatrix} 0 & -2\omega_3 & 2\omega_2 \\ 2\omega_3 & 0 & -2\omega_1 \\ -2\omega_2 & 2\omega_1 & 0 \end{bmatrix} \dot{r}_b, \quad (7)$$

$$D(\omega)r_b = -\omega \times (\omega \times r_b) - \dot{\omega} \times r_b = \begin{bmatrix} -\omega_2^2 - \omega_3^2 & \omega_1\omega_2 - \dot{\omega}_3 & \omega_1\omega_3 + \dot{\omega}_2 \\ \omega_1\omega_2 + \dot{\omega}_3 & -\omega_1^2 - \omega_3^2 & \omega_2\omega_3 - \dot{\omega}_1 \\ \omega_1\omega_3 - \dot{\omega}_2 & \omega_2\omega_3 + \dot{\omega}_1 & -\omega_1^2 - \omega_2^2 \end{bmatrix} r_b, \quad (8)$$

其中 $\omega_i^2 = \omega_i \times \omega_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

假设期望位置和速度分别为 $r_d, 0$ , 定义误差向量为 $r_e = r_b - r_d$ ,  $\dot{r}_e = \dot{r}_b$ , 重写式(6), 可以得到误差相

对运动学方程

$$m_c(\ddot{\mathbf{r}}_e + A(\boldsymbol{\omega})\dot{\mathbf{r}}_e + D(\boldsymbol{\omega})\mathbf{r}_e - \mathbf{f}_b + D(\boldsymbol{\omega})\mathbf{r}_d) = \mathbf{F}_b + \mathbf{d}_b. \quad (9)$$

## 2.2 基于MRPs的姿态控制模型(The attitude control model based on MRPs)

本文采用修正罗德里格参数来描述航天器的姿态,其定义为

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\hat{\mathbf{q}}}{1 + \bar{q}} = \mathbf{k}_e \text{tg} \frac{\varphi}{4}, \quad (10)$$

其中:  $\mathbf{q} = [\bar{q} \ \hat{\mathbf{q}}^T]^T$  为描述航天器姿态的四元数; 单位向量  $\mathbf{k}_e \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  为姿态旋转的欧拉轴;  $\varphi \in (-2\pi, 2\pi)$  为  $F_b$  相对于  $F_1$  绕欧拉轴所转过的角度, 称为欧拉角. 采用MRPs描述的服务航天器的姿态运动学为

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{G}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\omega}, \quad (11)$$

$$\mathbf{G}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{4} [(1 - \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I}_{3 \times 3} + 2\boldsymbol{\sigma}^\times + 2\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma}^T]. \quad (12)$$

服务航天器的姿态动力学模型为

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{u}_\tau + \mathbf{d}_\tau, \quad (13)$$

其中:  $\mathbf{u}_\tau$  为作用于服务航天器的控制力矩,  $\mathbf{d}_\tau \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  为作用于服务航天器的扰动力矩.

令  $\boldsymbol{\sigma}_e$  和  $\boldsymbol{\omega}_e$  分别为姿态误差和角速度误差, 其定义如下:

$$\boldsymbol{\sigma}_e = \frac{(1 - \boldsymbol{\sigma}_d^T \boldsymbol{\sigma}_d)\boldsymbol{\sigma} - (1 - \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma}_d)\boldsymbol{\sigma}_d + 2\boldsymbol{\sigma}^\times \boldsymbol{\sigma}_d}{1 + \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma}_d \boldsymbol{\sigma}_d^T \boldsymbol{\sigma}_d + 2\boldsymbol{\sigma}_d^T \boldsymbol{\sigma}}, \quad (14)$$

$$\boldsymbol{\omega}_e = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{R}(\boldsymbol{\sigma}_e)\boldsymbol{\omega}_d, \quad (15)$$

$$\mathbf{R}(\boldsymbol{\sigma}_e) = \mathbf{R}(\boldsymbol{\sigma})[\mathbf{R}(\boldsymbol{\sigma}_d)]^T, \quad (16)$$

$$\mathbf{R}(\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{I}_{3 \times 3} - \frac{4(1 - \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma})}{(1 + \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma})^2} \boldsymbol{\sigma}^\times + \frac{8\boldsymbol{\sigma}^\times \boldsymbol{\sigma}^\times}{(1 + \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma})^2}, \quad (17)$$

其中  $\boldsymbol{\sigma}_d$  和  $\boldsymbol{\omega}_d$  分别为期望姿态和期望角速度.

由式(11)–(17)可得

$$\boldsymbol{\omega}_e = \mathbf{G}^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_e)\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e. \quad (18)$$

对上述式子做进一步变换, 则姿态控制模型式(11)和(13)可改写为

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \mathbf{C}_1 \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \mathbf{N}_1 = \mathbf{G}^{-T}(\boldsymbol{\sigma}_e)(\mathbf{d}_\tau + \mathbf{u}_\tau), \quad (19)$$

其中:

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{G}^{-T}(\boldsymbol{\sigma}_e)\mathbf{J}\mathbf{G}^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_e), \quad (20)$$

$$\mathbf{G}(\boldsymbol{\sigma}_e) = \frac{1}{4} [(1 - \boldsymbol{\sigma}_e^T \boldsymbol{\sigma}_e)\mathbf{I}_{3 \times 3} + 2\boldsymbol{\sigma}_e^\times + 2\boldsymbol{\sigma}_e \boldsymbol{\sigma}_e^T], \quad (21)$$

$$\mathbf{C}_1 = -\mathbf{G}^{-T}(\boldsymbol{\sigma}_e)[(\mathbf{J}\mathbf{G}^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_e)\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e)^\times \mathbf{G}^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_e) +$$

$$\mathbf{J}\dot{\mathbf{G}}^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_e)] + \mathbf{G}^{-T}(\boldsymbol{\sigma}_e)[\mathbf{J}(\mathbf{R}(\boldsymbol{\sigma}_e)\boldsymbol{\omega}_d)^\times + (\mathbf{R}(\boldsymbol{\sigma}_e)\boldsymbol{\omega}_d)^\times \mathbf{J} - (\mathbf{J}\mathbf{R}(\boldsymbol{\sigma}_e)\boldsymbol{\omega}_d)^\times] \mathbf{G}^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_e), \quad (22)$$

$$\mathbf{N}_1 = \mathbf{G}^{-T}(\boldsymbol{\sigma}_e)((\mathbf{R}(\boldsymbol{\sigma}_e)\boldsymbol{\omega}_d)^\times \mathbf{J}\mathbf{R}(\boldsymbol{\sigma}_e)\boldsymbol{\omega}_d + \mathbf{J}\mathbf{R}(\boldsymbol{\sigma}_e)\dot{\boldsymbol{\omega}}_d). \quad (23)$$

## 2.3 姿态轨道耦合运动模型(The coupling motion model of attitude and orbit)

为了统一描述姿态和轨道运动学和动力学方程, 记

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_e \\ \mathbf{r}_e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_\tau \\ \mathbf{F}_b \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_\tau \\ \mathbf{d}_b \end{bmatrix}. \quad (24)$$

可得姿轨耦合控制模型为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{g} = \mathbf{B}_1\mathbf{u} + \mathbf{B}_2\mathbf{d}, \quad (25)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & m_c \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & m_c \mathbf{A}(\boldsymbol{\omega}) \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1 \\ m_c(D(\boldsymbol{\omega})\mathbf{r}_e - \mathbf{f}_b + D(\boldsymbol{\omega})\mathbf{r}_d) \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^{-T}(\boldsymbol{\sigma}_e) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}. \quad (28)$$

一体化模型式(25)具有常见的欧拉–拉格朗日方程的形式, 并且具有与其相类似的性质:

**性质 1**  $\mathbf{M}$  是正定对称矩阵

**性质 2**  $\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C}$  是反对称矩阵, 即对于  $\forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ , 有

$$\mathbf{y}^T(\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C})\mathbf{y} = 0. \quad (29)$$

**注 1** 航天器的姿态运动与轨道运动存在动力学耦合, 为提高控制精度需要考虑姿态与轨道的耦合. 本文建立的耦合模型以服务航天器体坐标系为参考坐标系, 与以目标航天器轨道坐标系作为参考坐标系的模型相比, 本文的模型不需要知道目标航天器的具体轨道六要素, 只需要知道服务航天器与目标航天器之间的相对信息. 这一优点在目标航天器存在机动、轨道六要素发生变化时尤其明显.

## 3 避障模型(The model of obstacle avoidance)

在非合作自主交会对接中, 由于目标航天器的非合作特性, 建立合适的障碍物模型, 设计正确合理的避障方法是安全交会对接的关键. 本文研究的碰撞为服务航天器与失控目标航天器之间的相互碰撞. 例如目标航天器带有大型的太阳帆板, 在服务航天器接近目标航天器接口的过程中, 和太阳帆板的碰撞是不允许的. 如图1所示, 显然服务航天器沿路径1运动是安全的, 而沿路径2运动将会和目标航天器的太阳帆板相碰撞.

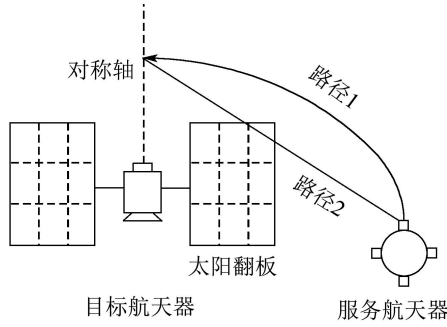


图 1 安全接近

Fig. 1 Safe approaching

在交会对接过程中, 最终安全接近走廊是一个很重要的概念. 最终安全接近走廊是以目标航天器对接轴为中轴线, 对接口为顶点的圆锥形区域, 如图2所示. 另外, 如果对接口距离航天器质心较近, 可以近似的把最终安全接近走廊的顶点设在航天器的质心处, 这种设定在某些情况下会使计算较为方便. 本文把最终安全接近走廊的顶点设在航天器的质心处.

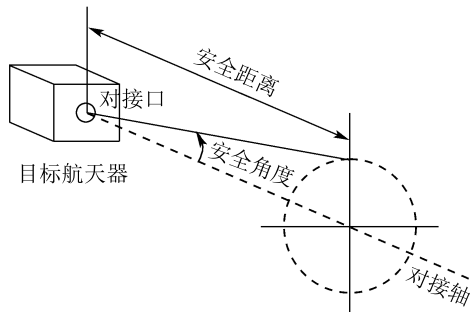


图 2 最终安全接近走廊

Fig. 2 Final safe approaching corridor

为了方便建立避障模型, 采用蔓叶线描述最终安全接近走廊. 蔓叶线定义如下: 假设 $C1$ 和 $C2$ 是两条曲线,  $O$ 是一个定点, 一条经过 $O$ 的直线 $L$ 分别相交 $C1$ 和 $C2$ 于 $A$ 和 $B$ , 则所有在 $L$ 上的点 $P$ 使得 $AB = OP$ 的轨迹就是一条蔓叶线.

若 $C1$ 是一个椭圆, 其长半轴为 $a$ , 短半轴为 $b$ , 椭圆的中心在 $(a, 0)$ 点.  $C2$ 是椭圆的切线, 其通过点 $(2a, 0)$ 且垂直于 $x$ 轴.  $O$ 和原点重合, 那么 $P$ 的轨迹就称为椭圆蔓叶线, 椭圆的切线 $C2$ 即为椭圆蔓叶线的渐近线, 曲线的对称轴为 $x$ 轴. 椭圆蔓叶线的方程为式(30), 其中 $\tan \theta = \frac{b}{a}$ , 椭圆蔓叶线如图3中实线所示, 虚线为方程 $y = \tan \theta |x|$ 描述的安全走廊曲线.

$$y^2 = \frac{x^3 \tan^2 \theta}{2a - x} \tag{30}$$

把式(30)绕 $x$ 轴转动, 形成旋转曲面(见图4):

$$\frac{x^3 \tan^2 \theta}{2a - x} - y^2 - z^2 = 0. \tag{31}$$

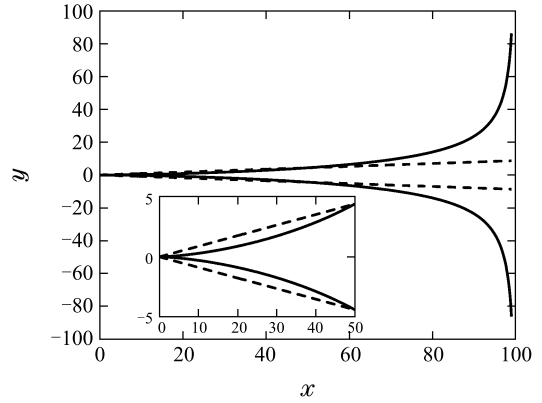


图 3 椭圆蔓叶线( $a = 50, \theta = \frac{\pi}{36}$ )

Fig. 3 Elliptic cissoid ( $a = 50, \theta = \frac{\pi}{36}$ )

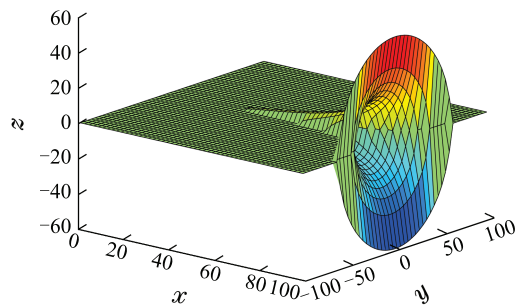


图 4 椭圆蔓叶线曲面( $a = 50, \theta = \frac{\pi}{36}$ )

Fig. 4 Elliptic cissoid curved surface ( $a = 50, \theta = \frac{\pi}{36}$ )

由图3和图4可以看出, 蔓叶线所形成曲面的形状与前面定义的最终安全接近走廊的圆锥曲面是很相似的, 并且在 $(0, a)$ 区间上, 其限制比最终安全接近走廊还要严格一些, 因此可以把曲面的内部看作最终安全接近走廊的内部, 此外, 蔓叶线曲线与曲面在渐近线与渐近面处的开口渐近特点, 可以有效地形成航天器向曲面内部运动的收敛区域. 由上述定义可以看出 $(0, 2a)$ 为 $x$ 轴上的安全区域范围,  $a$ 的选择依据是目标航天器上天线、帆板等障碍物在 $x$ 轴方向上的长度, 一般 $a$ 可以选取的比障碍物长.  $\tan \theta$ 与椭圆蔓叶线的张口大小有关,  $\tan \theta$ 越大椭圆蔓叶线张口越大, 其选择依据是对接口周围的安全空间的大小, 安全空间大可以选择值大的 $\tan \theta$ , 安全空间小可以选择值小的 $\tan \theta$ , 一般 $\tan \theta$ 的值越小对避障越有利.

通过上述分析, 本文把蔓叶线曲面看作为虚拟障碍物, 其固连于目标航天器本体系中, 旋转曲面的旋转轴即为对接轴, 如图4所示, 把其所形成的区域作为安全接近限制区域, 即服务航天器只能在曲面内部运动, 这样便可以使服务航天器运动在最终安全接近走廊中. 本文中障碍物的模型描述如下:

1) 虚拟障碍物在目标航天器体坐标系下的描述形式为式(31).

2) 服务航天器在目标航天器体坐标系下的表示为 $\mathbf{r}_1 = R_0^b \mathbf{r}_b = [\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z}]^T$ , 其中 $R_0^b$ 为服务航

天器体坐标系到目标航天器体坐标系的转换矩阵.

#### 4 控制器设计(Controller design)

本文基于滑模控制利用蔓叶线设计具有避障功能的航天器姿态轨道耦合控制器. 滑模面设计如下:

$$\mathbf{S} = k_1 \mathbf{x} + (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3) \dot{\mathbf{x}}. \quad (32)$$

针对姿轨耦合系统(25), 设计控制器式(33), 其中  $k_1, k_2, k_3$  大于0,  $k_4 > \|\mathbf{d}\|$ ,  $\|\cdot\|$  表示  $\cdot$  的2-范数.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & \mathbf{B}_1^{-1} [\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{g} - (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + \\ & k_3)^{-1} [k_1 \mathbf{M}\dot{\mathbf{x}} + \frac{d}{dt} (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + \\ & k_3) \mathbf{M}\dot{\mathbf{x}} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}\mathbf{S}] - k_4 \|\mathbf{B}_2\| \operatorname{sgn} \mathbf{S}], \quad (33) \end{aligned}$$

$$h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z}) = \frac{r_{1,x}^3 \tan^2 \theta}{2a - r_{1,x}} - r_{1,y}^2 - r_{1,z}^2. \quad (34)$$

**注2** 在航天器姿轨耦合控制模型式(33)中, 姿轨耦合显式地体现在矩阵  $\mathbf{C}$  和  $\mathbf{g}$  中, 这两个矩阵体现了姿态运动对轨道运动的影响, 其中  $\mathbf{C}$  和  $\mathbf{g}$  的定义见式(26)–(27).

**定理1** 针对系统式(25), 假设已知扰动的上界, 在控制器式(33)的作用下, 可以得到如下结论:

- i) 系统渐近稳定.
- ii) 服务航天器实现避障功能.

**证** 选取李雅普诺夫函数

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{M} \mathbf{S}. \quad (35)$$

沿系统轨线求导, 并代入控制器式(33)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \mathbf{S}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{S}} + \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{M}} \mathbf{S} = \\ & \mathbf{S}^T \mathbf{M} (k_1 \dot{\mathbf{x}} + (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3) \ddot{\mathbf{x}} + \\ & \frac{d}{dt} (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3) \dot{\mathbf{x}}) + \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{M}} \mathbf{S} = \\ & (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3) \mathbf{S}^T (-\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} - \\ & \mathbf{g} + \mathbf{B}_1 \mathbf{u} + \mathbf{B}_2 \mathbf{d}) + k_1 \mathbf{S}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{x}} + \\ & \frac{d}{dt} (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3) \mathbf{S}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{x}} + \\ & \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{M}} \mathbf{S} = \\ & (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3) \mathbf{S}^T \mathbf{B}_2 \mathbf{d} - \\ & k_4 (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3) \|\mathbf{B}_2\| \mathbf{S}^T \operatorname{sgn} \mathbf{S}. \end{aligned}$$

对  $(k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3) \mathbf{S}^T \mathbf{B}_2 \mathbf{d}$  求取2-范数可以得到下式:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3) \|\mathbf{S}^T \mathbf{B}_2 \mathbf{d}\| - \\ & k_4 (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3) \|\mathbf{B}_2\| \|\mathbf{S}\| \leq \\ & (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3) \|\mathbf{S}\| \|\mathbf{B}_2\| \|\mathbf{d}\| - \\ & k_4 (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3) \|\mathbf{B}_2\| \|\mathbf{S}\| \leq \\ & -(k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3) \|\mathbf{B}_2\| (k_4 - \\ & \|\mathbf{d}\|) \|\mathbf{S}\|. \end{aligned}$$

因为  $k_4 - \|\mathbf{d}\| > 0$ ,  $\mathbf{S}$  在有限时间内收敛到0. 下面分析状态在滑模面  $\mathbf{S} = 0$  上的收敛性.

$$V_2 = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{x}. \quad (36)$$

选择李雅普诺夫函数为式(36), 并对其沿  $\mathbf{S} = 0$  求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \mathbf{x}^T \dot{\mathbf{x}} = \\ & -\mathbf{x}^T (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3)^{-1} k_1 \mathbf{x} = \\ & -k_1 (k_2 (\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2 + k_3)^{-1} \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq 0. \end{aligned}$$

因为  $\dot{V}_2 \leq 0$ , 所以在滑模面上闭环系统渐近收敛到平衡点. 因为  $\dot{V}_1 \leq 0$  和  $\dot{V}_2 \leq 0$ , 所以  $V_1$  和  $V_2$  有界, 从而可得  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{x}$ ,  $\dot{\mathbf{x}}$  和  $(\frac{1}{h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})})^2$  有界, 即  $h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})$  不会等于0, 服务航天器不会穿出安全区域.

定理1证明完毕.

**注3** 由于  $h(\mathbf{r}_{1,x}, \mathbf{r}_{1,y}, \mathbf{r}_{1,z})$  不等于0, 服务航天器的初始位置应在安全区域内部, 才能保证服务航天器不会穿出安全区域.

#### 5 仿真(Simulations)

服务航天器和目标航天器的质量为100 kg. 目标航天器的轨道要素为:  $a = 7.178 \times 10^6$ ,  $e = 0.01$ ,  $\Omega = 0$ ,  $i = \frac{\pi}{6}$ ,  $\omega = 0$ ,  $f = 0$ , 其中  $a, e, \Omega, i, \omega, f$  分别是半长轴、离心率、升交点赤经、轨道倾角、近地点幅角和真近点角. 相对距离和速度的初始值为  $\mathbf{r}_0(0) = [14.9, 17.1, 37.7]^T \text{m}$  和  $\dot{\mathbf{r}}_0(0) = [0.05, 0.5, -0.24]^T \text{m/s}$ . 期望相对距离为  $\mathbf{r}_d = [2, 0, 0]^T \text{m}$ .

控制器(33)的参数选择为  $k_1 = 9$ ,  $k_2 = 0.02$ ,  $k_3 = 1$ ,  $k_4 = 0.005$ ,  $a = 25$ . 期望姿态为

$$\boldsymbol{\sigma}_d = 0.001 [\sin(t/40), \sin(t/50), \sin(t/60)]^T \text{rad},$$

所受外部扰动力为  $J_2$  项扰动, 外部扰动力矩  $\mathbf{d}_\tau = 0.001 [\cos(nt), 2\cos(nt), 3\cos(nt)]^T \text{N} \cdot \text{m}$ , 其中  $n$  为服务航天器的平均角速度.

为了消除抖振现象, 利用饱和函数代替控制器中的符号函数. 仿真结果如图5-12. 图中*i*代表相对应向量的第*i*个元素. 图5-7分别为服务航天器体系下的相对姿态、相对角速度和控制力矩曲线. 从这三幅图中可以看出姿态误差快速收敛到零. 图8-10分别为服务航天器体系下的相对位置、相速度和相对控制力曲线. 从这三幅图中可以看出位置误差快速收敛到零, 系统可以实现交会对接. 图11为服务航天器相对于目标航天器对接轴的相对运动轨迹, 由此图可以看出服务航天器运行在最终安全接近走廊的内部.

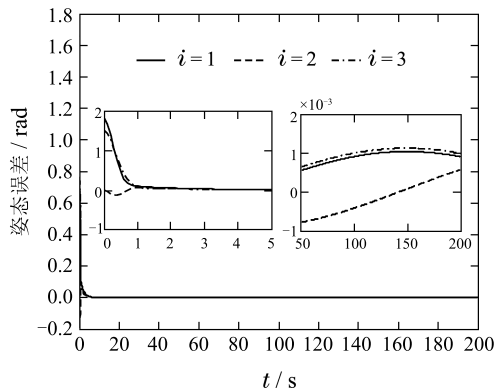


图 5 服务航天器体系下的姿态误差

Fig. 5 The attitude error in the service spacecraft body frame

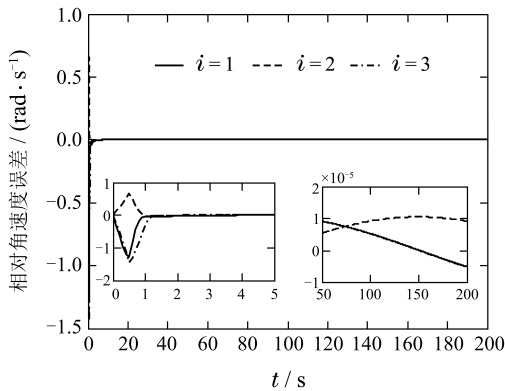


图 6 服务航天器体系下的相对角速度误差

Fig. 6 The relative angular velocity error in the service

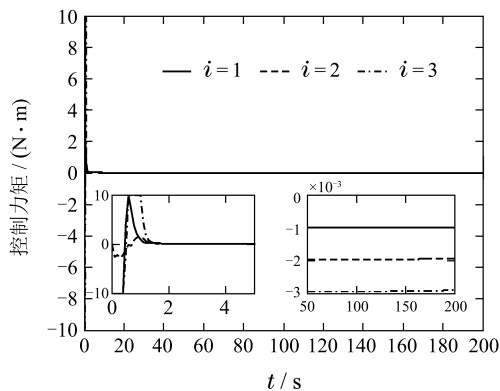


图 7 控制力矩

Fig. 7 The control torque

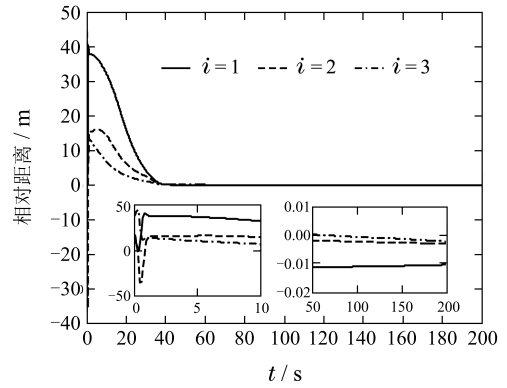


图 8 服务航天器体系下的相对距离

Fig. 8 The relative distance in the service spacecraft body frame

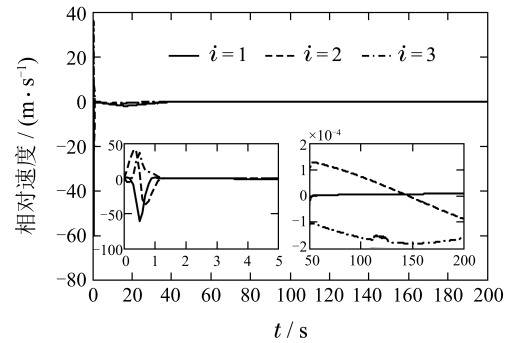


图 9 服务航天器体系下的相对速度

Fig. 9 The relative velocity in the service spacecraft body frame

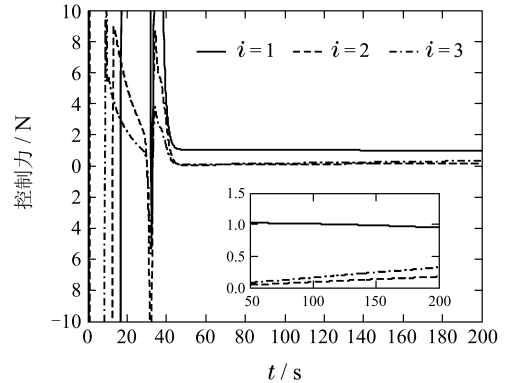


图 10 服务航天器体系下的控制力

Fig. 10 The control force in the service spacecraft body frame

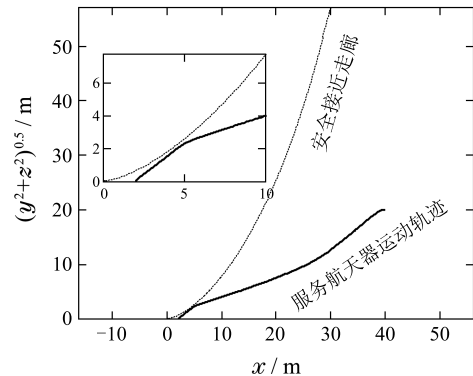


图 11 航天器相对运动轨迹( $k_2=0.02$ )

Fig. 11 The relative motion trajectory between spacecraft ( $k_2=0.02$ )

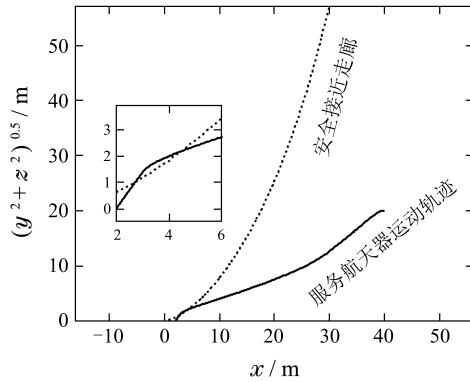


图12 航天器相对运动轨迹( $k_2 = 0$ )

Fig. 12 The relative motion trajectory between spacecraft ( $k_2 = 0$ )

为了说明控制器的避障功能,取 $k_2 = 0$ ,即不采用避障算法,仿真结果如图12.对比图11和图12可以看出加上避障算法后,系统能有效地进行避障,实现安全交会对接.

## 6 结论(Conclusions)

本文建立了以服务航天器体坐标系为参考坐标系的航天器相对姿态轨道耦合运动模型.针对非合作的失控航天器,利用蔓叶线建立了避障模型,提出了非合作自主交会对接的控制策略.通过李雅普诺夫定理严格证明了系统是渐近稳定的并且能实现避障功能.最后应用数值仿真验证了控制器的有效性.

## 参考文献(References):

- [1] LI Z, YANG X, GAO H. Autonomous impulsive rendezvous for spacecraft under orbital uncertainty and thruster faults [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2013, 350(9): 2455 – 2473.
- [2] PÉREZ D, BEVILACQUA R. Differential drag spacecraft rendezvous using an adaptive Lyapunov control strategy [J]. *Acta Astronautica*, 2013, 83(1): 196 – 207.
- [3] MA Y K, JI H B. Robust control for spacecraft rendezvous with disturbances and input saturation [J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2015, 13(2): 353 – 360.
- [4] WEI Wenshu, JING Wuxing, GAO Changsheng. Research automatic stability technology of spacecraft assembly with captured non-cooperative targets on orbit [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(7): 1520 – 1530.  
(韦文书, 荆武兴, 高长生. 捕获非合作目标后航天器的自主稳定技术研究 [J]. *航空学报*, 2013, 34(7): 1520 – 1530.)
- [5] WU Shunan, WU Guoqiang, SUN Zhaowei. Spacecraft relative orbit finite-time control for proximity to non-cooperative target [J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2013, 53(6): 885 – 892.  
(邬树楠, 吴国强, 孙兆伟. 接近非合作目标的航天器相对轨道有限时间控制 [J]. *大连理工大学学报*, 2013, 53(6): 885 – 892.)
- [6] GUO Y, SONG S, DEND L. Finite-time coordination control for formation flying spacecraft [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2014, 25(5): 859 – 867.
- [7] GUO Y, SONG S. Adaptive finite-time backstepping control for attitude tracking of spacecraft based on rotation matrix [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2014, 27(2): 375 – 382.
- [8] GUO Y, SONG S, LI X H. Terminal sliding mode control for attitude tracking of spacecraft based on rotation matrix [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015. DOI: 10.1155/2015/187924.
- [9] HU Qinglei, LI Bo, ZHANG Aihua, et al. Finite-time attitude maneuver control of spacecraft under control saturation and misalignment [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(4): 417 – 424.  
(胡庆雷, 李波, 张爱华, 等. 考虑推力器安装偏差的航天器姿态机动有限时间控制 [J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(4): 417 – 424.)
- [10] SONG Shenmin, GUO Yong, LI Xuehui. Finite-time attitude tracking control for spacecraft with input saturation [J]. *Control and Decision*, 2015, 30(11): 2004 – 2008.  
(宋申民, 郭永, 李学辉. 航天器姿态跟踪有限时间饱和控制 [J]. *控制与决策*, 2015, 30(11): 2004 – 2008.)
- [11] CHEN Tong, XU Shijie. A fuzzy controller for terminal approach of autonomous rendezvous and docking with non-cooperative target [J]. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(3): 416 – 421.  
(陈统, 徐世杰. 非合作式自主交会对接的终端接近模糊控制 [J]. *宇航学报*, 2006, 27(3): 416 – 421.)
- [12] GAO Dengwei, LUO Jianjun, MA Weihua, et al. Nonlinear optimal control of spacecraft approaching and tracking a non-cooperative maneuvering object [J]. *Journal of Astronautics*, 2013, 34(6): 773 – 781.  
(高登巍, 罗建军, 马卫华, 等. 接近和跟踪非合作机动目标的非线性最优控制 [J]. *宇航学报*, 2013, 34(6): 773 – 781.)
- [13] SUN L, HUO W. Robust adaptive relative position tracking and attitude synchronization for spacecraft rendezvous [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2015, 41(1): 28 – 35.
- [14] HU Yong, XU Lijia, XIE Yongchun. Control for rendezvous and docking with a tumbling target spacecraft [J]. *Journal of Astronautics*, 2015, 36(1): 47 – 57.  
(胡勇, 徐李佳, 解永春. 针对失控翻滚目标航天器的交会对接控制 [J]. *宇航学报*, 2015, 36(1): 47 – 57.)
- [15] WEISS A, BALDWIN M, ERWIN R S, et al. Model predictive control for spacecraft rendezvous and docking: strategies for handling constraints and case studies [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(4): 1638 – 1647.
- [16] WOLF M T, BURDICK J W. Artificial potential functions for highway driving with collision avoidance [C] // *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Pasadena: IEEE, 2008, 5: 3731 – 3736.
- [17] OLAND E, KRSTIANSSEN R. Collision and terrain avoidance for UAVs using the potential field method [C] // *IEEE Aerospace Conference*. Big Sky: IEEE, 2013, 3: 1 – 7.
- [18] ZHANG Dawei, SONG Shenmin, PEI Run, et al. Ellipse cissoid-based potential function guidance for autonomous rendezvous and docking with non-cooperative target [J]. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(10): 2259 – 2268.  
(张大伟, 宋申民, 裴润, 等. 非合作目标自主交会对接的椭圆蔓叶线势函数制导 [J]. *宇航学报*, 2010, 31(10): 2259 – 2268.)
- [19] WEISS A, PETERSEN C, BALDWIN M, et al. Safe positively invariant sets for spacecraft obstacle avoidance [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 38(4): 720 – 732.
- [20] MA L, MENG X, LIU Z, et al. Suboptimal power-limited rendezvous with fixed docking direction and collision avoidance [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012, 36(1): 229 – 239.

## 作者简介:

郭永 (1985–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为航天器姿态控制、航天器避障控制、非线性控制等, E-mail: guoyonghit@126.com;

宋申民 (1968–), 男, 博士研究生导师, 目前研究方向为航天器姿态控制、航天器避障控制、非线性控制等, E-mail: songshenmin@hit.edu.cn;

李学辉 (1988–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为航天器避障控制, E-mail: lxh-hit@126.com.