

# 改进果蝇算法在净化除钴过程锌粉量优化设定中的应用

王雅琳, 何海明<sup>†</sup>, 孙备, 阳春华, 谢永芳

(中南大学 信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083)

**摘要:** 本文提出一种基于细菌迁徙的自适应果蝇算法(CAFOABM), 用于求解净化除钴过程锌粉添加量优化设定问题。首先从净化除钴的反应机理出发, 通过引入除钴率建立锌粉添加量与氧化还原电位值、出口钴离子浓度间带约束的非线性优化设定模型; 为了避免果蝇算法在迭代寻优过程中出现停滞现象, CAFOABM引入多种群并行搜索策略和改进搜索算子对搜索状态的转移规则进行改进; 并采用区分可行解与不可行解法进行约束处理, 保留一定比例的不可行解个体, 有效避免了有用解信息的丢失。实际生产数据验证结果表明, CAFOABM算法优化设定的锌粉添加量与人工操作的经验数据相比减少7.83%, 出口钴离子浓度满足实际生产要求且趋于平稳。

**关键词:** 净化除钴过程; 锌粉添加量; 优化设定; 改进果蝇算法; 区分可行解与不可行解法

中图分类号: TP273, TP813

文献标识码: A

## Application of improved fruit fly optimization algorithm in zinc powder dosage optimization of cobalt removal process

WANG Ya-lin, HE Hai-ming<sup>†</sup>, SUN Bei, YANG Chun-hua, XIE Yong-fang

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha Hunan 410083, China)

**Abstract:** This paper proposes an adaptive fruit fly optimization algorithm based on the bacteria migrate (CAFOABM) to solve the zinc powder dosage optimal setting problem of cobalt removal process. Firstly, removal rate of cobalt is introduced as an intermediate variable to help formulating the relation models between the zinc powder dosage, oxidation reduction potential (ORP) and outlet cobalt ion concentration. This nonlinear optimal setting model is carried out based on the reaction mechanism of cobalt removal process. In order to avoid the stagnation of fruit fly system in iterative optimization process, parallel strategy of multi-population and improved search operator are introduced into the CAFOABM, which can make improvement on the transition rule of search state; In addition, to avoid losing the solutions with better performance, a proportion of iterative infeasible solutions will be reserved by separating feasible solutions from infeasible solutions. Experimental results based on practical production data indicate that the zinc powder dosages which is optimized by CAFOABM are reduced approximately 7.83% comparing with the empirical solution, and the cobalt ion concentration after purification satisfies the requirement of actual production smoothly.

**Key words:** cobalt removal process; zinc powder dosage; optimization setting; improved fruit fly optimization algorithm; separating feasible from infeasible solutions

### 1 引言(Introduction)

砷盐净化除钴过程是湿法炼锌常压富氧直接浸出工艺净化过程的一个重要环节, 其钴离子浓度作为净化工序的关键指标, 不仅决定了锌粉的消耗量, 且直接影响电解的效率和产品的质量<sup>[1-2]</sup>。通常除钴过程主要通过添加锌粉置换除去硫酸锌溶液中的杂质钴离子, 但由于净化除钴过程机理复杂, 流程长且影响因素多, 特别是杂质离子浓度无法在线检测, 导致过程优化控制困难, 锌粉消耗大。为此, 除钴过程建模与

优化控制一直是吸引着国内外学者和业者研究与关注的重要课题<sup>[3]</sup>。

目前, 为解决净化除钴过程的建模与优化控制问题, 众多学者在其动力学模型和控制器的设计上进行了大量的研究工作<sup>[4-11]</sup>。如在适宜的反应条件下, 通过分析各因素在动力学模型的影响机理, 并利用电子显微镜或X射线光谱仪对反应产物进行扫描<sup>[4]</sup>、统计分析<sup>[5]</sup>、过程监测<sup>[6]</sup>和优化控制<sup>[7-8]</sup>。上述研究虽在除钴过程中取得了很好的效果, 但却忽略了溶液中氧化

收稿日期: 2015-09-28; 录用日期: 2016-01-07。

<sup>†</sup>通信作者。E-mail: hehaiming@csu.edu.cn。

本文责任编辑: 王伟。

国家自然科学基金项目(61273187), 中南大学创新驱动项目(2015cx007), 国家高技术研究发展“863”计划(2014AA041803)资助。

Supported by National Natural Science Foundation of China (61273187), Innovation-drive Plan in Central South University (2015cx007) and National High Technology Research and Development Program “863” of China (2014AA041803)。

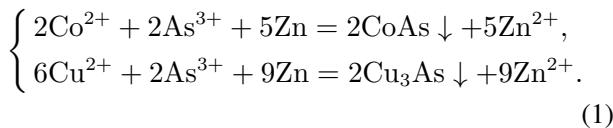
还原电位值(oxidation reduction potential, ORP)在净化除钴过程中的作用,其不仅能实现溶液中杂质离子浓度的在线检测,也反映出净化除钴过程的反应速率。为此,Sun等<sup>[9]</sup>根据溶液中不同离子浓度具有不同的氧化还原电位值,提出了一种基于ORP值的钴离子浓度集成预测模型,结合数据驱动补偿方法实现了钴离子浓度的预测;并基于案例推理方法实现净化除钴过程锌粉量的有效控制<sup>[3]</sup>。尽管该方法在一定程度上能合理地控制锌粉量,但受限于案例库的完备性。因此,为了更好地实现净化除钴过程锌粉添加量的优化设定,本文通过引入除钴率建立锌粉添加量与氧化还原电位值、出口钴离子浓度间的优化设定模型;考虑到优化模型带约束且非线性,传统方法求解困难,采用新颖的智能优化方法予以解决。

果蝇算法(fruit fly optimization algorithm, FOA)是2011年由台湾学者W-T Pan提出的一种基于模拟果蝇觅食行为的全局优化方法<sup>[10]</sup>,凭借其算法简单容易理解、程序代码易于实现且运行效率高,以及调整参数少等特点,在一系列复杂非线性优化问题的求解中取得了成效<sup>[11-13]</sup>。并且随着求解复杂应用对象的需要,果蝇算法已经过了多次改进,如FOAGRNN<sup>[14]</sup>和bFOA(binary fruit fly optimization algorithm)<sup>[15]</sup>等,其中bFOA是具有较好性能的果蝇算法之一。然而,面对上述带约束的非线性优化问题,由于果蝇飞行中缺乏有效信息的引导,造成大量无效的搜索,导致bFOA加速收敛过程中易出现停滞。为此,提出一种基于细菌迁徙的自适应果蝇优化算法(CAFOABM);通过引入多种群并行搜索策略和改进搜索算子来避免其在迭代过程中出现停滞,并采用区分可行解与不可行解法进行约束处理,进而实现对优化问题的有效求解。所提方法被用于净化除钴过程锌粉量优化设定问题,实际生产数据验证了方法的有效性。

## 2 砷盐净化除钴过程锌粉量的优化设定模型(Zinc powder dosage optimal setting model of cobalt removal process with arsenic salt)

### 2.1 砷盐净化除钴过程描述(Description of cobalt removal process with arsenic salt)

砷盐净化除钴生产工艺流程如图1所示,溶液从除铜工序经换热器加热后,依靠自重溢流入4个连续的搅拌罐反应器中与砷盐锌粉相反应,凭借溶液中Zn<sup>2+</sup>与Co<sup>2+</sup>间氧化还原性的差异来构成原电池,在Cu<sup>2+</sup>和砷盐作用下,降低了钴析出时的超电势,进而形成稳定的As-Cu-Co合金,各反应器中除钴机理如式(1)所示:



反应器产出的悬浮液经过浓缩、过滤,经水洗涤产出钴渣;部分浓密机底流返回本沉淀工序,作为晶种,继续参加反应以保证去除铜和钴离子。

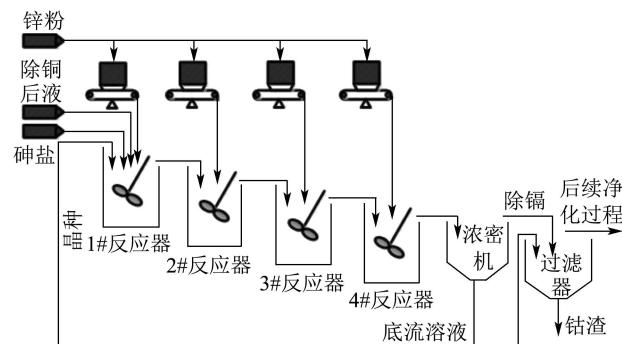


图1 砷盐净化除钴过程流程图

Fig. 1 Flow sheet of cobalt removal process with arsenic salt

实际生产中,净化除钴过程中钴离子浓度难以在线检测,由操作员凭经验对4个除钴反应器出口溶液的ORP值进行手动测量,主观盲目性大。当除铜溢流流量、晶种流量、砷盐流量、铜离子浓度等工况条件变化时,操作员无法给出合适的设定值,导致净化出口钴离子浓度超标,造成锌粉消耗大<sup>[16]</sup>。

### 2.2 砷盐净化除钴过程锌粉量优化设定模型(Zinc powder dosage optimal setting model of cobalt removal process with arsenic salt)

针对上述问题,在文献[9]的基础上,建立各净化槽中除钴率( $\eta_i$ )与锌粉添加量( $u_{\text{Zn}}^i$ )、ORP值、钴离子浓度( $c_{\text{out}}^i$ )间关系模型,通过优化各槽 $\eta_i$ 来达到最小化锌粉添加量的优化目标。

#### 2.2.1 除钴率与锌粉添加量之间关系模型( Relation model of cobalt removal ratio and zinc powder dosage)

根据净化除钴过程除钴机理式(1)和物料守恒原理得各反应器锌粉添加量有

$$u_{\text{Zn}}^i = (\lambda(c_{\text{in}}^i - c_{\text{out}}^i)\eta_i)/\phi_i, \quad (2)$$

式中: $\eta_i$ 为第*i*个净化槽的除钴率; $c_{\text{in}}^i$ ,  $c_{\text{out}}^i$ 分别表示第*i*个净化槽入口和出口溶液中钴离子浓度值(mg/L); $\lambda$ 为锌元素相对原子质量( $\text{Ar}_{\text{Zn}}$ )与钴元素相对原子质量( $\text{Ar}_{\text{Co}}$ )的比值,即 $\lambda = \text{Ar}_{\text{Zn}}/\text{Ar}_{\text{Co}}$ ; $u_{\text{Zn}}^i$ 为第*i*个净化槽添加的锌粉量(kg/m<sup>3</sup>); $\phi_i$ 为第*i*个净化槽中锌粉的利用率,由反应温度( $T_c$ )和反应时间( $T$ )等因素决定为常数。

推导出除钴率 $\eta_i$ 与锌粉添加量 $u_{\text{Zn}}^i$ 的关系模型如式(3)所示:

$$\eta_i = (u_{\text{Zn}}^i \phi_i)/(\lambda(c_{\text{in}}^i - c_{\text{out}}^i)). \quad (3)$$

因此,在已知 $T_c$ ,  $T$ ,  $\phi_i$ 前提下,可通过优化各净化槽除钴率 $\eta_i$ 来优化设定相应的锌粉添加量。

## 2.2.2 除钴率与钴离子浓度之间关系模型(Relationship model of cobalt removal ratio and cobalt ion concentration)

根据除钴率的定义, 可知除钴率与钴离子浓度之间关系如式(4)所示:

$$\eta_i = (c_{\text{in}}^i - c_{\text{out}}^i)/c_{\text{in}}^i, \quad (4)$$

推导出

$$\sum_{i=1}^4 \eta_i = (c_{\text{in}}^1 - c_{\text{out}}^4)/c_{\text{in}}^1, \quad (5)$$

由此得出

$$c_{\text{out}}^4 = (1 - \sum_{i=1}^4 \eta_i)c_{\text{in}}^1 = [1 - (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4)]c_{\text{in}}^1. \quad (6)$$

在给定目标钴离子浓度 $c_{\text{tgt}}$ 为已知的前提下, 净化目标也要满足约束条件, 即净化槽4#出口的钴离子浓度 $c_{\text{out}}^4$ 要满足式(7):

$$0 \leq c_{\text{out}}^4 = [1 - (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4)]c_{\text{in}}^1 \leq c_{\text{tgt}}. \quad (7)$$

因此, 在给定初始条件 $c_{\text{in}}^1, T_c, T, c_{\text{tgt}}$ 的前提下, 可通过 $\eta_i$ 来构建出口钴离子浓度 $c_{\text{out}}^i$ 与锌粉添加量 $u_{\text{Zn}}^i$ 之间的关系模型.

## 2.2.3 除钴率与溶液ORP值之间关系模型(Relationship model of cobalt removal ratio and oxidation reduction potential)

溶液中ORP值作为介质环境条件的一个综合性指标, 反映了氧化还原反应进行的相对程度<sup>[9]</sup>. 为此, 本节通过建立 $\eta_i$ 与溶液中ORP值的关系模型, 利用各净化槽出口溶液的ORP值实现对反应器中锌粉加入量的优化控制.

根据砷盐除钴反应1阶动力学特性, 得其动力学方程描述为<sup>[9]</sup>

$$\frac{dc_i}{dt} = -k \frac{S}{V} c_i, \quad (8)$$

式中:  $c_i$ 表示当前溶液中钴离子的浓度(mg/L);  $V$ 表示反应器体积( $\text{m}^3$ );  $k$ 表示除钴反应的速度, 可由Arrhenius公式推出:  $k = A_0 \exp(-E_a/(RT_c))$ . 其中:  $A_0$ 为砷盐除钴反应的频率因子(1/s);  $R$ 为理想气体常数(8.3144 J/(mol·K));  $E_a$ 为反应活化能;  $S$ 表示除钴反应发生的表面积( $\text{m}^2$ ), 由物料守恒得

$$S = (V_s/V_0)A_{s0} = (3Vg_s)/(\rho r) = \beta g_s. \quad (9)$$

将式(8)积分, 可得描述反应器出口钴离子浓度 $c_{\text{out}}^4$ 与入口钴离子浓度 $c_{\text{in}}^1$ 之间关系的方程:

$$c_{\text{out}}^4 = c_{\text{in}}^1 \exp(-A_0 \frac{\beta g_s}{V} T \exp(-\frac{E_a}{RT_c})), \quad (10)$$

式中:  $T$ 为溶液在反应器中的停留时间(s);  $\beta$ 为实际反应中提供的反应面积与溶液单位体积内含钴量的关系( $\text{m}^3 \cdot \text{m}^2/\text{kg}$ );  $T_c$ 为反应温度(K);  $g_s$ 为反应器单位体积内的含固质量( $\text{kg}/\text{m}^3$ ).

由现场数据分析可知, ORP值是通过改变反应的活化能进而影响砷盐除钴反应速度 $k$ . 因此, 采用线性拟合方式描述溶液中ORP值与反应活化能 $E_a$ 之间的关系<sup>[9]</sup>:

$$E_a = ae_{\text{orp}}^i + b, \quad (11)$$

其中:  $e_{\text{orp}}^i$ 表示第*i*个净化槽出口溶液对应的ORP值(V);  $a, b$ 为方程系数; 根据上述推导, 得ORP值与 $c_{\text{out}}^4$ 的动力学模型为

$$c_{\text{out}}^4 = c_{\text{in}}^1 \exp(-A_0 \frac{\beta g_s}{V} T \exp(\frac{ae_{\text{orp}}^i + b}{RT_c})). \quad (12)$$

结合式(6)得各槽除钴率 $\eta_i$ 与对应溶液的ORP值间关系模型为

$$\eta_i = \begin{cases} 1 - \exp(-A_0 \frac{\beta g_s}{V} T \exp(-\frac{ae_{\text{orp}}^i + b}{RT_c})), & i = 1, \\ (1 - \sum_{j=1}^{i-1} \eta_j)(1 - \exp(-A_0 \frac{\beta g_s}{V} T \exp(\frac{ae_{\text{orp}}^i + b}{RT_c}))), & i = 2, 3, 4. \end{cases} \quad (13)$$

由此得出

$$e_{\text{orp}}^i = \begin{cases} \{-RT_c \ln[-T(\beta g_s/V)A_0] - b\}/a, & i = 1, \\ \{-RT_c \ln[\frac{\ln(1 - \eta_i)}{-T(\beta g_s/V)A_0}] - b\}/a, & i = 2, 3, 4. \end{cases} \quad (14)$$

在实际过程中, 各净化槽出口钴离子浓度和除钴率往往不能在线检测, 一般通过ORP值来反映各槽的除钴情况<sup>[9]</sup>. 为保证生产正常运行, 工艺上对各槽ORP的波动范围都进行了设定, 如表1所示.

表1 各反应器出口ORP值的设定范围

Table 1 Set Range of outlet ORP with each reactor

反应器	1#反应器	2#反应器	3#反应器	4#反应器
$e_{\text{orp}-\text{max}}$	610/V	650/V	670/V	690/V
$e_{\text{orp}-\text{min}}$	505/V	570/V	595/V	600/V

## 2.2.4 净化除钴过程锌粉量优化设定模型 (Zinc powder dosage optimal setting model of cobalt removal process)

综上所述, 根据前面所述参数间关系模型得其锌粉添加量( $U_{\text{Zn}}$ )的优化设定模型如下:

$$\min U_{\text{Zn}} = \sum_{i=1}^4 u_{\text{Zn}}^i = \sum_{i=1}^4 [\lambda \frac{(c_{\text{in}}^i - c_{\text{out}}^i)}{\phi_i}], \quad (15)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} e_{\text{orp-min}}^i \leq e_{\text{orp}}^i \leq e_{\text{orp-max}}^i, i = 1, 2, 3, 4, \\ 0 \leq c_{\text{out}}^4 = c_{\text{in}}^1 \left(1 - \sum_{i=1}^4 \eta_i\right) \leq c_{\text{tgt}}. \end{cases} \quad (16)$$

上述优化模型,可在满足各槽 $e_{\text{orp}}^i$ 值及 $c_{\text{out}}^4$ 限制下,通过优化各净化槽中除钴率 $\eta_i$ 来达到最小化锌粉添加量的优化目标.

### 3 改进果蝇算法 (Improved the fruit fly optimization algorithm)

为了使果蝇种群中的果蝇个体按照寻优规则构造出满足约束条件(16)的非线性目标函数(15)的可行解,同时考虑果蝇算法迭代寻优过程中易出现停滞的问题,尝试对果蝇算法做如下改进.

#### 3.1 基于细菌迁徙的自适应果蝇优化算法 (Adaptive fruit fly optimization algorithm based on the bacteria migrate)

与遗传算法(GA)<sup>[17]</sup>、粒子群算法(PSO)<sup>[18]</sup>的迭代寻优策略相类似,果蝇算法(FOA)采用了“优胜劣汰”的贪婪思想选择更优个体,每一次迭代过程中,搜索种群中的每个个体都采用群体最优值,即仅在上一代的群体最优值的邻域内进行随机搜索,适用于求解无约束的单目标优化问题<sup>[10]</sup>.而净化除钴过程受工艺流程及现场设备的限制,本质上是一个带约束的非线性优化问题,标准算法易陷入局部最优,带来早熟收敛的问题.为此,结合“探索与开发”的权衡思想,通过引入多种群并行搜索策略和改进搜索算子来避免其在迭代寻优过程中出现停滞,以适应求解锌粉量优化设定模型的需求.多种群搜索食物示意图如图2所示.

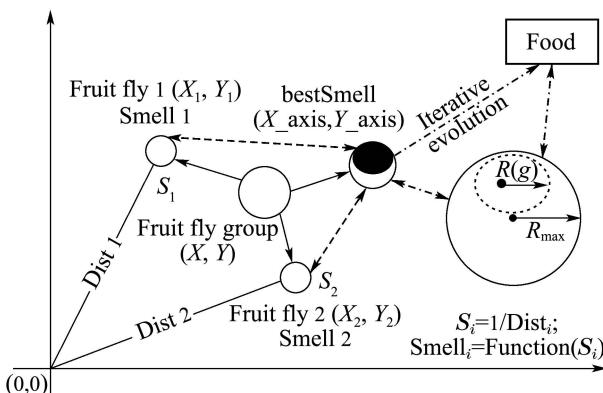


图2 多种群搜索食物示意图

Fig. 2 Searching food of fruit fly with multi-population

#### 3.1.1 多种群搜索策略引入(Introduced the search strategy of multi-population)

首先,在初始最优值(bestSmell1)基础上,将果蝇群体分成两部分:一部分果蝇在bestSmell1附近,根据迭代次数自适应更新搜索半径 $R$ ,快速准确地寻得

下一个更优解的目标;另一部分果蝇保持 $R$ 不变的大范围迭代搜索;并结合细菌迁徙操作,寻求一组最优的 $\eta_i(i=1, 2, 3, 4)$ .以实现FOA算法在“探索和开发”能力上新的平衡.

##### 1) 在搜索深度上的改进.

为提高算法的快速收敛性,提出了基于迭代次数 $g$ 的自适应更新搜索半径 $R$ 的自适应果蝇优化算法(AFOA),给搜索半径 $R$ 分配不同的权值 $\omega(g)$ 来实现其自适应更新,如式(17)–(18)所示:

$$\omega(g) = \begin{cases} \frac{1}{2^{(((g/10)-\lfloor g/10 \rfloor)*10)}, & \lfloor g/10 \rfloor \neq (g/10), \\ 1, & \lfloor g/10 \rfloor = (g/10), \end{cases} \quad (17)$$

$$R(g) = \omega(g)R_{\max}, g = [1, \dots, \text{Maxgen}], \quad (18)$$

式中:  $R_{\max} \in [0.01, 10]$  表示最大搜索半径;  $\lfloor g/10 \rfloor$  表示不大于该数的整数部分; Maxgen 为最大迭代次数,  $\omega(g)$  为基于迭代次数 $g$ 分配的权值,且  $\omega(g) \in [1/2^9, 1]$ ;进而提高其在搜索深度上的快速收敛性.权值 $\omega(g)$ 迭代次数的自适应变化如图3所示.

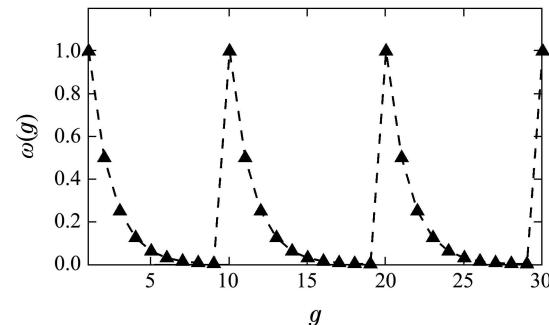


图3 权值 $\omega(g)$ 迭代次数 $g$ 的自适应变化曲线

Fig. 3 Adaptive curve of the weighting  $\omega(g)$  with iterative  $g$

##### 2) 在搜索广度上的改进.

细菌觅食算法(BFO)<sup>[19]</sup>是一种基于细菌群体间竞争与协作来实现优化的搜索技术.因在其觅食过程中,因迁徙操作随机生成的新个体可能更靠近全局最优解<sup>[20]</sup>.为此,提出了基于细菌迁徙的自适应果蝇优化算法(AFOABM),以改善AFOA算法迭代搜索过程的全局性.

该算法在bestSmell1基础上,保持以 $R$ 为搜索半径进行大范围的迭代搜索,并采用进化停滞步数 $t$ 作为触发条件,当 $t > T_1$ (进化停滞步数阈值)时,决定执行迁徙操作.如满足触发条件,则以某一固定概率 $P^*$ 将菌群重新分配到寻优空间中,并对不同个体根据其适应度值赋予不同的自适应迁徙概率 $P(i)$ ,进而迭代搜索得全局最优解.所有果蝇个体按照式(19)计算自适应迁徙概率.

$$P(i) = \frac{(\text{Smellbest} - \text{Smell}(i))}{((\text{Smellbest} - \text{Smellworst})P^*)}. \quad (19)$$

AFOABM算法的迭代寻优步骤如下:

① 初始化参数: 群体规模 Sizepop, 最大迭代数 Maxgen, 随机初始化果蝇群体位置  $X_{\text{axis}}, Y_{\text{axis}}$ , 进化停滞步数  $t = 0$ ;

② 采用 FOA 算法寻得 bestSmell1 及对应坐标  $(X_{\text{axis}}, Y_{\text{axis}})$ ;

③ 在  $(X_{\text{axis}}, Y_{\text{axis}})$  基础上, 基于多种群搜索策略进行迭代寻优操作;

④ 根据式(20)记录并保留最佳味道浓度值 bestSmell2 及对应坐标, 更新进化停滞步数  $t$ ;

```

if (bestSmell1 < bestSmell2)
    Smellbest = bestSmell1
else t = t + 1
    Smellbest = bestSmell2
end

```

(20)

⑤ 判断式  $t \leq T_1$  是否成立, 若是则直接转⑦; 否则根据式(19)计算每个果蝇个体的迁徙概率  $P(i)$ , 按照遗传算法中的轮盘赌方式选择个体进行迁徙操作, 重新分配到寻优空间中, 未迁徙的个体转⑦;

⑥ 对迁徙所得新种群, 重复执行步骤③–④进行迭代搜索, 记录并保留最佳味道浓度值 bestSmell2 及对应坐标  $(X_{\text{axis}}, Y_{\text{axis}})$ ;

⑦ 令  $\text{gen} = \text{gen} + 1$ . 如果  $\text{gen} < \text{Maxgen}$ , 则转到③; 否则终止程序.

### 3.2 带约束的自适应果蝇算法(Adaptive fruit fly optimization algorithm with constraints)

鉴于AFOABM算法是一种无约束的优化方法, 本节结合区分可行解与不可行解法<sup>[21]</sup>对约束条件进行处理, 通过保留一定比例的优秀不可行解个体, 有效避免了位于可行域边界上最优解信息的丢失.

1) 首先, 将式(15)–(16)等效成如下形式:

$$\begin{aligned} \min F(X) &= \min U_{\text{Zn}} = \min \left( \sum_{i=1}^4 u_{\text{Zn}}^i \right), \\ \text{s.t. } &\begin{cases} g_i(X) \leq 0, & i = 1, \dots, p, \\ h_j(X) = 0, & j = p+1, \dots, q, \\ X_k \in [X_{\min}, X_{\max}], & k = 1, \dots, n, \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$

式中:  $X = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  是  $n$  维实变量,  $F(X)$  为目标函数,  $g_i(X)$  表示第  $i$  个不等式约束,  $h_j(X)$  为第  $j$  个等式约束; 变量  $X_k$  在  $[X_{\min}, X_{\max}]$  上取值.

将上述问题转换为具有两个目标的多目标优化问题; 第1个目标为原问题的目标函数  $F(X)$ , 第2个目标为个体违反约束条件的程度  $G(X)$ ; 其中某一个体对第  $i$  个约束条件的违约程度定义为  $G_i(X)$ :

$$G_i(X) = \begin{cases} \max\{0, g_i(x)\}, & i = 1, 2, \dots, p, \\ \max\{0, |h_j(x)| - \mu\}, & i = p+1, \dots, q, \end{cases} \quad (22)$$

则该个体违反约束条件的程度为  $G(X)$ :

$$G(X) = \sum_{i=1}^q G_i(X). \quad (23)$$

由于各约束条件的类型不同, 因而具有不同的量纲和特性, 需对每一约束条件的违约程度进行如式(24)所示的标准化处理:

$$G'(X) = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q \left[ \frac{G_i(X)}{G_{i \max}} \right]. \quad (24)$$

此时, 在  $F(X)$  所得的可行解和不可行解个体中, 最优解的选取问题采取以下准则进行比较<sup>[22]</sup>:

- a) 当两个个体  $\vec{X}$  和  $\vec{X}'$  都可行时, 则适应值  $F(X)$  较小的个体为优;
- b) 当两个个体  $\vec{X}$  和  $\vec{X}'$  都不可行时, 则违约程度值  $G'(X)$  较小的个体为优;
- c) 当  $\vec{X}$  可行而  $\vec{X}'$  不可行时, 如果  $G'(\vec{X}') \leq \varepsilon$  且  $F(\vec{X}') < F(\vec{X})$ , 则  $\vec{X}'$  个体为优; 否则,  $\vec{X}$  个体为优.

其中,  $\varepsilon$  表示为个体违约程度的最大值, 且  $\varepsilon$  值越大, 群体中不可行解的比例越高.

2) 保持固定比例不可行解个体的自适应策略.

为了将不可行解的比例保持在一个固定的水平  $p_c > 0$ , 引入自适应调整  $\varepsilon$  的策略如式(25)所示:

$$\varepsilon' = \begin{cases} 1.2\varepsilon, & p_k < p_c, \\ 0.8\varepsilon, & p_k > p_c, \\ \varepsilon, & \text{其他}, \end{cases} \quad (25)$$

其中  $p_k$  是每进化  $k$  代后不可行解在群体中所占比例的平均值, 即

$$p_k = \left( \sum_{i=k*K+1}^{k*K+K} N_i \right) / (K * \text{num}), \quad k = 0, 1, \dots, n, \quad (26)$$

式中:  $N_i$  表示第  $i$  代群体中不可行解数量; num 是迭代搜索中果蝇个体数量.

结合上述个体优劣比较准则, 实现了CAFOABM 算法迭代过程中可行解个体与不可行解个体的优劣比较, 进而达到优化求解净化除钴过程锌粉量优化设定模型的目的.

基于上述分析, CAFOABM 算法的流程如下:

**Step 1** 设置算法的各个参数;

**Step 2** 初始化种群  $P$ , 采用FOA 寻得初始最优值 bestSmell1 及相应坐标  $(X_{\text{axis}1}, Y_{\text{axis}1})$ ;

**Step 3** 基于新种群中随机抽取  $\delta$  个父体(种群  $Q$ ), 实施多种群并行搜索策略,  $P = P_1 + Q$ ;

**Step 4** While ( $g < \text{Maxgen}$ )

for 种群  $Q$  中的每个果蝇个体采用AFOA 进行搜索; 根据自适应搜索方程, 对最优浓度值进行更新、评价并存储;

end for

**Step 5** for 种群 $P_1$ 中的每个果蝇个体采用搜索半径 $R$ 不变的迭代搜索; 根据自适应搜索方程, 对最优浓度值进行更新、评价、存储;

end for

**Step 6** 根据式(20)判断最优浓度值, 更新 $t$ ;

**Step 7** if ( $t \leq T_1$ )

根据式(19)计算选择概率 $P_i$ , 对迁徙所得新种群采用AFOABM算法进行迭代寻优, 并更新和存储最优浓度值;

end

**Step 8** 当群体中第1次出现可行解后, 每隔 $K$ 代, 按照式(25)修正 $\varepsilon$ 值;

**Step 9** end While

## 4 仿真验证与结果分析(Algorithm simulation and analysis)

### 4.1 算例验证(Example validation)

为了测试本文提出的CAFOABM算法的优化性能, 选取了6个基准函数<sup>[23]</sup>作为测试集. 仿真环境为: CPU 3.06 GHz, 2G, Windows 7, MATLAB 7.1. 初始

参数设置: 种群规模sizepop = 200, 初始位置为[0, 10], 随机飞行方向与距离区间为[-1, 1], 搜索半径 $R = 10$ , 迭代次数Maxgen = 1000, 维度 $D = 30$ ,  $P^* = 0.25$ ,  $p_c = 0.2$ ,  $T_1 = 5$ ,  $\delta = 20$ ,  $\varepsilon = 0.8$ .

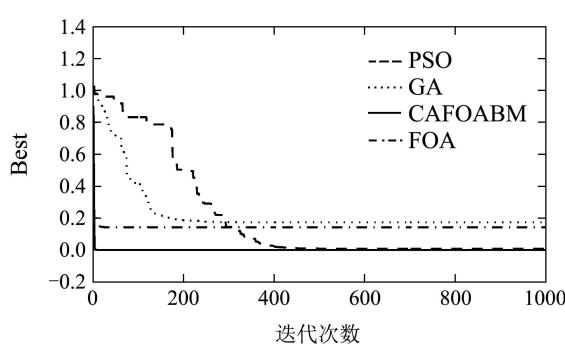
表2给出了6个测试函数的表达式、搜索范围和最优值, 其中 $f_2$ 是Rosenbrock函数, 该函数在2维和3维时为单峰函数, 在高维条件下为多峰函数,  $f_1, f_3 - f_6$ 是多峰函数, 上述测试函数均为难度较大的优化问题, 具有良好的测试性能, 能够有效地检验CAFOABM算法的性能. 通过与标准FOA算法、遗传算法(GA)<sup>[24]</sup>、粒子群算法(PSO)<sup>[25]</sup>的实验结果进行比较, 以验证本文CAFOABM算法优化性能.

表3给出了所有测试函数在相同测试条件下独立运行30次最优的测试结果, 表中 Best, Worst, Mean, Std 和 Time 分别为最优值、最差值、平均值、标准差和运行时间. 其中Best, Worst反映了解的质量, Std反映了算法的鲁棒性和稳定性, Mean反映了在给定测试次数下算法所能达到的精度, 同时反映了算法的收敛速度. 表3中加粗数据为最优数据, 其他表的表示相同. 图4所示为4种算法随机对6种测试函数运行一次的收敛过程对比图.

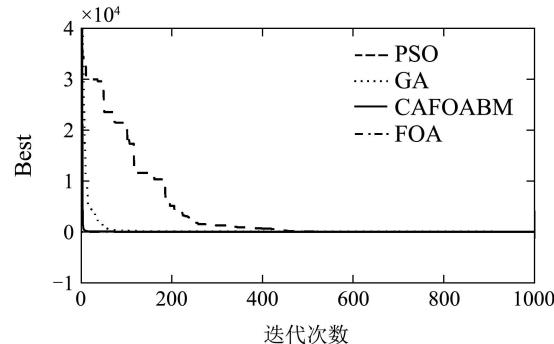
表 2 基准函数

Table 2 Benchmark functions

函数	函数式	搜索范围	最优值	峰值
Griewank	$f_1(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^D x_i^2 - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	[-1.28, 1.28]	0	多峰
Rosenbrock	$f_2(x) = \sum_{i=1}^D [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$	[-2.048, 2.048]	0	单峰
Rastrigin	$f_3(x) = \sum_{i=1}^D (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10)$	[-5.12, 5.12]	0	多峰
Apline	$f_4(x) = \sum_{i=1}^D  x_i \sin x_i + 0.1x_i $	[-10, 10]	0	多峰
Schwefel	$f_5(x) = \sum_{i=1}^D (-x_i \sin(\sqrt{ x_i }))$	[-500, 500]	-3005.4	多峰
Schaffer	$f_6(x) = \sin\left(\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^D (x_i^2)}}{1 + 0.001 * (\sum_{i=1}^D (x_i^2))^2}\right) + 0.5$	[-100, 100]	0	多峰



(a) Griewank函数



(b) Rosenbrock函数

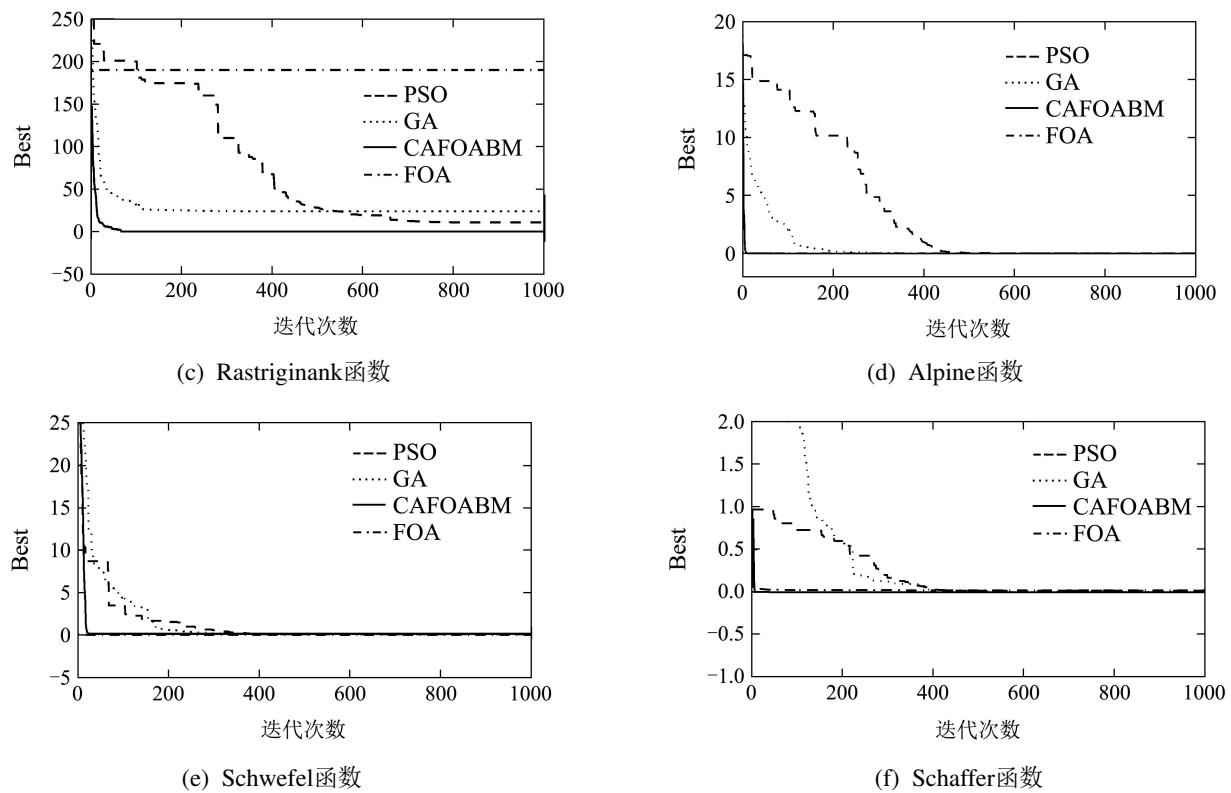


图4 算法对基准函数的收敛过程

Fig. 4 Evolution process of optimization algorithm for benchmark functions

表3 基准函数优化性能对比

Table 3 Comparison of optimization performance for benchmark functions

函数	维数	算法	Best	Worst	Mean	Std	Time/s
$f_1$	30	PSO	1.97e-02	1.211e-01	4.116e-02	3.1229e-01	5.4751
		GA	1.89e-01	2.457e-01	2.013e-01	2.714e-01	3.6754
		FOA	1.719e-01	1.9165e-01	1.8214e-01	1.1629e-01	1.1279
		CAFOABM	0	0	0	0	0.7789
$f_2$	30	PSO	17.0815	41.931	28.6625	32.1194	5.9317
		GA	57.4683	72.318	63.1749	22.3941	2.3726
		FOA	16.0451	32.1749	20.5574	17.3519	0.9438
		CAFOABM	14.1481	19.2271	16.3994	6.26726	1.0443
$f_3$	30	PSO	14.9244	16.3641	15.2149	6.8315	6.3317
		GA	31.8437	42.1393	33.9271	18.3167	3.0172
		FOA	190.000	190.000	190.000	0	0.8931
		CAFOABM	0	1.0e-08	2.027e-09	7.5316e-03	2.8376
$f_4$	30	PSO	1.1954e-08	3.1954e-06	6.2519e-07	9.2319e-01	3.119
		GA	9.1152e-05	5.1217e-02	1.7138e-03	8.3379e-01	1.845
		FOA	6.3178e-09	1.5876e-07	9.9271e-08	6.393e-01	0.957
		CAFOABM	8.1778e-07	2.1753e-03	3.4639e-06	8.5117e-01	1.239
$f_5$	30	PSO	-119.1813	-77.4858	-89.7147	16.7396e-01	0.7940
		GA	-78.8464	-74.3175	-77.4693	9.2201e-01	8.72500
		FOA	-9.870e-02	-1.1004e-01	-1.0703e-01	2.1432e-01	0.91622
		CAFOABM	-78.8486	-77.9561	-78.6191	4.4190e-01	4.8010
$f_6$	30	PSO	1.48e-02	4.72e-02	2.253e-02	5.021e-01	4.371
		GA	1.3916e-04	3.501e-04	2.147e-04	6.026e-01	3.684
		FOA	2.09e-02	1.0403e-01	1.0214e-01	3.8596e-02	0.9693
		CAFOABM	4.70169e-03	9.8908e-05	1.37979e-05	3.12526e-02	1.2052

由表3可以看出, CAFOABM算法在迭代搜索时间方面略差于标准FOA算法, 然而在最优值、中间值、最差值、平均值和标准差方面均明显优于GA、PSO和FOA算法, 同时可以看出, CAFOABM算法在函数 $f_1, f_3, f_4, f_6$ 均能接近或收敛到理论最优值, 而 $f_2, f_5$ 虽然没能收敛到最优值, 但相比于GA, FOA具有明显较高的收敛精度。分析原因是由于CAFOABM算法采用了多种群并行搜索策略以及改进的搜索算子, 大大改善了种群的多样性, 同时提高了算法的开发能力, 通过较少次数的迭代能够收敛到全局最优解, 提高了算法的收敛精度。同时也验证了该改进算法在提高其收敛速度及精度上的有效性。

#### 4.2 工业应用与结果分析(Industrial application and analysis)

为了验证CAFOABM算法对砷盐净化除钴过程锌粉量优化设定的有效性, 以某冶炼厂4个连续搅拌罐反应器为例, 基于实际生产数据进行算法验证, 仿真环境同上。

针对净化除钴过程锌粉量优化设定模型的特点, 采用CAFOABM算法对式(15)和式(16)中的待优化参数 $\eta_i$ 进行优化求解; 在实际生产中, 净化除钴过程反应温度 $T_c = 347.15\text{ K} \sim 379.15\text{ K}$ , 标准入口钴离子浓度设为 $c_{in}^1 = 6.30\text{ mol/L}$ , 出口钴离子浓度为 $c_{tgt} \leq 0.480\text{ mol/L}$ ; CAFOABM算法参数设置: 种群规模sizepop = 200, 初始位置为[0, 10], 随机飞行方向与距离区间为[-1, 1], 搜索半径 $R = 10$ , 迭代次数Maxgen = 200,  $P^* = 0.25$ ,  $p_c = 0.2$ ,  $T_1 = 5$ ,  $\delta = 20$ ,  $\varepsilon = 0.8$ ; 运行30次后得锌粉添加量优化值与目标值间的RMSE收敛趋势图和寻优轨迹如图5所示(“○”代表种群Q中果蝇个体, “●”代表种群P1中果蝇个体):

由图5可知, CAFOABM算法迭代寻优到第169代收敛的RMSE值为0.0139, 最佳的 $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ 分别对应0.7124, 0.1417, 0.1030, 0.0429; 在满足生产约束下, 其所对应的锌粉量最少。

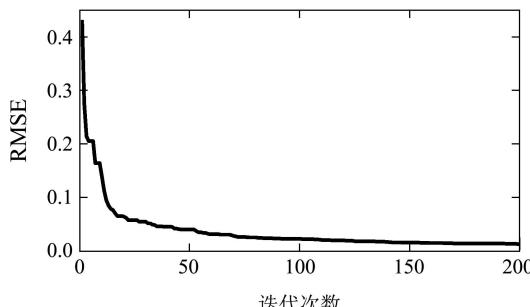


图 5(a) CAFOABM寻优过程的RMSE收敛图

Fig. 5(a) RMSE convergent curve of CAFOABM optimization

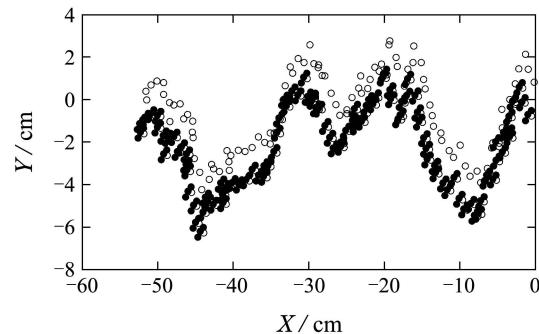
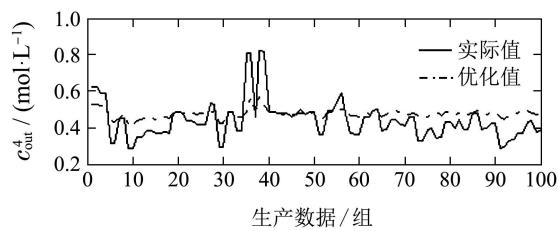


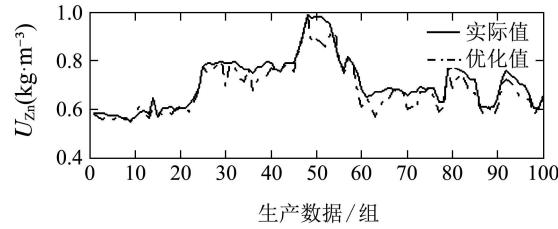
图 5(b) CAFOABM寻优过程的轨迹图

Fig. 5(b) Search route chart for CAFOABM

结合现场100组生产数据, 采用CAFOABM算法优化计算得到锌粉消耗量 $U_{Zn}(\text{kg}/\text{m}^3)$ 及出口母液浓度 $c_{out}^4(\text{mol}/\text{L})$ 的对比曲线及数据如图6和表4所示。



(a) 出口钴离子浓度对比图



(b) 锌粉消耗量对比图

图 6 优化后 $U_{Zn}$ 及对应 $c_{out}^4$ 对比曲线

Fig. 6 Comparison of  $U_{Zn}$  and  $c_{out}^4$  after optimal setting

表 4 优化设定后 $U_{Zn}$ 和 $c_{out}^4$ 对比

Table 4 Comparison of  $U_{Zn}$  and  $c_{out}^4$  after optimal setting

指标	最优值	最差值	平均值	标准差
优化前 $U_{Zn}$	0.991	0.553	0.702	7.147
优化前 $U_{Zn}$	0.986	0.545	0.647	4.572
$\Delta U_{Zn}/\%$	-0.505	-1.45	-7.83	36.03
优化前 $c_{out}^4$	0.821	0.285	0.463	11.37
优化前 $c_{out}^4$	0.572	0.417	0.476	1.743
$\Delta c_{out}^4/\%$	+30.33	+46.32	+2.81	84.67

由图6可知, 优化后各组出口钴离子浓度既满足ORP值控制要求又保证 $c_{out}^4$ 平稳变化, 对应的各组锌粉使用量相对减少了7.83%。由此验证了所提CAFOABM算法在求解净化除钴过程锌粉添加量优化设定问题的有效性。

## 5 结论(Conclusions)

本文通过引入除钴率建立锌粉添加量与氧化还原电位值、出口钴离子浓度间的优化设定模型; 并尝试用CAFOABM算法求解该优化问题。为避免果蝇算法在迭代寻优过程中出现停滞, CAFOABM算法引入多种群并行搜索策略和改进搜索算子对搜索状态的转移规则进行改进; 果蝇采用自适应更新搜索半径, 来快速地选择最优的味道浓度; 随着迭代次数的增加, 多种群并行搜索策略和细菌迁徙思想有机结合, 保证算法在后期迭代搜索中能够快速地收敛到全局最优解。并结合区分可行解与不可行解法进行约束处理, 保留一定比例的不可行解个体, 有效避免了有用解信息的丢失。实际生产数据验证结果表明: CAFOABM算法能够按照目标函数要求进行合理的锌粉量优化设定, 解得性能优于人工操作的经验数据, 出口钴离子浓度满足实际生产要求且趋于平稳, 从而更加充分发挥锌粉的积极作用。

## 参考文献(References):

- [1] BALARINI J C, POLLI L D O, MIRANDA T L S, et al. Importance of roasted sulphide concentrates characterization in the hydrometallurgical extraction of zinc [J]. *Minerals Engineering*, 2008, 21(1): 100–110.
- [2] SAFARZADEH M S, DHAWAN N, BIRINCI M, et al. Reductive leaching of cobalt from zinc plant purification residues [J]. *Hydrometallurgy*, 2011, 106(1): 51–57.
- [3] SUN B, GUI W H, WANG Y L, et al. Intelligent optimal setting control of a cobalt removal process [J]. *Journal of Process Control*, 2014, 24(5): 586–599.
- [4] BOCKMAN O, OSTVOLD T. Products formed during cobalt cementation on zinc in zinc sulfate electrolytes [J]. *Hydrometallurgy*, 2000, 54(2): 65–78.
- [5] NASI J. Statistical analysis of cobalt removal from zinc electrolyte using the arsenic-activated process [J]. *Hydrometallurgy*, 2004, 73(1): 123–132.
- [6] NASI J, LEIVISKA K. Solution filtration in cobalt removal process: detection of varying process conditions [J]. *Minerals Engineering*, 2005, 18(13): 1253–1258.
- [7] LI Y G, GUI W H, TEO K L, et al. Optimal control for zinc solution purification based on interacting CSTR models [J]. *Journal of Process Control*, 2012, 22(10): 1878–1889.
- [8] WANG L Y, GUI W H, TEO K L, et al. Optimal control problems arising in the zinc sulphate electrolyte purification process [J]. *Journal of Global Optimization*, 2012, 54(2): 307–323.
- [9] SUN B, GUI W H, WU T B, et al. An integrated prediction model of cobalt ion concentration based on oxidation-reduction potential [J]. *Hydrometallurgy*, 2013, 140(11): 102–110.
- [10] PAN W T. A new fruit fly optimization algorithm: taking the financial distress model as an example [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2012, 26(2): 69–74.
- [11] LI H, GUO S, LI C, et al. A hybrid annual power load forecasting model based on generalized regression neural network with fruit fly optimization algorithm [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2013, 37(2): 378–387.
- [12] SHENG W, BAO Y. Fruit fly optimization algorithm based fractional order fuzzy-PID controller for electronic throttle [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 73(1/2): 611–619.
- [13] ZHENG Xiaolong, WANG Ling. An order-based fruit fly optimization algorithm for stochastic resource-constrained project scheduling [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(4): 540–545.  
(郑晓龙, 王凌. 随机资源约束项目调度问题基于序的果蝇算法 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(4): 540–545.)
- [14] LIN S M. Analysis of service satisfaction in web auction logistics service using a combination of fruit fly optimization algorithm and general regression neural network [J]. *Neural Computing and Applications*, 2013, 22(3/4): 783–791.
- [15] WANG L, ZHENG X, WANG S. A novel binary fruit fly optimization algorithm for solving the multidimensional knapsack problem [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2013, 48(2): 17–23.
- [16] GAO W, TANG Z, WU T. Oxidation-reduction potential optimal setting for purification of removal of cobalt and nickel with arsenic salt process [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2012, 48(18): 223–226.
- [17] KAZARLIS S A, BAKIRTZIS A G, PETRIDIS V. A genetic algorithm solution to the unit commitment problem—discussion [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1996, 11(1): 83–92.
- [18] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*. Perth, Western Australia, Australia: IEEE, 1995, 4(2): 1942–1948.
- [19] PASSINO K M. Biomimicry of bacterial foraging for distributed optimization and control [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2002, 22(3): 52–67.
- [20] DASGUPTA S, DAS S, ABRAHAM A, et al. Adaptive computational chemotaxis in bacterial foraging optimization: an analysis [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2009, 13(4): 919–941.
- [21] WANG Yong, CAI Zixing, ZHOU Yuren, et al. Constrained optimization evolution algorithms [J]. *Journal of Software*, 2009, 20(1), 11–29.  
(王勇, 蔡自兴, 周育人, 等. 约束优化进化算法 [J]. 软件学报, 2009, 20(1): 11–29.)
- [22] LIN D, LI M Q, KOU J S. A GA-based method for solving constrained optimization problems [J]. *Journal of Software*, 2001, 12(4): 628–632.
- [23] GONG W Y, CAI Z H, JIANG L X. Enhancing the performance of differential evolution using orthogonal design method [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 206(1): 56–69.
- [24] ZHOU X, YANG C, GUI W. Nonlinear system identification and control using state transition algorithm [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2012, 226(1): 169–179.
- [25] LIANG J J, QIN A K, SUGANTHAN P N, et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2006, 10(3): 281–295.

## 作者简介:

**王雅琳** (1973–), 女, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂工业过程建模、优化与控制, E-mail: ylwang@csu.edu.cn;

**何海明** (1989–), 男, 硕士, 目前研究方向为复杂工业过程建模与优化, E-mail: hehaiming@csu.edu.cn;

**孙备** (1988–), 男, 博士, 目前研究方向为基于数据的工业过程控制, E-mail: sunbei@csu.edu.cn;

**阳春华** (1965–), 女, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂工业过程建模、优化与控制优化, E-mail: ychh@csu.edu.cn;

**谢永芳** (1972–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂工业过程建模与控制、分散鲁棒控制, E-mail: yfxie@csu.edu.cn.